

# 利用源强分布声辐射模态识别噪声源

聂永发<sup>1,2</sup>, 朱海潮<sup>1,2</sup>

(1. 海军工程大学振动与噪声研究所, 湖北 武汉 430033; 2. 船舶振动噪声重点实验室, 湖北 武汉 430033)

**摘要:** 为了解决噪声源识别中存在的识别精度不高、分辨率受限、对测量条件要求高等问题, 提出了基于源强分布声辐射模态的噪声源识别方法。该方法首先计算结构的源强分布声辐射模态矩阵和声场分布模态矩阵, 然后利用声场中测得的声压数据向量与结构声场分布模态矩阵的关系求出声辐射模态展开系数向量, 最后通过声辐射模态矩阵和声辐射模态展开系数向量的积就可得到结构的源强分布, 从而达到对噪声源识别的目的。该方法利用较少的测量点可以获得较高分辨率和识别精度。通过平板振动仿真和音箱实验验证了该方法对平面结构噪声源识别的有效性。

**关键词:** 噪声源识别; 源强分布; 声辐射模态; 声场分布模态

**中图分类号:** O422.6      **文献标识码:** A      **文章编号:**

## 引言

机械设备的噪声源识别问题一直是工程领域备受关注的热点问题, 只有对设备的噪声源准确定位才能对其进行有效地降噪处理。传统的噪声源识别定位方法主要有模态分析法、统计能量法、以有限元和边界元为代表的数值方法等。模态分析方法<sup>[1]</sup>一般仅适于低频分析, 高频分析时计算结果误差很大, 该方法一般不用于复杂结构的分析。边界元等数值计算方法虽然可以分析中高频的噪声源, 但高频时计算效率低, 计算量巨大<sup>[2]</sup>, 且奇异性 and 特征波数处解的非唯一性<sup>[3]</sup>需要特殊处理。统计能量法<sup>[4]</sup>可以解决中高频振动问题, 但该方法中各子系统的损耗因子在实际中获取非常困难, 且该方法在低频段计算精度很差。

信号处理技术的飞速进步促进了基于阵列测量识别噪声源技术的快速发展。这些技术主要包括声强分布法、近场声全息、波束形成和逆频率响应函数法等。声强分布法<sup>[5]</sup>虽然具有较好的精度, 对低、中、高频都有很好的效果。但由于使用一个或几个声强探头逐点测量, 因此只能对稳态声源和非移动声源进行分析。基于 FFT 的近场声全息方法<sup>[6]</sup>具有很高的精度和计算速度, 可获得不受波长限制的高分辨率, 但该方法要求阵列必须是规则网格阵列且阵列面积要远大于被测面。波束形成方法<sup>[7]</sup>可用于实际工程中远距离和中高频信号的测量处理, 适用于稳态、瞬态和运动声源, 但其分辨精度受波长限制, 尤其是低频信号的分辨率更低。逆频率响应函数法<sup>[8]</sup>是通过建立噪声源与声场

测点之间的频响函数关系模型来进行噪声源识别。毕传兴等<sup>[9]</sup>提出的分布源边界点法可以解决上述方法中存在的问题, 但该方法中特解源的构造问题没有很好的解决。

鉴于当前的机械设备的主要噪声源识别方法各自存在一定的局限性, 本文基于源强分布声辐射模态理论建立了一种复杂结构噪声源识别方法, 该方法对阵列的要求没有基于 FFT 近场声全息那样严格, 可以利用较少的测量传声器获得不受波长限制的较高分辨率和精度, 在测量面面积等于或小于源面, 测点数目较少条件下也可获得较好的识别效果, 尤其适用于中低频结构噪声源识别。本文首先建立了基于源强分布声辐射模态的结构噪声源识别方法, 通过简支平板仿真实验和音箱实验验证了所提出方法对平面噪声源识别的有效性。

## 1 理论

### 1.1 源强分布声辐射模态理论

如图 1 所示, 以角频率  $\omega$  振动的复杂结构置于密度为  $\rho_0$  匀质流体中, 流体中声速为  $c_0$ 。结构振动表面为  $S_0$ ,  $\mathbf{n}$  为表面  $S_0$  的外法线方向, 表面  $S_0$  所包围的体积空间为  $V_i$ , 结构表面以外的无界空间为  $V_o$ 。令  $p_0(\mathbf{r}')$  为空间  $V_o$  中声压。假设声源由表面  $S_0$  完全包围, 在  $V_o$  中无其他声源, 结构产生的是时谐声场, 为了表示方便省略了时谐项  $e^{-j\omega t}$ 。结构产生的声场声压在空间  $V_o$  满足 Helmholtz 方程, 在边界表面  $S_0$  上满足 Neumann 边界条件, 在无穷远处满足 Sommerfeld 辐射条件。

收稿日期:

修订日期:

(日期待编辑部填写)

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 51305452)资助的课题

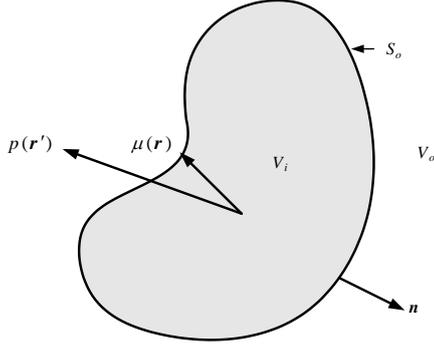


图 1 结构示意图

Fig.1 the diagram of the structure

声场中声压的简单源公式<sup>[10]</sup>与 Helmholtz 积分方程是等效的

$$p(\mathbf{r}') = -j\rho_0 c_0 k \iint_{S_o} \mu(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}|\mathbf{r}') dS_o, \quad (1)$$

其中  $k = \omega/c_0$  为波数,  $j = \sqrt{-1}$ ,  $\mathbf{r}'$  为声场中任意点相对坐标原点的位置向量,  $\mathbf{r}$  为结构表面  $S_o$  上任意点相对坐标原点的位置向量,  $\mu(\mathbf{r})$  为结构表面源强密度函数,  $G(\mathbf{r}|\mathbf{r}') = e^{jk|\mathbf{r}'-\mathbf{r}|}/(4\pi|\mathbf{r}'-\mathbf{r}|)$  为自由空间格林函数。将表面源强密度函数离散化为点源的叠加

$$\mu(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \mu_i \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_i), \quad (2)$$

其中  $N$  为点源数目,  $N$  的值要使各点源的中心距离远远小于结构的声波长。  $\mu_i$  为位于表面  $\mathbf{r}_i$  处的第  $i$  号点源的复强度,  $\delta$  为 Dirac Delta 函数。将式 (2) 代入式 (1) 得到声场任意一点处声压和质点法向振速的离散表达式

$$p(\mathbf{r}') = -j\rho_0 c_0 k \sum_{i=1}^N \mu_i G(\mathbf{r}_i|\mathbf{r}'), \quad (3)$$

$$v_n(\mathbf{r}') = \begin{cases} -\sum_{i=1}^N \mu_i \frac{\partial G(\mathbf{r}_i|\mathbf{r}')}{\partial n(\mathbf{r}')} & (\mathbf{r}' \in V_o) \\ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \mu_i \delta(\mathbf{r}'-\mathbf{r}_i) - \sum_{i=1}^N \mu_i \frac{\partial G(\mathbf{r}_i|\mathbf{r}')}{\partial n(\mathbf{r}')} & (\mathbf{r}' \in S_o) \end{cases} \quad (4)$$

由于离散点源间的相互影响, 各点源的

辐射声功率不是相互独立的。结构辐射的总时间平均声功率可由  $N$  个离散点源相互作用所生成的总时间平均声功率近似表示

$$W \approx -\frac{1}{4} \rho_0 c_0 k \sum_i^N \sum_j^N \left[ \mu_i (jG(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}_i))^* \mu_j^* + \mu_j (jG(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}_i)) \mu_i^* \right] \quad (5)$$

将 (5) 式写成向量与矩阵乘积的形式有

$$W = \boldsymbol{\mu}^H (\mathbf{Z}^H + \mathbf{Z}) \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}^H \mathbf{R} \boldsymbol{\mu}, \quad (6)$$

其中  $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)^T$  为点源源强向量,  $\mathbf{Z}$  为表面声辐射阻抗矩阵, 其矩阵元素为  $Z_{ij} = -(1/4) j\rho_0 c_0 k G(\mathbf{r}_j|\mathbf{r}_i)$ ,  $H$  表示共轭转置, 实数矩阵  $\mathbf{R}$  为声辐射阻抗矩阵  $\mathbf{Z}$  实部的二倍, 称为声辐射阻矩阵, 简称辐射矩阵, 其形式为

$$\mathbf{R} = \frac{k^2 \rho_0 c_0}{8\pi} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin kr_{12}}{kr_{12}} & \dots & \frac{\sin kr_{1N}}{kr_{1N}} \\ \frac{\sin kr_{21}}{kr_{21}} & 1 & \dots & \frac{\sin kr_{2N}}{kr_{2N}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\sin kr_{N1}}{kr_{N1}} & \frac{\sin kr_{N2}}{kr_{N2}} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中  $r_{ij} = |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|$ , 即两个点源之间的距离。

Song L<sup>[11]</sup>在利用波叠加法求结构辐射声功率时也得到与式 (6) 相同的表达形式, 式

(7) 适用于任意形状结构辐射矩阵的计算。由于结构向外辐射的声功率  $W$  恒为正值,  $\mathbf{R}$  为正定实对称矩阵, 对其进行特征值分解

$$\mathbf{R} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{A} \boldsymbol{\Phi}^T, \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{A}$  为实对角矩阵, 其对角线元素  $\lambda_i (i=1, 2, \dots, N)$  为以降序排列特征值;  $\boldsymbol{\Phi}$  为

$N \times N$  维矩阵, 其列向量  $\boldsymbol{\varphi}_i (i=1, 2, \dots, N)$  为  $\mathbf{R}$  所对应特征值的相互正交的实特征向量。

列向量  $\boldsymbol{\varphi}_i (i=1, 2, \dots, N)$  构成了  $N$  维空间的一组实正交基, 所以点源源强向量  $\boldsymbol{\mu}$  可由这组正交基唯一表示,

$$\boldsymbol{\mu} = \sum_{i=1}^N c_i \boldsymbol{\varphi}_i = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{c}. \quad (9)$$

式 (9) 将结构表面点源源强向量  $\boldsymbol{\mu}$  以一种模态叠加的形式表示出来,  $\boldsymbol{\varphi}_i$  为结构表面点源源强向量  $\boldsymbol{\mu}$  一种可能的分布形式, 称为结构第  $i$  阶声辐射模态,  $c_i$  称为第  $i$  阶声辐射模态展开系数, 由此建立了一种基于点源源强分布向量的声辐射模态表达形式, 相对于振速分布声辐射模态<sup>[12]</sup>, 我们把所建立的这种声辐射模态称之为源强分布声辐射模态。对于复杂结构而言, 结构基于源强分布的辐射阻矩阵可以通过式 (7) 直接求得, 计算非常方便; 而基于振速分布的辐射阻矩阵除了梁和板结构具有解析解外, 复杂结构的辐射阻矩阵计算极其困难, 通过边界元方法得到辐射阻矩阵一般为厄米特矩阵而非实对称矩阵, 因此通过矩阵特征值分解得到的振速分布声辐射模态为复数形式。虽然当声源面为矩形平面时, 源强分布声辐射模态与振速分布模态具有相同的形式, 但在构造声场分布模态时显然前者更为方便, 因为后者在构造声场分布模态时要对瑞利积分进行离散。

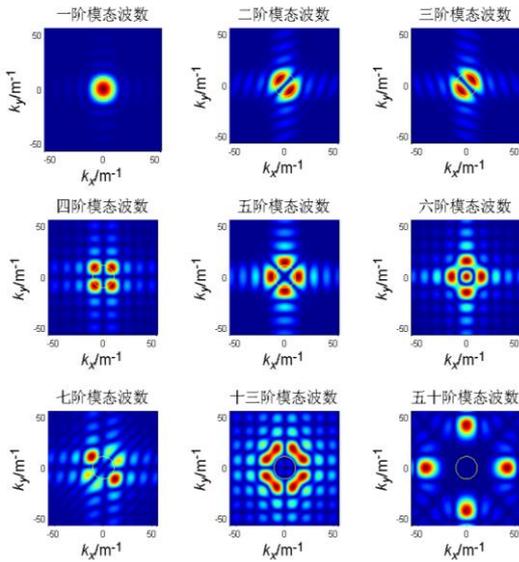


图 2 声辐射模态的波数域谱

Fig.2 Wavenumber spectra of acoustic radiation modes

源强分布声辐射模态与振速分布声辐射模态一样具有波数域滤波特性, 低阶模态辐射主要包含传播波波数成分, 高阶模态主

要包含有倏逝波波数成分, 这为模态截断提供了理论基础。图 2 表示的是矩形平板 (几何参数与仿真算例中的平板相同) 在 600Hz 激励时, 前七阶、第十三阶和第五十阶声辐射模态对应的波数域谱。从图上可以看出第一阶模态所包含的几乎全部是传播波波数成分, 而到第十三阶模态几乎不含有传播波波数成分了, 更高阶模态只包含高波数的倏逝波成分。图 3 为矩形平板在不同频率单点简谐波激励下表面源强的收敛性。矩形平板表面被均分为  $N=400$  个等效源, 因此其对应的源强分布声辐射模态为 400 阶。收敛性误差由下式得到

$$\text{Err} = \sum_{i=1}^M c_i \boldsymbol{\varphi}_i - \boldsymbol{\mu}, \quad (10)$$

式中:  $\text{Err}$  为收敛误差,  $M$  为模态截断阶数。

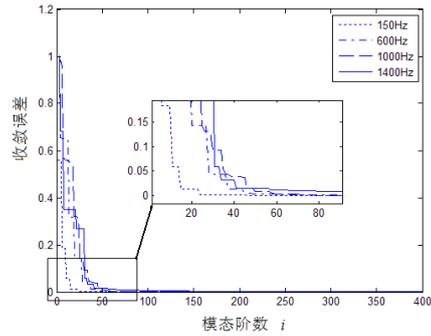


图 3 源强声辐射模态表示的结构源强的收敛性  
Fig.3 Convergence of the source strength of the structure expressed by source strength distribution acoustic radiation modes

从图 3 可以看出: 无论低频还是高频, 由式 (9) 表示的模态叠加形式的结构源强收敛的很快, 例如在 150Hz 时, 由前 24 阶模态叠加表示的结构源强误差不到 0.3%, 即使在较高频率 1400Hz, 由前 42 阶模态叠加表示的结构源强误差也只有 2% 不到。因此式 (9) 可以表示为模态截断的形式

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \sum_{i=1}^M c_i \boldsymbol{\varphi}_i = \boldsymbol{\Phi}_{(N \times M)} \boldsymbol{c}_{(M \times 1)}. \quad (11)$$

其中,  $\hat{\boldsymbol{\mu}}$  为  $\boldsymbol{\mu}$  的近似值,  $M$  为模态截断阶数, 显然  $M < N$ 。由式 (11) 可以知道只要获得

结构前  $M$  阶模态展开系数就可以计算出结构的源强。

结构的第  $i$  阶源强分布声辐射模态在声场  $M$  个点处的声场分布模态定义为

$$\boldsymbol{\psi}_i = \mathbf{G}\boldsymbol{\varphi}_i (i=1,2,\dots,N), \quad (12)$$

式中矩阵  $\mathbf{G}$  中的矩阵元素分别为

$$G_{ij} = -j\rho_0 c_0 k G(\mathbf{r}_i | \mathbf{r}'_j), \quad \boldsymbol{\psi}_i \text{ 为 } M \text{ 维列向量, } \boldsymbol{\psi}_i$$

的物理意义为第  $i$  阶源强分布声辐射模态在声场  $M$  个点处辐射的声压, 显然声场分布模态是声场的位置函数。

由式 (3)、(4)、(9) (11) 和式 (12) 声场中  $M$  个点处的声压和质点振速的近似矩阵表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{(M \times 1)} &\approx \mathbf{G}\hat{\boldsymbol{\mu}} = \mathbf{G}_{(M \times N)} \boldsymbol{\Phi}_{(N \times M)} \mathbf{c}_{(M \times 1)} \\ &\approx \boldsymbol{\Psi}_{(M \times M)} \mathbf{c}_{(M \times 1)} \end{aligned}, \quad (13)$$

$$\mathbf{V}_{n(M \times 1)} \approx \begin{cases} -\mathbf{D}_{(M \times N)} \boldsymbol{\Phi}_{(N \times M)} \mathbf{c}_{(M \times 1)} & (\mathbf{r}' \in V_o) \\ [\boldsymbol{\delta} - \mathbf{D}]_{(M \times N)} \boldsymbol{\Phi}_{(N \times M)} \mathbf{c}_{(M \times 1)} & (\mathbf{r}' \in S_o) \end{cases} \quad (14)$$

其中  $\mathbf{P} = [p(\mathbf{r}'_1) \quad p(\mathbf{r}'_2) \quad \dots \quad p(\mathbf{r}'_M)]^T$ ,

$\mathbf{V}_n = [v_n(\mathbf{r}'_1) \quad v_n(\mathbf{r}'_2) \quad \dots \quad v_n(\mathbf{r}'_M)]^T$  为  $M$  维列

向量, 矩阵  $\boldsymbol{\delta}$  中的元素为  $\delta_{ij} = \delta(\mathbf{r}'_j - \mathbf{r}_i)$ ,  $\boldsymbol{\Psi}$

为声场分布模态列向量构成的矩阵, 矩阵  $\mathbf{D}$

中的矩阵元素  $D_{ij} = \partial G(\mathbf{r}_i | \mathbf{r}'_j) / \partial n(\mathbf{r}'_j)$ 。

## 1.2 结构的噪声源识别

一般来讲, 由结构噪声源信息求声场信息为正问题, 结构的噪声源识别就是一个反问题 (inverse problem)。反问题通常是不适定的, 一般无法获得真解, 经过特殊处理后也只能获得其近似解。现有的噪声源识别方法一般要求离散等效源的数目  $N$  小于等于测量传声器的数目  $M$ , 以使离散后的方程组为恰定或超定的, 从而保证方程组有唯一解或最小二乘解。离散等效源的数目  $N$  不能太小, 太小就不能等效结构的声辐射了, 而且在实际工程中使用太多的传声器来测量近场声压会使测量成本增加同时也会对声场产生影响。利用源强声辐射模态进行结构噪

声源识别恰好可以解决这个矛盾, 因为源强声辐射模态具有滤波特性, 可以解决当传声器数目  $M$  小于离散等效源数目  $N$  时离散方程组欠定问题, 从而获得较高分辨率的等效解。

显然当结构的声辐射模态矩阵确定后, 只需获得前  $M$  阶声辐射模态展开系数  $\mathbf{c}$ , 利用式 (11) 就可对声源进行识别。当已知声场中  $M$  点声压时, 声辐射模态展开系数  $\mathbf{c}$  可通过对式 (12) 求伪逆得到

$$\mathbf{c}_{(M \times 1)} = \boldsymbol{\Psi}_{(M \times M)}^+ \mathbf{P}_{(M \times 1)}, \quad (15)$$

其中“+”表示求伪逆。有要求将 (15) 代入式 (11) 有

$$\boldsymbol{\mu}_{(N \times 1)} = \boldsymbol{\Phi}_{(N \times M)} \boldsymbol{\Psi}_{(M \times M)}^+ \mathbf{P}_{(M \times 1)}. \quad (16)$$

当传声器数目  $M$  大于等于离散等效源数目  $N$  时, 式 (16) 就退化为逆频率响应函数法, 因此本文提出的方法既可以解决超定、恰定问题 ( $N \leq M$ ), 也可以解决欠定问题 ( $N \geq M$ )。

利用结构表面源强分布就可通过式 (4) 求得结构表面法向速度。显然当  $\boldsymbol{\Psi}$  为病态矩阵时方程 (15) 是不适定 (ill-posed) 的, 即  $\mathbf{P}$  的微小扰动就有可能使解 (15) 无意义, 此时就需要正则化处理了。

对于传统噪声源识别方法而言, 要求传声器的数目大于等于等效源的数目, 而本文方法可以解决传声器数目小于等效源数目时的噪声源识别问题, 尤其是在低频时所需传声器数目更少。式 (15) 对测量面的大小没有明确要求, 但测量点的位置及数目对矩阵  $\boldsymbol{\Psi}$  的条件数是有影响的, 不恰当的布置方式会使矩阵  $\boldsymbol{\Psi}$  的条件数急剧增大, 从而使识别精度很低, 甚至使识别结果无效。测量阵列与源面平行, 阵列传声器间距与等效源间距相等且测量面靠近源面的布置方式可有效提高声场分布模态矩阵条件数, 从而大大提高源重建质量。一般而言, 测点数目大于等于等效源点数目时的识别结果要优于测点数目小于等效源点数目时的识别结果, 但使用较少的测点既经济又不会对声场造成影响, 同时识别结果又能满足工程要求。

## 1.3 正则化处理

常用的正则化方法主要有 Tikhonov 正则化方法、截断奇异值分解方法 (Tsvd) 和迭代的方法<sup>[13]</sup>。正如 Hansen P C<sup>[14]</sup>指出的那样: 目前对于求解不适定性问题, 仍没有一个通用的、适合所有模型的方法, 我们只能根据不同的模型采用不同的正则化方法去试验, 然后确定一种较好的方法应用于具体的模型。在进行正则化之前可利用离散 Picard 条件检验模型的不适定性以及模型受噪声污染情况<sup>[15]</sup>。在本文中采用标准 Tikhonov 正则化方法, 式 (15) 的正则化解有如下形式

$$\mathbf{c}_R = \mathbf{V} \Sigma_R^{-1} \mathbf{U}^H \tilde{\mathbf{P}} = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \lambda} \right) \frac{\mathbf{u}_i^H \tilde{\mathbf{P}}}{\sigma_i} \mathbf{v}_i, \quad (17)$$

其中下标 R 表示正则化解,  $\mathbf{V}$  和  $\mathbf{U}$  分别是声场分布模态矩阵  $\Psi$  的右奇异矩阵和左奇异矩阵,  $\mathbf{v}_i$  和  $\mathbf{u}_i$  分别是  $\mathbf{V}$  和  $\mathbf{U}$  的列向量,  $\lambda$  为正则化参数,  $\tilde{\mathbf{P}}$  为带有噪声的测量声压向量。对角矩阵  $\Sigma_R^{-1}$  的对角线元素为式 (17)

中小括号中的项除以  $\sigma_i$ 。Tikhonov 正则化方法高度依赖于正则化参数的选择, 这也是各种正则化方法的共同特点。正则化参数的选取是否适当, 直接影响着对原问题的正则化效果。本文的仿真试验使用 L-曲线法<sup>[17]</sup>。

## 2 仿真算例

以一个四周为无限大障板的简支钢质平板受单点简谐激励产生的声场为数值研究对象。平板的长度、宽度和厚度为

$$L_x \times L_y \times h = 0.5\text{m} \times 0.5\text{m} \times 0.008\text{m}, \quad \text{杨氏模}$$

量  $E$  取  $2 \times 10^{11} \text{Pa}$ ,  $\nu$  为泊松比取 0.28, 材料密度  $\rho_0 = 7800 \text{kg/m}^3$ , 空间介质为空气, 空气中声速  $c = 343 \text{m/s}$ 。测量面与源面的理论值由基于 FFT 的瑞利积分方法获得<sup>[17]</sup>。网格密度取  $128 \times 128$ , 以减少瑞利积分离散引发的误差, 然后从中采样就得到了测量面和源面上各点处声学量的理论值。为了对比采用正则化前后的重建结果, 在理论测量声压中

加入了均值为 0, 方差为  $\sigma^2$  的白噪声模拟实际测量阵列系统中存在的各种噪声和误差。定义信噪比

$$\text{SNR} = 20 \lg \frac{p_{\text{rms}}}{\sigma}, \quad (18)$$

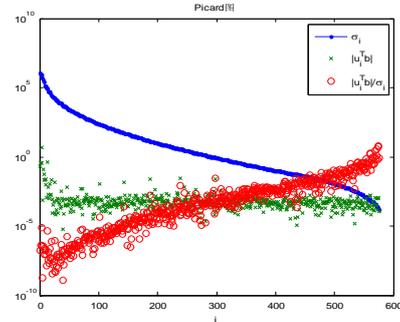
其中  $p_{\text{rms}} = \sqrt{\sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N |\mathbf{P}|^2} / N^2$ ,  $\mathbf{P}$  为测量位置

的理论测量值。为了检验该方法对误差的敏感性, 定义重建源面振速的误差指标 Error 如下:

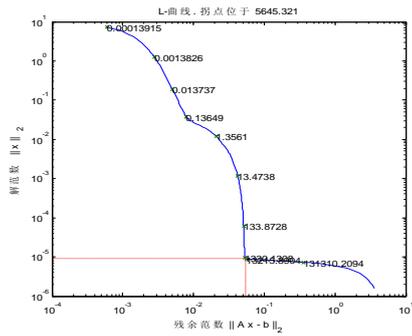
$$\text{Error} = \sqrt{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_r - \mathbf{w}_t|^2} / \sqrt{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N |\mathbf{w}_t|^2} \times 100\% \quad (19)$$

其中  $\mathbf{w}_r$  和  $\mathbf{w}_t$  分别为平板表面重建振速和理论振速。

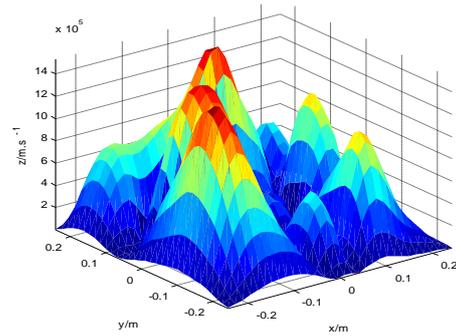
用频率为 600Hz 幅值为 1N 的力激励平板, 此时平板基本以 (2,2) 阶模态振动。取测量面面积等于平板面积, 取  $24 \times 24$  个均匀分布测量点, 源面离散为  $32 \times 32$  个点源, 测量面距离平板 0.1m, 在测量信号中加入信噪比为 50dB 的随机噪声。从图 4 (a) 离散 Picard 图可以看出测量信号不满足离散 Picard 条件, 需要进行正则化处理。采用标准 Tikhonov 正则化方法, 利用 L-曲线方法选取正则化参数, 如图 4 (b) 所示, 曲线拐角处的正则化参数值为 5645.321。图 5 (a) 和图 5 (b) 分别为利用本文方法获得的重建源面法向振速和相位, 图 7 (a) 和图 7 (b) 分别为源面法向振速和相位理论值。对比图 5 和图 7 可以发现正则化处理后的噪声源识别效果很好, 不管是重建的幅值还是重建相位吻合得都很好, 只是在边缘处重建效果差些, 重建误差为 36.90%。



(a)



(b)



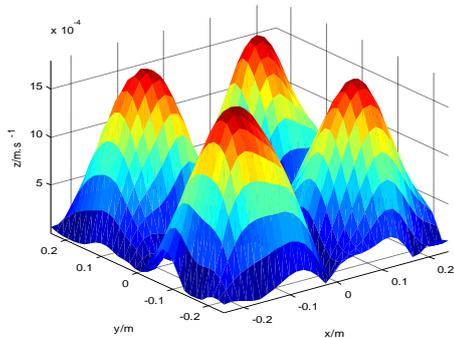
(a)

图4 离散 Picard 图和 L-曲线图

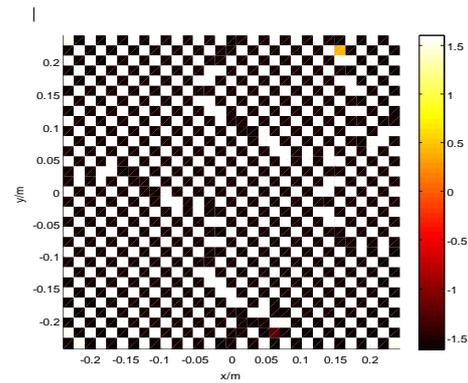
(a) 离散 Picard 图; (b) L-曲线图

Fig.4 discrete Picard graph and L-curve

(a) discrete Picard graph; (b) L-curve



(a)



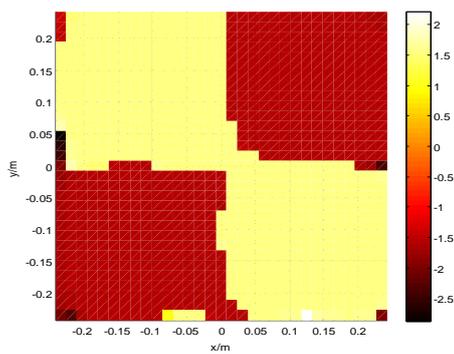
(b)

图6 未经过正则化的重建源面法向振速与相位

(a)法向振速; (b)相位

Fig.6 the reconstructed non-regularization normal velocity and its phase of source plane (a)normal velocity;(b)phase

图6 (a) 和 (b) 给出了不经正则化处理的重建结果,可以看出即使是在很高的信噪比条件下,重建误差也达到了 1073%,显然重建结果没有意义,与图 7 对一下也可以明显的看出这一点。

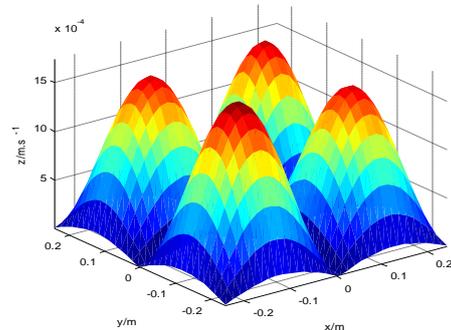


(b)

图5 经过正则化的重建源面法向振速与相位(a)

法向振速; (b)相位

Fig.5 the reconstructed regularization normal velocity and its phase of source plane (a)normal velocity;(b)phase



(a)

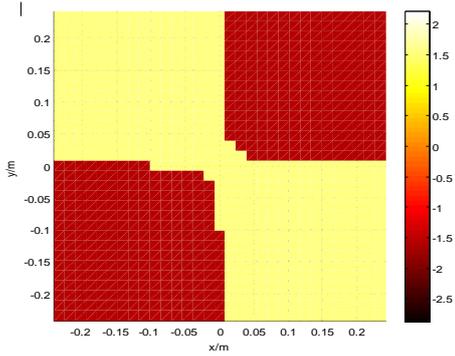


图7 源面法向振速的理论值和相位(a)法向振速;  
(b) 相位

Fig.7 the theoretical normal velocity and its phase of source plane (a) normal velocity;(b) phase

表 1 重建误差与测量距离和信噪比的关系

Table1 The relation between reconstructed error and measuring distance or SNR

信噪比	50	30	20	10
d=0.1m	13.6%	17.0%	21.8%	40.6%
d=0.3m	19.8%	26.3%	60.8%	66.3%
d=0.5m	29.2%	66.4%	69.4%	72.8%

表 1 说明重建精度随测量距离的增加而降低随信噪比的升高而提高, 激励力为其他频率时也有类似特点不再赘述。

### 3 音箱实验

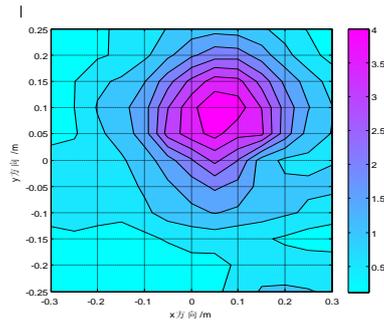
实验是在空旷的厂房中完成的。实验中, 音箱发出频率分别为 50Hz 和 1000Hz 的声音。测量面大小为 60cm (x 向, 即水平方向) × 50cm (y 向, 即垂直方向), 测量网格点数为 13 (x 向) × 11 (y 向), 两个方向上的传声器之间的间距均为 5cm, 参考传声器的数目为 3 个, 其中两个分别贴近音箱纸盘, 另一个布置在线阵架后中央, 测量面距音箱纸盆 7cm, 如图 8 所示。取重建的源面的面积与测量面相等。



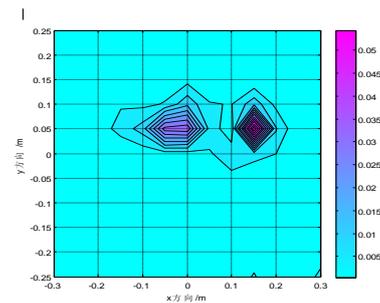
图 8 实验布置图

Fig.8 Experiment arrangement diagram

当测量面距离纸盆 0.04m, 两音箱纸盆中心距离 0.16m, 音频信号频率为 1000Hz 时, 测量数据满足离散 Picard 条件, 可不用正则化处理。图 9 (a) 表明: 虽然测量距离很近, 且两音箱纸盆中心距离也较大, 但也无法从测量面上的声压分布分出两个音箱声源位置。图 9 (b) 表明: 应用本文提出方法在较高频率重建的源面法向振速分布与实际的音箱位置吻合。



(a)

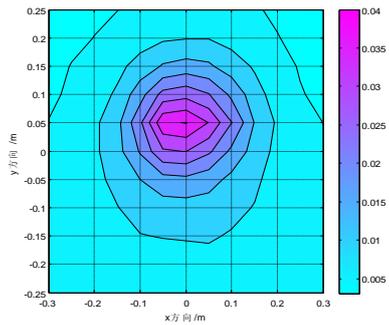


(b)

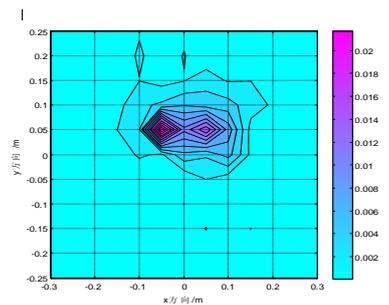
图 9 1600Hz 时测量面声压和源面重建法向振速  
(a) 测量面声压; (b) 源面重建法向振速

Fig.9 At 1600 Hz ,acoustic pressure of measurement plane and reconstructed normal velocity of source plane (a) acoustic pressure of measurement plane (b) reconstructed normal velocity of source plane

当测量面距纸盆 0.07m, 两音箱纸盆中心距离 0.10m, 信号频率为 50Hz 时, 测量数据也满足离散 Picard 条件, 不需要正则化处理。图 10 (a) 表明: 因为两音箱纸盆中心距离较小, 在稍远距离测量面上的声压分布无法分出两个音箱声源。图 10 (b) 表明: 应用本文提出方法在低频也可清晰的分辨出两个音箱。



(a)



(b)

图 10 50Hz 时测量面声压和源面重建法向振速 (a) 测量面声压; (b) 源面重建法向振速

Fig.10 At 50 Hz , acoustic pressure of measurement plane and reconstructed normal velocity of source plane (a) acoustic pressure of measurement plane (b) reconstructed normal velocity of source plane

#### 参考文献:

- [1] 杨建, 左言言, 常庆斌. 城市轨道车辆模态分析与噪声预测 [J]. 噪声与振动控制, 2011,31(3):76-79.  
Yang jian, Zuo Yanyan, Chang Qingbin. Analysis of vibration modes and prediction of interior noise of urban railway vehicle[J]. Noise and Vibration,2011,31(3):76-79.
- [2] Seybert A F, Cheng C Y R, Wu T W. The solution of coupled interior/exterior acoustic problems using the boundary element method[J]. J.Acoust.Soc.Am.,1990,88(3):1612-1618.
- [3] Chertock G. Sound radiation from vibrating surfaces[J].J.Acoust.Soc.Am.,1964,36(7):1305-1313.
- [4] Richard H L, Richard G D. Theory of Application of Statistical Energy Analysis (Second Edition)[M]. Butterworth-Heinemann, 1995.
- [5] He Zuoyong, He Yuanan, Shang Dejiang. Error Analysis and Calibration for Underwater Sound Intensity Measuring System[J]. Chinese Journal of Acoustics,2000,19(3):193-206.
- [6] 毛荣富. 设备噪声源识别与定位的近场声全息技术研究[D]. 武汉:海军工程大学,2010.  
Mao Rongfu. Study on near-field acoustic holography in source identification & localization[D]. Wuhan: Naval University of Engineering,2010.
- [7] Christensen J J, Hald J. Beamforming[J]. B&K Technical Review1, 2004, 11.
- [8] Dumbacher S, Blough J, Hallman D, et al. Source identification using acoustic array techniques[C]. Proceedings of the SAE Noise and Vibration Conference Traverse City, MI,

图 9 和图 10 的实验结果表明: 无论是在高频还是在低频利用源强声辐射模态噪声源识别方法都很好的识别出了两个音箱噪声源的位置和法向振速大小。考虑到实验环境是普通的空旷厂房, 可以预见在消声室环境下, 噪声源的识别效果还会更好。

## 4 结论

文章首先建立了源强分布声辐射模态理论, 然后利用源强声辐射理论解决了结构噪声源识别问题, 给出了利用源强分布声辐射模态、声场分布模态矩阵和声场测量数据向量识别结构噪声源的公式。简支平板仿真实验表明该方法在测量面与源面相等时, 该方法就可以获得较高的识别精度, 且计算速度较快, 可以解决测点较少时噪声源识别的问题。当声场分布模态矩阵病态时需要进行正则化处理; 该方法的识别精度随着信噪比的降低和测量面与源面距离的增加而降低。音箱实验进一步验证了利用源强声辐射理论解决噪声源识别问题是有效的。下一步工作将着重研究测量阵列布置方式及测量点数与等效源数目关系对识别结果的具体影响, 优化阵列的布置方式, 从而提高识别结果的精度和算法的稳健性。

- 1995(2):1023-1035.
- [9] 毕传兴, 袁艳, 贺春东, 等. 基于分布源边界点的局部近场声全息技术 [J]. 物理学报, 2010, 59(12): 8646-8654.
- Bi Chuanxing, Yuan yan, He Chundong, et al. Patch nearfield acoustic holography based on the distributed source boundary point method [J]. ACTA PHYSICA SINICA, 2010, 59(12): 8646-8654.
- [10] Williams E G. Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holograph [M]. London: Academic Press, 2001, p267.
- [11] Song L, Koopmann G H, Fahline J B. Active control of the acoustic radiation of a vibration structure using a superposition formulation [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1991, 69(6): 2786-2794.
- [12] Elliott S J. Radiation modes and the active control of sound power [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1995, 94(4): 2194-2204.
- [13] Williams E G. Regularization methods for nearfield acoustical holography [J]. J. Acoust. Soc. Am., 2001, 110(4): 1976-1988.
- [14] Hansen P C. Regularization tools: A Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems [J]. Numerical Algorithms, 1994, 6: 189—194.
- [15] 刘超. 超声层析成像的理论的实现 [D]. 杭州: 浙江大学, 2003.
- Liu chao. The theory and realization of ultrasound tomography [D]. Hangzhou: Zhejiang university, 2003.
- [16] Hansen P C, O'Leary D P. The use of the L-curve in the regularization in the discrete ill-posed problem [J]. SIAM J. Sci. Stat., 1993, 14: 1487-1503.
- [17] Williams E G, Maynard J D. Numerical Evaluation of the Rayleigh Integral for Planar Radiators Using the FFT [J]. J. Acoust. Soc. Am., 1982, 72(6): 2020-203.

## **The method of identification of the planar noise source based on source strength distribution acoustic radiation modes**

*NIE Yong-fa<sup>1,2</sup>, ZHU Hai-chao<sup>1,2</sup>*

(1. Institute of Noise & vibration, Naval University of Engineering Wuhan 430033; 2. National Key Laboratory on Ship Vibration & Noise Wuhan 430033)

**Abstract:** To solve the problems of limited identification accuracy, poor resolution, strict measurement requirement in the noise source identification, a method based on source strength distribution combined with acoustic radiation modes is proposed. Firstly, acoustic radiation modes and field distribution modes base on source strength distribution are obtained, then expansion coefficients are determined by the measured pressure vector and corresponding structural sound field distribution modes matrix. Finally, the structure noise source is identified by means of the product of acoustic radiation modes matrix and expansion coefficients vector of acoustic radiation modes vector. High resolution and identification accuracy can be obtained with the presented method, which is validated by the simulation results and the experimental results.

**Keywords:** noise source identification; source strength distribution; acoustic radiation modes; sound field distribution modes

**作者简介:** 聂永发 (1978—), 男, 博士生。电话: 13476046928; E-mail: Yongfnie@163.com