2.5 维 C/SiC 复合材料弹性参数不确定性识别方法研究*

姜　东[1,2]　陆　韬[1,2]　吴邵庆[1,2]　费庆国[1,2]

(1. 东南大学土木工程学院工程力学系，江苏 南京 210096; 2. 江苏省工程力学分析重点实验室，江苏 南京 210096)

摘要：提出了一种 2.5 维 C/SiC 编织复合材料弹性参数不确定性识别方法。采用刚度平均法获得复合材料等效弹性参数理论预测值。选取对结构动态特性影响较大的三个弹性参数 E_{11}、E_{22} 和 G_{12} 作为待识别参数；在确定性识别结果基础上，采用拉丁超立方体采样构造随机试验样本，开展不确定性参数识别方法仿真研究。仿真结果表明，不考虑试验模态参数与待识别参数不确定性之间的相关性，能够在保证识别精度的前提下避免计算二阶灵敏度矩阵而降低计算量；针对考虑弹性参数不确定性的 2.5 维 C/SiC 复合材料，采用本文的方法能够准确识别材料弹性参数的均值与标准差，建立反映实际结构动态特性统计意义的精确动力学模型。

关键字：C/CSi 复合材料；弹性参数；不确定性；识别方法

中图分类号： O 325　 V250.3　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：

An elastic moduli identification method of 2.5 dimensional C/CSi composite with uncertainty

JIANG Dong[1,2], *LU Tao*[1,2], *WU Shao-qing*[1,2], *FEI Qing-guo*[1,2]

(1. Department of Engineering Mechanics, Southeast University, Nanjing, 210096, China; 2. Jiangsu Key Laboratory of Engineering Mechanics, Nanjing, 210096, China)

Abstract: A study on elastic moduli identification method of 2.5 dimensional C/CSi composite with uncertainty is conducted in this paper. The uncertain parameters to be identified are divided into the summation of mean value and a deviation term based on which the iteration formulations for the uncertainty identification are derived. The initial equivalent elastic modulus of the composite is predicted by using of stiffness average method. E_{11}, E_{22} and G_{12} are selected as the identifying parameters through relative sensitivity analysis, after deterministic identification, a reference model for study of uncertainty identification method is obtained. Based on this reference model, adopting the Latin Hypercube sampling method to construct random test samples, then the uncertain elastic parameters identification method is conducted based on stochastic model updating method. Numerical results show that higher order sensitivity matrix is not necessary to be calculated when the correlation between the uncertainties in the updating parameters and in the test data is ignored, which lead to a lower computational effort but promise results. When considering the uncertainty in elastic modulus of 2.5 dimensional C/SiC composite, the uncertain parameter identification method proposed can be used for accurately identifying the mean value and deviation of the elastic modulus, the dynamical finite element model with statistical significance can be constructed at the same time.

Keywords: C/SiC composite; elastic parameter; uncertainty; identification method;

作者简介：姜东(1985-)，男，博士生．电话: (025)83790168; E-mail: jiangdonal@gmail.com

---

收稿日期:　　　　　　　　**修订日期**:

基金项目：国家自然科学基金(10902024)、教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-11-0086)、江苏省自然科学基金(BK2010397)、航空科学基金(20090869009)

引言

新型 2.5 维编织 C/SiC 复合材料克服了 2 维编织复合材料层间性能差和 3 维编织复合材料制作工艺复杂、成本高、生产周期长等缺点，具有较好的综合性能和广阔的应用前景。然而，对于纤维增强复合材料，由于纤维尺寸和纤维排列方式的随机性[1]、基体或纤维中孔洞和微裂纹[2]、以及界面特性的分散性等诸多因素将导致复合材料等效弹性参数往往存在较明显的不确定性。

2.5 维 C/SiC 复合材料等效弹性参数的研究方法主要有理论分析、有限元计算或者静力试验[3~5]。理论分析与有限元计算根据假设选取单胞模型，采用刚度平均法来分析材料的等效参数，与实际情况有一定差距；静力试验只能测得有限的面内弹性模量，面外弹性参数或剪切模量较难测量。针对 2.5 维 C/SiC 复合材料细观模型的研究目前还不够充分，对其等效参数的研究尚处于初步阶段[4, 5]。采用材料的宏观力学特性，如动态特性等来识别 2.5 维 C/SiC 复合材料等效弹性参数的方法，特别是考虑不确定性的情况尚未得到广泛关注。

众所周知，基于试验模态数据的有限元模型修正方法[6, 7]在建立精确动力学模型的同时还能准确识别结构参数，近几十年内得到迅速发展。然而，传统的确定性有限元模型修正方法，针对某次试验数据的模型修正结果只能识别结构的确定性参数，无法考虑参数的不确定性。由此产生了众多解决不确定性问题概率[8]或非概率的[9]分析方法，考虑不确定性的有限元模型修正方法在此基础上得到较大的发展。很多方法被应用到不确定性有限元模型修正中，包括摄动法[10, 11]，区间分析法[12, 13]，贝叶斯方法[14~16]等。采用摄动法进行模型修正时，若待修正参数不确定性变化范围较小，能高效的得到修正结果[10, 11]。比较而言，采用区间分析方法，待修正参数的区间在迭代的过程中极易发散，并且每一次迭代都需要采用优化方法计算各参数的区间，对于实际结构计算量太大[12]；贝叶斯的模型修正方法中需要试验数据的概率分布函数[14~16]，这在工程中难以实现。本文采用基于摄动法的不确定性有限元模型修正方法作为复合材料不确定弹性参数识别方法。

针对 2.5 编织维 C/SiC 复合材料弹性参数的不确定性识别方法开展研究。首先，在材料细观结构理论研究的基础上，采用刚度平均法预测复合材料弹性参数，根据模态试验结果采用确定性的方法，识别 2.5 维编织 C/SiC 复合材料的等效弹性参数，作为不确定性识别方法仿真研究中不确定弹性参数的均值。然后，采用拉丁超立方体采样构造仿真试验模态参数样本，开展 2.5 维 C/SiC 复合材料不确定性弹性参数识别方法研究。

1　理论基础

1.1　2.5 维 C/SiC 复合材料等效弹性参数

本文研究对象为 2.5 维 C/SiC 编织复合材料，如图 1 为 2.5 维 C/SiC 复合材料单胞模型。将理论预测的弹性参数作为参数识别的初始值。

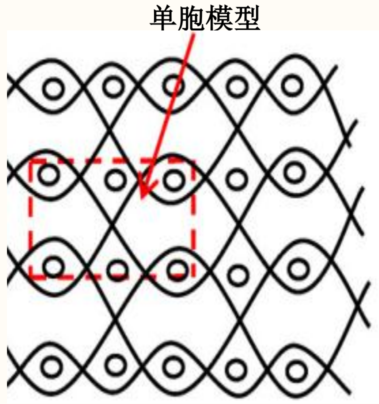

图 1 2.5 维 C/CSi 复合材料单胞模型

（圆圈表示纬纱，曲线表示经纱）

Fig. 1 Unit cell model of 2.5D C/SiC composite

(circle represents the weft yarn, and curve is the warp)

从细观几何结构出发分析复合材料的力学性能，单胞内纱线的几何形状应满足如下假设[4, 5]：(1) 纬纱的截面为双凸透镜形状，且沿长度方向是均匀的，截面形状保持不变；(2) 经纱的截面为矩形，编织轨迹可以由圆弧和与其相切的直线连接而成；以正弦曲线形状稳定、均匀排列，且变形率一致。将经纱纤维束的柔度矩阵沿经纱曲线积分，求其线平均值可得经纱的平均柔度矩阵[5]，纤维束的刚度矩阵可由柔度矩阵求逆得出。根据单元体内各组成纱线的空间取向，通过转轴矩阵将纱线局部坐标系下的刚度矩阵转换到材料整体坐标系下

$$\mathbf{C}_i = \mathbf{T}_i \mathbf{C}_i^l \mathbf{T}_i \quad (i = j, w) \tag{1}$$

其中，下标 j、w 分别表示经纱和纬纱，$\mathbf{C}^l$ 为局部坐标系下的刚度矩阵，$\mathbf{T}$ 为应力转换矩阵。假设复合材料孔洞只存在于基体中，V_j、V_w、V_k 分别为经、纬纱线和孔洞的体积分数。由纱线和基体的刚度矩阵及各自的体积分数按照刚度平均法[6]可求得复合材料的总体刚度矩阵

$$\mathbf{C}=V_j\mathbf{C}_j+V_w\mathbf{C}_w+V_m\mathbf{C}_m \tag{2}$$

其中 V_m=1－V_j－V_w－V_k 为基体体积分数，$\mathbf{C}_j$、$\mathbf{C}_w$、$\mathbf{C}_m$ 分别为经纱、纬纱和基体在整体坐标系下的刚度矩阵。刚度矩阵求逆可得到柔度矩阵 **S**，根据柔度矩阵求得复合材料的弹性参数

$$\begin{aligned}
&\mathbf{E}_{11}=\frac{1}{\mathbf{S}_{11}},\quad \mathbf{E}_{22}=\frac{1}{\mathbf{S}_{22}},\quad \mathbf{E}_{33}=\frac{1}{\mathbf{S}_{33}}\\
&\mathbf{G}_{12}=\frac{1}{\mathbf{S}_{44}},\quad \mathbf{G}_{23}=\frac{1}{\mathbf{S}_{55}},\quad \mathbf{G}_{31}=\frac{1}{\mathbf{S}_{66}}\\
&\mu_{12}=-\frac{\mathbf{S}_{21}}{\mathbf{S}_{11}},\quad \mu_{23}=-\frac{\mathbf{S}_{32}}{\mathbf{S}_{22}},\quad \mu_{31}=-\frac{\mathbf{S}_{13}}{\mathbf{S}_{33}}
\end{aligned} \tag{3}$$

理论预测中纤维几何形状的简化，基体孔隙率的近似等诸多因素导致理论预测的弹性参数难以考虑不确定性。采用基于不确定性有限元模型修正理论的识别方法根据多次动态试验的结果，能够得到具有准确统计意义的弹性参数。

1.2 不确定性识别方法

本文采用基于摄动法的不确定性有限元模型修正方法作为复合材料不确定弹性参数识别方法。不确定性的有限元模型修正方法在传统确定性的方法基础上发展起来。确定性的有限元模型修正可归结为优化问题

$$\begin{cases}\mathrm{Min}\ J(\mathbf{p})=\varepsilon^T\mathbf{W}\varepsilon=\left\|\mathbf{W}^{1/2}\left(\mathbf{z}^m-\mathbf{z}^a(\mathbf{p})\right)\right\|_2^2\\ \qquad\qquad s.t.\quad \mathbf{p}_1\le\mathbf{p}\le\mathbf{p}_2\end{cases} \tag{4}$$

即运用优化的思想对参数进行识别，若在待识别结构参数 **p** 的合理取值范围 $\mathbf{p}_1\le\mathbf{p}\le\mathbf{p}_2$ 内找到一个 $\mathbf{p}^A$，目标函数 $J(\mathbf{p})$试验与计算模态参数的加权残差取极小值，则 $\mathbf{p}^A$ 为参数的精确识别结果。$\boldsymbol{\varepsilon}$ 为模态参数的残差，$\mathbf{z}^m$ 和 $\mathbf{z}^a(\mathbf{p})$分别为试验与计算的模态参数，加权矩阵 **W** 为反映各模态参数残差相对权重的对角阵。设定待识别参数的初值，采用灵敏度分析的方法迭代求解优化问题(4)，第 j 个迭代步的问题描述为

$$\mathbf{W}^{1/2}\left(\mathbf{z}^m-\mathbf{z}_j^a\right)=\mathbf{S}_j\left(\mathbf{p}_{j+1}-\mathbf{p}_j\right) \tag{5}$$

其中 $\mathbf{S}_j=\mathbf{W}^{1/2}\,\partial\mathbf{z}_j/\partial\mathbf{p}_j$ 表示模态参数对结构参数的加权灵敏度矩阵。

为了考虑不确定性，将方程(5)中的参数均表示为如下形式

$$\begin{cases}\mathbf{p}_j=\bar{\mathbf{p}}_j+\delta\mathbf{p}_j\\ \mathbf{z}^m=\bar{\mathbf{z}}^m+\delta\mathbf{z}^m\\ \mathbf{z}_j^a=\bar{\mathbf{z}}_j^a+\delta\mathbf{z}_j^a\\ \mathbf{S}_j=\bar{\mathbf{S}}_j+\delta\mathbf{S}_j\end{cases} \tag{6}$$

即将方程(5)中的每一项都表示为一个均值和随机变量之和，分别用 $\bar{*}$ 和 $\delta*$ 表示。其中 $\delta*$ 为一均值为 0 的随机变量，$\bar{\mathbf{z}}_j^a=\mathbf{z}^a\left(\bar{\mathbf{p}}_j\right),\bar{\mathbf{S}}_j=\mathbf{S}\left(\bar{\mathbf{p}}_j\right)$ 分别为结构参数取均值的模态参数计算值与灵敏度矩阵。可将灵敏度矩阵的不确定项表示为

$$\delta\mathbf{S}_j=\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial\bar{\mathbf{S}}_j}{\partial\mathbf{z}^m(k)}\delta\mathbf{z}^m(k) \tag{7}$$

其中

$$\frac{\partial\bar{\mathbf{S}}_j}{\partial\mathbf{z}^m(k)}=\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial\bar{\mathbf{S}}_j}{\partial\bar{\mathbf{p}}_j(i)}\frac{\partial\bar{\mathbf{p}}_j(i)}{\partial\mathbf{z}^m(k)}\bigg|_{\mathbf{z}^m(k)=\bar{\mathbf{z}}^m(k)} \tag{8}$$

将(6)式代入(5)可得不确定性识别问题的迭代方程

$$\begin{aligned}&\mathbf{W}^{1/2}\left[\bar{\mathbf{z}}^m+\delta\mathbf{z}^m-\left(\bar{\mathbf{z}}_j^a+\delta\mathbf{z}_j^a\right)\right]=\\ &\left(\bar{\mathbf{S}}_j+\delta\mathbf{S}_j\right)\left[\bar{\mathbf{p}}_{j+1}+\delta\mathbf{p}_{j+1}-\left(\bar{\mathbf{p}}_j+\delta\mathbf{p}_j\right)\right]\end{aligned} \tag{9}$$

采用摄动法，将(9)式中的关于 δ 的零阶项和一阶项分离，可得

$$\mathrm{O}\left(\delta^0\right):\quad \mathbf{W}^{1/2}\left(\bar{\mathbf{z}}^m-\bar{\mathbf{z}}_j^a\right)=\bar{\mathbf{S}}_j\left(\bar{\mathbf{p}}_{j+1}-\bar{\mathbf{p}}_j\right) \tag{10}$$

$$\mathrm{O}\left(\delta^1\right):\quad \begin{aligned}&\mathbf{W}^{1/2}\left(\delta\mathbf{z}^m-\delta\mathbf{z}_j^a\right)-\delta\mathbf{S}_j\left(\bar{\mathbf{p}}_{j+1}-\bar{\mathbf{p}}_j\right)\\ &=\bar{\mathbf{S}}_j\left(\delta\mathbf{p}_{j+1}-\delta\mathbf{p}_j\right)\end{aligned} \tag{11}$$

求解(10)式，得到待识别结构参数均值的迭代格式

$$\bar{\mathbf{p}}_{j+1}=\bar{\mathbf{p}}_j+\left(\bar{\mathbf{S}}_j^T\bar{\mathbf{S}}_j\right)^{-1}\bar{\mathbf{S}}_j^T\mathbf{W}^{1/2}\left(\bar{\mathbf{z}}^m-\bar{\mathbf{z}}_j^a\right) \tag{12}$$

或

$$\bar{\mathbf{p}}_{j+1}=\bar{\mathbf{p}}_j+\bar{\mathbf{G}}_j\left(\bar{\mathbf{z}}^m-\bar{\mathbf{z}}_j^a\right) \tag{13}$$

其中 $\bar{\mathbf{G}}=\left(\bar{\mathbf{S}}_j^T\bar{\mathbf{S}}_j\right)^{-1}\bar{\mathbf{S}}_j^T\mathbf{W}^{1/2}$ 为转换矩阵。若计算模态参数对待识别参数的加权灵敏度矩阵病态，采用求解不适定问题的正则化方法求解方程(10)，转换矩阵变为

$$\bar{\mathbf{G}}_j=\left(\bar{\mathbf{S}}_j^T\bar{\mathbf{S}}_j+\lambda\mathbf{I}\right)^{-1}\bar{\mathbf{S}}_j^T\mathbf{W}^{1/2} \tag{14}$$

其中λ为正则化参数，通过以$\left\|\bar{\mathbf{p}}_{j+1}-\bar{\mathbf{p}}_j\right\|$为横坐标，$\left\|\bar{\mathbf{S}}_j\left(\bar{\mathbf{p}}_{j+1}-\bar{\mathbf{p}}_j\right)-\mathbf{W}^{1/2}\left(\bar{\mathbf{z}}^m-\bar{\mathbf{z}}_j^a\right)\right\|$为纵坐标作 L-curve 图求得$\lambda$的值[17]。

若考虑试验模态参数的不确定性对灵敏度矩阵的影响，由(11)式得到待识别结构参数不确定性项的迭代格式

$$\begin{aligned}&\delta\mathbf{p}_{j+1}=\delta\mathbf{p}_j+\bar{\mathbf{G}}_j\left(\delta\mathbf{z}^m-\delta\mathbf{z}_j^a\right)-\\&\left(\bar{\mathbf{S}}_j^T\bar{\mathbf{S}}_j+\lambda\mathbf{I}\right)^{-1}\bar{\mathbf{S}}_j^T\delta\bar{\mathbf{S}}_j\left(\bar{\mathbf{p}}_{j+1}-\bar{\mathbf{p}}_j\right)\end{aligned}\tag{15}$$

令

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_j=&\left(\bar{\mathbf{S}}_j^T\bar{\mathbf{S}}_j+\lambda\mathbf{I}\right)^{-1}\bar{\mathbf{S}}_j^T\left[\frac{\partial\bar{\mathbf{S}}_j}{\partial\mathbf{z}^m(1)}\left(\bar{\mathbf{p}}_{j+1}-\bar{\mathbf{p}}_j\right)\right.\\&\left.\frac{\partial\bar{\mathbf{S}}_j}{\partial\mathbf{z}^m(2)}\left(\bar{\mathbf{p}}_{j+1}-\bar{\mathbf{p}}_j\right)\quad\cdots\quad\frac{\partial\bar{\mathbf{S}}_j}{\partial\mathbf{z}^m(n)}\left(\bar{\mathbf{p}}_{j+1}-\bar{\mathbf{p}}_j\right)\right]\end{aligned}\tag{16}$$

上式中$\partial\bar{\mathbf{S}}_j/\partial\mathbf{z}^m(n)$在试验模态参数的均值点$\mathbf{z}^m(n)=\bar{\mathbf{z}}^m(n)$计算得到，因此$\mathbf{A}_j$为一确定性的矩阵。则(15)式改写为

$$\delta\mathbf{p}_{j+1}=\delta\mathbf{p}_j+\bar{\mathbf{G}}_j\left(\delta\mathbf{z}^m-\delta\mathbf{z}_j^a\right)-\mathbf{A}_j\delta\mathbf{z}^m\tag{17}$$

根据(6)式的描述，用δv表示参数v的不确定性，由协方差的定义可得

$$\begin{aligned}\mathrm{Cov}(v,v)&=\mathrm{Cov}(\bar{v}+\delta v,\bar{v}+\delta v)\\&=\mathrm{Cov}(\delta v,\delta v)\end{aligned}\tag{18}$$

按照 Khodaparast[10]的假设，若不考虑试验模态参数的不确定性与结构参数不确定性之间的相关性，则$\mathrm{Cov}(\delta\mathbf{z}^m,\delta\mathbf{p}_j)=0$，$\mathrm{Cov}(\delta\mathbf{z}^m,\delta\mathbf{z}^a{}_j)=0$；从$\mathbf{A}_j$的表达式(16)中可以看出，在此假定下(17)式中的$\mathbf{A}_j$也可忽略不计。可得到结构参数协方差矩阵的迭代格式

$$\begin{aligned}&\mathrm{Cov}\left(\delta\mathbf{p}_{j+1},\delta\mathbf{p}_{j+1}\right)\\&=\mathrm{Cov}\left(\delta\mathbf{p}_j,\delta\mathbf{p}_j\right)+\bar{\mathbf{G}}_j\mathrm{Cov}\left(\delta\mathbf{z}^m,\delta\mathbf{z}^m\right)\bar{\mathbf{G}}_j^T+\\&\bar{\mathbf{G}}_j\mathrm{Cov}\left(\delta\mathbf{z}_j^a,\delta\mathbf{z}_j^a\right)\bar{\mathbf{G}}_j^T-\mathrm{Cov}\left(\delta\mathbf{p}_j,\delta\mathbf{z}_j^a\right)\bar{\mathbf{G}}_j^T-\\&\bar{\mathbf{G}}_j\mathrm{Cov}\left(\delta\mathbf{z}_j^a,\delta\mathbf{p}_j\right)\end{aligned}\tag{19}$$

采用(19)式计算待识别参数的协方差矩阵将避免计算模态参数对结构参数的二阶灵敏度矩阵$\partial\bar{\mathbf{S}}_j/\partial\bar{\mathbf{p}}_j$而大大减少计算量。

2 确定性弹性参数识别

本文针对几何尺寸为 300mm×300mm×2mm 的 2.5 维 C/SiC 复合材料板开展研究。采用锤击法得到了板的前八阶模态频率及模态振型。利用刚度平均法，得到了如表 1 所示理论预测的复合材料弹性参数。通过灵敏度分析选取对动态特性较敏感的参数，采用确定性方法加以识别，作为不确定性识别方法研究的弹性参数均值。

表 1 理论预测的材料参数（Gpa）

Table 1 Theory predicted parameters of the composite (Gpa)

材料参数	理论预测值
E_{11}	93.67
E_{22}	100.94
E_{33}	79.50
G_{12}	30.14
G_{23}	28.53
G_{31}	27.85
μ_{12}	0.2
μ_{23}	0.25
μ_{13}	0.25

2.1 参数分析

计算各阶模态频率对 C/SiC 复合材料弹性参数的相对灵敏度

$$\boldsymbol{S}_r=\frac{\partial\boldsymbol{f}_i}{\partial p_j}p_j\tag{20}$$

其中 $\boldsymbol{S}_\mathrm{r}$ 为相对灵敏度矩阵，$\boldsymbol{f}_i$ 为第 i 阶模态频率，p_j 为第 j 个弹性参数。由此选取对动态特性影响较大的弹性参数。对于正交各向异性复合材料，有限元程序中往往只能求得模态频率对刚度系数的灵敏度。模态频率对弹性参数的灵敏度可通过求导的链式法则得到，即模态频率对刚度系数的灵敏度列向量与刚度系数对材料参偏导数列向量对应元素相乘，可得模态频率对材料参数的灵敏度。采用以上方法求得 2.5 维 C/SiC 复合材料板模态频率对各个参数的相对灵敏度，如图 2 所示。从图中可以看出，E_{11}、E_{22}和 G_{12}为对复合材料板动态特性影响最大的三个参数。

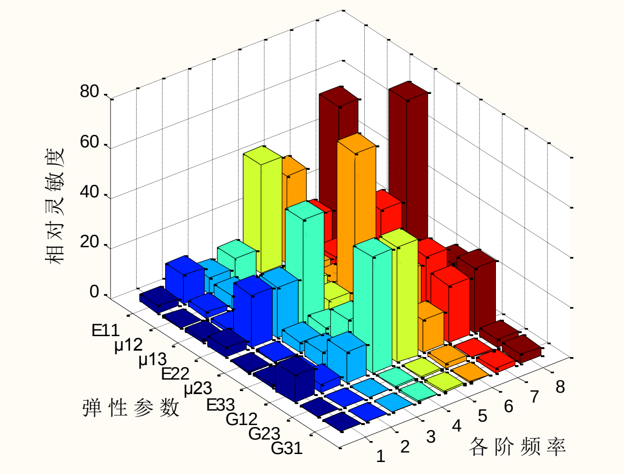

图 2 模态频率对弹性参数的相对灵敏度

Fig. 2 Relative sensitivity of the modal frequencies respect to elastic modules

2.2 识别结果

选取前四阶试验模态频率采用确定性方法来识别弹性参数 E_{11}、E_{22} 和 G_{12}。如表 2 为确定性参数识别结果。将识别结果代入有限元模型进行模态分析，考察前 8 阶模态振型的模态置信度、1-4 阶模态频率的复现精度，以及 5-8 阶模态频率的预示精度，从而验证弹性参数识别结果的准确性[7]。如图 3 为试验与计算振型模态置信度，振型匹配良好。如表 3 为识别前后计算模态频率与试验值的比较，从表中可以看出 1~4 阶模态频率的复现误差平均值由 2.24%减小到 0.75%，5~8 阶模态频率的预示误差平均值由 2.45%减小到 1.71%，表明识别得到的弹性参数更加准确。识别得到的模型可作为下一步进行 2.5 维 C/SiC 复合材料不确定性弹性参数识别方法研究的基准模型。

表 2 确定性参数识别结果（Gpa）

Table 2 Deterministic parameter identification result（Gpa）

弹性参数	E_{11}	E_{22}	G_{12}
确定性识别结果	91.33	99.21	29.00

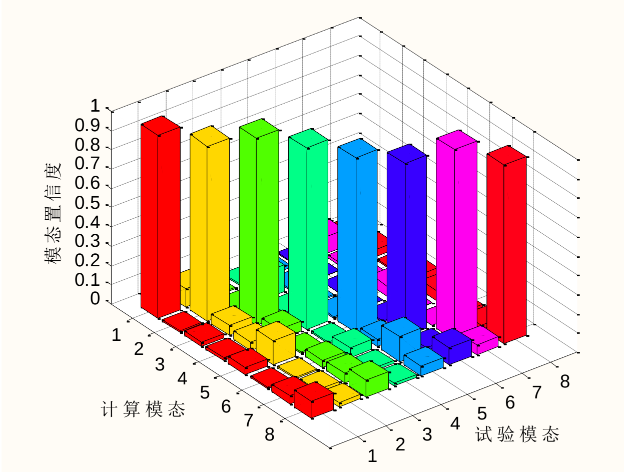

图 3 试验与计算振型模态置信度

Fig. 3 Modal assurance criterion between experimental and computational mode shapes

表 3 识别前后计算模态频率与试验值比较

Table 3 Comparison of the computational and experimental modal data between before and after identification

模态阶次		1	2	3	4	5	6	7	8
试验频率（HZ）		98.71	158.48	181.02	271.98	426.41	473.61	505.42	531.87
计算频率（HZ）	识别前	100.40	164.86	183.73	276.55	442.43	483.07	501.24	548.94
	误差	1.71%	4.04%	1.51%	1.68%	3.76%	2%	-0.83%	3.21%
	识别后	98.56	162.54	181.72	272.08	436.32	475.43	502.17	541.91
	误差	-0.15%	2.45%	0.38%	0.03%	2.32%	0.38%	-2.25%	1.88%

3 不确定性参数识别仿真研究

3.1 仿真试验

在基准模型基础上开展 2.5 维 C/SiC 复合材料不确定性弹性参数识别方法仿真研究。假设复合材料弹性参数中 E_{11}、E_{22} 和 G_{12} 存在不确定性，且存在一定误差。通过仿真构造试验样本，以此验证弹性参数不确定性识别算法。不考虑试验模态参数与待识别参数之间相关性，弹性参数的不确定性较小且为高斯分布时，对计算模态参数 $\mathbf{z}_j^a(\mathbf{p}_j)$ 在待识别参数的均值点 $\bar{\mathbf{p}}_j$ 处 Taylor 展开并进行一阶截断，根据定义得到(19)式中的协方差矩阵 $\mathrm{Cov}(\delta\mathbf{z}_j^a, \delta\mathbf{z}_j^a)$ 、

$\mathrm{Cov}\left(\delta\mathbf{p}_j, \delta\mathbf{z}_j^a\right)$ 和 $\mathrm{Cov}\left(\delta\mathbf{z}_j^a, \delta\mathbf{p}_j\right)$。如图 4 为 C/SiC 复合材料不确定性弹性参数的识别流程。

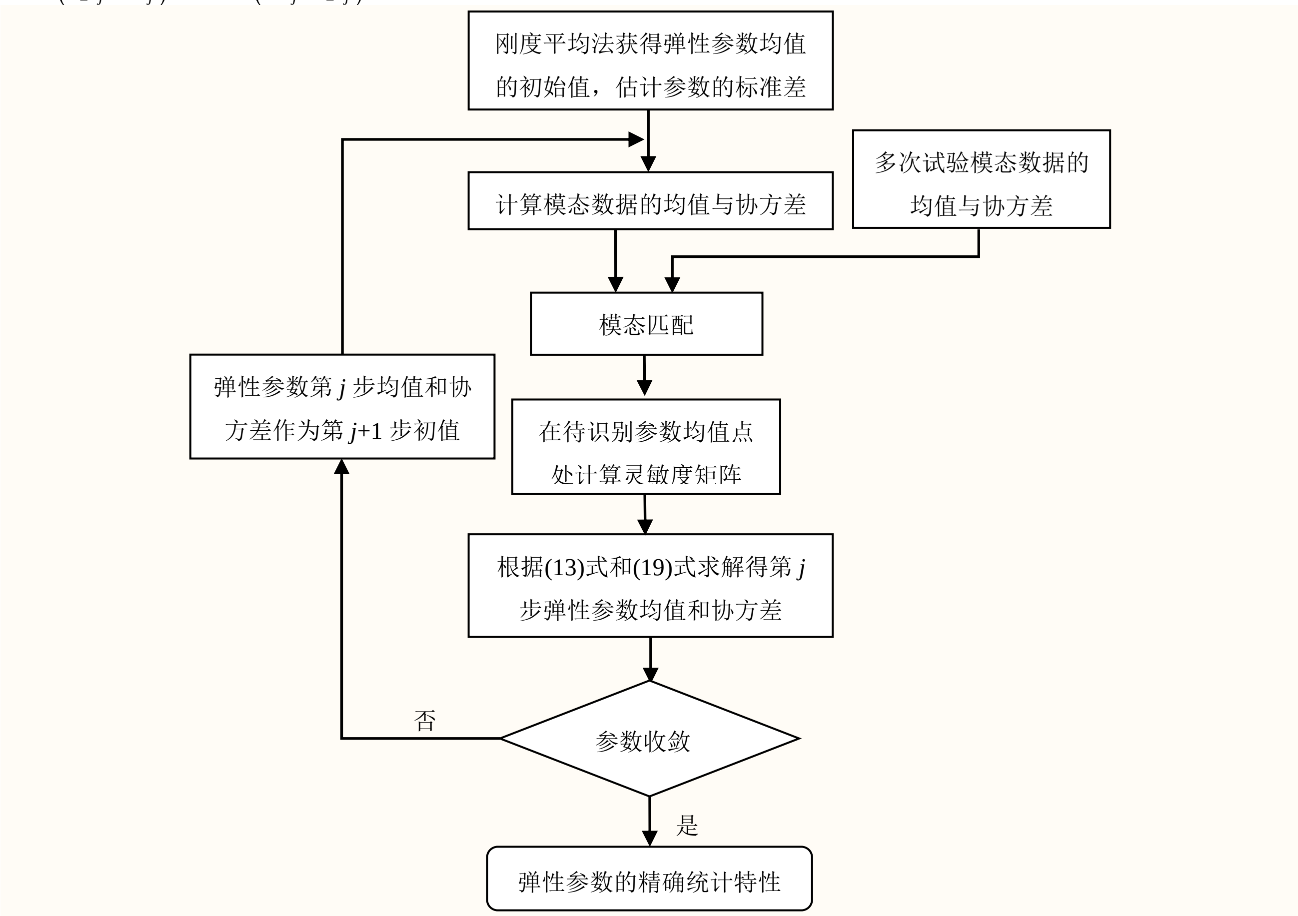

图 4 不确定性弹性参数识别流程图

Fig. 4 Flowchart of the uncertain elastic modules identification procedure

根据复合材料弹性参数的识别结果，假设复合材料弹性参数中 E_{11}、E_{22} 和 G_{12} 真实的统计特性为：：$\mu(E_{11})$=91.33 Gpa，$\mu(E_{22})$=99.21 Gpa，$\mu(G_{12})$=29.00 Gpa；$\sigma(E_{11})$= 9. 133 Gpa，$\sigma(E_{22})$= 9.921 Gpa，$\sigma(G_{12})$= 2. 9 Gpa；其中 μ 和 σ 分别表示均值和标准差，即假设复合材料弹性参数标准差为均值的 10%。仿真的试验模态参数样本通过正态分布的拉丁超立方体采样[20]（Latin Hypercube Sampling, LHS）根据不确定弹性参数均值和标准差构造样本，代入有限元模型中计算得到。LHS 对输入概率分布进行分层，将累积概率曲线分成相等的区间，在每个区间随机抽取样本。与蒙特卡洛采样（Monte Carlo Sampling, MCS）相比，LHS 的优势在于采样是整个空间的，而 MCS 可能由于样本数量的不足而遗漏某一采样空间。因此 LHS 是一种更加高效的抽样方法，能够有效的提高抽样效率和减少运行时间。根据弹性参数中 E_{11}、E_{22} 和 G_{12} 真实的统计特性，采用满足正态分布的 LHS 构造 1000 个随机样本，带入有限元模型中计算得到仿真的试验模态参数样本，由此可得试验模态参数的均值和协方差矩阵，作为弹性参数不确定性识别方法研究中计算模态参数的目标值。

在开展 2.5 维 C/SiC 复合材料弹性参数不确定性识别方法仿真研究时，首先估计待识别参数的初始均值和标准差：$\mu_0(E_{11})$=73.064 Gpa，$\mu_0(E_{22})$=79.368 Gpa，$\mu_0(G_{12})$=34.8 Gpa；$\sigma_0(E_{11})$=0，$\sigma_0(E_{22})$=0，$\sigma_0(G_{12})$=0；即假设材料的弹性模量 E_{11}、E_{22} 均值被低估了 20%，剪切模量均值被高估了 20%；假设三个参数的均方差初始值为零。

3.2 识别结果

不考虑试验模态参数与待识别参数之间的相关性，针对 2.5 维 C/SiC 复合材料不确定性弹性参数的识别开展仿真研究。试验的模态参数通过仿真得到，试验数据不受其他因素影响，取加权矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{I}$；由于迭代过程中识别问题的方程组并未出现病态，正则化参数 $\lambda = 0$。

如图 5 与图 6 为弹性参数均值与标准差误差迭代收敛曲线，图 7 为计算模态参数均值误差迭代收

敛曲线。从图中可以看出，弹性参数的均值和方差、计算模态参数的均值在识别程序迭代到第七个迭代步时收敛，收敛后误差均较小。为了更加直观的比较识别后计算频率与试验频率，根据识别后复合材料参数的均值和标准差构造 1000 个弹性参数的样本，带入有限元模型中计算识别后的模态参数，将试验和计算结果分别按照对应频率的均值进行归一化，作如图 8 所示的识别后试验频率与计算频率散点图，从图中可以看出识别后结果与计算结果吻合良好。表 4 为不确定性弹性参数识别前后各参数误差比较，识别后弹性参数均值的误差绝对值由 20%下降到 1%以下，标准差误差不超过 5%；模态参数均值与方差的精度也有较明显的提高，识别后的计算模态参数与试验结果相比，前四阶模态频率均值误差绝对值不超过 1%，均方差不超过 4%。表明当 2.5 维 C/SiC 复合材料弹性参数存在不确定性时，采用本文的方法能够准确识别弹性参数的统计特征，建立具有统计意义的精确动力学模型。

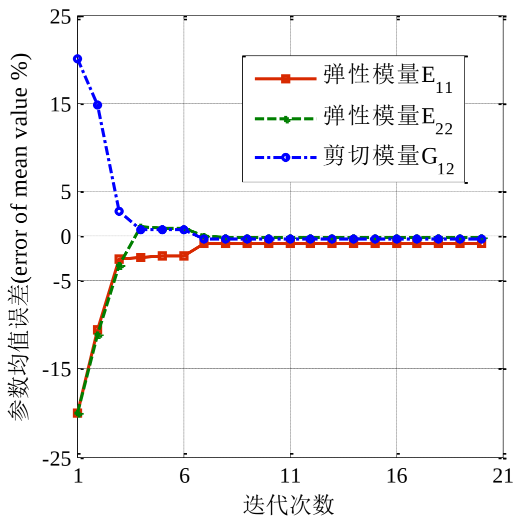

图 5 弹性参数均值收敛曲线

Fig. 5 Convergence of the mean value of elastic parameters

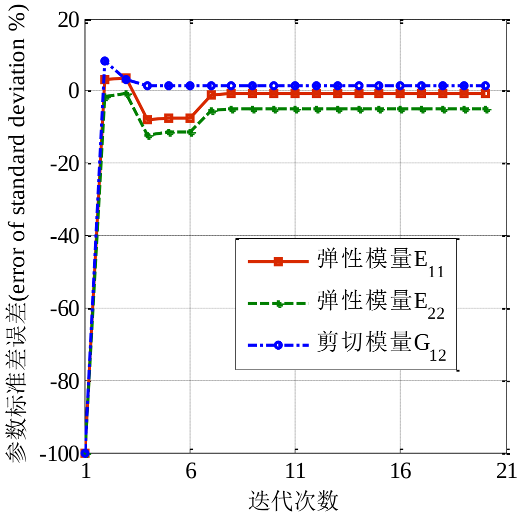

图 6 弹性参数标准差收敛曲线

Fig. 6 Convergence of the standard deviation of elastic parameters

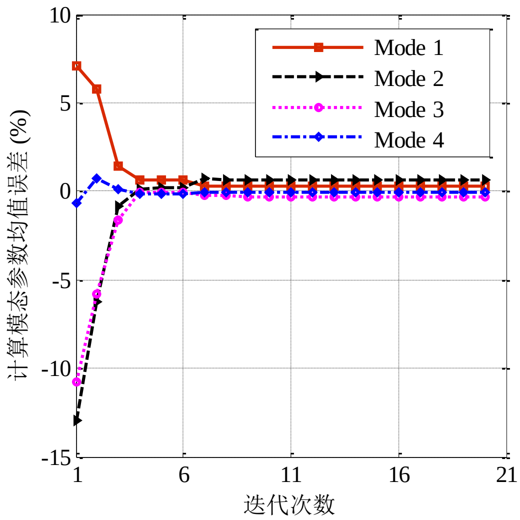

图 7 计算模态参数均值误差迭代收敛曲线

Fig. 7 Convergence of the error of computational modal data

表 4 不确定性弹性参数识别前后各参数误差比较

Table 4 Comparison between the initial and the identified parameters

弹性参数	初始误差(%)	识别后误差(%)	模态频率	初始误差(%)	识别后误差(%)
$\mu(E_{11})$	-20	-0.79	μ(Mode 1)	7.05	0.27
$\mu(E_{22})$	-20	-0.17	μ(Mode 2)	-12.91	0.66
$\mu(G_{12})$	20	-0.003	μ(Mode 3)	-10.76	-0.28
			μ(Mode 4)	-0.67	0.06
$\sigma(E_{11})$	-100	-0.53	σ(Mode 1)	-100	-1.81
$\sigma(E_{22})$	-100	-4.97	σ(Mode 2)	-100	0.94
$\sigma(G_{12})$	-100	1.58	σ(Mode 3)	-100	3.10
			σ(Mode 4)	-100	-0.83

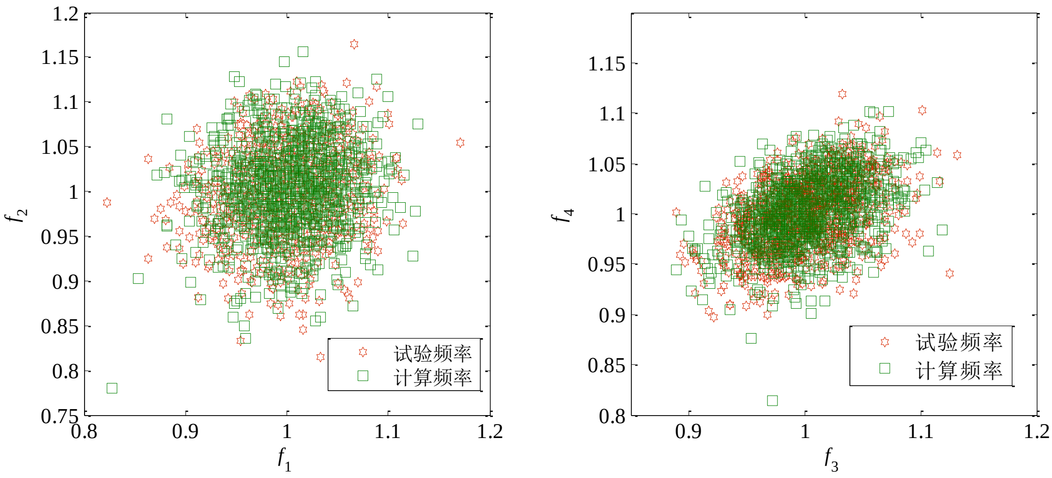

图 8 识别后计算频率与试验频率散点图（1000 samples）

Fig. 8 Scatter of the predicted and measured frequencies after identification

4 结论

在开展 2.5 维 C/SiC 编织复合材料弹性参数等效理论研究基础上，结合基于摄动法的不确定性有限元模型修正，提出了一种复合材料参数不确定性识别方法。

选取对结构动态特性影响较大的三个弹性参数 E_{11}、E_{22} 和 G_{12} 作为待识别参数，在确定性参数识别的基础上开展不确定性弹性参数识别方法仿真研究。识别后，不确定性弹性参数均值的误差由 20%下降到 1%以下，标准差误差最大不超过 5%；模态参数均值与方差的精度也有较明显的提高；计算模态参数与试验结果相比，前四阶模态频率均值误差绝对值不超过 1%，均方差不超过 4%。结果表明，不考虑试验模态参数与待识别参数之间的相关性，能在保证识别精度的前提下避免计算二阶灵敏度矩阵而降低计算量；当考虑 2.5 维 C/SiC 复合材料弹性参数不确定性时，本文的方法能够准确识别材料弹性参数的均值与标准差，并建立具有统计意义的精确动力学模型。

参考文献

[1] 宋迎东，孙志刚，高希光．纤维增强复合材料有效性能分散性 [J]．航空动力学报，2005，20(2): 230-235.

Song Yingdong, Sun ZhiGang, Gao Xiguang. Research on Discrepancy of Fiber Reinforced Composite Effective Performance [J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(2): 230-235. (in Chinese).

[2] 王海滨，张卫红，杨军刚，许英杰，曾庆丰．考虑孔隙和微裂纹缺陷的C/C-SiC编织复合材料等效模量计算 [J]．复合材料学报, 2008, 25(3): 182-189.

Wang Haibin, Zhang Weihong, Yang Jungang, Xu Yingjie, Zheng Qingfeng. Numerical computing of effective modulus of woven C/C-SiC composites including porosities and micro-cracks [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2008, 25(3): 182-189. (in Chinese).

[3] A. Dalmaz, D. Ducret, R. EI Guerjouma, etal. Elastic moduli of a 2.5D C_f/SiC composite: experimental and theoretical estimates [J]. Composites Science and Technology, 2000, 60(6): 913-925.

[4] 郑君，温卫东，崔海涛，高建辉．2.5 维机织结构复合材料的几何模型．复合材料学报，2008，25(2): 143-148.

Zheng Jun, Wen Weidong, Cui Haitao, Gao Jianhui. Geometric model of 2.5 dimensional woven structures [J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 008, 25(2): 143-148. (in Chinese)

[5] 孔春元，孙志刚，高希光，宋迎东．2.5 维 C/SiC 复合材料单胞模型及刚度预测 [J]．航空动力学报, 2011, 26(11): 2459-2467.

Kong Chunyuan, Sun Zhigang, Gao Xiguang, Song

Yingdong. Unit cell of 2.5 dimension C/SiC and its stiffness prediction [J]. Journal of Aerospace Power2011, 26(11): 2459-2467. (in Chinese).

[6] J. E. Mottershead, M. Link, M. I. Friswell. The sensitivity method in finite element model updating: A tutorial [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25: 2275-2296

[7] 费庆国, 张令弥, 郭勤涛. GARTEUR 有限元模型修正与确认研究 [J]. 航空学报, 2004, 25(4): 372-375.
FEI Qing-guo, ZHANG Linmi, GUO Qintao. Case study of FE model updating and validation via an aircraft model structure [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2004, 25: 372-375. (in Chinese).

[8] D. Moens, D. Vandepitte. A survey of non-probabilistic uncertainty treatment in finite element analysis [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2005 194: 1527-1555.

[9] K. M. Hanson. A framework for assessing uncertainties in simulation predictions [J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1999, 133: 179-188.

[10] H. H. Khodaparast, J. E. Mottershead, and M. I. Friswell. Perturbation methods for the estimation of parameter variability in stochastic model updating [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22: 1751-1773.

[11] X.G. Hua, Y.Q. Ni, Z.Q. Chen, J. M. Ko. An improved perturbation method for stochastic finite element model updating [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2008, 73: 1845–1864.

[12] H. H. Khodaparast, J.E. Mottershead, and K. J. Badcock. Interval model updating with irreducible uncertainty using the Kriging predictor [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25: 1204-1226.

[13] 王登刚, 秦仙蓉. 结构计算模型修正的区间反演方法 [J]. 振动工程学报, 2004, 17 (2): 205-209.
WANG Deng-gang, Qin Xianrong. Interval method for computational model updating of dynamic structures [J]. Journal of Vibration Engineering, 2004, 17 (2): 205-209. (in Chinese).

[14] J. L. Beck, L. S. Katafygiotis. Updating models and their uncertainties. I: Bayesian statistical framework [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1998, 124(4): 455-461.

[15] L. S. Katafygiotis, J. L. Beck. Updating models and their uncertainties. II: Model identifiability [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1998, 124 (4): 463-467.

[16] 韩芳, 钟冬望, 汪君. 基于贝叶斯法的复杂有限元模型修正研究 [J]. 振动与冲击, 2012, 31(1): 39-43.
Han Fang, Zhong Dongwang, Wang Jun. Complicated finite element model updating based on bayesian method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(1): 39-43. (in Chinese).

[17] H. Ahmadian, J. E. Mottershead, M. I. Friswell. Regularization methods for finite element model updating. Mechanical Systems and Signal Processing, 1998, 12: 47-64.

[18] A. Olsson, G. Sandberg, O. Dahlblom. On Latin hypercube sampling for structural reliability analysis. Structural Safety, 2003, 25:47-68.