

# 考虑结构柔性的多级齿轮箱变速过程动态特性研究

许华超, 秦大同, 刘长钊, 易园园, 贾涵杰

(重庆大学机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

**摘要:** 为了满足齿轮箱在变速过程中的分析需求,在集中参数/有限元法基础上提出一种适合变速过程分析且考虑结构柔性的多级齿轮箱耦合动力学建模方法。为验证所提方法的有效性,以某型直升机主减速器为研究对象,构建其耦合动力学模型;模型中考虑了传动轴和箱体结构的柔性,并将齿轮时变啮合刚度和综合啮合误差表示为齿轮角位移的周期函数。研究了多级齿轮箱在变速过程中的动力学特性;揭示了恒定风、湍流风和阵风对直升机主减速器的影响。结果表明:变速过程中齿轮箱激励与动态响应随转速和负载实时发生改变;激励频率及响应波动幅值随转速增加而增大,激励影响程度及响应均值随负载加重而递增。与恒定风相比,湍流风会恶化系统的载荷环境;在阵风作用下传动系统的振动最大。

**关键词:** 机械动力学; 齿轮; 变速; 主减速器; 直升机

**中图分类号:** TH113; TH132.41   **文献标志码:** A   **文章编号:** 1004-4523(2021)01-0099-09

**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2021.01.011

## 引言

主减速器是直升机传动系统的核心部件,其动态性能的优劣直接影响直升机的安全及可靠性<sup>[1-2]</sup>。然而,据笔者所知,目前对直升机主减速器的研究成果较少。林何等<sup>[3]</sup>、许兆棠<sup>[4]</sup>、王建军等<sup>[5]</sup>、顾仲权和杨景新<sup>[6]</sup>、Chen等<sup>[7]</sup>分别采用集中参数法建立了直升机主减速器的纯扭转模型。郭家舜等<sup>[8]</sup>运用集中参数法构建了直升机主减速器的平移-扭转动力学模型。为了减轻重量,直升机主减速器通常采用柔性较大的空心传动轴和薄壁箱体结构<sup>[9]</sup>,而文献[3-8]中的直升机主减速器动力学模型均未考虑结构柔性对系统的影响,且所建模型仅适合恒定转速下的振动分析。随后,许华超等<sup>[9]</sup>采用集中参数/有限元法构建了考虑结构柔性的直升机主减速器动力学模型,研究表明不能忽略结构柔性对直升机主减速器的影响。文献[9]虽考虑了结构柔性,但所建模型仅适合恒定转速下的振动分析。由于直升机主减速器启停频繁,且变速范围宽,故目前仅适合恒定转速分析的动力学模型已不能满足齿轮箱在变速过程中分析的需求。

目前,学术界已对齿轮系统动力学展开了诸多研究,为建立适合变速过程分析且考虑结构柔性的

直升机主减速器动力学模型奠定了基础。然而,与恒定转速模型相比,齿轮系统在变速过程中的动力学研究成果目前还比较少。Liu等<sup>[10]</sup>采用齿轮角位移作为广义坐标,并将啮合刚度等周期性激励表达为齿轮角位移的函数,从而提出了适合变速过程分析的行星轮系集中参数模型;基于集中参数法,王金海等<sup>[11]</sup>建立了城轨列车齿轮系统的纯扭转模型,分析了系统在变速过程中的扭振特性;文献[12-14]构建了包含齿轮系统的重载机车动力学模型,研究了系统在变速过程中的动力学特性。文献[10-14]虽构建了适合变速过程分析的集中参数模型,但未考虑传动轴和箱体结构柔性对系统的影响。为计入结构柔性对系统的影响,Kahraman等<sup>[15-16]</sup>运用有限元法构建了传动系统的准静态分析模型;但有限元模型计算量大,求解费时,故通常不适合动态设计。为解决集中参数模型难以计入结构柔性,而有限元模型计算效率低的问题,文献[17-18]采用缩聚法将轴有限元模型的自由度进行缩减,建立了考虑传动轴柔性且计算量较小的传动系统动力学模型。Guo等<sup>[19]</sup>也运用缩聚法将箱体有限元模型进行缩聚,构建了计入箱体柔性的动力学模型。文献[15-19]虽建立计入结构柔性的齿轮传动系统动力学模型,但这些模型仅适合恒定转速下的振动分析,不适合变速过程的研究。

收稿日期: 2019-06-09; 修订日期: 2019-12-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(U1764259, 51705042)

直升机旋翼是主减速器的主要负载,在不同风况下直升机旋翼产生的动态载荷会传递至主减速器,恶化传动系统的载荷环境,加速零部件的疲劳破坏,降低系统的可靠性。然而,少有文献涉及不同风况对直升机主减速器动态特性的影响。

综上所述,目前仍缺乏适合变速过程分析且考虑结构柔性的齿轮箱耦合动力学建模方法,缺少齿轮箱在变速过程中的研究,以及不同风况对直升机主减速器动态特性的影响。针对上述问题,本文在集中参数/有限元法基础上提出一种适合变速过程分析且考虑传动轴及箱体结构柔性的齿轮箱耦合动力学建模方法,并采用该方法构建了直升机主减速器的动力学模型。研究了齿轮箱在变速过程中的动力学特性,揭示了不同风况对直升机主减速器的影响。

## 1 适合变速过程分析且考虑轴和箱体柔性的多级齿轮箱动力学模型

在文献[9,17-19]的工作基础上,本文对集中参数/有限元法进行了改进,从而提出一种适合变速过程分析且考虑传动轴及箱体结构柔性的齿轮箱耦合动力学建模方法。与以往的集中参数/有限元模型相比,本文模型主要有三处不同:(1)考虑了齿轮和传动轴的旋转运动;(2)齿轮时变啮合刚度和综合啮合误差被表达为齿轮角位移的周期函数;(3)该集中参数/有限元齿轮箱模型能够分析变速过程中的动态特性。

### 1.1 齿轮集中参数模型

#### 1.1.1 行星轮系模型

根据行星轮系的运动特点,可选择在行星架动坐标系  $o_c x_c y_c$  下构建其集中参数模型,如图 1 所示。下标  $pn, r, c, s$  分别表示行星轮  $n$  ( $n=1, 2, \dots, N$ )、内齿圈、行星架和太阳轮,  $N$  为行星轮总数;  $k_{rt}, k_r, k_{pnr}$  分别代表内齿圈扭转刚度、内齿圈和行星轮  $n$  的径向支承刚度;  $c_{rt}, c_r, c_{pnr}$  分别代表内齿圈扭转阻尼、内齿圈和行星轮  $n$  的径向支承阻尼;  $e_m, k_m, c_m$  ( $m=rpn, spn$ ) 分别代表综合啮合误差、时变啮合刚度和啮合阻尼;  $x_i, y_i$  和  $\theta_i$  分别为构件  $i$  ( $i=s, r, c$ ) 的径向位移和角位移;  $\eta_{pn}$  和  $\xi_{pn}$  表示行星轮  $n$  的切向和径向位移;  $\theta_{pn}$  为行星轮  $n$  的角位移;  $\alpha_p$  为啮合角;  $\varphi_n$  为行星轮  $n$  的位置角,  $\varphi_n = 2\pi(n-1)/N$ 。

为克服以往集中参数/有限元模型不适合变速过程中动态特性分析的不足,将齿轮时变啮合刚度

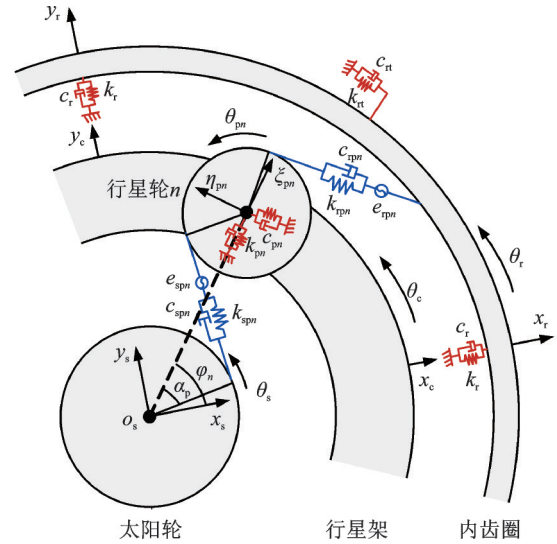


图 1 行星轮系集中参数模型

Fig. 1 Lumped parameter model of planetary gear set

和综合啮合误差表示为齿轮角位移的周期函数,使其适合变速过程分析。考虑内外啮合相位的时变啮合刚度和综合啮合误差的表达式为<sup>[20]</sup>

$$k_m(\theta_{pn}) = \bar{k}_m + \sum_{l=1}^{10} a_l \cos[l(z_p \theta_{pn} + \gamma_m + \gamma_{sr})] \quad (1)$$

$$e_m(\theta_{pn}) = E_m \sin(z_p \theta_{pn} + \gamma_m + \gamma_{sr}) +$$

$$E_j \sin(\theta_j + \theta_c + \eta_j) + E_{pn} \sin(\theta_{pn} + \eta_n) \quad (2)$$

式中  $\bar{k}_m$  为平均啮合刚度;  $a_l$  为傅里叶展开项;  $l$  为谐波次数;  $\gamma_m$  ( $m=rpn, spn$ ) 为内外啮合初相位,外啮合时  $\gamma_{spn} = z_p \varphi_n$ , 内啮合时  $\gamma_{rpn} = -z_p \varphi_n$ ;  $z_p$  为行星轮齿数,  $E_m$  为啮合误差幅值,  $E_{pn}$  为行星轮  $n$  的转频误差幅值,  $E_j$  ( $j=s, r$ ) 为中心齿轮转频误差幅值; 当  $z_p$  为奇数时, 内外啮合相位差  $\gamma_{sr} \approx 0$ ;  $z_p$  为偶数,  $\gamma_{sr} \approx \pi$ ; 误差相位  $\eta_j = -\mu(\varphi_n - \mu\alpha_p)$ , 外啮合时  $\mu=1$  且  $j=s$ , 内啮合时  $\mu=-1$  且  $j=r$ ;  $\eta_n = -\mu\alpha_p$ 。

行星轮系内外啮合副分别向啮合线方向的投影矢量  $V_m$  ( $m=rpn, spn$ ) 为<sup>[21]</sup>

$$\begin{cases} V_{spn} = [\sin\phi, -\cos\phi, -r_{bs}, -\sin\alpha_p, \cos\alpha_p, -r_{bp}] \\ V_{rpn} = [\sin\alpha_p, \cos\alpha_p, r_{bp}, -\sin\phi, -\cos\phi, -r_{br}] \end{cases} \quad (3)$$

式中  $r_{bk}$  ( $k=s, p, r$ ) 为齿轮的基圆半径,  $\phi$  为  $x$  轴与啮合线方向之间的夹角。

#### 1.1.2 斜齿轮模型

图 2 为斜齿轮副的集中参数模型。下标 5,6 分别表示主、从动轮;  $r_{bj}$  ( $j=5,6$ ) 为齿轮的基圆半径;  $\theta_{jx}$  为齿轮  $j$  的角位移;  $\theta_{jy}$  和  $\theta_{jz}$  为齿轮  $j$  的摆角。  $k_{56}$ ,  $c_{56}$ ,  $\alpha_{56}$  和  $e_{56}$  分别代表时变啮合刚度、啮合阻尼、啮合角和啮合误差;  $\beta$  为基圆螺旋角;  $\phi_{56}$  为安装相位角, 即主从动轮中心线与  $y$  轴正向的夹角。

斜齿轮副沿啮合线方向的动态传递误差为

$$\delta_{56}(\theta_{5x}) = V_{56}q_{56} - e_{56}(\theta_{5x}) \quad (4)$$

式中  $q_{56}$  为斜齿轮副的位移列向量;  $V_{56}$  为斜齿轮副向啮合线方向的投影矢量<sup>[22]</sup>

$$V_{56} = [\cos\beta \sin\varphi, \epsilon \sin\beta, \epsilon \cos\beta \cos\varphi, \\ -\epsilon r_{b5} \sin\beta \sin\varphi, \epsilon r_{b5} \cos\beta, -\epsilon r_{b5} \sin\beta \cos\varphi, \\ -\cos\beta \sin\varphi, -\epsilon \sin\beta, -\epsilon \cos\beta \cos\varphi, \\ -\epsilon r_{b6} \sin\beta \sin\varphi, \epsilon r_{b6} \cos\beta, -\epsilon r_{b6} \sin\beta \cos\varphi] \quad (5)$$

式中  $\epsilon$  为符号函数,主动轮逆时针旋转时为 1,顺时针旋转时为 -1;  $\varphi$  为端面啮合线与  $z$  轴正向的夹角,  $\varphi = \alpha_{56} + \epsilon\phi_{56}$ 。

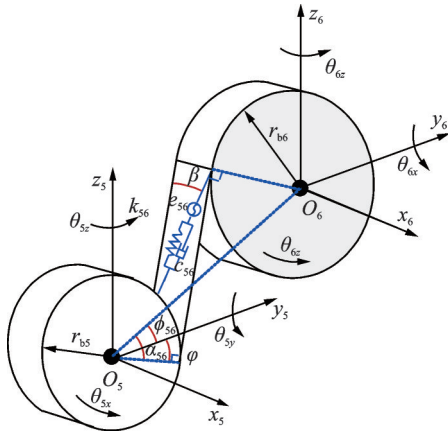


图 2 斜齿轮集中参数模型

Fig. 2 Lumped parameter model of helical gear

### 1.1.3 螺旋锥齿轮模型

图 3 为螺旋锥齿轮副的集中参数模型。下标  $p, g$  分别表示主、从动轮;  $\theta_p$  和  $\theta_g$  为齿轮角位移。  $\delta_n, \beta_n, \alpha_n$  分别代表主动螺旋锥齿轮的节锥角、中点螺旋角和法面压力角;  $k_n, c_n$  和  $e_n$  分别代表时变啮合刚度、啮合阻尼和啮合误差。

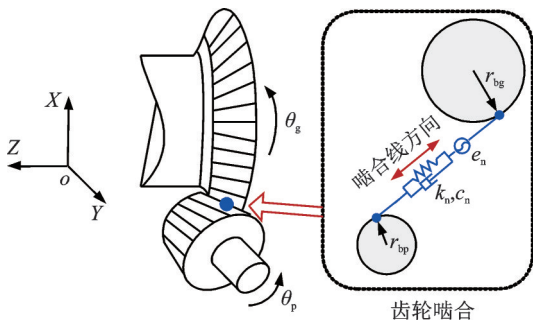


图 3 螺旋锥齿轮集中参数模型

Fig. 3 Lumped parameter model of spiral bevel gear

螺旋锥齿轮副沿啮合线方向动态传递误差为

$$\delta_{pg}(\theta_p) = V_n q_n - e_n(\theta_p) \quad (6)$$

式中  $q_n$  为螺旋锥齿轮副的位移列向量;  $V_n$  为螺旋锥齿轮副向啮合线方向的投影矢量,由图 4 受力分析可得<sup>[23]</sup>

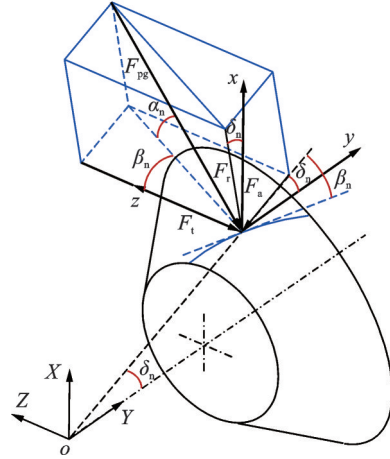


图 4 螺旋锥齿轮受力分析

Fig. 4 Force analysis of spiral bevel gear

$$V_n = [(\sin\alpha_n \cos\delta_n + \cos\alpha_n \sin\beta_n \sin\delta_n), \\ -(\sin\alpha_n \sin\delta_n - \cos\alpha_n \sin\beta_n \cos\delta_n), \\ \cos\alpha_n \cos\beta_n, r_{bp} \cos\alpha_n \sin\beta_n, \\ -(\sin\alpha_n \cos\delta_n + \cos\alpha_n \sin\beta_n \sin\delta_n), \\ (\sin\alpha_n \sin\delta_n - \cos\alpha_n \sin\beta_n \cos\delta_n), \\ -\cos\alpha_n \cos\beta_n, -r_{bg} \cos\alpha_n \sin\beta_n] \quad (7)$$

## 1.2 轴、箱体有限元缩聚模型

### 1.2.1 轴有限元缩聚模型

图 5 为通过有限元仿真平台中的 Beam188 单元所构建的传动轴有限元模型。随后,采用缩聚法对轴有限元模型的自由度进行缩减,即可得到轴有限元缩聚模型。

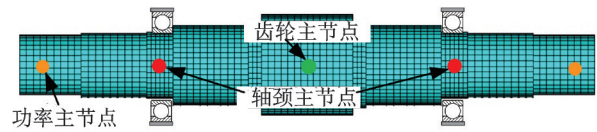


图 5 传动轴有限元模型

Fig. 5 Finite element model of the shaft

### 1.2.2 箱体有限元缩聚模型

图 6 为采用有限元仿真平台所构建的箱体有限元模型。随后,采用缩聚法对箱体有限元模型的自由度进行缩减,即可得到箱体有限元缩聚模型。

## 1.3 轴承模型

在齿轮箱中传动轴通过轴承与箱体轴承座连接,轴承的刚度矩阵  $K_b$  为

$$K_b = \text{diag}[k_x, k_y, k_z, k_{\theta_x}, k_{\theta_y}, 0] \quad (8)$$

式中  $k_x$  和  $k_y$  为轴承的径向刚度;  $k_z$  为轴向刚度;  $k_{\theta_x}$  和  $k_{\theta_y}$  为摆向刚度。

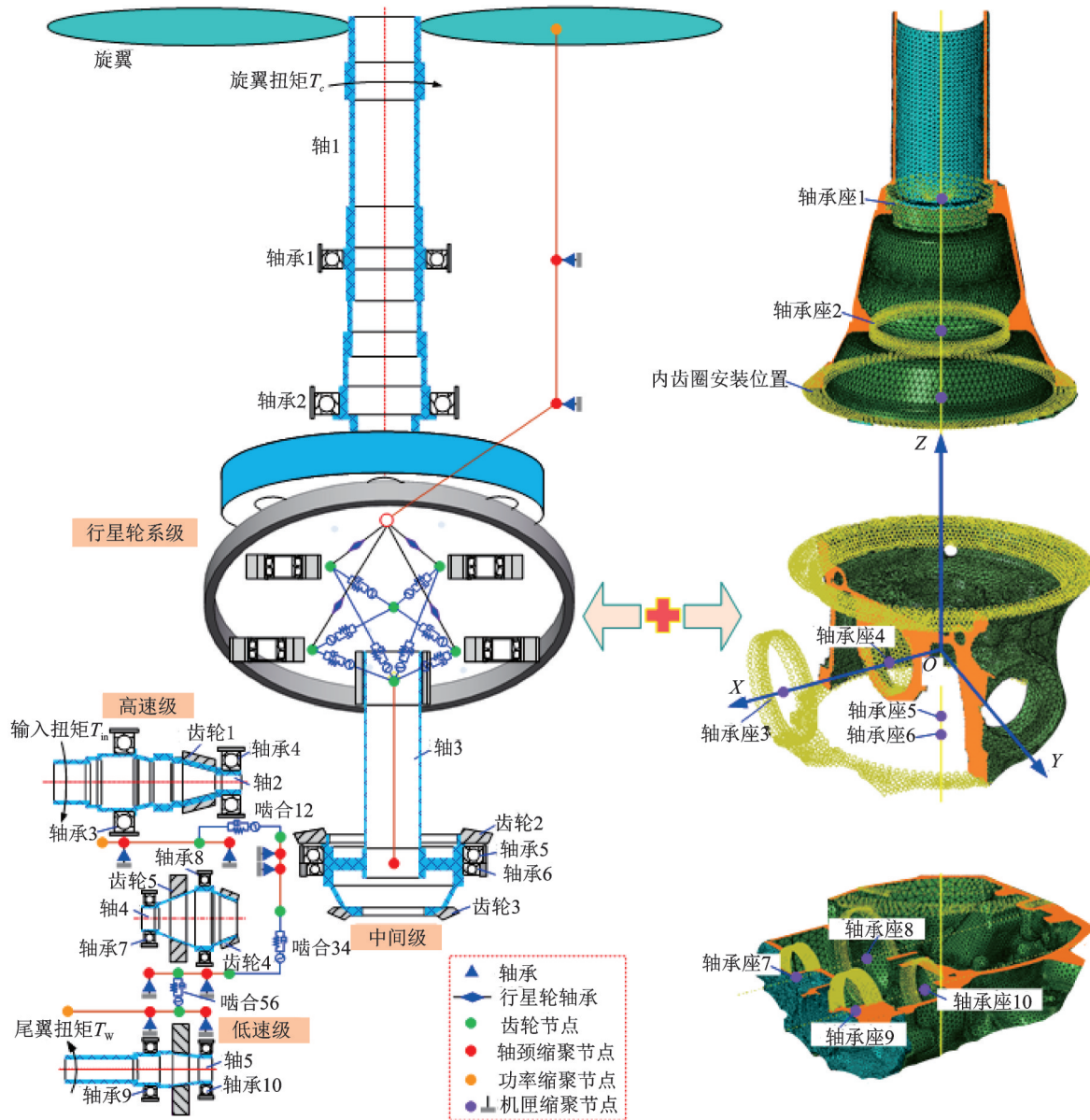


图6 适合变速过程分析且计入结构柔性的直升机主减速器动力学模型

Fig. 6 Dynamic model of helicopter main gearbox suitable for variable speed process and considering structural flexibility

#### 1.4 直升机主减速器耦合系统模型

在MATLAB中将齿轮集中参数模型、轴承模型、轴和箱体的有限元缩聚模型进行耦合,即可获得考虑结构柔性且适合变速过程分析的直升机主减速器的耦合动力学模型

$$M\ddot{q} + (C_a + C_b + C_t)\dot{q} + (K_a + K_b + K_t)q = T \quad (9)$$

式中  $K_a, K_t$  和  $K_b$  分别代表系统的啮合刚度、扭转刚度和支撑刚度矩阵;  $C_a, C_t, C_b$  分别代表系统的啮合阻尼、扭转阻尼和支撑阻尼矩阵;  $q$  为系统的广义坐标;  $M$  为质量矩阵;  $T$  为系统的载荷向量。系统参数与文献[9]一致。

## 2 多级齿轮箱变速过程中的动态特性

### 2.1 系统加速过程中的动力学特性

在加速过程中,直升机旋翼扭矩与转速间具有如下关系

$$T_c = \pi A \rho \Omega^2 R^5 / 2 \quad (10)$$

式中  $A$  为阻力系数,  $\rho$  为空气密度,  $R$  为旋翼半径, 旋翼转速  $\Omega = v_1 / i_s$ ,  $v_1$  为系统输入转速,  $i_s$  为主减速器系统从高速级至行星级的传动比。

由式(10)可得直升机旋翼扭矩与转速间的变化关系,如图7所示。由图可知,在加速过程中旋翼扭矩随转速呈抛物线增长,即转速越高,系统负载越大。

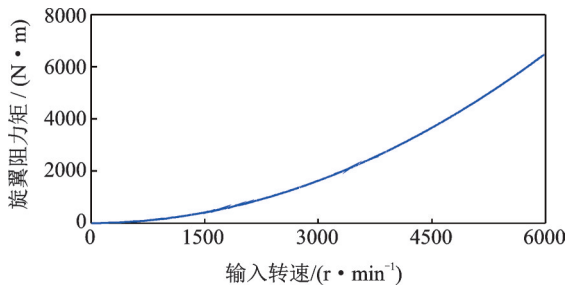


图 7 加速过程中旋翼扭矩与转速间关系

Fig. 7 Relationship between helicopter rotor torque and speed during acceleration process

图 8 为加速过程中齿轮时变啮合刚度与转速间的变化关系。由图可知,轮齿啮合频率随转速上升呈连续递增趋势,从而直观描述了连续升速过程。

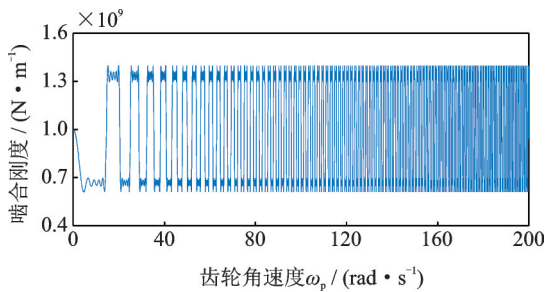


图 8 加速过程中齿轮时变啮合刚度与转速间关系

Fig. 8 Relationship between time-varying meshing stiffness and speed during acceleration process

图 9 为加速过程中多级齿轮箱中间级啮合力的时频分布图,  $f_{mg}$  ( $g=12, 34, 56, sp$ ) 分别表示高速级、中间级、低速级和行星轮系级的啮合频率。从时域图可知,动态啮合力均值随旋翼扭矩呈抛物线增加,波动幅值随转速增加而增大,系统载荷环境逐渐恶化。从频域图可知,由于中间级齿轮为重合度大且啮合刚度变化较小的螺旋锥齿轮,故引起中间级振

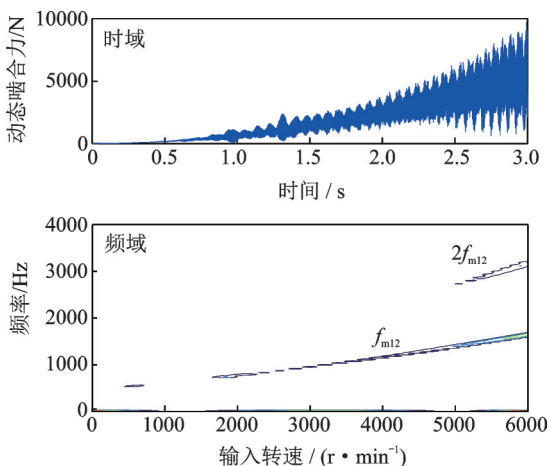


图 9 加速过程中系统中间级的啮合力

Fig. 9 Meshing force of inter-speed stage during acceleration process

动的主要激励频率为高速级的啮频  $f_{m12}$  及其二倍频  $2f_{m12}$ ;这说明多级齿轮箱各级齿轮的啮频是相互耦合与传递的,故级间耦合不能被忽略。同时还发现在加速过程中系统激励频率随转速呈抛物线递增,激励影响程度随负载增加而增大。这说明本文所提模型适合变速过程中的动力学特性研究,在加速过程中系统激励与动态响应均随转速和负载的实时变化而发生改变。

## 2.2 系统减速过程中的动力学特性

减速过程中旋翼扭矩与转速间的关系如图 10 所示。由图可知,在减速过程中旋翼扭矩随转速呈抛物线递减,即转速越低,系统负载越小。

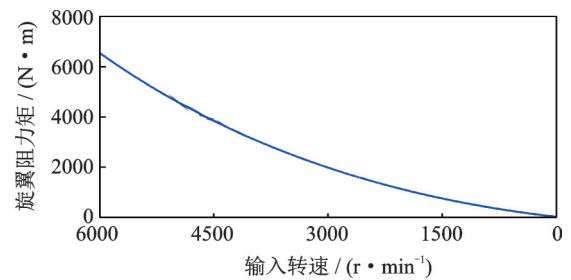


图 10 减速过程中旋翼扭矩与转速间关系

Fig. 10 Relationship between helicopter rotor torque and speed during deceleration process

图 11 为减速过程中齿轮时变啮合刚度与转速间的变化关系。由图可知,轮齿啮合频率随转速降低呈连续递减趋势,从而直观描述了连续降速过程。

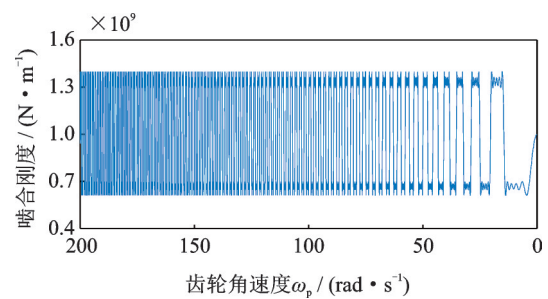


图 11 减速过程中齿轮时变啮合刚度与转速间关系

Fig. 11 Relationship between time-varying meshing stiffness and speed during deceleration process

图 12 为减速过程中系统低速级动态啮合力的时频分布图。从时域图可知,动态啮合力均值随旋翼扭矩呈抛物线递减,波动幅值随转速递减而减小,系统载荷环境逐渐好转。从频域图可知,引发低速级振动的主要激励频率为低速级齿轮啮频及倍频;在减速过程中系统激励频率随转速呈抛物线递减,激励影响程度随负载递减而减小。这再次说明本文所提模型适合变速过程中的动态特性研究,在变速

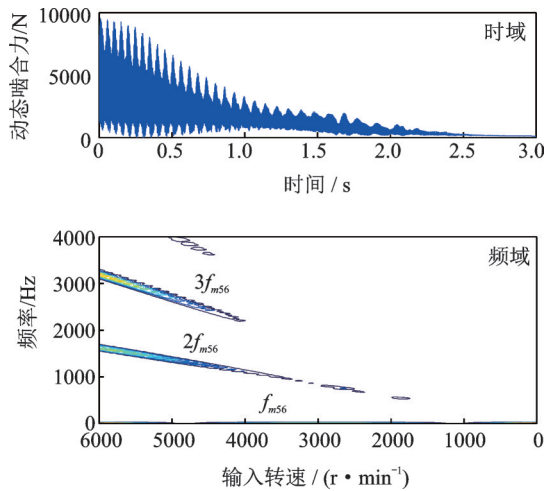


图12 减速过程中系统低速级的啮合力

Fig. 12 Meshing force of low-speed stage during deceleration process

载过程中系统激励与动态响应均随转速和负载的实时变化而发生改变。

### 3 不同风况对直升机主减速器的影响

#### 3.1 旋翼扭矩计算

旋翼扭矩是主减速器的主要负载,且风况对旋翼扭矩具有重要影响。为探究不同风况对直升机主减速器动态响应的影响,本文首先利用气动仿真软件分别获取恒定风、湍流风和阵风的时域历程,然后采用叶素理论建立了旋翼扭矩计算模型,从而获得不同风况作用下直升机旋翼扭矩,并将其作为主减速器动力学模型的负载。

如图13所示,首先将旋翼视为一个整体,并将其在 $0^\circ$ 至 $360^\circ$ 圆周方向上划分为诸多站位,随后将各站位桨叶划分为若干微段,且沿展弦积分获得一个站位产生的旋翼扭矩,最后将各站位扭矩叠加,即可获得旋翼扭矩。

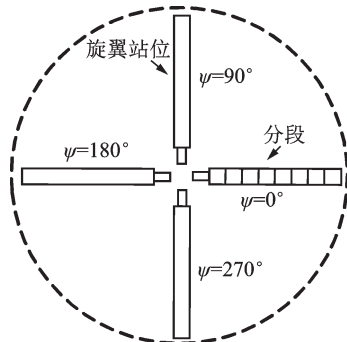
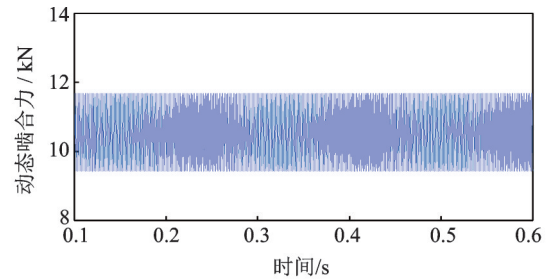


图13 直升机旋翼站位分布示意图

Fig. 13 Schematic diagram of rotor station distribution

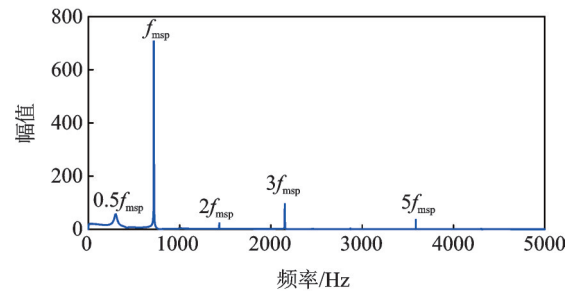
#### 3.2 恒定风作用下系统的动态响应

在10 m/s恒定风作用下,直升机主减速器行星轮系级的动态啮合力如图14所示。啮合力呈周期性波动,动载荷均值与静载荷相等,激励频率主要由行星轮系级啮频及其倍频组成,其中1倍啮频影响最大。



(a) 动态啮合力的时域图

(a) Time domain of dynamic meshing force



(b) 动态啮合力的频域图

(b) Frequency domain of dynamic meshing force

图14 恒定风作用下系统行星轮系级的啮合力

Fig. 14 Meshing force of planetary gear stage under the action of constant wind

#### 3.3 湍流风作用下系统的动态响应

湍流风是直升机飞行过程中最常见的风况之一,本文选取平均风速为10 m/s的湍流风,其时域历程如图15所示。

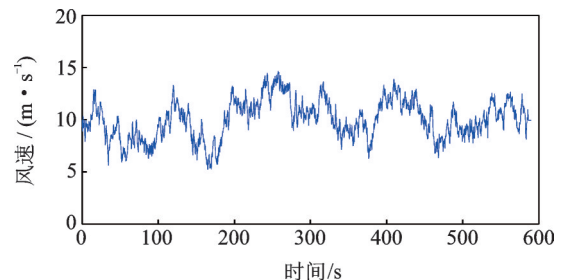


图15 湍流风的时域图

Fig. 15 Time domain of turbulent wind

图16为在湍流风作用下直升机旋翼扭矩。由于湍流风呈无规律分布,故旋翼扭矩呈非周期性波动,且风速越高旋翼扭矩越大。

湍流风作用下系统行星轮系级的动态啮合力,如图17所示。与恒定风相比,湍流风会恶化主减速

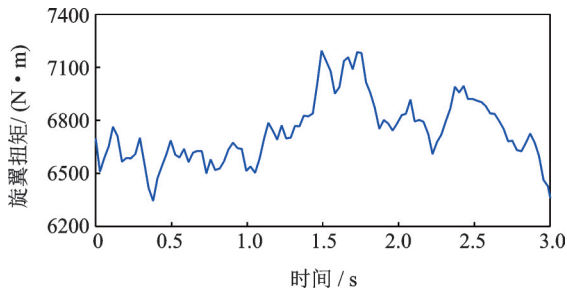


图 16 湍流风作用下直升机旋翼扭矩

Fig. 16 Helicopter rotor torque under the action of turbulent wind

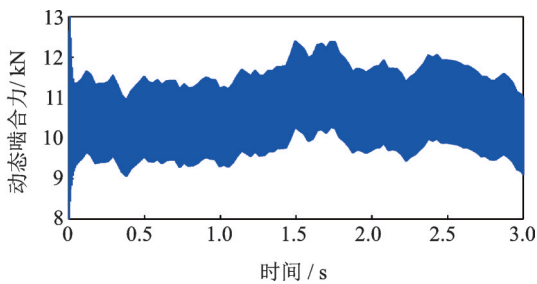


图 17 湍流风作用下系统行星轮系级的啮合力

Fig. 17 Meshing force of planetary gear stage under the action of turbulent wind

器的载荷环境。在湍流风作用下系统长周期波动与旋翼扭矩具有相似的变化规律,且风速越大系统振动越剧烈。

### 3.4 阵风作用下系统的动态响应

在直升机强度规范中,阵风是需要校核的较大载荷情况之一。本文选取持续时间为 2 s,初始风速为 10 m/s,最大风速为 30 m/s 的阵风,如图 18 所示。

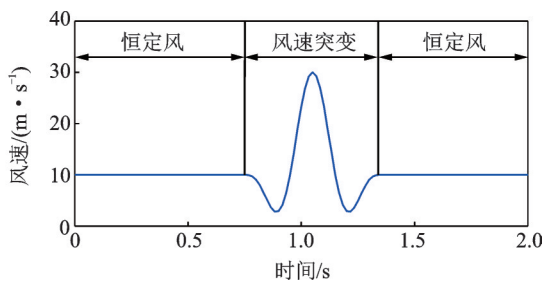


图 18 阵风的时域

Fig. 18 Time domain of strong gusts

图 19 为在阵风作用下直升机旋翼的扭矩。由图可知,当风速剧烈变化时,旋翼扭矩具有显著变化;当阵风消失后,旋翼扭矩逐渐趋于平稳。

阵风作用下系统高速级的啮合力如图 20 所示。与旋翼扭矩的变化相似,当风速剧烈变化时系统载荷发生了显著改变;当阵风消失后,直升机主减速器最大动载荷逐渐趋于平稳。

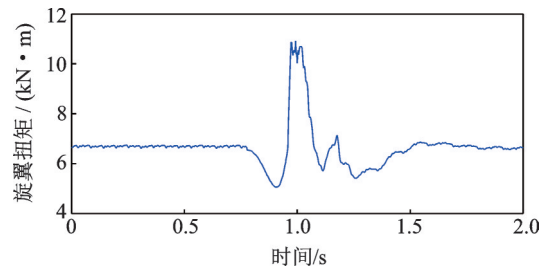


图 19 阵风作用下直升机旋翼的扭矩

Fig. 19 Helicopter rotor torque under the action of strong gusts

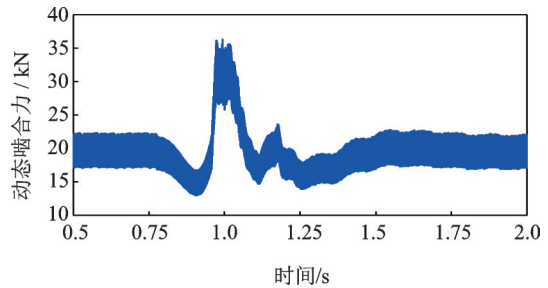


图 20 阵风作用下系统高速级的啮合力

Fig. 20 Meshing force of high-speed stage under the action of strong gusts

## 4 结 论

(1) 在集中参数/有限元法基础上提出一种适合变速过程分析且考虑传动轴及箱体结构柔性的多级齿轮箱耦合动力学模型。基于该模型,可深入研究齿轮箱在变速过程中的动力学特性。

(2) 变速载过程中齿轮箱激励与动态响应随转速和负载实时发生改变;激励频率及响应波动幅值随转速增加而增大,激励影响程度及响应均值随负载加重而递增。在设计时应充分评估系统在变速载过程中的动力学特性,以免产生较大的振动与噪声。

(3) 与恒定风相比,湍流风会加剧直升机主减速器的振动;在阵风作用下系统振动最大,在设计时应给予一定重视。

(4) 基于本文所提方法构建的齿轮箱动力学模型适合与原动机模型耦合连接,可为电机/发动机拖动齿轮箱的动态设计、性能评价、变速载控制及参数优化提供研究基础。这是下一步工作要完成的内容。

### 参考文献:

[1] 孙灿飞,王友仁.直升机行星传动轮系故障诊断研究进展[J].航空学报,2017,38(7):106-119.  
SUN Canfei, WANG Youren. Advance in study of fault diagnosis of helicopter planetary gears[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(7): 106-119.

- [2] 李 铭,谢里阳,丁丽君.行星机构的可靠性分析与计算[J].航空学报,2017,38(8):201-214.  
LI Ming, XIE Liyang, DING Lijun. Reliability analysis and calculation for planetary mechanism[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38(8):201-214.
- [3] 林 何,王三民,董金城.多激励下某直升机传动系统动载特性[J].航空动力学报,2015,30(1):219-227.  
LIN He, WANG Sanming, DONG Jincheng. Dynamic characteristics under various excitations for a helicopter transmission system [J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(1):219-227.
- [4] 许兆棠.直升机传动系统扭转振动的分析[J].工程学,2012,29(9):330-336.  
XU Zhaotang. Torsional vibration analysis for a helicopter transmission system[J].Engineering Mechanics,2012,29(9):330-336.
- [5] 王建军,毛振中,卿立伟,等.直升机动力传动系统扭转振动整体传递矩阵分析[J].航空动力学报,2008,23(10):1805-1812.  
WANG Jianjun, MAO Zhenzhong, QING Liwei, et al. Torsional vibration analysis of helicopter power transmission system by the multi-shaft transfer matrix method [J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(10):1805-1812.
- [6] 顾仲权,杨景新.直升机传动系统扭转振动特性分析[J].南京航空航天大学学报,1997,29(6):674-678.  
GU Zhongquan, YANG Jingxin. Analyses of torsional vibration characteristics for transmission system of helicopter[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 1997,29(6):674-678.
- [7] Chen Yuan, Zhu Rupeng, Jin Guanghu, et al. Influence of shaft torsional stiffness on dynamic response of four-stage main transmission system[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2018:6141035.
- [8] 郭家舜,王三民,刘海霞.某新型直升机传动系统弯-扭耦合振动特性研究[J].振动与冲击,2009,28(10):132-136.  
GUO Jiashun, WANG Sanming, LIU Haixia. Lateral-torsional coupled vibration characteristics of transmission of a new type helicopter [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(10):132-136.
- [9] 许华超,秦大同,刘长钊,等.计入结构柔性的直升机主减速器振动特性分析[J].航空动力学报,2019,34(5):1020-1028.  
XU Huachao, QIN Datong, LIU Changzhao, et al. Vibration characteristics analysis for helicopter main gearbox considering structural flexibility[J]. Journal of Aerospace Power,2019,34(5):1020-1028.
- [10] Liu C, Qin D, Lim T C, et al. Dynamic characteristics of the herringbone planetary gear set during the variable speed process [J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(24):6498-6515.
- [11] 王金海,杨建伟,李 强,等.城轨列车齿轮系统变速载工况扭振特性[J].机械工程学报,2018,54(12):8-16.  
Wang Jinhai, Yang Jianwei, Li Qiang, et al. Dynamic characteristic of torsional vibration of urban rail vehicle gear system under the condition during variable speed process[J]. Journal of Mechanical Engineering,2108,54(12):8-16.
- [12] 王自超,翟婉明,陈再刚,等.考虑齿轮传动系统的重载电力机车动力学性能研究[J].机械工程学报,2018,54(6):48-54.  
Wang Zichao, Zhai Wanming, Chen Zaigan, et al. Dynamic performance of heavy-haul electric locomotive considering effect of gear transmission system [J]. Journal of Mechanical Engineering,2018,54(6):48-54.
- [13] Chen Z, Zhai W, Wang K. Dynamic investigation of a locomotive with effect of gear transmissions under tractive conditions [J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 408:220-233.
- [14] Chen Z, Zhai W, Wang K. Locomotive dynamic performance under traction/braking conditions considering effect of gear transmissions [J]. Vehicle System Dynamics, 2017,56(7):1-21.
- [15] KAHRAMAN A, VIJAYAKAR S. Effect of internal gear flexibility on the quasi-static behavior of a planetary gear set[J]. ASME Journal of Mechanical Design,2001,123:408-415.
- [16] KAHRAMAN A, KHARAZI A A, UMRANI M. A deformable body dynamic analysis of planetary gears with thin rims[J]. Journal of Sound and Vibration,2003,262:752-768.
- [17] Bettaieb M N, Velez P, Ajmi M. A Static and dynamic model of geared transmissions by combining substructures and elastic foundations—Applications to thin-rimmed gears [J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 129(2):184-194.
- [18] Guilbert B, Velez P, Dureisseix D, et al. A mortar-based mesh interface for hybrid finite-element/lumped-parameter gear dynamic models—Applications to thin-rimmed geared systems [J]. Journal of Mechanical Design, 2016, 138(12):123301.
- [19] Guo Y, Eritenel T, Ericson T M, et al. Vibro-acoustic propagation of gear dynamics in a gear-bearing-housing system [J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(22):5762-5785.
- [20] Yi Y, Qin D, Liu C. Investigation of electromechanical coupling vibration characteristics of an electric drive multistage gear system [J]. Mechanism and Machine Theo-



- ry, 2018, 121:446-459.
- [21] 魏 静,白培鑫,杨攀武,等.叶片丢失对齿轮涡扇发动机风扇轴振动影响的研究[J].振动工程学报,2018,31(2):226-237.
- Wei Jing, Bai Peixin, Yang Panwu, et al. Study on the vibration characteristics of fan shaft of geared turbofan engine with sudden imbalance caused by blade off[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(2): 226-237.
- [22] 魏 静,王刚强,秦大同,等.考虑修形的斜齿轮系统非线性激励与动力学特性研究[J].振动工程学报,2018, 31(4):561-572.
- Wei Jing, Wang Gangqiang, Qin Datong, et al. Nonlinear excitation and dynamic characteristics of helical gear system with considering modification[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(4): 561-572.
- [23] 王三民,沈允文,董海军.含间隙和时变啮合刚度的弧齿锥齿轮传动系统非线性振动特性研究[J].机械工程学报,2003, 39(2): 28-32.
- Wang Sanmin, Shen Yunwen, Dong Haijun. Nonlinear dynamical characteristics of a spiral bevel gear system with backlash and time-varying stiffness [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(2): 28-32.

## Dynamic characteristics of the multi-stage gearbox considering structural flexibility during the variable speed process

*XU Hua-chao, QIN Da-tong, LIU Chang-zhao, YI Yuan-yuan, JIA Han-jie*

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** In order to meet the analytical requirements of gearbox during variable speed process, a coupling dynamic modeling method for multi-stage gearbox is proposed based on the lumped parameter/finite element method, which is not only suitable for analysis of variable speed process, but also considers structural flexibility. To verify the effectiveness of the proposed method, the coupled dynamic model of helicopter main gearbox is established. The structural flexibility of the shaft and housing is considered in this model, and the time-varying mesh stiffness and mesh error are expressed as periodic functions of the gear rotation angles. The dynamic characteristics of multi-stage gearbox during the variable speed process are studied. The effects of constant wind, turbulent wind and gust on the helicopter main gearbox are revealed. The results show that the excitation and dynamic response of the system vary with the change of speed and torque. The excitation frequency and response fluctuation amplitude increase with the increase of rotational speed, and the excitation influence level and response mean value increase with the increase of torque. Compared with constant wind, the turbulent wind will aggravate the system. The vibration of the helicopter main gearbox is the largest under the action of gusts. The proposed modeling method is universal and can provide theoretical basis for dynamic design of gearbox during the variable speed process.

**Key words:** machinery dynamics; gear; variable speed; main gearbox; helicopter

**作者简介:** 许华超(1990-),男,博士研究生。电话:15123217112;E-mail:xuhuachao@cqu.edu.cn

**通讯作者:** 秦大同(1956-),男,教授,博士生导师。电话:13677657229;E-mail:dtqin@cqu.edu.cn