

桥梁耦合极值应力的贝叶斯动态预测

戈 壁¹, 王佐才^{1,2}, 辛 宇^{1,3}, 李 舒⁴, 丁雅杰¹, 孙晓彤¹

(1. 合肥工业大学土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 土木工程防灾减灾安徽省工程技术研究中心, 安徽 合肥 230009; 3. 安徽省基础设施安全检测与监测工程实验室, 安徽 合肥 230009; 4. 清华大学合肥公共安全研究院, 安徽 合肥 230601)

摘要: 为了更合理地动态预测桥梁耦合极值应力, 将历史监测极值应力数据视为多阶模态响应耦合的多分量信号, 并结合 Hilbert 信号分解以及 Hilbert 平方解调技术 (Hilbert Square Demodulation, HSD) 在多分量信号解调方面的优势, 提出了预测桥梁极值应力的贝叶斯 Hilbert 动态线性模型 (Bayesian Hilbert Dynamic Linear Model, BHDLM)。利用 Hilbert 信号分解技术实现对监测极值应力的解耦, 并基于 HSD 建立了各阶应力响应的 Hilbert 动态线性模型 (Hilbert Dynamic Linear Model, HDLM); 结合贝叶斯方法以及单分量极值应力对 HDLM 进行概率递推, 实现了对单分量桥梁极值应力的动态预测, 进而可得桥梁耦合极值应力的动态预测; 利用在役桥梁的监测数据对本文所提模型的有效性进行了验证。结果表明: 利用解耦得到的单分量极值应力数据建立的 HDLM 过程简单, 并能很好地反映出监测数据的周期性、随机性等特点。结合贝叶斯方法, 可以有效地对桥梁极值应力进行动态预测。

关键词: 动态预测; 贝叶斯 Hilbert 动态线性模型; 桥梁耦合极值应力; 单分量极值应力; Hilbert 平方解调

中图分类号: U441+.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)03-0681-10

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.03.018

引 言

随着桥梁健康监测系统在实际工程中的普及, 系统能够实时监测桥梁结构在服役期内的响应及变形^[1-3]。其中, 在环境及荷载作用下结构内部产生的应力反映了结构局部的受力状态, 同时也是结构安全运营状态的重要指标之一。因此, 应力监测在桥梁健康监测系统中具有十分重要的地位。应力监测可分为监测数据的收集和应用两个部分。经过几十年的研发, 数据收集技术都已相对成熟^[4-6]。目前国内外学者的研究主要集中在基于历史监测数据的应用方面, 并在桥梁结构损伤识别^[7-9]、荷载效应分析建模^[10]、模态参数识别^[11]等方面取得了一定的成果。然而, 在基于桥梁极值应力监测数据的结构安全性评估与预测方面还有待发展。桥梁极值应力蕴含着结构安全性能的重要信息, 对极值应力进行分析以及动态预估, 不但能够动态、直观地反映在役桥梁运营状况下的极值应力状态, 为桥梁结构的维护与养护提供重要依据, 而且能够为桥梁的动态安全性评估提供理论依据。因此, 如何合理地利用海量历史监测数据, 实现结构响应的动态预估是结构健

康监测目前亟需解决的关键问题。

目前, 基于实际监测数据对结构响应进行动态预估已经有了一些研究。例如, 冯海月等^[12]基于广义 Pareto 分布提出了一种改进的独立风暴法, 可较好地预测车辆荷载效应。阳震等^[13-14]改进了广义 Pareto 分布模型的阈值选取方法, 并可利用实际监测数据建立具有一定规律的概率统计模型。研究表明改进后的概率统计模型能够更好地拟合出由车辆荷载引起的桥梁应变右尾分布, 结合极值统计理论能够对桥梁剩余服役期内的应变极值进行估计。Fan 等^[15]提出可利用极值应力监测数据以及高斯混合粒子滤波器实现桥梁极值应力的动态预测。但是, 由于极值应力是多种荷载效应的耦合, 直接对耦合监测数据进行拟合以及动态预估, 其效果并不理想。近年来, 由于贝叶斯动态模型可结合监测数据的客观信息和主观信息, 能够对桥梁极值应力进行有效预测, 使该方法得到了长足的发展^[16-17]。Ni 等认为在役桥梁由于承受了多种荷载才导致应变/应力响应数据结构的多模态性。为了更好地预测耦合极值应力, 分别提出了一种具有较强非平稳动态过程建模能力的贝叶斯动态线性模型^[18]和一种参数贝叶斯混合模型^[19]。通过试验验证, 改进后的模型对

收稿日期: 2021-07-07; **修订日期:** 2021-10-27

基金项目: 国家自然科学基金优秀青年科学基金资助项目(51922036); 安徽省重点研发计划(1804a0802204); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(JZ2020HGPD0117)。

极值应力的预测精度具有一定程度地提高。Liu等^[20]考虑到监测得到的耦合极值应力是非平稳数据与平稳数据的耦合,提出了一种利用局部多项式理论建立的贝叶斯动态线性趋势模型。该模型能有效地减小监测数据中非平稳趋势项对预测结果的影响,并随着预测模型参数的更新,桥梁耦合极值应力的预测结果越来越合理。樊学平等^[21]则将桥梁耦合极值应力简单分为具有趋势性的温度荷载效应和具有随机性的车辆荷载效应并提出了基于解耦极值应力的动态耦合线性模型。模型首先使用简单的移动平均法数据解耦,再分别建立贝叶斯动态耦合线性模型并进行极值应力预测分析。樊学平等^[22]认为由于监测数据具有动态性、随机性以及周期性等特点,因此可利用 Fourier 函数对初始应力状态数据进行回归分析,进而运用 Fourier 动态线性模型并对桥梁极值应力进行预测。从上述研究可以看出,基于贝叶斯方法的动态模型能够对桥梁极值应力进行动态预测,并且利用解耦极值应力数据,可使预测模型精度进一步提升。

由于桥梁耦合极值应力主要受到温度荷载效应、车辆荷载效应和风荷载效应等的影响,因此桥梁极值应力监测数据的解耦方法通常按照所受荷载类别进行解耦并分类,这就使得解耦数据仍可能是多阶模态响应的耦合。这样,利用解耦数据建立的贝叶斯动态模型依然存在着模型相对复杂,不能很好地体现桥梁极值应力周期性、随机性等数据特点的问题。为了解决上述问题,本文引入了 Hilbert 信号分解以及解调技术,对数据进行解耦。该方法不但能够对具有密集模态与频率叠混的非平稳结构响应信号进行有效分解,而且能够很好地保存信号幅度、频率和相位的信息^[23-25]。同时,在得到单分量极值应力数据后,即可利用 Hilbert 信号解调技术,回归得到状态变量函数的参数,建立单分量极值应力数据的 Hilbert 动态线性模型(Hilbert Dynamic Linear Model, HDLM)。随后,利用贝叶斯方法对模型进行概率递推,实现单分量极值应力的动态预测。将各阶单分量极值应力预测值进行相加即可得到桥梁耦合极值应力的动态预测值。最后,利用在役桥梁一年的监测数据对本文所提方法的有效性进行了验证。

1 桥梁耦合极值应力的动态预测

桥梁健康监测系统在长期运营期间可以监测大量的应力信息,而结构的应力响应则反映了诸多荷载(如温度荷载,车辆荷载,风荷载等)作用下结构的

内部特征。因此,桥梁结构的应力响应具有复杂的耦合性。为了更好地动态预测桥梁耦合极值应力,本文首先建立了单分量极值应力的 HDLM,进而提出了 BHDLM。其中,HDLM 由监测方程与状态方程组成,状态变量表示了监测数据的变化趋势,而状态方程则描述了状态变量如何随时间变化,监测方程描述了监测变量与状态变量之间的关系。其中,预测模型的主要流程如图 1 所示。

从图 1 流程图中可以看出,在数据解耦过程中,定义时间区间 $(t-1, t]$ 内,监测的最大应力为桥梁耦合极值应力 Y_t ,并将监测得到的极值应力数据视为一个时间序列。在得到 Y_t 后,首先利用了 Hilbert 信号分解技术对数据进行解耦^[23-26],得到有限多个具有单一频率成分的单分量极值应力数据 $y_{i,t}$ 。随后,基于 Hilbert 平方解调算法(Hilbert Square Demodulation, HSD)回归得到各阶单分量极值应力数据 $y_{i,t}$ 的 HDLM。一旦建立了单分量极值应力的 HDLM,即可通过贝叶斯方法对模型中的参数实现概率递推,实现对极值应力的动态预测,进而可得到桥梁耦合极值应力的动态预测结果。

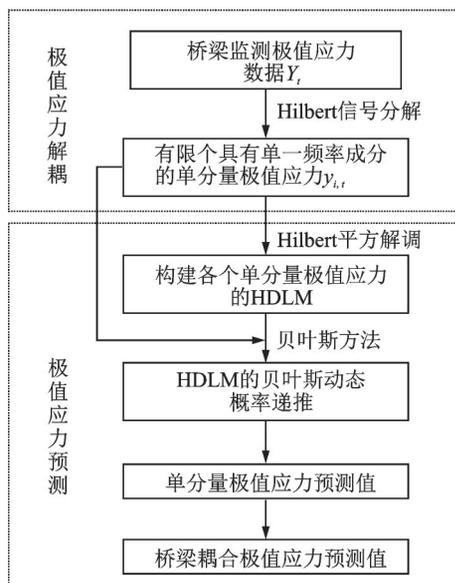


图 1 桥梁耦合极值应力预测模型流程图

Fig. 1 The flowchart of the prediction model for bridge coupled extreme stress

2 单分量极值应力的 HDLM 及参数确定

2.1 桥梁极值应力解耦

直接利用耦合极值应力进行建模与预测,不但增加了极值应力以及预测模型的复杂性,而且不利于应力预测的精度^[20-21]。因此,为了减小监测数据

的复杂性,满足建立预测模型的需要,对极值应力进行解耦应是 HDLM 建模过程中的必要步骤。

在以往的研究中,桥梁耦合极值应力被认为是多种荷载效应的耦合,因此解耦过程中通常按荷载效应类型进行分类。一般利用简单移动平均、二次移动平均等拟合算法,即可得到结构监测应力的趋势项。趋势项的均值可看作结构自重荷载效应,而除去均值的趋势项因其具有较为明显的周期性,可认为是环境温度作用下的荷载效应。监测数据与趋势项的差值则被认为与车辆荷载效应和风荷载效应相关。可以看出上述解耦过程虽然步骤简单、便于实现,但过程中存在着经验成分,因此解耦过程并不十分充分。

根据模态叠加理论,结构的位移响应可表示为各阶模态贡献之和。如果只考虑结构某一方向的正应变,则应变与位移之间存在如下关系式:

$$\epsilon = \sum_{i=1}^n q_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} \quad (1)$$

式中 ϵ 为正应变; φ_i 为第 i 阶的位移模态振型; q_i 为模态坐标。而应力与应变在一定的比例极限范围内可视为线性关系。则 Y_t 同样可以表示为具有 n 个有效频率 $\omega_i (i=1, 2, \dots, n)$ 成分耦合的实数时间序列。为了能够充分解耦,得到具有单一频率成分的单分量极值应力数据。本文提出利用 Hilbert 信号分解算法对桥梁耦合极值应力进行分解^[23-26]。一旦确定了 Y_t 中的频率,即可利用 Hilbert 变换的信号分解算法对 Y_t 进行解耦,分解成 n 个具有单一频率的单分量成分 $y_{i,t} (i=1, 2, \dots, n)$ 。则极值应力 Y_t 可进一步表示为:

$$Y_t = \sum_{i=1}^n y_{i,t} \quad (2)$$

2.2 单分量极值应力解调

在利用 Hilbert 信号分解算法将桥梁耦合极值应力 Y_t 分解为有限多个单分量极值应力 $y_{i,t}$ 后,可进一步利用 HSD 算法对 $y_{i,t}$ 进行解调,回归得到状态变量 $\theta_{i,t}$ 的函数。HSD 算法是一种针对具有单一频率成分数据的解调算法,其原理可简单概述如下^[27]:

假设单分量极值应力数据 $y_{i,t}$ 的回归函数 $\theta_{i,t}$ 可简化为:

$$\begin{cases} \theta_{i,t} = l_{i,t} h_{i,t} \\ l_{i,t} = A_i + B_i \cos(\omega_{\gamma,i} t + D_i) \\ h_{i,t} = \cos(\omega_i t) \end{cases} \quad (3)$$

式中 $A_i, B_i, D_i, \omega_{\gamma,i}$ 以及 ω_i 均为回归系数。首先,构建 $y_{i,t}$ 的解析信号 $Z_{i,t}$:

$$Z_{i,t} = y_{i,t}^2 + \text{H}^2[y_{i,t}] \quad (4)$$

式中 $\text{H}[\cdot]$ 为 Hilbert 变换算子。则回归函数 $\theta_{i,t}$ 中的 $l_{i,t}$ 可表示为:

$$l_{i,t} = \sqrt{Z_{i,t}} \quad (5)$$

联立公式(3)和(5),可进一步得到 $h_{i,t}$:

$$h_{i,t} = y_{i,t} / l_{i,t} \quad (6)$$

其中,为了减小单分量极值应力数据中噪声以及解调误差对回归函数 $\theta_{i,t}$ 的影响,可对公式(5)和(6)作进一步优化^[27]。则回归系数 A_i 可认为是解调结果 $l_{i,t}$ 的均值。 $l_{i,t}$ 中的相位函数 $\omega_{\gamma,i} t + D_i$ 可通过下式得到:

$$\omega_{\gamma,i} t + D_i = \arctan \left[\frac{\text{H}[l_{i,t} - A_i]}{l_{i,t} - A_i} \right] \quad (7)$$

其中,系数 $\omega_{\gamma,i}$ 可通过对相位函数求导得到,进而可回归得到 D_i 。结合公式(5)和(7),回归系数 B_i 可表示为:

$$B_i = \frac{l_{i,t} - A_i}{\cos(\omega_{\gamma,i} t + D_i)} \quad (8)$$

而 $h_{i,t}$ 中的相位函数 $\omega_i t$ 可表示为:

$$\omega_i t = \arctan \left[\frac{\text{H}[y_{i,t}]}{y_{i,t}} \right] \quad (9)$$

再对相位函数进行求导可得到回归系数 ω_i 。

2.3 单分量极值应力的 HDLM

根据公式(3)~(9),可得到各阶 $y_{i,t}$ 的单分量极值应力回归函数 $\theta_{i,t}$ 。则 $\theta_{i,t+1}$ 的表达式可由下式得到:

$$\begin{aligned} \theta_{i,t+1} &= g(\theta_{i,t}) = \\ &\{A_i + B_i \cos[\omega_{\gamma,i}(t+1) + D_i]\} \cos[\omega_i(t+1)] \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $g(\cdot)$ 表示非线性函数。可以看出,状态变量随时间呈非线性关系。利用公式(10)可得到的历史监测应力数据的动态非线性模型。然而,由于贝叶斯方法更适用于线性模型,因此在得到动态非线性模型后往往需要进行线性化处理^[28]。本文利用 Taylor 级数展开技术,将 $g(\theta_{i,t})$ 在初始状态数据的期望值 $M_{1,t}$ 附近处展开,即可得到公式(10)对应的线性函数:

$$\theta_{i,t+1} = g(M_{1,t}) - G_1 \cdot M_{1,t} + G_1 \cdot \theta_{i,t} + o(\theta_{i,t} - M_{1,t}) \quad (11)$$

其中,初始状态数据可利用 Hilbert 信号分解算法得到,则初始状态数据期望值 $M_{1,t}$ 可由数据的均值近似得到; $G_1 = \left[\frac{\partial g(\theta_{i,t})}{\partial \theta_{i,t}} \right]_{\theta_{i,t}=M_{1,t}}$ 为已知项,且与 $\theta_{i,t}$ 无关; $o(\theta_{i,t} - M_{1,t})$ 为 $g(\theta_i)$ 在 $M_{1,t}$ 处展开的高阶项。公式(11)可进一步改写为:

$$\theta_{i,t+1} - \theta_{i,t} = \beta_{i,t} + o(\theta_{i,t} - M_{1,t}) \quad (12)$$

式中 $\theta_{i,t+1} - \theta_{i,t}$ 为状态数据的一阶差分; $\beta_{i,t} = g(M_{1,t}) - G_1 \cdot M_{1,t} + (G_1 - 1)\theta_{i,t}$ 。通过公式(11)和(12)可以看出,状态 $t+1$ 时刻的状态变量 $\theta_{i,t+1}$ 不仅和前一时刻的 $\theta_{i,t}$ 有关,也可能与状态数据的一阶差分变量 $\beta_{i,t}$ 有关。考虑 $\beta_{i,t}$ 只与前一时刻的一阶差分变量 $\beta_{i,t-1}$ 有关,并忽略公式(11)和(12)中的高阶项,桥梁单分量极值应力的 Hilbert 动态线性状态方程可表示为:

$$\begin{pmatrix} \theta_{i,t+1} \\ \beta_{i,t+1} \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} \theta_{i,t} \\ \beta_{i,t} \end{pmatrix} + w_{t+1}, \quad w_{t+1} \sim N(0, W_{t+1}) \quad (13)$$

式中 $G = \begin{pmatrix} G_1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $w_{t+1} = \begin{pmatrix} w_{1,t+1} \\ w_{2,t+1} \end{pmatrix}$, $W_{t+1} = \begin{pmatrix} W_{1,t+1} & W_{3,t+1} \\ W_{3,t+1} & W_{2,t+1} \end{pmatrix}$ 。 w_{t+1} 为 $t+1$ 时刻状态方程的状态误差,其分布服从期望为 0 的正态分布,方差为 W_{t+1} 。

模型误差方差 W_{t+1} 无法直接从状态数据中得到,可根据初始状态数据的方差 C_i 近似计算得到^[21]:

$$W_{t+1} = \left(\frac{1 - \delta}{\delta} \right) G C_i G^T \quad (14)$$

式中 δ 为折扣因子,取值范围为 0.95~0.98。折扣因子 δ 对预测精度影响很大,选择合适的 δ 能够使贝叶斯动态线性模型的预测精度快速收敛^[15]。状态变量以及状态一阶差分量的方差矩阵 C_i 可表示为:

$$C_i = \begin{pmatrix} C_{1,t} & C_{3,t} \\ C_{3,t} & C_{2,t} \end{pmatrix} \quad (15)$$

其中,方差矩阵中对角元素 $C_{1,t}$, $C_{2,t}$ 可分别通过计算初始状态数据以及初始状态一阶差分数据的方差获得。 $\theta_{i,t}$ 与 $\beta_{i,t}$ 的协方差 $C_{3,t}$ 可由下式近似得到:

$$C_{3,t} = E(\theta_{i,t} \cdot \beta_{i,t}) - M_{1,t} \cdot M_{2,t} \quad (16)$$

式中 $M_{2,t}$ 为初始状态数据一阶差分结果的期望值,可由数据的均值近似得到。

利用监测数据以及状态变量 $\theta_{i,t+1}$, 可得到单分量极值应力的 Hilbert 动态线性模型中的监测方程。假设监测值与状态变量呈线性关系,并考虑监测误差的影响,监测方程可表示为:

$$y_{i,t+1} = \theta_{i,t+1} + v_{t+1}, \quad v_{t+1} \sim N(0, V_{t+1}) \quad (17)$$

式中 $y_{i,t+1}$ 为 $t+1$ 时刻单分量极值应力监测值; v_{t+1} 为监测误差并假设监测误差服从期望为 0, 方差为 V_{t+1} 的正态分布。根据公式(17)可知,对单分量极值应力 $y_{i,t}$ 与状态数据 $\theta_{i,t}$ 之间的差值进行统计分析,可近似得到监测误差的方差 V_{t+1} 。

结合公式(11),(15)和(16), t 时刻以及 t 时刻之

前初始状态信息的后验概率分布可整理为:

$$\begin{pmatrix} \theta_{i,t} \\ \beta_{i,t} \end{pmatrix} \Big| D_t = (\theta_{i,t} \Big| D_t) \sim N(M_t, C_t) \quad (18)$$

式中 $\theta_{i,t}$ 为状态变量向量; $M_t = \begin{pmatrix} M_{1,t} \\ M_{2,t} \end{pmatrix}$, M_t 为状态变量和状态一阶差分量的期望向量; D_t 表示 t 以及 t 时刻之前监测数据的信息集合,包括 t 时刻的监测数值 $y_{i,t}$, $t-1$ 以及 $t-1$ 时刻之前的 M_{t-1} 和 C_{t-1} 。

3 HDLM 的贝叶斯概率递推

在建立单分量极值应力的 HDLM 之后,结合贝叶斯方法可得到 BHDLM。根据 t 时刻状态变量 $\theta_{i,t}$ 的后验分布可对 $t+1$ 时刻的极值应力 $y_{i,t+1}$ 进行预测。再利用贝叶斯方法以及实际监测数据对模型中 $t+1$ 时刻的状态变量后验分布 $\theta_{i,t+1}$ 概率进行修正,使得下一时刻的预测结果更加合理。这样,随着模型中的参数不断更新, BHDLM 即可实现对单分量极值应力的动态预测并且精度不断提高。模型的概率递推过程如图 2 所示。

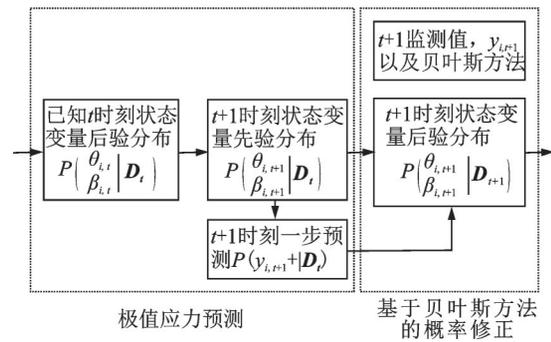


图 2 BHDLM 的概率递推过程

Fig. 2 The probability recursive process of BHDLM

BHDLM 递推过程中参数更新如下所示^[19-22,27]:

(1) $t+1$ 时刻的状态变量先验概率密度分布

结合公式(18)给出了状态变量 $\theta_{i,t}$ 在 t 时刻的后验概率密度分布。根据状态方程可得到 $t+1$ 时刻的 $\theta_{i,t+1}$ 和 $\beta_{i,t+1}$ 先验概率密度分布,表示为:

$$P(\theta_{i,t+1} \Big| D_t) = P(\theta_{i,t+1} \Big| \theta_{i,t}) P(\theta_{i,t} \Big| D_t) d\theta_{i,t} \quad (19)$$

简化可得:

$$(\theta_{i,t+1} \Big| D_t) \sim N(a_{t+1}, R_{t+1}) \quad (20)$$

式中

$$a_{t+1} = \begin{pmatrix} M_{1,t} + M_{2,t} \\ M_{2,t} \end{pmatrix}, R_{t+1} = \begin{pmatrix} R_{1,t+1} & R_{3,t+1} \\ R_{3,t+1} & R_{2,t+1} \end{pmatrix}。$$

其中, $R_{1,t+1} = C_{1,t} + 2C_{3,t} + C_{2,t} + W_{1,t+1}$, $R_{2,t+1} = C_{2,t} + W_{2,t+1}$, $R_{3,t+1} = C_{3,t} + C_{2,t} + W_{3,t+1}$ 。

(2) $t+1$ 时刻监测变量的一步向前预测概率密

度分布 $P(y_{i,t+1}|D_i)$

结合状态变量的先验概率 $P(\theta_{i,t+1}|D_i)$ 以及监测方程,即可得到监测变量一步向前预测概率密度:

$$P(y_{i,t+1}|D_i) = \int P(\theta_{i,t+1}|D_i)P(y_{i,t+1}|\theta_{i,t+1})d\theta_{i,t+1} \quad (21)$$

简化可得监测变量概率密度:

$$(y_{i,t+1}|D_i) \sim N(f_{t+1}, Q_{t+1}) \quad (22)$$

式中 预测值 $f_{t+1} = a_{t+1}(1, 1)$; 预测方差 $Q_{t+1} = R_{t+1}(1, 1) + V_{t+1}$ 。而预测方差的倒数 Q_{t+1}^{-1} 则为 BHDLM 的预测精度^[21]。

(3) $t+1$ 时刻的状态变量后验概率密度分布 $P(\theta_{t+1}|D_{t+1})$

当已知 $t+1$ 时刻的监测值 Y_{t+1} 后,结合公式(20)和(22)以及贝叶斯方法, $t+1$ 时刻的状态变量 θ_{t+1} 后验概率密度分布可表示为:

$$P(\theta_{i,t+1}|D_{t+1}) = \frac{P(\theta_{i,t+1}|D_i)P(y_{i,t+1}|\theta_{i,t+1})}{P(y_{i,t+1}|D_i)} \quad (23)$$

简化可得:

$$(\theta_{i,t+1}|D_{t+1}) \sim N(M_{t+1}, C_{t+1}) \quad (24)$$

式中 期望向量 M_{t+1} 中 $M_{1,t+1} = a_{t+1}(1, 1) + A_{1,t+1} \cdot e_{t+1}$, $M_{2,t+1} = a_{t+1}(1, 2) + A_{2,t+1} \cdot e_{t+1}$, 其中,适应性系数 $A_{1,t+1} = R_{t+1}(1, 1)/Q_{t+1}$, $A_{2,t+1} = R_{t+1}(1, 2)/Q_{t+1}$, 一步预测误差 $e_{t+1} = y_{i,t+1} - f_{t+1}$; 方差矩阵 C_{t+1} 中 $C_{1,t+1} = A_{1,t+1} \cdot V_{t+1}$, $C_{2,t+1} = R_{t+1}(2, 2) - A_{2,t+1} \cdot R_{t+1}(1, 2)$, $C_{3,t+1} = A_{2,t+1} \cdot V_{t+1}$ 。

4 实桥分析

派河大桥主桥上部结构为飞燕式钢箱拱桥,跨径组合为 54 m + 130 m + 54 m。拱圈和钢梁采用 Q345D 钢材,弹性模量为 206 GPa。为了全面监测桥梁在运营期间的极值应力应变,全桥共选取 5 个关键截面布置了 32 个应变传感器,应变监测截面布置图如图 3 所示。其中,钢纵梁的应变传感器安装在钢纵梁内部,每个截面安装 4 个传感器。为了了解拱脚处钢纵梁的应力状态,定义每小时监测最大应力为桥梁耦合极值应力 Y_t ,并提取了 12#墩附近 2-2 截面 Sx9~Sx12 监测点一年(共 8571 h)的历史监测数据。其中,2-2 截面钢纵梁应力监测点布置如图 4 所示。

4.1 基于 BHDLM 的桥梁耦合极值应力分析

为了验证本文所提方法的有效性,现选取 Sx12 测点历史监测数据中前 3000 h 作为建模数据,建立各阶单分量极值应力的 HDLM。再利用建立的模

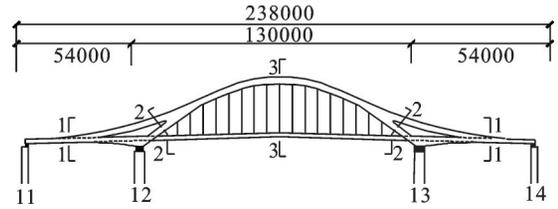


图3 应力监测截面布置图(单位:mm)

Fig. 3 The layout diagram of stress monitored section (Unit: mm)

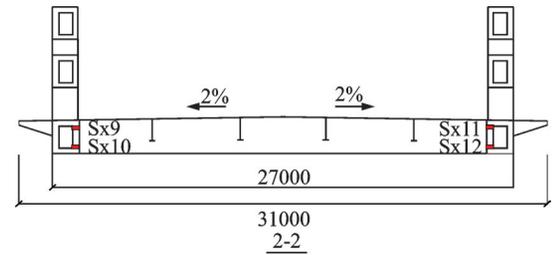


图4 2-2截面应力测点布置图(单位:mm)

Fig. 4 The stress measure point layout diagram for 2-2 section (Unit: mm)

型以及贝叶斯方法,对剩余 5572 h 的极值应力进行动态预测。其中, Sx12 测点采集的历史监测数据如图 5 所示。

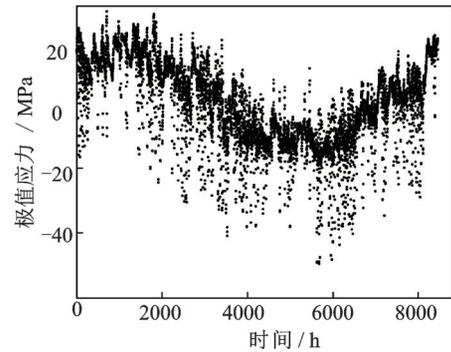


图5 Sx12应力测点采集的极值应力数据

Fig. 5 The extreme stress data collected by Sx12 stress measure point

对建模数据进行傅里叶变换,结果如图 6 所示。从图 6 中可以看出,历史监测数据是多模态响应耦合的数据。

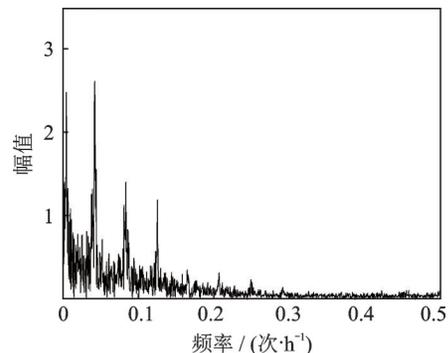


图6 Sx12测点极值应力数据的傅里叶谱图

Fig. 6 The Fourier spectrum of the extreme stress data of the Sx12 measure point

结合傅里叶分析结果和 Hilbert 信号分解算法对前 3000 h 耦合极值应力进行解耦, 可得到 4 个具有单一频率的单分量成分 $y_{i,t}$ ($i=1,2,3,4$)。基于公

$$\begin{cases} \theta_{1,t} = 14.331\sin(0.000728t + 0.854) \\ \theta_{2,t} = [5.139 + 1.593\sin(0.00162t - 0.241)]\cos(0.266t) \\ \theta_{3,t} = [3.594 + 1.231\sin(0.00173t - 0.355)]\cos(0.525t) \\ \theta_{4,t} = [2.540 + 0.966\sin(0.00171t - 0.150)]\cos(0.787t) \end{cases} \quad (25)$$

首先, 基于 $y_{1,t}$ 以及 $\theta_{1,t}$, 对桥梁耦合极值应力中的一阶单分量应力数据进行预测。根据 $\theta_{1,t}$ 的回归公式可得 $\theta_{1,t+1}$:

$$\begin{aligned} \theta_{1,t+1} &= g(\theta_{1,t}) = 14.331 \cdot \\ &\sin[0.000728(t+1) + 0.854] \end{aligned} \quad (26)$$

则基于公式(25), (26)和(12)可知, $\theta_{1,t} \approx \theta_{1,t+1}$, 即可认为 $\theta_{1,t+1}$ 仅和前一时刻的 $\theta_{1,t}$ 有关, 与状态数据的一阶差分变量 $\beta_{1,t}$ 无关, 且 $G_1 = \left[\frac{\partial g(\theta_{1,t})}{\partial \theta_{1,t}} \right]_{\theta_{1,t}=M_{1,t}} = 1$ 。其中, 监测应力和初始状态信息如图 7 所示。

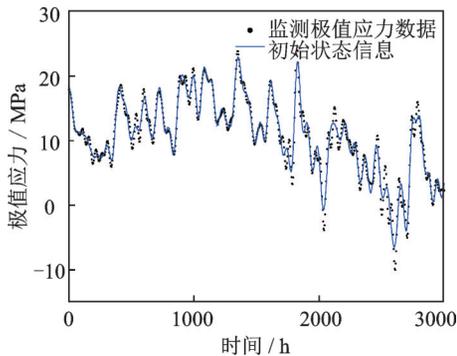


图7 第一阶解耦应力数据以及初始状态信息

Fig. 7 The first order decoupled stress data and initial state information

则初始状态信息为:

$$(\theta_{1,t} | D_t) \sim N(10.715, 1.124) \quad (27)$$

则根据公式(13), 状态方程可简化为:

$$\theta_{1,t+1} = \theta_{1,t} + w_{t+1}, \quad w_{t+1} \sim N(0, 1.807) \quad (28)$$

其中, 折扣因子 δ 的取值为 0.95。监测方程为:

$$y_{1,t+1} = \theta_{1,t+1} + v_{t+1}, \quad v_{t+1} \sim N(0, 1.786) \quad (29)$$

在得到 0~2999 h 监测数据的动态线性模型后, 结合公式(19)~(24), 可对 3000~8573 h 的数据进行动态预测, 一步预测结果以及预测精度分别如图

$$\begin{aligned} \theta_{2,t+1} &= g(\theta_{2,t}) = \{5.139 + 1.593\sin[0.00162(t+1) - 0.241]\} \cos[0.266(t+1)] \approx \\ &\theta_{2,t} + 0.265 \cdot \{5.139 + 1.593\sin[0.00162(t+1) - 0.241]\} \sin(0.266t + 0.132) \end{aligned} \quad (30)$$

基于公式(25), (30)和(12)可知, 监测方程中 $\theta_{2,t+1}$ 与前一时刻的 $\theta_{2,t}$ 和状态数据的一阶差分变量 $\beta_{2,t}$ 有关。利用差分计算可得状态变量转移矩阵中

式(3)~(9), 分别对 $y_{i,t}$ 进行解调, 即可得到单分量极值应力的状态数据回归函数 $\theta_{i,t}$ ($i=1,2,3,4$)。解调结果为:

8和9所示。从图8的预测结果中可以看出, 第一阶单分量极值应力的预测值与监测数据近似相等, 证明本文所提模型预测效果较好。而结合图9的预测精度结果可以看出, 预测应力区间可以包含所有的监测应力数据, 随着单分量极值应力数据的远程更新, 精度越来越高并最终趋于稳定, 说明本文所提模型的合理性。

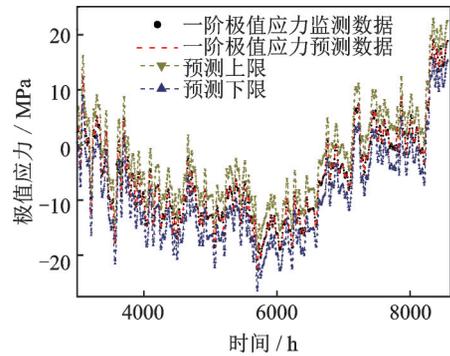


图8 第一阶解耦极值应力数据预测结果

Fig. 8 The predicted results of the first order decoupled extreme stress data

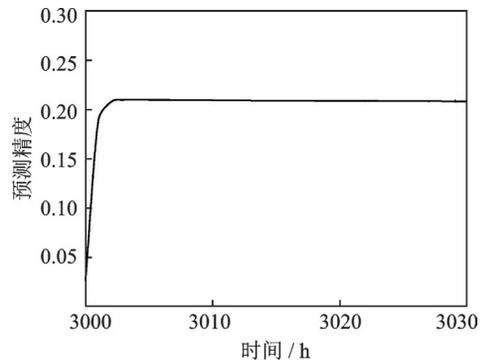


图9 BHDLM的预测精度

Fig. 9 The prediction precision of BHDLM

同样的, 基于 $y_{2,t}$ 以及 $\theta_{2,t}$, 对桥梁耦合极值应力中的二阶单分量应力数据进行预测。根据 $\theta_{2,t}$ 的回归公式可得 $\theta_{2,t+1}$:

$$G_1 = \left[\frac{\partial g(\theta_{2,t})}{\partial \theta_{2,t}} \right]_{\theta_{2,t}=M_{2,t}} = 1。其中, 监测应力和初始$$

状态信息如图 10 所示, 初始状态信息的一阶差分

如图11所示。

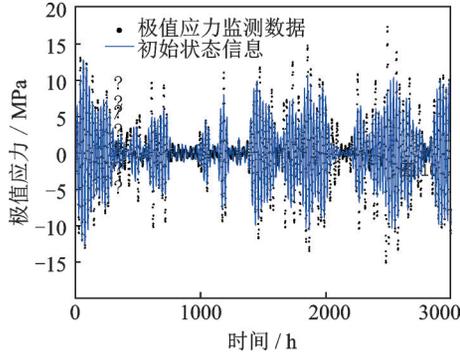


图10 第二阶解耦应力数据以及初始状态信息

Fig. 10 The second order decoupled stress data and initial state information

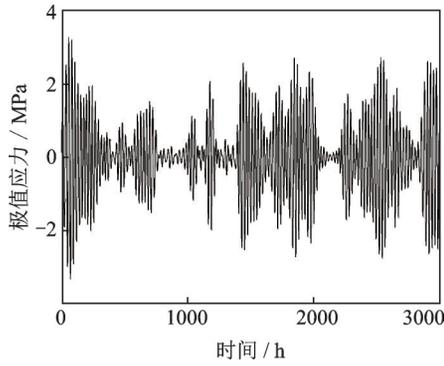


图11 初始状态信息的一阶差分

Fig. 11 The first order differential data of initial state information

则根据图10和11,初始状态信息可表示为:

$$(\theta_{2,t} | D_t) \sim N(M_t, C_t) \quad (31)$$

其中

$$M_t = \begin{pmatrix} -1.058 \\ -0.137 \end{pmatrix}, C_t = \begin{pmatrix} 1.912 & 0.337 \\ 0.337 & 0.290 \end{pmatrix}.$$

而根据公式(13),状态方程为:

$$\begin{pmatrix} \theta_{2,t+1} \\ \beta_{2,t+1} \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} \theta_{2,t} \\ \beta_{2,t} \end{pmatrix} + w_{t+1}, \quad w_{t+1} \sim N(0, W_{t+1}) \quad (32)$$

其中,折扣因子 δ 的取值范围为 0.95,

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, W_{t+1} = \begin{pmatrix} 0.844 & 0.029 \\ 0.029 & 0.056 \end{pmatrix}.$$

监测方程为:

$$y_{2,t+1} = \theta_{2,t+1} + v_{t+1}, \quad v_{t+1} \sim N(0, 3.933) \quad (33)$$

利用贝叶斯方法,对3000~8572 h的数据进行动态预测,预测结果如图12所示,预测值与监测值接近,预测效果较好。预测精度如图13所示,随着数据的更新,预测精度趋于稳定。

将第3和4阶单分量极值应力数据按上述步骤进行动态预测,则桥梁耦合极值应力即为各阶单分量极值应力动态预测值相加,预测结果如图14所示。

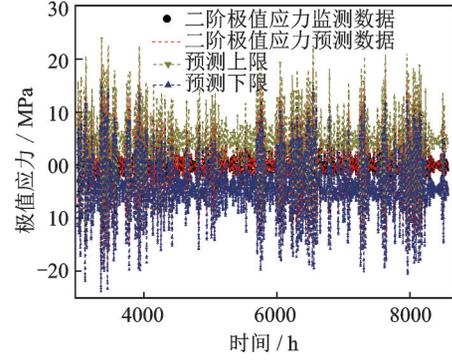


图12 第二阶解耦极值应力数据预测结果

Fig. 12 The predicted results of the second order decoupled extreme stress data

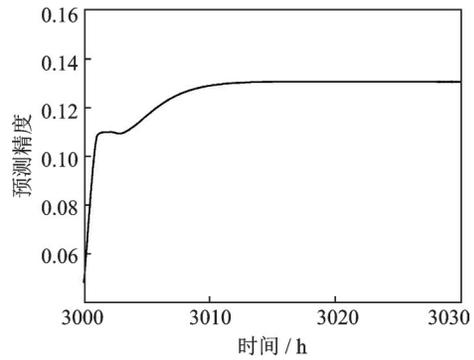


图13 BHDLM的预测精度

Fig. 13 The prediction precision of BHDLM

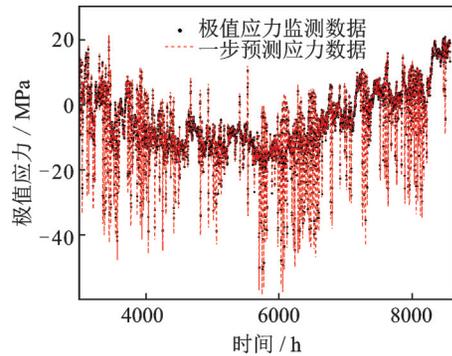


图14 Sx12测点桥梁耦合极值应力预测结果

Fig. 14 The predicted results of bridge coupled extreme stress of the Sx12 measure point

按照上述流程,利用BHDLM可进一步得到Sx9,Sx10和Sx11这3个测点3000 h以后的桥梁耦合极值应力动态预测结果,预测结果如图15~17所示。可以看出,耦合后的极值应力动态预测值与实际监测值接近,说明了本文所提方法能够较好地预测桥梁耦合极值应力。

4.2 耦合极值应力预测准确度对比分析

为了验证BHDLM的在预测桥梁耦合极值应力方面的优越性,本文利用贝叶斯动态线性模型(Bayesian Dynamic Linear Model, BDLM)对Sx12

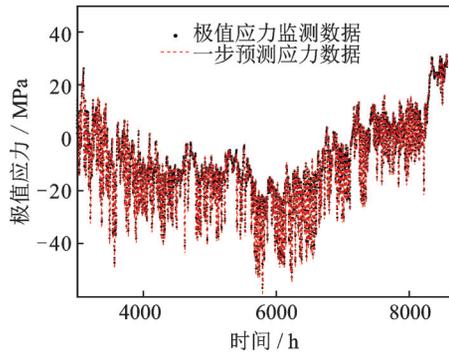


图 15 Sx9测点桥梁耦合极值应力预测结果

Fig. 15 The predicted results of bridge coupled extreme stress of the Sx9 measure point

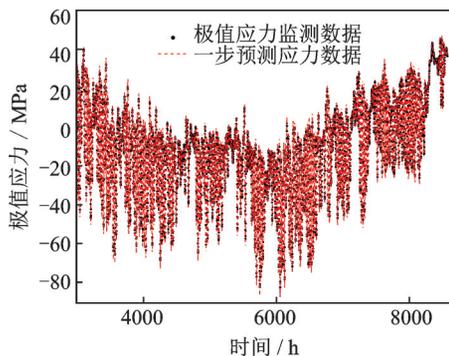


图 16 Sx10测点桥梁耦合极值应力预测结果

Fig. 16 The predicted results of bridge coupled extreme stress of the Sx10 measure point

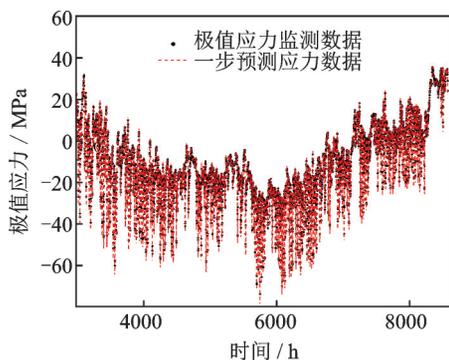


图 17 Sx11测点桥梁耦合极值应力预测结果

Fig. 17 The predicted results of bridge coupled extreme stress of the Sx11 measure point

测点处的极值应力进行了动态预测。同时,采用均方根误差(Root Mean Squared Error, RMSE)作为模型预测准确度指标,用于模型预测准确度的比较分析。其中,预测准确度指标 $RMSE$ 可表示为:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{5572} \sum_{t=3000}^{8571} (u_{y,t} - Y_t)^2} \quad (34)$$

式中 $u_{y,t}$ 为桥梁耦合极值应力预测值; Y_t 为桥梁耦合极值应力监测值。

BDLM 预测结果如图 18 所示。根据图 18 的预测结果并结合公式(34),可得 BDLM 预测准确度指标 $RMSE$ 为 2.59。而利用本文提出的 BHDLM 进

行动态预测时,模型预测准确度指标 $RMSE$ 则为 1.60。证明了本文所提方法相比于 BDLM 具有更高的预测准确度,更具优越性。

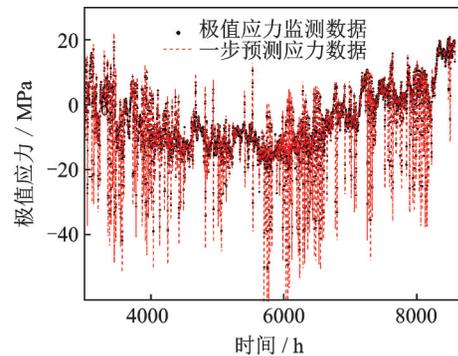


图 18 利用 BDLM 得到的桥梁耦合极值应力预测结果

Fig. 18 The predicted results of bridge coupled extreme stress by using BDLM

5 结 论

桥梁耦合极值应力可视为有限多个单分量极值应力的累加。在考虑到单分量极值应力周期性、随机性等数据特点的情况下,提出了单分量极值应力的 BHDLM。通过对单分量极值应力的动态预测,进而可得到桥梁耦合极值应力的预测结果。最后,利用派河大桥一年的实际监测数据进行分析验证,得到如下结论:

(1)通过 Hilbert 信号分解及解调技术可对桥梁耦合极值应力数据进行解耦,并建立各阶单分量极值应力数据的 HDLM。

(2)基于解耦得到的单分量极值应力数据以及 BHDLM,可对单分量极值应力进行合理预测,预测精度随着模型参数的更新不断提升。

(3)桥梁耦合极值应力的最终预测结果与监测数据基本一致,具有较好的预测准确度。验证了本文提出方法在实际工程中的可行性与有效性。

参考文献:

- [1] 鲍跃全,李惠. 人工智能时代的土木工程[J]. 土木工程学报, 2019, 52(5): 1-11.
Bao Yuequan, Li Hui. Artificial intelligence for civil engineering [J]. China Civil Engineering Journal, 2019, 52(5): 1-11.
- [2] 孙利民,尚志强,夏烨. 大数据背景下的桥梁结构健康监测研究现状与展望[J]. 中国公路学报, 2019, 32(11): 1-20.
Sun Limin, Shang Zhiqiang, Xia Ye. Development and prospect of bridge structural health monitoring in the

- context of big data[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2019, 32(11): 1-20.
- [3] Zhao H W, Ding Y L, Li A Q, et al. Live-load strain evaluation of the prestressed concrete box-girder bridge using deep learning and clustering[J]. *Structural Health Monitoring*, 2019, 19(4): 1051-1063.
- [4] Hu X Y, Wang B W, Ji H. A wireless sensor network-based structural health monitoring system for highway bridges [J]. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2013, 28(3): 193-209.
- [5] Tang Z Y, Chen Z C, Bao Y Q, et al. Convolutional neural network-based data anomaly detection method using multiple information for structural health monitoring [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2018, 26(1): e2296.
- [6] Tang Z Y, Bao Y Q, Li H. Group sparsity-aware convolutional neural network for continuous missing data recovery of structural health monitoring [J]. *Structural Health Monitoring*, 2020, 20(4): 1-22.
- [7] Ye X W, Liu T, Ni Y Q. Probabilistic corrosion fatigue life assessment of a suspension bridge instrumented with long-term structural health monitoring system [J]. *Advances in Structural Engineering*, 2017, 20 (5) : 674-681.
- [8] Wu B T, Wu G, Yang C Q, et al. Damage identification method for continuous girder bridges based on spatially-distributed long-gauge strain sensing under moving loads[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 104: 415-435.
- [9] Zhu Y J, Ni Y Q, Jin H, et al. A temperature-driven MPCA method for structural anomaly detection[J]. *Engineering Structures*, 2019, 190: 447-458.
- [10] Zhao H W, Ding Y L, Li A Q, et al. Digital modeling on the nonlinear mapping between multi-source monitoring data of in-service bridges[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2020, 27(11): e2618.
- [11] Wang T, Celik O, Catbas F N, et al. A frequency and spatial domain decomposition method for operational strain modal analysis and its application[J]. *Engineering Structures*, 2016, 114: 104-112.
- [12] 冯海月, 伊廷华, 陈斌. 采用广义 Pareto 分布进行车辆荷载效应极值估计的研究[J]. *振动与冲击*, 2015, 34(15): 7-11.
Feng Haiyue, Yi Tinghua, Chen Bin. Extreme estimation for vehicle load effect based on generalized Pareto distribution[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2015, 34(15): 7-11.
- [13] 阳霞, 张静, 任伟新, 等. 车辆荷载作用下桥梁应变极值估计的阈值选取[J]. *应用数学和力学*, 2017, 38(5): 503-512.
Yang Xia, Zhang Jing, Ren Weixin, et al. Threshold selection for the extreme value estimation of bridge strain under vehicle load [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, 38(5): 503-512.
- [14] 阳霞, 任伟新, 张静, 等. 在役桥梁动应变长期监测数据的极值估计[J]. *铁道学报*, 2017, 39(11): 97-102.
Yang Xia, Ren Weixin, Zhang Jing, et al. Extreme-value estimation of dynamic strain of bridge in service based on long-term monitoring [J]. *Journal of the China Railway Society*, 2017, 39(11): 97-102.
- [15] Fan X P, Liu Y F. Use of monitored daily extreme stress data for performance prediction of steel bridges: dynamic linear models and Gaussian mixed particle filter [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 121(1): 841-855.
- [16] Goulet J A. Bayesian dynamic linear models for structural health monitoring [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2017, 24(2): e2035.
- [17] Zhang Y M, Wang H, Bai Y, et al. Switching Bayesian dynamic linear model for condition assessment of bridge expansion joints using structural health monitoring data [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 160(5): 107879.
- [18] Wang Y W, Ni Y Q. Bayesian dynamic forecasting of structural strain response using structural health monitoring data [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2020, 27(8): e2575.
- [19] Ni Y Q, Chen R. Strain monitoring based bridge reliability assessment using parametric Bayesian mixture model [J]. *Engineering Structures*, 2021, 226 (8) : 111406.
- [20] Liu Y F, Fan X P. Bayesian prediction of bridge extreme stresses based on DLTM and monitoring coupled data [J]. *Structural Health Monitoring*, 2020, 19(2) : 454-462.
- [21] 樊学平, 尚志鹏, 刘月飞. 桥梁极值应力的贝叶斯动态耦合线性预测[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2020, 48(3): 349-357.
Fan Xueping, Shang Zhipeng, Liu Yuefei. Bayesian dynamic coupled linear prediction of bridge extreme stresses [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2020, 48(3): 349-357.
- [22] 樊学平, 屈广, 刘月飞. 基于贝叶斯傅里叶动态模型的桥梁极值应力预测[J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2019, 46(5): 39-44.
Fan X P, Qu G, Liu Y F. Bridge extreme stress prediction based on Bayesian Fourier dynamic models [J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2019, 46(5): 39-44.
- [23] Wang Z C, Chen G D. Analytical mode decomposition of time series with decaying amplitudes and overlapping instantaneous frequencies [J]. *Smart Materials and*

- Structures, 2013, 22(9): 95003.
- [24] Wang Z C, Xin Y, Xing J F, et al. Hilbert low-pass filter of non-stationary time sequence using analytical mode decomposition [J]. Journal of Vibration and Control, 2017, 23(15): 2444-2469.
- [25] Wang Z C, Ge B, Ren W X, et al. Discrete analytical mode decomposition with automatic bisecting frequency selection for structural dynamic response analysis and modal identification [J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 484: 115520.
- [26] 后军军, 王佐才, 任伟新. 结构动力响应扩展离散解析模式分解的截止频率优化选取方法 [J]. 振动工程学报, 2018, 31(3): 365-373.
- Hou Junjun, Wang Zuocai, Ren Weixin. Cut-off frequency selection based on extended discrete analytical mode decomposition of structural dynamic responses [J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(3): 365-373.
- [27] Ge B, Wang Z C, Ding Y J, et al. Hilbert square demodulation and error mitigation of the measured nonlinear structural dynamic response [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 160(6): 107935.
- [28] Liu Y F, Fan X P. A data assimilation method about Bayesian Fourier dynamic linear prediction of extreme stresses for steel bridges [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 128: 82-92.

Bayesian dynamic prediction of bridge coupled extreme stresses

GE Bi¹, WANG Zuo-cai^{1,2}, XIN Yu^{1,3}, LI Shu⁴, DING Ya-jie¹, SUN Xiao-tong¹

(1.College of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;

2.Anhui Province Engineering Research Center for Civil Engineering Disaster Prevention and Mitigation, Hefei 230009, China;

3.Anhui Province Infrastructure Safety Inspection and Monitoring Engineering Laboratory, Hefei 230009, China;

4.Hefei Institute for Public Safety Research, Tsinghua University, Hefei 230601, China)

Abstract: To predict the bridge coupled extreme stress more reasonably, the bridge monitoring extreme stresses are regarded as the multi-component signals coupled with multi-modal responses. Based on the advantages of Hilbert signal decomposition and Hilbert square demodulation (HSD) technology in terms of the demodulation of multi-component signals, the Bayesian Hilbert Dynamic Linear Model (BHDL) is proposed for the dynamic prediction of bridge extreme stress. The monitoring extreme stresses are decoupled into several mono-component extreme stresses by the Hilbert signal decomposition technique. The Hilbert Dynamic Linear Model (HDLM) of each mono-component extreme stress is developed by the HSD subsequently. Based on the mono-component extreme stress and the Bayesian method, the probability recursive processes of HDLM are introduced to dynamically predict the mono-component extreme stresses. Once the dynamic prediction of the mono-component extreme stresses is realized, the bridge coupled extreme stress data can be further obtained successfully. The validity of the proposed model is verified by the monitoring data of a bridge in service. The results show that the proposed HDLM based on the decoupled mono-component extreme stress can take account of the periodicity, randomness of the monitoring data despite the simple process of HDLM, and can be used to dynamically predict the bridge extreme stresses with Bayesian method.

Key words: dynamic prediction; Bayesian Hilbert dynamic linear model; bridge coupled extreme stress; mono-component extreme stress; Hilbert square demodulation

作者简介: 戈壁(1990—),男,博士研究生。电话:(0551)62901461; E-mail: gebi@mail.hfut.edu.cn。

通讯作者: 王佐才(1982—),男,博士,教授。电话:(0551)62901461; E-mail: wangzuocai@hfut.edu.cn。