

# 含轴承倾斜不对中的行星轮系-转子系统 动态特性研究

王鹏飞<sup>1</sup>, 徐宏阳<sup>1</sup>, 马辉<sup>1,2</sup>, 杨阳<sup>3</sup>

(1. 东北大学机械工程与自动化学院, 辽宁 沈阳 110819;  
2. 东北大学航空动力装备振动及控制教育部重点实验室, 辽宁 沈阳 110819;  
3. 中国北方车辆研究所, 北京 100072)

**摘要:** 针对某履带车辆汇流行星排传动系统支撑轴承存在的安装不对中问题, 建立了含轴承倾斜不对中的行星轮系-转子系统动力学方程。理论推导了可考虑球轴承分别处于内/外圈倾斜不对中故障条件下的轴承力模型。将该模型与行星轮系集中质量模型以及转子有限元模型耦合, 得到了行星排传动系统动力学模型。分析了轴承不对中对系统动态特性的影响, 并讨论了滚道曲率半径和轴承间隙等参数对系统动力学特性的演变规律。结果表明, 倾斜不对中使轴承接触力急剧增大; 接触角、接触刚度、轴承间隙产生周期性波动; 变柔度振动频率幅值增大, 系统振幅降低。提高滚道曲率半径和轴承初始间隙会增大变柔度振动。但适当选择较大的轴承间隙, 可抵消轴承安装不对中造成的不利影响。

**关键词:** 转子动力学; 行星轮系-转子系统; 轴承不对中; 滚动轴承; 动力学特性

**中图分类号:** O347.6; TH113.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)01-0116-12

**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.01.013

## 引言

齿轮、轴承、转子系统作为旋转机械的重要组成部分, 被广泛应用于人类社会的交通部门和工业生产部门当中。然而, 由于加工与装配不当、运行时载荷或温度变化等原因, 导致旋转机械设备经常出现不对中故障。据统计, 旋转机械不对中故障可占转子系统故障的 70%, 仅次于转子不平衡故障<sup>[1]</sup>。旋转机械不对中按照故障发生的位置可以分为联轴器不对中与轴承不对中两大类。其中轴承不对中故障会增大滚珠与滚道之间的接触应力, 轴承运行温度升高, 缩短其使用寿命, 严重时甚至导致轴承烧毁、保持架断裂故障, 使轴承提前失效。

在有关于轴承不对中问题的研究中, Harris 等<sup>[2]</sup>将滚动轴承不对中进一步分为支承不同轴、轴承外圈倾斜、轴承内圈倾斜和轴变形 4 类。Berkovich<sup>[3]</sup>在试验研究中发现当套圈相对偏斜角从 0 增加到 53' 时, 保持架的动态应力由 0.54~0.81 MPa 激增至 20 MPa 以上。在国内, 徐锐等<sup>[4]</sup>针对某型航空发动机地面台架试车故障进行分析, 结果发现轴承失效的首断件为保持架, 发动机装配后的轴承偏斜是导致轴承失效的主因。Zhang 等<sup>[5]</sup>提出了一种改进角

接触球轴承准静态模型, 发现在轴向载荷作用下, 套圈倾斜不对中会降低轴承疲劳寿命和轴向刚度; 而在组合载荷作用下, 一定的不对中量可以改善轴承载荷分布和疲劳寿命。易均等<sup>[6]</sup>推导了角接触球轴承外圈发生绕垂直方向歪斜时的非线性轴承力简易表达式, 讨论了轴承歪斜对系统全局非线性稳定性和振动特性的影响。

轴承-转子系统在考虑行星齿轮箱后, 由于其增加了系统的惯性、质量、刚度、阻尼和陀螺力矩, 对轴承-转子系统的振动特性有很大的影响<sup>[7]</sup>。例如, 文献[8-9]研究了以齿轮传动涡扇发动机(GTF)为代表的行星轮系-轴承-转子系统振动特性。Wang 等<sup>[8]</sup>引入滚动轴承力模型, 建立了考虑时变啮合刚度、齿面摩擦、传动误差、齿侧间隙和轴承间隙的直齿行星轮系-转子-滚动轴承系统的非线性动力学模型, 发现增大摩擦系数使系统经历倍周期、拟周期乃至混沌运动, 频率成分由以齿轮啮合频率为主转变为轴承频率为主。Wang 等<sup>[9]</sup>又考虑行星轮系啮合相位关系, 建立了多轴承支撑的人字行星轮系-转子系统动力学方程, 讨论了轴承安装位置对行星轮系均载特性的影响。文献[10-11]分析了轴承间隙和轴承缺陷故障对行星轮系振动特性的影响。

目前相较于对滚动轴承缺陷故障以及联轴器不

对中故障方面的研究而言,对滚动轴承不对中方面的研究还相对较少。文献[12]也进一步指出滚动轴承不对中的动力学研究尚属空白。而且轴承不对中对行星轮系-转子系统振动特性的影响更是鲜有报道。本文基于现有理论研究的不足,提出了一种轴承分别处于内/外套圈安装倾斜不对中情况下的非线性轴承力模型,并以某型履带车辆汇流行星排传动系统为研究对象,研究了轴承间隙、滚道曲率半径等参数对含有轴承倾斜不对中的系统动态特性演变规律。结果可为轴承不对中问题的故障诊断与识别提供一定依据。

### 1 含轴承不对中的系统动力学模型

图 1 为某履带车辆汇流行星排传动系统结构简图。该系统主要由转子(输入轴-转子 1;输出轴-转子 2)、直齿行星轮系、滚动轴承三大部分组成。其中行星轮系含有 1 个齿圈(R)、1 个太阳轮(S)、5 个行星轮(P1~P5)、1 个行星架(C)。系统结构简图如图 1 所示。输入轴与齿圈、行星架与输出轴均通过花键连接。系统动力的传动路径为:输入轴→齿圈→行星轮→太阳轮和行星架→输出轴。已知齿圈、行星轮、行星架均顺时针旋转,太阳轮不转。该系统由 9 个滚动轴承支撑,其中齿圈(输入轴)、行星架(输出轴)、太阳轮轴处的轴承代号分别为 1~3,输入轴与输出轴之间为轴承 4(该轴承内圈与输入轴配合,轴承外圈与输出轴配合)。除行星轮的轴承(轴承 5~9)为滚针轴承外,其余均采用深沟球轴承。在建模前对系统作适当假设处理:(1)忽略花键等连接结构的影响。(2)将齿圈、太阳轮、行星轮、行星架均看成集中质量点。(3)采用非线性时变的弹簧-阻尼模型模拟各齿轮之间啮合关系;为降低模型复杂程度,系统两侧支撑轴承(轴承 1 和 2)采用非线性轴承力模型模拟;其余各轴承按照线性时不变的弹簧-阻尼来模拟。

行星轮系-轴承-转子系统动力学模型示意图如图 2 所示,采用有限元方法对输入、输出轴进行离散,两个转子各含 12 个轴段,其中输入轴的节点编

号为 1~13,输出轴的节点编号为 20~32。行星轮系中齿圈、太阳轮、行星轮 1~5、行星架的节点编号分别为 10,14~19,21。各轴承节点位置为:轴承 1-节点 10、轴承 2-节点 26、轴承 3-节点 14、轴承 4-节点 12 和 21、轴承 5~9 分别为节点 15~19。

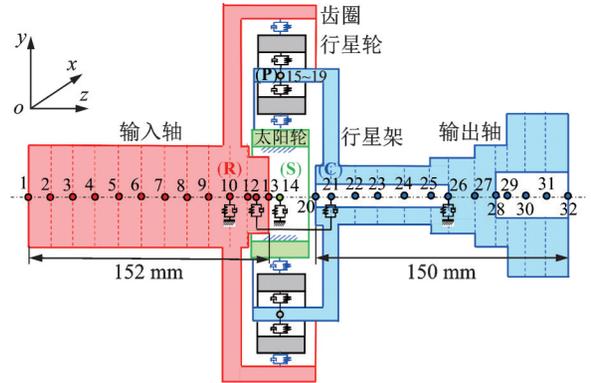


图 2 行星轮系-轴承-转子系统动力学模型  
Fig. 2 Dynamic model of planetary gear-bearing-rotor system

#### 1.1 球轴承倾斜不对中非线性力模型

假设深沟球轴承内圈与转子配合安装,并随转子同转;轴承外圈与轴承座内孔配合安装,外圈固定不转。因此轴承内圈的旋转角速度为 $\omega$ ;该轴承有 $N_b$ 个滚珠,外圈滚道半径为 $R_b$ ,内圈滚道半径为 $r_b$ ;滚珠直径为 $d_b$ ;轴承节径为 $D_b$ ;轴承的初始径向间隙为 $c_0$ 。并假设:(1)轴承中的滚动体在内外滚道之间均匀分布,作纯滚动;(2)轴承仅承受纯径向载荷作用;(3)不考虑润滑油、温度、保持架兜孔间隙以及滚珠离心力等因素的影响。

不失一般性,假设轴承在安装过程中内圈沿 $x$ 轴方向发生了倾斜,倾斜角度为 $\varphi_{ix}$ ,其中第 $j$ 个滚珠所在的角位置为 $\theta_j$ ,滚珠中心位置点为 $O_{bj}$ ,该滚珠所在的外滚道曲率中心轨迹点为 $O_{outj}$ ,对应的内滚道曲率中心轨迹点为 $O_{inj}$ ,几何关系如图 3(a)所示。内圈倾斜后内滚道曲率中心轨迹也随之发生变化,第 $j$ 个滚珠所在相应的内滚道轨迹点变为 $O'_{inj}$ ,滚珠中心点变为 $O'_{bj}$ 。结合图 4(a),不难推出内、外滚道的曲率中心半径分别为 $\overline{OO'_{inj}}$ 和 $\overline{OO'_{outj}}$ ,其模长可以表示为:

$$|\overline{OO'_{inj}}| = r_b + r_{in}, \quad |\overline{OO'_{outj}}| = R_b - r_{out} \quad (1)$$

式中 $r_{in}$ 和 $r_{out}$ 分别为内、外滚道曲率半径。引入内/外滚道曲率半径系数 $f_{i/o}$ ,因此轴承的内/外滚道曲率半径可以表示为它们的曲率半径系数与滚珠直径之积,即 $r_{in} = f_{i/o} d_b, r_{out} = f_{o/o} d_b$ 。

考虑到模型的通用性,进一步假定轴承内圈沿 $y$ 轴方向也存在倾斜不对中,倾斜角度为 $\varphi_{iy}$ ,那么将存在如下几何关系:

$$|\overline{D_{in}O'_{inj}}| = (r_b + r_{in})[\sin \theta_j \sin \varphi_{ix} - \cos \theta_j \sin \varphi_{iy}] \quad (2)$$

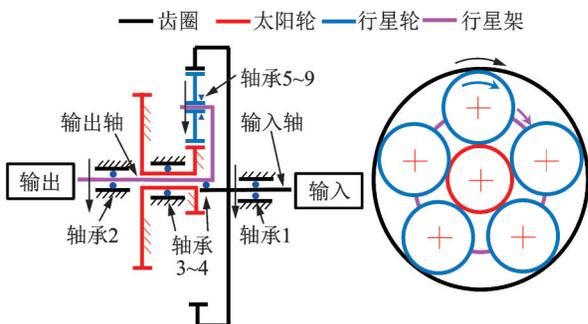


图 1 汇流行星排传动系统结构简图  
Fig. 1 Structure diagram of transmission system of the confluence planetary row

$$\left| \overrightarrow{D_{in}O_{inj}} \right| = (r_b + r_{in}) \sqrt{\sin^2 \theta_j (1 - \cos \varphi_{ir})^2 + \cos^2 \theta_j (1 - \cos \varphi_{iy})^2} \quad (3)$$

$$\left| \overrightarrow{O_{outj}N_{out}} \right| = \left| \overrightarrow{O_{outj}O_{inj}} \right| \cos \theta_j = (r_{in} + r_{out} - d_b - c_0) \cos \theta_j \quad (4)$$

$$\left| \overrightarrow{O_{outj}D_{in}} \right| = \sqrt{\left( \left| \overrightarrow{O_{outj}N_{out}} \right| \right)^2 + \left( \left| \overrightarrow{N_{out}D_{in}} \right| \right)^2} = \left\{ \left[ (r_{in} + r_{out} - d_b - c_0) \cos \theta_j \right]^2 + \left[ (r_{in} + r_{out} - d_b - c_0) \sin \theta_j - (r_b + r_{in}) B_i \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

根据图 3(a) 所示的几何关系, 可得轴承因倾斜不对中所致第  $j$  个滚珠所在的角位置处产生的接触角  $\alpha_{ij}$ , 表示为:

$$\alpha_{ij} = \arctan \left( \frac{\left| \overrightarrow{D_{in}O_{inj}} \right|}{\left| \overrightarrow{O_{outj}D_{in}} \right|} \right) \quad (6)$$

$$\alpha_{ij} = \arctan \left( \frac{(r_b + f_i \times d_b) A_i}{\sqrt{(a_0 - c_0)^2 \cos^2 \theta_j + [(a_0 - c_0) \sin \theta_j - (r_b + f_i \times d_b) B_i]^2}} \right) \quad (8)$$

$$c'_{0ij} = \frac{a_0 - \sqrt{(r_b + f_i \times d_b)^2 A_i^2 + (a_0 - c_0)^2 \cos^2 \theta_j + [(a_0 - c_0) \sin \theta_j - (r_b + f_i \times d_b) B_i]^2}}{\cos \left[ \arctan \left( \frac{(r_b + f_i \times d_b) A_i}{\sqrt{(a_0 - c_0)^2 \cos^2 \theta_j + [(a_0 - c_0) \sin \theta_j - (r_b + f_i \times d_b) B_i]^2}} \right) \right]} \quad (9)$$

在式(5),(8)和(9)中:

$$A_i = \sin \theta_j \sin \varphi_{ir} - \cos \theta_j \sin \varphi_{iy} \quad (10)$$

$$B_i = \sqrt{\sin^2 \theta_j (1 - \cos \varphi_{ir})^2 + \cos^2 \theta_j (1 - \cos \varphi_{iy})^2} \quad (11)$$

同理, 对于轴承外圈倾斜, 假设轴承在安装过程中外圈沿  $x$  和  $y$  轴方向的倾斜角度分别为  $\varphi_{ox}$  和  $\varphi_{oy}$ ,

$$\alpha_{oj} = \arctan \left( \frac{(R_b - f_o \times d_b) A_o}{\sqrt{(a_0 - c_0)^2 \cos^2 \theta_j + [(a_0 - c_0) \sin \theta_j + (R_b - f_o \times d_b) B_o]^2}} \right) \quad (12)$$

$$c'_{0oj} = \frac{a_0 - \sqrt{(R_b - f_o \times d_b)^2 A_o^2 + (a_0 - c_0)^2 \cos^2 \theta_j + [(a_0 - c_0) \sin \theta_j + (R_b - f_o \times d_b) B_o]^2}}{\cos \left[ \arctan \left( \frac{(R_b - f_o \times d_b) A_o}{\sqrt{(a_0 - c_0)^2 \cos^2 \theta_j + [(a_0 - c_0) \sin \theta_j + (R_b - f_o \times d_b) B_o]^2}} \right) \right]} \quad (13)$$

在式(12)和(13)中:

$$A_o = \sin \theta_j \sin \varphi_{ox} - \cos \theta_j \sin \varphi_{oy} \quad (14)$$

$$B_o = \sqrt{\sin^2 \theta_j (1 - \cos \varphi_{ox})^2 + \cos^2 \theta_j (1 - \cos \varphi_{oy})^2} \quad (15)$$

由所推导的公式可见, 当深沟球轴承存在安装倾斜不对中时, 第  $j$  个滚珠所在位置处的轴承间隙不仅与不对中量有关, 还和与之产生的接触角、轴承

倾斜不对中后第  $j$  个滚珠处的法向间隙表示为  $\Delta_{ij}$ 。由于轴承滚道曲率半径远大于法向间隙, 结合图 4(b), 第  $j$  个滚珠所在角位置的轴承径向间隙  $c'_{0ij}$  可以表示为:

$$c'_{0ij} = \frac{\Delta_{ij}}{\cos \alpha_{ij}} = \frac{r_{in} + r_{out} - d_b - \sqrt{\left( \left| \overrightarrow{D_{in}O_{inj}} \right| \right)^2 + \left( \left| \overrightarrow{O_{outj}D_{in}} \right| \right)^2}}{\cos \left[ \arctan \left( \frac{\left| \overrightarrow{D_{in}O_{inj}} \right|}{\left| \overrightarrow{O_{outj}D_{in}} \right|} \right) \right]} \quad (7)$$

最后, 将式(2)和(5)代入式(6)和(7)中, 并记  $a_0 = (f_i + f_o - 1) \cdot d_b$ 。可以得到在轴承内圈沿任意方向发生倾斜不对中后, 接触角与轴承间隙的广义表达式为:

几何关系如图 3(b) 所示。外圈倾斜后外滚道曲率中心轨迹也随之发生变化, 第  $j$  个滚珠所对应的外滚道轨迹点变为  $O'_{outj}$ 。结合如图 3(b) 所示的几何关系, 推导过程同前。因此最终得到轴承外圈沿任意方向发生倾斜不对中后, 接触角  $\alpha_{oj}$  与轴承间隙  $c'_{0oj}$  的广义表达式:

的内外圈半径、内外滚道的曲率半径系数、滚珠直径、初始间隙均有关。根据文献[13], 假设第一个滚珠的初始位置角为 0, 结合本文假定的轴承安装关系, 则轴承的第  $j$  个滚珠的角位置  $\theta_j$  可以表示为:

$$\theta_j = \frac{\omega r_b t}{R_b + r_b} + \frac{2\pi}{N_b} (j - 1) \quad (16)$$

结合式(8)~(16), 可得轴承不对中情况下第  $j$  个滚珠与滚道之间的接触变形为:

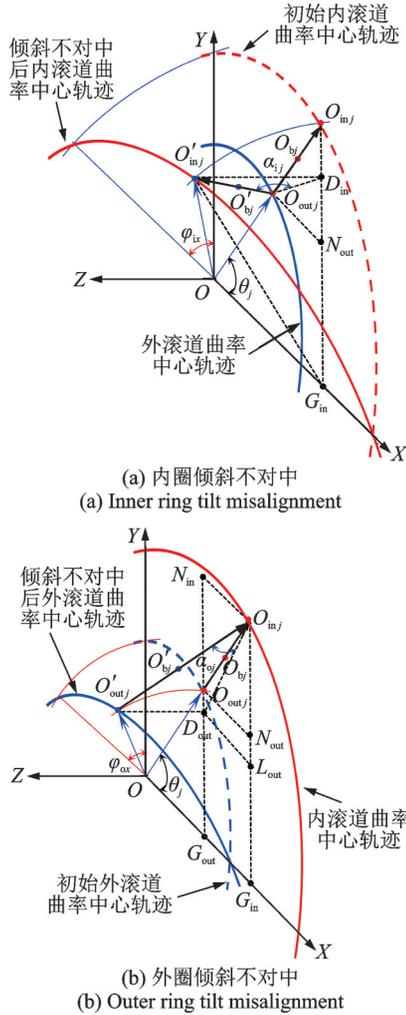


图 3 轴承倾斜不对中几何关系示意图

Fig. 3 Schematic diagram of geometric relationship of bearing tilt misalignment

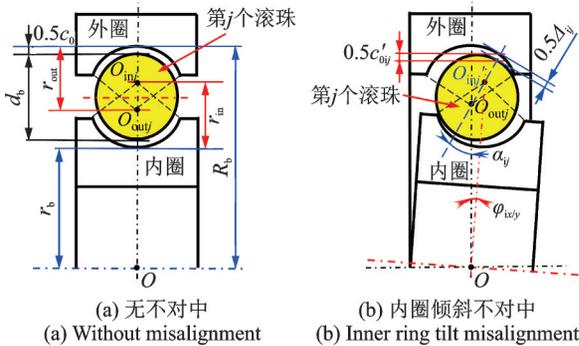


图 4 轴承的内部尺寸关系

Fig. 4 Internal dimension relationship of bearing

$$\delta_j = x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - c'_{0n}, \quad n = ij, oj \quad (17)$$

式中  $x$  和  $y$  分别为内圈中心在水平和竖直方向所产生的振动位移量;下角标  $n$  分别代表内圈倾斜不对中( $ij$ )和外圈倾斜不对中( $oj$ )。

根据非线性赫兹接触理论,滚珠与滚道之间只能产生法向正应力,即只有在  $\delta_j > 0$  时才有作用力。引入 Heaviside 函数  $H(\delta_j)$ , 结合文献[10, 14], 滚动轴承由于不对中所产生的非线性轴承力在  $x$  和  $y$  方

向可分别表示为:

$$\begin{cases} F_{br} = - \sum_{j=1}^{N_b} c_{bj} \delta_j^{1.5} H(\delta_j) \cos \alpha_n \cos \theta_j \\ F_{by} = - \sum_{j=1}^{N_b} c_{bj} \delta_j^{1.5} H(\delta_j) \cos \alpha_n \sin \theta_j \end{cases} \quad (18)$$

式中  $c_{bj}$  表示第  $j$  个滚珠的赫兹接触刚度,与相互接触的材料和形状有关。对于钢质轴承,有<sup>[2]</sup>:

$$c_{bj} = \left[ \left( \frac{1}{c_{bin}} \right)^{\frac{2}{3}} + \left( \frac{1}{c_{bout}} \right)^{\frac{2}{3}} \right]^{-1.5} \quad (19)$$

式中  $c_{bk}$  ( $k = in, out$ ) 为球轴承对内外滚道的载荷变形系数,表达式为:

$$c_{bk} = 2.1458 \times 10^5 \sum \rho_k^{-0.5} (\delta_k^*)^{-1.5} \quad (20)$$

其中,参数  $\delta_k^*$  可根据文献[2]得到; $\sum \rho_k$  为内/外滚道曲率和,表示为:

$$\begin{cases} \sum \rho_{in} = \frac{1}{d_b} \left( 4 - \frac{1}{f_i} + \frac{2\gamma}{1-\gamma} \right) \\ \sum \rho_{out} = \frac{1}{d_b} \left( 4 - \frac{1}{f_o} - \frac{2\gamma}{1+\gamma} \right) \end{cases}, \quad \gamma = \frac{d_b \cos \alpha_n}{D_b} \quad (21)$$

### 1.2 行星轮系动力学模型

行星排系统动力学模型示意图如图 5 所示。系统整体坐标系  $OXYZ$  固结于行星架中心  $O_c$  点。为表达方便,建立与行星架同方向同转速旋转的旋转坐标系  $o_r x_q y_q z_q$  ( $q = r, pi, c, s$ , 下同)。假设齿圈-行星轮和太阳轮-行星轮在啮合线方向上的相对位移分别为  $\delta_{rpi}$  和  $\delta_{spi}$ , 这里按照主动轮到从动轮的方向绘制啮合线,并假定相对位移取压为正、拉为负,各转动构件逆时针旋转为正。设构件  $q$  的基圆半径为  $r_{bq}$ ,  $\psi_i$  为第  $i$  个行星齿轮位置角,则有:

$$\begin{cases} \delta_{rpi} = (x_{pi} - x_r) \cos(\psi_i - \alpha_g + \pi/2) + (y_{pi} - y_r) \sin(\psi_i - \alpha_g + \pi/2) - \theta_{tr} r_{br} + \theta_{spi} r_{bpi} \\ \delta_{spi} = (x_{pi} - x_s) \cos(\psi_i + \alpha_g + \pi/2) + (y_{pi} - y_s) \sin(\psi_i + \alpha_g + \pi/2) - \theta_{cs} r_{bs} - \theta_{spi} r_{bpi} \\ \psi_i = \omega_c t + \frac{2\pi}{N} (i - 1) \end{cases} \quad (22)$$

式中  $\alpha_g$  为齿轮的压力角,  $\omega_c$  为行星架转速,  $N$  为行星轮个数。假设齿圈与第  $i$  个行星轮的啮合作用线与  $x$  轴正向夹角为  $\psi_{rpi}$ , 太阳轮与第  $i$  个行星轮的啮合作用线与  $x$  轴正向夹角为  $\psi_{spi}$ , 并记  $\psi_{rpi} = \psi_i - \alpha_g + \pi/2$ ,  $\psi_{spi} = \psi_i + \alpha_g + \pi/2$ 。

基于集中参数法,建立 6 自由度行星轮系动力学方程如下式:

$$\left\{ \begin{aligned} m_r \ddot{x}_r + c_{x_r} \dot{x}_r + k_{x_r} x_r - \sum_{i=1}^N F_{rpi} \cos \psi_{rpi} &= \\ m_r x_r \omega_c^2 + 2m_r \dot{y}_r \omega_c + F_{blx} & \\ m_r \ddot{y}_r + c_{y_r} \dot{y}_r + k_{y_r} y_r - \sum_{i=1}^N F_{rpi} \sin \psi_{rpi} &= \\ m_r y_r \omega_c^2 - 2m_r \dot{x}_r \omega_c + F_{bly} - m_r g & \quad (23) \\ m_r \ddot{z}_r + c_{z_r} \dot{z}_r + k_{z_r} z_r &= 0 \\ J_{dr} \ddot{\theta}_{xr} + c_{\theta_{xr}} \dot{\theta}_{xr} + k_{\theta_{xr}} \theta_{xr} + \omega_r J_{pr} \dot{\theta}_{yr} &= 0 \\ J_{dr} \ddot{\theta}_{yr} + c_{\theta_{yr}} \dot{\theta}_{yr} + k_{\theta_{yr}} \theta_{yr} - \omega_r J_{pr} \dot{\theta}_{xr} &= 0 \\ J_{pr} \ddot{\theta}_{zr} - \sum_{i=1}^N F_{rpi} r_{br} &= T_{in} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} m_s \ddot{x}_s + c_{x_s} \dot{x}_s + k_{x_s} x_s - \sum_{i=1}^N F_{spi} \cos \psi_{spi} &= \\ m_s x_s \omega_c^2 + 2m_s \dot{y}_s \omega_c & \\ m_s \ddot{y}_s + c_{y_s} \dot{y}_s + k_{y_s} y_s - \sum_{i=1}^N F_{spi} \sin \psi_{spi} &= \\ m_s y_s \omega_c^2 - 2m_s \dot{x}_s \omega_c - m_s g & \quad (24) \\ m_s \ddot{z}_s + c_{z_s} \dot{z}_s + k_{z_s} z_s &= 0 \\ J_{ds} \ddot{\theta}_{xs} + c_{\theta_{xs}} \dot{\theta}_{xs} + k_{\theta_{xs}} \theta_{xs} + \omega_s J_{ps} \dot{\theta}_{ys} &= 0 \\ J_{ds} \ddot{\theta}_{ys} + c_{\theta_{ys}} \dot{\theta}_{ys} + k_{\theta_{ys}} \theta_{ys} - \omega_s J_{ps} \dot{\theta}_{xs} &= 0 \\ J_{ps} \ddot{\theta}_{zs} + c_{\theta_{zs}} \dot{\theta}_{zs} + k_{\theta_{zs}} \theta_{zs} - \sum_{i=1}^N F_{spi} r_{bs} &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} m_p \ddot{x}_{pi} + c_{xp} (\dot{x}_{pi} - \dot{x}_c + r_c \dot{\theta}_{zc} \sin \psi_i) + k_{xp} (x_{pi} - x_c + r_c \theta_{zc} \sin \psi_i) + F_{rpi} \cos \psi_{rpi} + F_{spi} \cos \psi_{spi} &= \\ m_p x_{pi} \omega_c^2 + 2m_p \dot{y}_{pi} \omega_c + m_p \omega_c^2 r_{bc} \cos \psi_i & \\ m_p \ddot{y}_{pi} + c_{yp} (\dot{y}_{pi} - \dot{y}_c - r_c \dot{\theta}_{zc} \cos \psi_i) + k_{yp} (y_{pi} - y_c - r_c \theta_{zc} \cos \psi_i) + F_{rpi} \sin \psi_{rpi} + F_{spi} \sin \psi_{spi} &= \\ m_p y_{pi} \omega_c^2 - 2m_p \dot{x}_{pi} \omega_c + m_p \omega_c^2 r_{bc} \sin \psi_i - m_p g & \\ m_p \ddot{z}_{pi} + c_{zp} (\dot{z}_{pi} - \dot{z}_c - r_c \dot{\theta}_{xc} \sin \psi_i + r_c \dot{\theta}_{yc} \cos \psi_i) + k_{zp} (z_{pi} - z_c - r_c \theta_{xc} \sin \psi_i + r_c \theta_{yc} \cos \psi_i) &= 0 \\ J_{dp} \ddot{\theta}_{xpi} + c_{\theta_{xpi}} (\dot{\theta}_{xpi} - \dot{\theta}_{xc}) + k_{\theta_{xpi}} (\theta_{xpi} - \theta_{xc}) + \omega_{pi} J_{pp} \dot{\theta}_{y_{pi}} &= 0 \\ J_{dp} \ddot{\theta}_{y_{pi}} + c_{\theta_{y_{pi}}} (\dot{\theta}_{y_{pi}} - \dot{\theta}_{yc}) + k_{\theta_{y_{pi}}} (\theta_{y_{pi}} - \theta_{yc}) - \omega_{pi} J_{pp} \dot{\theta}_{x_{pi}} &= 0 \\ J_{pp} \ddot{\theta}_{z_{pi}} - F_{spi} r_{bpi} + F_{rpi} r_{bpi} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (25)$$

$$\left\{ \begin{aligned} m_c \ddot{x}_c + c_{x_c} \dot{x}_c + k_{x_c} x_c + \sum_{i=1}^N c_{xpi} (\dot{x}_c - \dot{x}_{pi} - r_c \dot{\theta}_{zc} \sin \psi_i) + \sum_{i=1}^N k_{xpi} (x_c - x_{pi} - r_c \theta_{zc} \sin \psi_i) &= \\ m_c x_c \omega_c^2 + 2m_c \dot{y}_c \omega_c - \sum_{i=1}^N m_{pi} \omega_c^2 r_{bc} \cos \psi_i & \\ m_c \ddot{y}_c + c_{y_c} \dot{y}_c + k_{y_c} y_c + \sum_{i=1}^N c_{y_{pi}} (\dot{y}_c - \dot{y}_{pi} + r_c \dot{\theta}_{zc} \cos \psi_i) + \sum_{i=1}^N k_{y_{pi}} (y_c - y_{pi} + r_c \theta_{zc} \cos \psi_i) &= \\ m_c y_c \omega_c^2 - 2m_c \dot{x}_c \omega_c - \sum_{i=1}^N m_{pi} \omega_c^2 r_{bc} \sin \psi_i - m_c g & \\ m_c \ddot{z}_c + c_{z_c} \dot{z}_c + k_{z_c} z_c + \sum_{i=1}^N c_{z_{pi}} (\dot{z}_c - \dot{z}_{pi} - r_c \dot{\theta}_{yc} \cos \psi_i + r_c \dot{\theta}_{xc} \sin \psi_i) + & \\ \sum_{i=1}^N k_{z_{pi}} (z_c - z_{pi} - r_c \theta_{yc} \cos \psi_i + r_c \theta_{xc} \sin \psi_i) &= 0 \\ J_{dc} \ddot{\theta}_{xc} + c_{\theta_{xc}} \dot{\theta}_{xc} + k_{\theta_{xc}} \theta_{xc} + \sum_{i=1}^N c_{\theta_{xpi}} (\dot{\theta}_{xc} - \dot{\theta}_{xpi}) + \sum_{i=1}^N k_{\theta_{xpi}} (\theta_{xc} - \theta_{xpi}) + \omega_c J_{pc} \dot{\theta}_{yc} + & \\ r_c \sin \psi_i \left\{ \sum_{i=1}^N [c_{z_{pi}} (\dot{z}_c - \dot{z}_{pi} - r_c \dot{\theta}_{yc} \cos \psi_i + r_c \dot{\theta}_{xc} \sin \psi_i) + k_{z_{pi}} (z_c - z_{pi} - r_c \theta_{yc} \cos \psi_i + r_c \theta_{xc} \sin \psi_i)] \right\} &= 0 \\ J_{dc} \ddot{\theta}_{yc} + c_{\theta_{yc}} \dot{\theta}_{yc} + k_{\theta_{yc}} \theta_{yc} + \sum_{i=1}^N c_{\theta_{y_{pi}}} (\dot{\theta}_{yc} - \dot{\theta}_{y_{pi}}) + \sum_{i=1}^N k_{\theta_{y_{pi}}} (\theta_{yc} - \theta_{y_{pi}}) - \omega_c J_{pc} \dot{\theta}_{xc} - & \\ r_c \cos \psi_i \left\{ \sum_{i=1}^N [c_{z_{pi}} (\dot{z}_c - \dot{z}_{pi} - r_c \dot{\theta}_{yc} \cos \psi_i + r_c \dot{\theta}_{xc} \sin \psi_i) + k_{z_{pi}} (z_c - z_{pi} - r_c \theta_{yc} \cos \psi_i + r_c \theta_{xc} \sin \psi_i)] \right\} &= 0 \\ J_{pc} \ddot{\theta}_{zc} - r_c \sin \psi_i \left\{ \sum_{i=1}^N [k_{xpi} (x_c - x_{pi} - r_c \theta_{zc} \sin \psi_i) + c_{xpi} (\dot{x}_c - \dot{x}_{pi} - r_c \dot{\theta}_{zc} \sin \psi_i)] \right\} + & \\ r_c \cos \psi_i \left\{ \sum_{i=1}^N [k_{y_{pi}} (y_c - y_{pi} + r_c \theta_{zc} \cos \psi_i) + c_{y_{pi}} (\dot{y}_c - \dot{y}_{pi} + r_c \dot{\theta}_{zc} \cos \psi_i)] \right\} &= -T_{out} \end{aligned} \right. \quad (26)$$

式中  $x_q, y_q$  表示横向自由度;  $z_q$  表示轴向自由度;  
 $\theta_{xq}, \theta_{yq}$  表示摆动自由度;  $\theta_{zq}$  表示扭转自由度;  $m_q, J_{dq}$  和

$J_{pq}$  分别为构件  $q$  的质量、直径转动惯量和极转动惯量;  $k_{xq}(c_{xq}), k_{yq}(c_{yq}), k_{zq}(c_{zq}), k_{\theta_{xq}}(c_{\theta_{xq}})$  和  $k_{\theta_{yq}}(c_{\theta_{yq}})$  分别

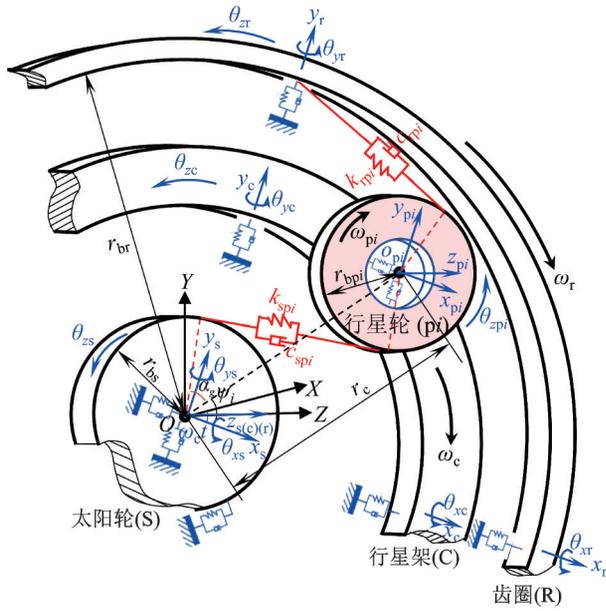


图5 行星轮系模型示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the planetary gear train model

为各构件在  $x, y, z, \theta_x$  和  $\theta_y$  方向的支承刚度(阻尼);  $k_{\theta_{zs}}$  和  $c_{\theta_{zs}}$  分别为太阳轮在扭转方向的支承刚度和阻尼;  $r_c$  为行星齿轮中心到行星架中心的距离;  $T_{in}$  和  $T_{out}$  分别为系统的输入和输出扭矩。  $F_{b1x/y}$  为轴承1的非线性支撑力。  $F_{rpi}$  和  $F_{spi}$  分别为齿圈-行星轮和行星轮-太阳轮的动态啮合力, 其与各自的时变啮合刚度  $k_{rpi}, k_{spi}$  以及啮合阻尼  $c_{rpi}, c_{spi}$  有关, 表达式为:

$$F_m = k_m(t)\delta_m + c_m(t)\dot{\delta}_m, \quad m = spi, rpi \quad (27)$$

$$c_{rpi}(t) = 2\xi \sqrt{\frac{k_{rpi}(t)}{\frac{1}{m_r} + \frac{1}{m_{pi}}}},$$

$$c_{spi}(t) = 2\xi \sqrt{\frac{k_{spi}(t)}{\frac{1}{m_s} + \frac{1}{m_{pi}}}} \quad (28)$$

式中  $\xi$  为阻尼比, 取值为 0.1。

本文基于文献[14]的轮齿承载接触分析(LT-CA)方法计算齿轮时变啮合刚度。基于文献[15]的方法计算得到行星轮系同类型啮合副之间的相位差, 即第  $i$  个太阳轮-行星轮啮合副与第 1 个太阳轮-行星轮副之间的相位差  $\lambda_{spi}$ , 以及第  $i$  个齿圈-行星轮副与第 1 个齿圈-行星轮副之间的相位差  $\lambda_{rpi}$  均为 0; 不同类型啮合副(第  $i$  个太阳轮-行星轮啮合副与第  $i$  个齿圈-行星轮副)的相位差  $\lambda_{sr} = 0.1587$ 。行星轮系参数如表 1 所示。最终得到的齿轮时变啮合刚度参如图 6 所示。

### 1.3 转子有限元模型

采用 Timoshenko 梁单元模拟转子, 轴段单元示意图见文献[13], 梁单元中每个节点均含 6 个自由

表 1 行星轮系参数

Tab. 1 The parameters of planetary gear train

	质量/ kg	直径转 动惯量/ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ )	极转动 惯量/ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ )	齿数/ 个	模数/ mm	压力角/ ( $^\circ$ )
齿圈	20.0825	0.324	0.6328	100		
太阳轮	2.6343	0.2325	0.4541	35	4	25
行星轮	1.47	$1.603 \times 10^{-3}$	$2.809 \times 10^{-3}$	32		
行星架	4.33345	0.17	0.255	-	-	-

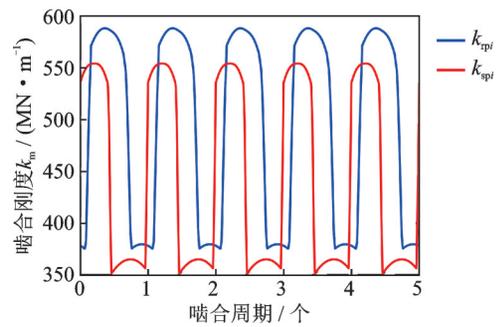


图6 行星轮系时变啮合刚度

Fig. 6 Time-varying meshing stiffness of planetary gear train

度。根据文献[16]得到第  $p$  个轴段的质量矩阵  $M_p$ 、刚度矩阵  $K_p$  和陀螺矩阵  $D_p$ 。通过组装得到各含 78 个自由度的输入轴矩阵  $M_{s1}, K_{s1}$  和  $D_{s1}$ , 输出轴矩阵  $M_{s2}, K_{s2}$  和  $D_{s2}$ , 继而可根据式(29)得到转子系统的质量矩阵  $M_r$ 、刚度矩阵  $K_r$  和陀螺矩阵  $D_r$ 。结合文献[13], 本文采用比例阻尼形式得到转子阻尼矩阵  $C_r$ 。

$$M_r = M_{s1} + M_{s2}, \quad K_r = K_{s1} + K_{s2}, \quad D_r = D_{s1} + D_{s2} \quad (29)$$

### 1.4 行星轮系-滚动轴承-转子系统动力学模型

结合式(18), (23)~(26), (29), 行星轮系-轴承-转子系统的动力学模型最终可以表示为:

$$(M_p + M_r)\ddot{U} + (C_b + C_r + C_p + D_r + D_p)\dot{U} + (K_b + K_r + K_p + K_c)U = T + F_b - G \quad (30)$$

式中  $U$  为系统的位移向量;  $M_p$  和  $D_p$  分别为行星轮系质量和陀螺矩阵;  $K_b$  和  $C_b$  分别为系统支承刚度和阻尼矩阵;  $K_p$  和  $C_p$  分别为啮合刚度和阻尼矩阵;  $K_c$  为离心刚度矩阵;  $T$  表示系统输入、输出扭矩向量;  $G$  为系统重力向量。  $F_b$  为非线性轴承力向量, 轴承力分别置于节点 10 和 26 上。

值得注意的是, 本文中 4 号轴承内、外圈分别与输入、输出轴相连, 如图 7 所示。因此该轴承的轴承力向量可以表示为:

$$\begin{cases} F_{bm} = K_{bm}u_m + C_{bm}\dot{u}_m - K_{bn}u_n - C_{bn}\dot{u}_n, & m = 12 \\ F_{bn} = K_{bn}u_n + C_{bn}\dot{u}_n - K_{bm}u_m - C_{bm}\dot{u}_m, & n = 21 \end{cases} \quad (31)$$

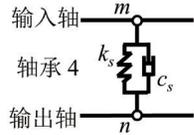


图7 轴承4支撑结构示意图

Fig. 7 Schematic diagram of support structure of bearing 4

$$K_{bm} = \text{diag} \{ k_{bx}, k_{by}, k_{bz}, k_{b\theta x}, k_{b\theta y}, 0 \} \quad (32)$$

$$C_{bm} = \text{diag} \{ c_{bx}, c_{by}, c_{bz}, c_{b\theta x}, c_{b\theta y}, 0 \} \quad (33)$$

式中  $F_{bm,n}$  为节点  $m, n$  处的轴承力向量;  $K_{bm,n}$  和  $C_{bm,n}$  分别为轴承4的刚度和阻尼矩阵;  $u_{m,n}$  为节点  $m, n$  处的振动位移向量;  $k_{bl}$  与  $c_{bl}$  ( $l = x, y, z, \theta_x, \theta_y$ ) 分别为轴承4在  $l$  方向的支撑刚度和阻尼。

将此引入到系统动力学方程(30)中,系统刚度矩阵结构示意图如图8所示,系统阻尼矩阵与此相同。

各构件的支承刚度与阻尼参数如表2所示。系统左、右两端支撑轴承参数参如表3所示。

## 2 含轴承不对中的系统动力学响应

### 2.1 轴承不对中对系统动态特性的影响

当系统输入转速 1200 r/min、输入扭矩 1000 N·m

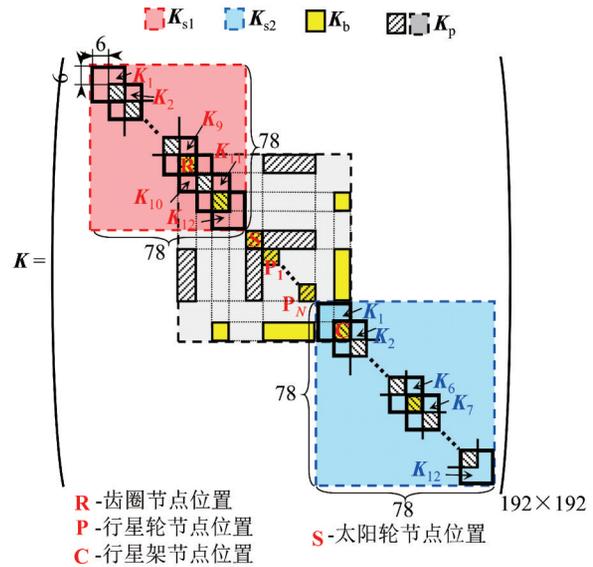


图8 系统刚度矩阵结构示意图

Fig. 8 Structural diagram of system stiffness matrix

时,研究了轴承倾斜不对中对系统动力学响应的影响。不失一般性,本文假设系统右侧支撑轴承(SKF6018,轴承2)内圈绕  $x$  轴倾斜角度  $\varphi_{ix} = 0.2^\circ$ 。计算得到倾斜不对中对轴承任一滚珠旋转一周的接触角、轴承间隙、接触刚度的变化规律如图9所示。

表2 各构件的支承刚度与阻尼

Tab. 2 Supporting stiffness and damping of each component

方向	支承刚度			支承阻尼	
	太阳轮	行星轮	其他	太阳轮	其他(含行星轮)
$x/y$	$5 \times 10^8$ N/m	$1 \times 10^9$ N/m	$5 \times 10^8$ N/m	500 N/(m/s)	500 N/(m/s)
$z$	$1 \times 10^8$ N/m	$1 \times 10^6$ N/m	$1 \times 10^8$ N/m	200 N/(m/s)	200 N/(m/s)
$\theta_x/\theta_y$	$5 \times 10^4$ N·m/rad	$5 \times 10^4$ N·m/rad	$5 \times 10^4$ N·m/rad	100 N·m·s/rad	100 N·m·s/rad
$\theta_z$	$1 \times 10^9$ N·m/rad	0	0	$1 \times 10^4$ N·m·s/rad	0

表3 系统左、右两端的滚动轴承参数

Tab. 3 Rolling bearing parameters of the left and right ends of the system

参数	轴承1	轴承2
型号	INA61819	SKF6018
轴承内滚道半径 $r_b$ /mm	50.18	49.96
轴承外滚道半径 $R_b$ /mm	57.32	65.04
滚珠直径 $d_b$ /mm	7.14	15.08
滚珠个数	26	14
曲率半径系数 $f_i, f_o$	0.52	0.52
初始接触角 $\alpha_0$ /°	0	0
初始轴承间隙 $c_0$ /μm	2	2

由图9可见,倾斜不对中使轴承间隙、接触角和接触刚度不再是一个常数,而是均呈现周期性波动

变化的规律。倾斜不对中使轴承一周内出现两个游离区域。这表明倾斜不对中导致轴承出现两个承载区,轴承上的每个滚珠在旋转一周的过程中均会循环两次出现“压紧”与“放松”的交替变化。除此之外,虽然滚珠旋转一周的平均接触角仍为0,但接触角的变化范围接近  $\pm 10^\circ$ 。倾斜不对中使轴承每个滚珠处的接触角出现波动,这与文献[5]采用拟静力学方法所得到的规律相似。根据公式(19)~(21)可知,随着接触角度的波动性变化,轴承每个滚珠的接触刚度也出现周期性变化,而且滚珠旋转一周,接触刚度也会波动两次。轴承接触刚度也由于不对中的出现而提高。根据轴承运动学,第  $j$  个滚珠的公转速度  $\omega_{bj}$  可以计算为:

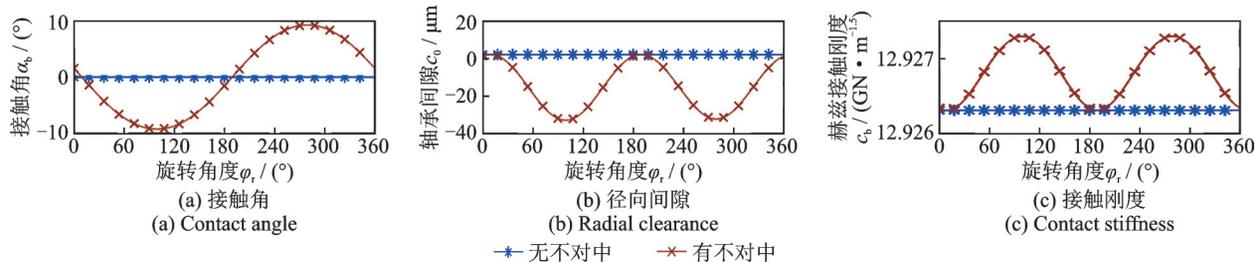


图9 轴承倾斜不对中量对接触角、轴承间隙、接触刚度的影响

Fig. 9 The effect of bearing tilt misalignment on contact angle, bearing clearance and contact stiffness

$$\omega_{bj} = \frac{\omega}{2} \left( 1 - \frac{D_b \cos \alpha_n}{d_b} \right) \quad (34)$$

在轴承内圈转速  $\omega$  一定的情况下, 滚珠的角速度大小取决于接触角的大小。由于轴承倾斜不对中使每个滚珠的接触角均不同, 因此使每个滚珠的公转角速度均不相同。由此致使一些滚珠与保持架的转速不相等, 继而使滚珠与保持架之间发生弹性碰撞, 这也可能是导致保持架疲劳断裂的原因之一。

结合公式(17)和(19)计算得到了第  $j$  个滚珠与滚道间最大法向接触力  $F_j = c_{bj} \delta_j^{1.5}$ 。进一步研究了不对中对轴承接触力的影响规律, 如图 10 所示。可见随着不对中程度的加剧 ( $\varphi_{i/o} \in [0^\circ, 0.2^\circ]$ ), 内、外圈不对中均导致轴承接触力呈现非线性增大趋势, 不对中程度越大, 轴承接触力增幅越大。当轴承健康运行 ( $\varphi_{i/o} = 0^\circ$ ) 时, 最大法向接触力为 22.015 N; 而当内圈倾斜角度  $\varphi_{i/o} = 0.2^\circ$  时, 最大法向接触力急剧增大, 可达约 2521.6 N, 比健康状态的接触力增大了约 114.5 倍, 这会大幅缩短轴承的使用寿命。另外, 外圈倾斜不对中所致的接触力要略小于内圈倾斜不对中情况。

在健康状态(无不对中)、内圈倾斜  $\varphi_{i/o} = 0.2^\circ$ 、外圈倾斜  $\varphi_{o/r} = 0.2^\circ$  三种情况下的系统频谱成分分别如图 11(a)~(c) 所示。这里记齿轮啮合频率为  $f_m$ , 轴承 1 的变柔度振动(VC)频率为  $f_{vc1}$ , 轴承 2 的 VC 频率为  $f_{vc2}$ 。在健康状态下, 系统中的频率成分由齿轮啮合频率及其谐波成分、两个轴承的 VC 频率组成。其中  $f_m$  为主导频率, 说明健康状态下系统的主要激

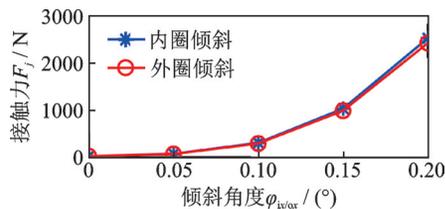


图 10 倾斜不对中量对轴承接触力的影响

Fig. 10 The effect of tilt misalignment on the bearing contact force

振来源是齿轮单双齿啮合所造成的振动。另外, 此时  $f_{vc1}$  的频率幅值也要大于  $f_{vc2}$ 。当轴承存在不对中时, 系统中除了仍存在的齿轮啮合频率及其谐波成分外, 发生不对中的轴承 2 频率  $f_{vc2}$  及其倍频的幅值相应增大, 甚至超过齿轮频率  $f_m$  成为系统振动的主导频率; 相反, 轴承 1 频率  $f_{vc1}$  幅值逐渐减弱甚至消失。与此同时还出现了齿轮频率和轴承频率的组合频率成分, 如  $f_m - f_{vc2}, f_m - 2f_{vc2}$  等。系统在不同不对中程度下的振幅曲线如图 12 所示。随着不对中程度的增大, 系统的振幅有所下降, 这是由于轴承不对中相当于轴承对系统的约束效应得到加强。值得注意的是, 虽然内、外圈在不同倾斜量下的频谱特征规律变化一致, 但在相同的倾斜角度下, 轴承外圈倾斜不对中所产生的系统振幅要高于轴承内圈的倾斜情况, 这说明轴承外套圈安装倾斜对系统振动的影响要强于内圈倾斜所引起的振动。这主要是因为, 虽然倾斜角度相同 ( $\varphi_{i/o} = \varphi_{o/r}$ ), 但根据公式(8), (9) 以及公式(12), (13) 可以看出, 倾斜导致的接触角和轴

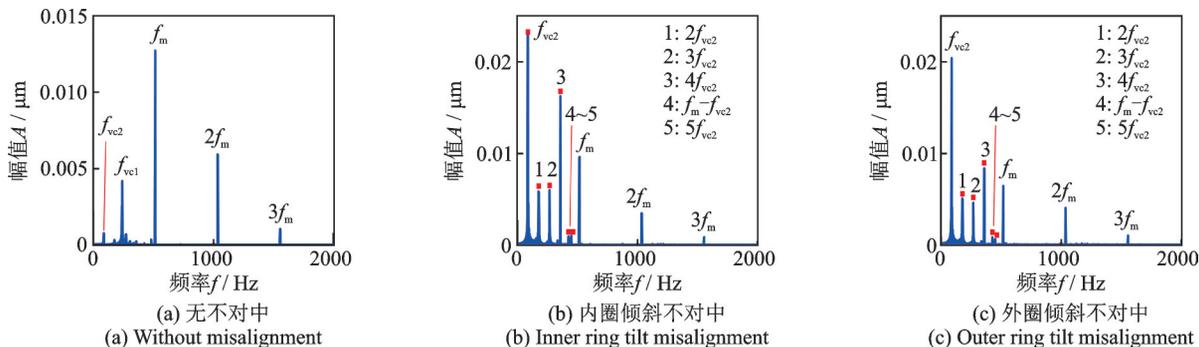


图 11 系统频谱图

Fig. 11 FFT spectrum diagram of the system

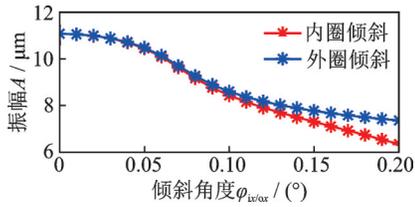


图12 倾斜不对中量影响下的系统振幅曲线

Fig. 12 The amplitude curve of the system under the influence of tilt misalignment

承间隙的改变量是不相等的,因此轴承倾斜所导致施加于系统上的非线性轴承力大小也是不同的。

### 2.2 轴承初始径向间隙的影响

以轴承内圈倾斜不对中角  $\varphi_{ix}=0.2^\circ$  的情况为例,进一步讨论当轴承处于倾斜不对中情况下,通过改变轴承2的初始径向间隙  $c_0$ ,分析其对接触角、轴承径向间隙、接触刚度的影响,如图13所示。

由图13可见,增大轴承初始间隙使倾斜不对中所导致的接触角和接触刚度波动量略有增大,并导致倾斜不对中下的轴承间隙整体向上移动,呈线性增大趋势,甚至可以远离负间隙区域,从而避免滚珠挤死,说明增大轴承的初始径向间隙可以补偿轴承安装不对中所带来的不利影响,这与文献[17]所得结果一致。

以轴承初始径向间隙  $c_0$  分别取  $0\ \mu\text{m}$  和  $20\ \mu\text{m}$  为例,进一步说明轴承倾斜不对中对系统振动特性的影响。图14为不同轴承间隙下系统的位移波形、加速度波形、加速度FFT谱图。当轴承间隙  $c_0=0\ \mu\text{m}$  时,位移波形呈现出明显的高低频混合振动特征,这说明此时系统仍以高频(齿轮频率  $f_m$ ) 振动为主导,加速度谱图中也以  $f_m$  及其高次谐波成分为主;而当轴承间隙  $c_0=20\ \mu\text{m}$  时,振动位移波形近似为一正弦波,此时系统以低频(轴承频率  $f_{vc2}$ ) 振动为主导,振

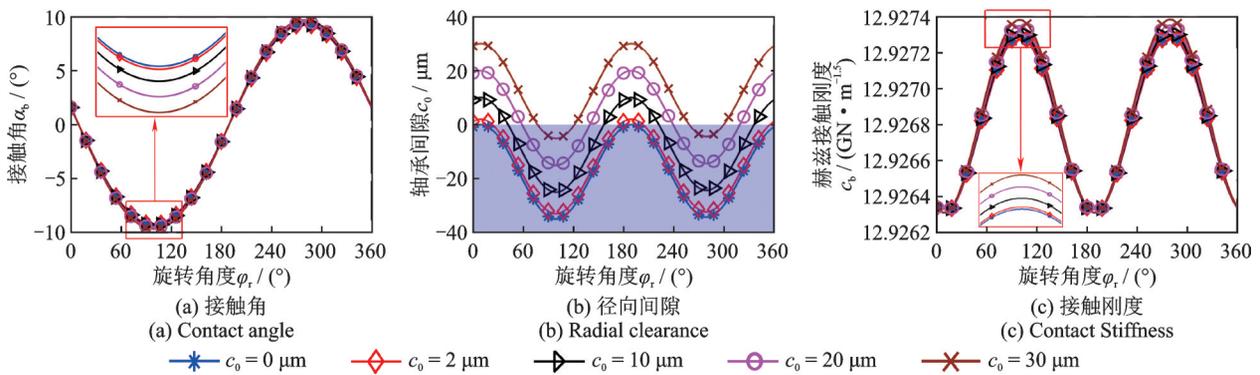


图13 轴承初始径向间隙对接触角、轴承间隙、接触刚度的影响

Fig. 13 The effect of bearing initial radial clearance on contact angle, bearing clearance and contact stiffness

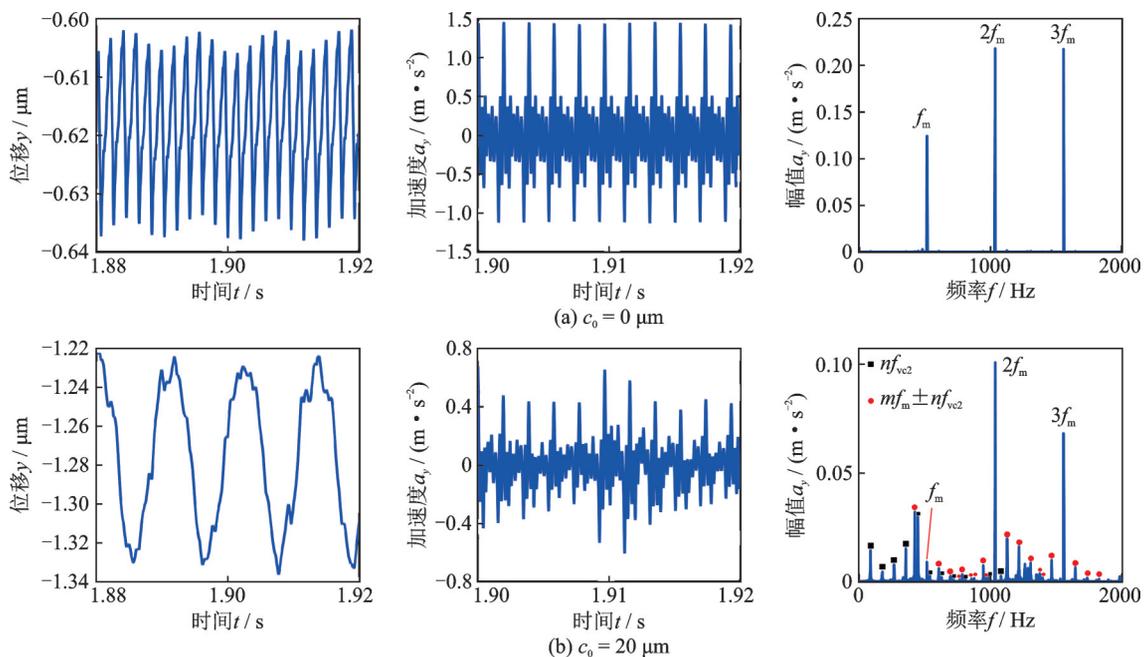


图14 不同轴承间隙下系统的位移波形图、加速度波形图、加速度谱图

Fig. 14 Displacement waveform diagram, acceleration waveform diagram and acceleration spectrum diagram of the system under different bearing clearance

动中心在重力的作用下向下移动。从加速度波形可以看出,轴承间隙增大后加速度幅值有所降低。在加速度频谱中,除了齿轮啮合频率 $f_m$ 及其谐波成分外,还出现了轴承频率及其高次谐波成分,即 $nf_{vc2}$ ( $n$ 为正整数),轴承的变柔度频率幅值增大,说明轴承变柔度振动加剧;以及以齿轮啮合频率为中心,以轴承频率及其倍频为边带的频率调制现象,即 $mf_m \pm nf_{vc2}$ ( $m, n$ 均为正整数)。

轴承间隙对含倾斜不对中系统振幅的影响结果如图 15 所示。由图可见,随着轴承间隙 $c_0$ 由 0  $\mu\text{m}$  增大至 20  $\mu\text{m}$ ,系统振幅同样也随着轴承初始间隙的增大而升高,系统的非线性增强,这不利于机械系统的稳定运行。由上述结果可知,在系统振动允许范围内,可以适当选取较大的轴承间隙,从而减弱轴承安装不对中的不良影响。

### 2.3 轴承滚道曲率半径的影响

进一步通过改变轴承 2 的滚道曲率半径系数

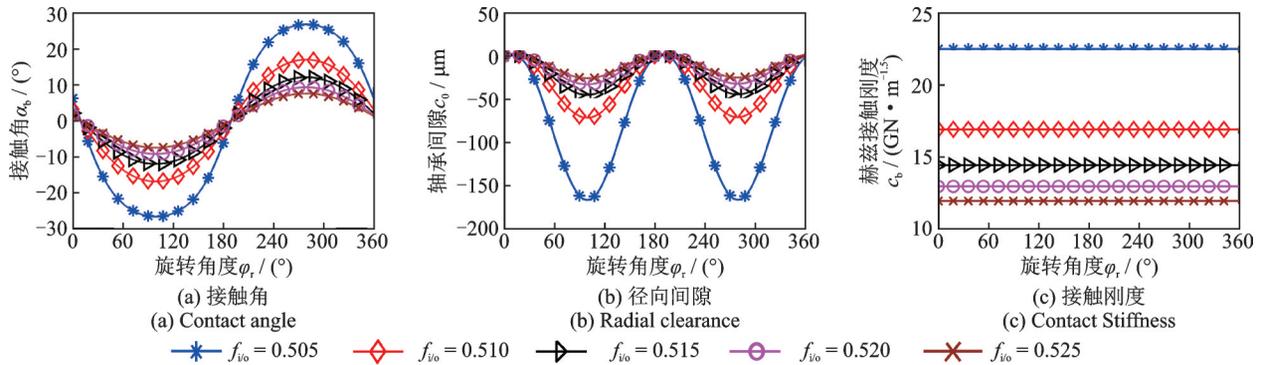


图 16 不同滚道曲率半径对轴承接触角、径向间隙、接触刚度的影响

Fig. 16 The effect of different raceway curvature radius on bearing contact angle, radial clearance and contact stiffness

不同滚道曲率半径对含倾斜不对中系统振动响应的影响结果如图 17 所示。系统的频谱特征与如图 14 所示的增大轴承间隙情况规律几乎一致,即从图 17 中可以清晰地观察到轴承 2 的变柔度振动频率 $f_{vc2}$ 的幅值随着轴承滚道曲率半径系数的增大而增大,与此同时,其倍频成分如 $2f_{vc2}, 3f_{vc2}, 4f_{vc2}$ 等的幅值也随之增大。此外仍出现了以齿轮啮合频率为中

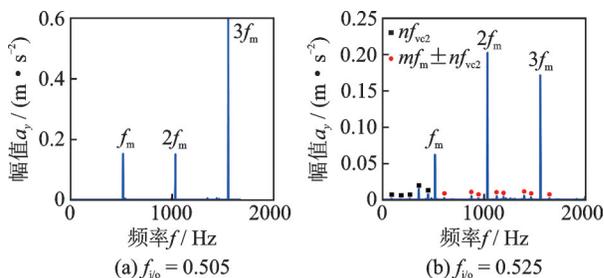


图 17 不同滚道曲率半径下系统加速度谱图

Fig. 17 Acceleration spectrum diagram of the system under different raceway curvature radius

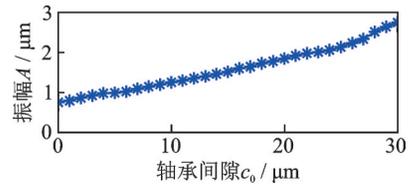


图 15 不同轴承初始径向间隙影响下的系统振幅

Fig. 15 System amplitude under the influence of different bearing initial radial clearance

$f_{i/o}$ ,以研究其对含有轴承不对中的系统动态特性影响规律。不对中量取值同前。首先分析了滚道曲率半径系数 $f_{i/o} \in [0.505, 0.525]$ 对轴承参数(接触角、轴承径向间隙、接触刚度)的影响,结果如图 16 所示。由图可见,随着曲率半径系数的增大,轴承径向间隙和接触角的波动量均存在明显的减小趋势。轴承平均间隙也随之减小,轴承的“压紧”程度减弱。而轴承 Hertz 接触刚度呈现出非线性减小的趋势,即滚道曲率半径越大, Hertz 接触刚度的减小程度越小。

心,以轴承频率及其倍频为边带的频率调制现象,即 $mf_m \pm nf_{vc2}$ ( $m, n$ 均为正整数)。结合图 18 可见,系统振幅也同样随着滚道曲率半径的增大而增大,这说明增大滚道曲率半径系数也使倾斜不对中所带来的轴承变柔度振动加剧。

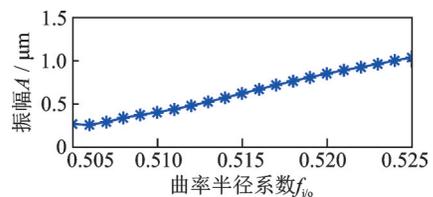


图 18 不同滚道曲率半径影响下的系统振幅

Fig. 18 System amplitude under the influence of different raceway curvature radius

## 3 结 论

基于 Hertz 接触理论,根据轴承不对中后的几

何关系,提出可应用于复杂旋转机械系统的球轴承内/外圈倾斜不对中非线性轴承力模型。并结合转子系统有限元模型,行星轮系集总参数模型,建立了行星轮系-滚动轴承-转子系统动力学模型。采用数值仿真方法分析了当轴承处于倾斜不对中状态下的系统动力学响应,得到的结论如下:

(1)倾斜不对中导致轴承接触力急剧增大,并使轴承出现两个承载区。每个滚珠在每时刻下的轴承间隙、接触角、接触刚度均发生周期性波动;轴承的接触刚度也增大。由于每个滚珠接触角均不相同,还导致滚珠的公转角速度不一致,这会进一步导致滚珠与保持架之间发生弹性碰撞。

(2)倾斜不对中导致轴承 VC 频率幅值增大,甚至超过齿轮啮合频率成为系统振动的主要激励频率。在较大的轴承间隙下,还出现了以齿轮啮合频率为中心,以轴承频率及其倍频为边带的频率调制现象,即  $mf_m \pm nf_{vc}$  ( $m, n$  均为正整数)。系统振幅有所降低,这主要是由于不对中使轴承对系统的约束作用增强所致。

(3)增大滚道曲率半径可使接触角非线性减小,径向间隙非线性增大。增大轴承初始径向游隙可以使不对中情况下的轴承径向间隙线性增大,甚至远离负游隙区域。然而,增大滚道曲率半径和轴承间隙会加剧轴承变柔度振动。因此,在系统振幅的允许范围内,可适当选择较大的轴承间隙,以抵消轴承安装不对中造成的不利影响。

#### 参考文献:

- [1] Rybczyński J. The possibility of evaluating turbo-set bearing misalignment defects on the basis of bearing trajectory features[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(2): 521-536.
- [2] Harris T A, Kotzalas M N. Advanced Concepts of Bearing Technology: Rolling Bearing Analysis [M]. 5th ed. New York: Taylor & Francis Group, 2007.
- [3] Беркович М С. Зависимость работоспособности радиальных шарикоподшипников от их перекося [J]. Вестник Машиностроения, 1981 (10): 3-6.
- [4] 徐锐, 沈献绍, 范强, 等. 航空发动机主轴球轴承失效分析[J]. 轴承, 2012(6): 20-24.  
Xu Rui, Shen Xianshao, Fan Qiang, et al. Failure analysis on aero-engine spindle ball bearings[J]. Bearing, 2012(6): 20-24.
- [5] Zhang Yanfei, Fang Bin, Kong Lingfei, et al. Effect of the ring misalignment on the service characteristics of ball bearing and rotor system[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 151: 103889.
- [6] 易均, 刘恒, 刘意, 等. 歪斜安装对组配轴承转子系统动力学特性影响[J]. 西安交通大学学报, 2014, 48(9): 107-111.  
Yi Jun, Liu Heng, Liu Yi, et al. Influence of installed outer race on nonlinear dynamic characteristics for matched bearings-rotor system[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2014, 48(9): 107-111.
- [7] Tatar A, Schwingshackl C W. Effect of a planetary gearbox on the dynamics of a rotor system[A]. ASME Turbo Expo[C]. Norway: Turbomachinery Technical Conference & Exposition, 2018: 1-11.
- [8] Wang Siyu, Zhu Rupeng. Nonlinear dynamic analysis of GTF gearbox under friction excitation with vibration characteristics recognition and control in frequency domain[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 151: 107373.
- [9] Wang Siyu, Zhu Rupeng, Feng Jin. Study on load sharing behavior of coupling gear-rotor-bearing system of GTF aero-engine based on multi-support of rotors[J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 147: 103764.
- [10] Guo Yi, Parker R G. Dynamic analysis of planetary gears with bearing clearance[J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2012, 7(4): 041002.
- [11] Moshrefzadeh A, Fasana A. Planetary gearbox with localised bearings and gears faults: simulation and time/frequency analysis[J]. Meccanica, 2017, 52(2): 3759-3779.
- [12] 韩清凯, 王美令, 赵广, 等. 转子系统不对中问题的研究进展[J]. 动力学与控制学报, 2016, 14(1): 1-13.  
Han Qingkai, Wang Meiling, Zhao Guang, et al. A review of rotor systems with misalignment[J]. Journal of Dynamics and Control, 2016, 14(1): 1-13.
- [13] 罗跃纲, 王鹏飞, 王晨勇, 等. 迷宫密封-滚动轴承-悬臂转子系统非线性动力学特性分析[J]. 振动工程学报, 2020, 33(2): 256-264.  
Luo Yuegang, Wang Pengfei, Wang Chenyong, et al. Nonlinear dynamic characteristics of labyrinth seal-rolling bearing-cantilever rotor system[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(2): 256-264.
- [14] Han Hongzheng, Zhao Zhifang, Tian Hongxu, et al. Fault feature analysis of planetary gear set influenced by cracked gear tooth and pass effect of the planet gears[J]. Engineering Failure Analysis, 2020, 121: 105162.
- [15] Parker R G, Lin J. Mesh phasing relationships in planetary and epicyclic gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2004, 126(2): 365-370.
- [16] 马辉, 闻邦椿, 太兴宇, 等. 旋转叶片-机匣系统碰摩动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2017: 44-47.  
Ma Hui, Wen Bangchun, Tai Xingyu, et al. Dynamics of Rotating Blade-casing Systems with Rubbing [M]. Beijing: Science Press, 2017: 44-47.

- [17] 燕晓慧,李继庆,袁茹.内外围相对倾斜对圆柱滚子轴承承载能力的影响分析[J].机械科学与技术,1996,15(1):101-104.  
Yan Xiaohui, Li Jiqing, Yuan Ru. Effect of relative in-
- cline between inner and outer rings on cylindrical roller bearing [J]. Mechanical Science and Technology, 1996, 15(1): 101-104.

## Dynamic characteristics of planetary gear-rotor system with bearing tilt misalignment

WANG Peng-fei<sup>1</sup>, XU Hong-yang<sup>1</sup>, MA Hui<sup>1,2</sup>, YANG Yang<sup>3</sup>

(1.School of Mechanical Engineering & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China;

2.Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-Propulsion Systems Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819, China; 3.China North Vehicle Research Institute, Beijing 100072, China)

**Abstract:** Aiming at the misalignment problem of the support bearing in the planetary gear transmission system of a tracked vehicle, the equation of motion of the planetary gear-rotor system with bearing tilt misalignment was established. A bearing force model was proposed based on the nonlinear Hertz contact theory, which could be considered when the ball bearing was respectively in the condition of inner/outer ring tilt misalignment. The proposed model was coupled with the lumped mass model of planetary gear and the finite element model of rotor, and the dynamic model of planetary gear transmission system was obtained. The influence of bearing misalignment on the system dynamic characteristics was analysed, and the evolution law of the parameters such as raceway curvature radius and initial bearing radial clearance on the system dynamic characteristics was further discussed. The results show that the bearing tilt misalignment lead to the sharp increase of bearing contact force, the periodic fluctuation of contact angle, contact stiffness and bearing clearance, the increase of varying compliance (VC) vibration frequency amplitude and the decrease of system amplitude. Enhancing the raceway curvature radius and bearing initial clearance can increase the VC vibration. However, the appropriate selection of large bearing clearance can offset the adverse effects caused by tilt misalignment of bearing installation.

**Key words:** rotor dynamics; planetary gear-rotor system; bearing misalignment; rolling bearing; dynamic characteristics

作者简介:王鹏飞(1994—),男,博士研究生。电话:18642861424;E-mail:2861014893@qq.com。

通讯作者:马辉(1978—),男,教授。电话:(024)83684491;E-mail:mahui\_2007@163.com。