

# 非线性电磁振动能量采集的辨识研究

吴鹏飞, 袁天辰, 杨 俭

(上海工程技术大学城市轨道交通学院, 上海 201620)

**摘要:** 提出一种单自由度电磁振动能量采集器的系统辨识方法——电压映射方法, 该方法基于恢复力曲面法的辨识思想, 在系统恢复力函数、电磁机电耦合函数和等效电感函数的具体形式未知的情况下, 能准确辨识出具有强非线性的恢复力函数、电磁机电耦合函数和等效电感函数。利用两个典型的非线性模型算例进行验证: 一是含有非线性弹性恢复力的电磁振动能量采集器系统(电学方程部分为线性); 二是既含有非线性弹性恢复力, 又含有非线性电学方程的复杂电磁振动能量采集系统。利用龙格库塔法计算得到以上两个算例在简谐振动激励下的时间历程响应, 运用上述提出的辨识方法成功辨识得到系统含有的非线性弹性恢复力、阻尼恢复力、电磁力和电感电压, 进而得到对应的非线性刚度函数、阻尼函数、电磁机电耦合函数和等效电感函数, 结果显示辨识结果与准确结果有良好的—致性, 验证了本文所提出方法的有效性和准确性。

**关键词:** 电磁振动能量采集; 系统辨识; 电压映射法; 非线性

**中图分类号:** TM619; TB123; O322 **文献标志码:** **文章编号:** 1004-4523(2021)01-0116-11

**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2021.01.013

## 引 言

非线性振动现象广泛存在于工程实际中, 通过建立系统的数学模型来描述非线性系统特性和行为是研究非线性问题的关键。对于很多领域, 因为系统比较复杂, 一般不能用理论分析方法直接得到系统的数学模型, 需要通过实验的输入输出数据来确定系统的数学模型<sup>[1]</sup>。系统辨识为非线性振动系统的特性研究提供了有效的解决方法。非线性系统辨识根据系统模型是否已知, 可以分为参数辨识和非参数辨识<sup>[2]</sup>, 非参数辨识别方法可以处理很难用特定函数来描述非线性模型的问题。根据时域和频域分布可以分为时域法和频域法, 以及时-频相结合的混合法<sup>[3]</sup>。

电磁式振动能量采集器得到了广泛的研究。王佩红<sup>[4]</sup>研究电磁式振动能量采集器的工作原理, 建立了采集器的物理模型, 并且详细介绍了国内外研究的现状, 分析了未来面临的困难和挑战以及发展趋势。邵玮<sup>[5]</sup>利用电磁感应定律设计了电磁振动能量采集器, 通过对该结构的物理模型进行理论分析, 得出了电磁采集器设计的一般准则。邓露等<sup>[6]</sup>提出了一种为桥梁健康监测传感器供电的双自由度磁悬浮式振动能量俘能器, 建立了采集器的物理模型, 并且推导了采集器的动力学模型和机电耦合方程。中

国很多学者已经对压电式采集器的参数辨识有了深入的研究, 然而对电磁式振动能量采集器的系统辨识却研究较少。Stanton 等<sup>[7]</sup>利用谐波平衡法求解系统, 并采用最小二乘法对非线性压电装置进行参数识别。窦苏广等<sup>[8]</sup>应用快速傅里叶变换和谐波平衡法对非线性参激系统进行了参数辨识, 并以杜芬方程为例进行了数值仿真。Dick 等<sup>[9]</sup>通过频率响应方程确定了微型压电采集器的参数。黄东梅等<sup>[10]</sup>利用 Morlet 小波变换对时变振动系统和典型非线性振动系统进行参数辨识, 辨识出了系统的阻尼和刚度函数。Zhou 等<sup>[11]</sup>利用基于遗传算法的辨识方法辨识出了机电耦合函数和等效电容函数。无论是最小二乘法、快速傅里叶变换、Morlet 小波变换还是遗传算法都属于参数辨识方法, 参数辨识是基于在已知控制方程的基础上完成的。目前参数辨识方法已经向智能算法发展, 在迭代寻优的过程中不仅收敛速度快, 辨识精度也非常高, 应用非常的成熟。然而当已知的数学模型不能完全解释实际工程振动响应, 需要额外增加一个未知参数来研究系统特性时, 必然会造成参数辨识成为一个奇异问题, 不能得到关于未知参数的唯一解, 面对只知道模型结构而不知具体准确模型的情况下参数辨识无法求解辨识结果。为了辨识得到振动的频响函数, 孟新宇等<sup>[12]</sup>利用非参数辨识方法研究了增加两项待辨识未知参数矢量对频响函数的影响。Masri 和 Caughey<sup>[13]</sup>利用

**收稿日期:** 2019-05-10; **修订日期:** 2020-05-08

**基金项目:** 国家自然科学基金青年项目(11802170); 国家自然科学基金面上项目(51575334); 上海市自然科学基金资助项目(19ZR1421700)

恢复力曲面法(或称为力-状态映射法)深入研究了系统的响应,然后再为非线性系统拟合出了合适的数学模型。文献[14]通过悬臂梁的响应数据使用恢复力曲面法成功地辨识出了非线性大型悬臂梁模型。文献[15]利用系统响应数据通过非参数辨识方法辨识得到系统的正交基函数,在未知该系统结构的先验条件下该方法得到的正交基函数总是能与系统相匹配。

本文基于恢复力曲面法的辨识思想,提出电压映射辨识方法,对电磁式振动能量采集器进行非参数辨识。前者通过构建恢复内力、位移和速度的三维点集绘制出离散分布的曲面,再利用截面法分离出恢复内力里的阻尼恢复力和弹性恢复力,最后再辨识出阻尼函数和刚度函数<sup>[13]</sup>。电压映射法则是通过构建电压、速度和电流的导数之间的三维点集,利用截面法分离出离散曲面数据的电磁耦合数据对和等效电感数据对,从而得到电磁机电耦合函数和等效电感函数。在辨识强非线性电磁函数时该方法具有比较好的辨识效果。

## 1 电磁式振动能量采集器的原理及系统辨识

### 1.1 电磁式振动能量采集器系统的控制方程

处理电磁耦合问题的单自由度电磁式振动能量采集器可以从牛顿第二定律和基尔霍夫第二定律中推导出模型方程,在一般情况下,电磁机电耦合函数和等效电感函数被假定为位移、速度、电流和电流导数的未知函数,因此可以用  $\eta(x, \dot{x}, I, \dot{I})$  和  $L_{ind}(x, \dot{x}, I, \dot{I})$  来表示,推导出模型如下<sup>[16]</sup>

$$\begin{cases} M\ddot{x} + C_n(\dot{x})\dot{x} + K_n(x)x + \eta(x, \dot{x}, I, \dot{I})x = F \\ \eta(x, \dot{x}, I, \dot{I})\dot{x} - L_{ind}(x, \dot{x}, I, \dot{I})\dot{I} = U \end{cases} \quad (1)$$

式中  $\eta(x, \dot{x}, I, \dot{I})$  为电磁机电耦合函数,  $L_{ind}(x, \dot{x}, I, \dot{I})$  为等效电感函数,  $U$  为电压,  $I$  为电流,  $x$  为位移,  $M$  为质量,  $C_n(\dot{x})$  为阻尼函数,  $K_n(x)$  为刚度函数,  $F$  为外力。通常情况下,电磁机电耦合函数可以定义为

$$\eta(x, \dot{x}, I, \dot{I}) = B(x, \dot{x}, I, \dot{I})L_{coil} \quad (2)$$

式中  $B(x, \dot{x}, I, \dot{I})$  为磁通量,  $L_{coil}$  为线圈长度。

### 1.2 基于电压映射法的振动系统电学模型辨识

在本节中,重点介绍包含非线性电磁耦合模型的系统辨识。该方法从如下式所示的电学函数开始,即

$$\eta(x, \dot{x}, I, \dot{I})\dot{x} - L_{ind}(x, \dot{x}, I, \dot{I})\dot{I} = U \quad (3)$$

式中  $U=IR$ 。如果负载电阻  $R$  已知,并且在实验中测量得到电流  $I$ ,则式(3)的等式右边是已知的,因此  $\eta\dot{x} - L_{ind}\dot{I}$  也是已知的。因为  $\eta\dot{x} - L_{ind}\dot{I}$  的变化只依赖于  $\dot{x}$  和  $\dot{I}$ ,所以它可以用  $\dot{x}$  和  $\dot{I}$  之间的关系曲面来表示。每一个采样时刻的电压通过  $U=IR$  的关系得到,  $\dot{x}$  和  $\dot{I}$  可以分别通过采集的加速度和电流获得。不难发现,在  $\dot{I}=0$  时,  $\eta\dot{x}=U$  在  $\dot{x}=0$  时,  $L_{ind}\dot{I}=-U$ 。可以从  $U$  的数据中分离出  $U_p = \eta\dot{x}$  和  $U_c = -L_{ind}\dot{I}$ 。通常,信号的测量需要以固定的时间间隔对其进行采样<sup>[16]</sup>。首先,记录所有在  $\dot{I}=0$  时的数据对  $(\dot{x}_i, U_i)$  和  $\dot{x}=0$  时的数据对  $(\dot{I}_j, -U_j)$ , 下标  $i$  和  $j$  表示采样点。在实际应用中,数据对以  $(t_i, x_i, U_i)$  和  $(t_j, I_j, -U_j)$  的形式记录,然后将这些数据按照时间由小到大的顺序排列并保存<sup>[17]</sup>。绘制出的  $\dot{x}-\eta\dot{x}$  图像和  $\dot{I}-L_{ind}\dot{I}$  图像本质上是通过离散的三维点集  $(\dot{x}, \dot{I}, U)$  所得到的曲面并在其表面分别取  $\dot{I}=0$  和  $\dot{x}=0$  的截面得到的。图 1 展示了详细的分离过程。

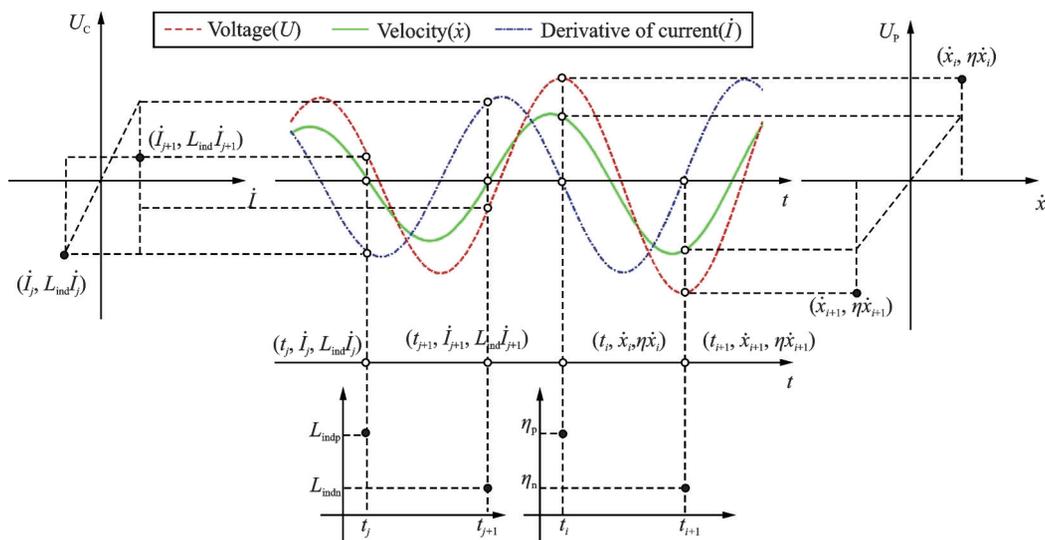


图 1 电磁机电耦合函数与等效电感函数分离原理图

Fig. 1 Separation schematic of electromagnetic coupling function and equivalent inductance function

在一般情况下,电磁机电耦合函数  $\eta(x, \dot{x}, I, \dot{I})$  和等效电感函数  $L_{ind}(x, \dot{x}, I, \dot{I})$  是关于时间  $t$  的函数,所以可以表示为  $\eta(t)$  和  $L_{ind}(t)$ , 并且电磁机电耦合函数  $\eta(t)$  和等效电感函数  $L_{ind}(t)$  可以通过公式  $\eta(t_i) = U_i/\dot{x}_i$  和  $L_{ind}(t_j) = U_j/\dot{I}_j$  计算得到。

考虑到系统可能存在不对称现象,将电磁机电耦合函数  $\eta(t)$  分为两个部分。如图1所示,  $x_i > 0$  和  $x_{i+1} < 0$ 。电磁机电耦合函数  $\eta(t)$  的两部分定义如下

$$\begin{cases} \eta_p(t) = \frac{U}{\dot{x}}, & \dot{x}_i > 0 \\ \eta_n(t) = \frac{U}{\dot{x}}, & \dot{x}_{i+1} < 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中  $\eta_p(t)$  是在  $\dot{x}$  为正时  $\eta(t)$  的一部分,  $\eta_n(t)$  是在  $\dot{x}$  为负时  $\eta(t)$  的一部分。等效电感函数  $L_{ind}(t)$  也可以分为两部分,如下式所示

$$\begin{cases} L_{indp}(t) = -\frac{U}{\dot{I}}, & \dot{I}_j < 0 \\ L_{indn}(t) = -\frac{U}{\dot{I}}, & \dot{I}_{j+1} > 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中  $L_{indp}(t)$  是在  $\dot{I}$  为负时  $L_{ind}(t)$  的一部分,  $L_{indn}(t)$  是在  $\dot{I}$  为正时  $L_{ind}(t)$  的一部分。如果系统是对称的,电磁机电耦合函数的两个部分和等效电感函数的两个部分分别是相等的。

### 1.3 基于电压映射法的力学模型辨识

在这一小节中,介绍包含非线性电磁函数的振动系统力学模型的辨识。该方法从式(6)的力学部分开始,即

$$M\ddot{x} + C_n(\dot{x})\dot{x} + K_n(x)x + B(x, \dot{x}, I, \dot{I})L_{coil}I = F \quad (6)$$

将惯性力和安培力与恢复内力分离,则式(6)可以写成如下形式

$$C_n(\dot{x})\dot{x} + K_n(x)x = F - M\ddot{x} - B(x, \dot{x}, I, \dot{I})L_{coil}I \quad (7)$$

式中 外激力  $F$  和加速度  $\ddot{x}$  在实验的过程中可以测出,  $K_n(x)$  和  $C_n(\dot{x})$  分别是未知的非线性刚度和阻尼函数。由上面一节辨识得到电磁机电耦合函数,则式(7)的等式右边是已知的,因此  $C_n(\dot{x})\dot{x} + K_n(x)x$  也是已知的。因为  $C_n(\dot{x})\dot{x} + K_n(x)x$  的变化只依赖  $x$  和  $\dot{x}$ , 所以可以用  $x$  和  $\dot{x}$  之间的关系曲面来表示,为方便表示,式(7)的等式右边写成如下格式

$$f = F - M\ddot{x} - B(x, \dot{x}, I, \dot{I})L_{coil}I \quad (8)$$

不难发现,在  $\dot{x} = 0$  时,  $K_n(x)x = f$ ; 在  $x = 0$  时,  $C_n(\dot{x})\dot{x} = f$ 。可以从  $f$  的数据中分离出  $f_s = K_n(x)x$  和  $f_d = C_n(\dot{x})\dot{x}$ 。以固定的时间间隔对时域信号进行采样,记录所有  $\dot{x}_i = 0$  时的数据对  $(x_i, f_i)$  和  $x_j = 0$  时的数据对  $(\dot{x}_j, f_j)$ 。同样,数据对以  $(t_i, x_i, f_i)$  和  $(t_j, \dot{x}_j, f_j)$  的形式记录,然后将这些数据按时间由小到大的顺序排列并保存。通过三维点集  $(x, \dot{x}, f)$  绘制的离散曲面在其表面分别取  $x = 0$  和  $\dot{x} = 0$  的截面,得到图像  $\dot{x}-C_n\dot{x}(\dot{x}-f_d)$  和图像  $x-K_nx(x-f_s)$ 。图2展示了详细的分离过程。刚度和阻尼数据可以分别通过如下两式得到:

$$K_n(x) = f_s/x \quad (9)$$

$$C_n(x) = f_d/\dot{x} \quad (10)$$

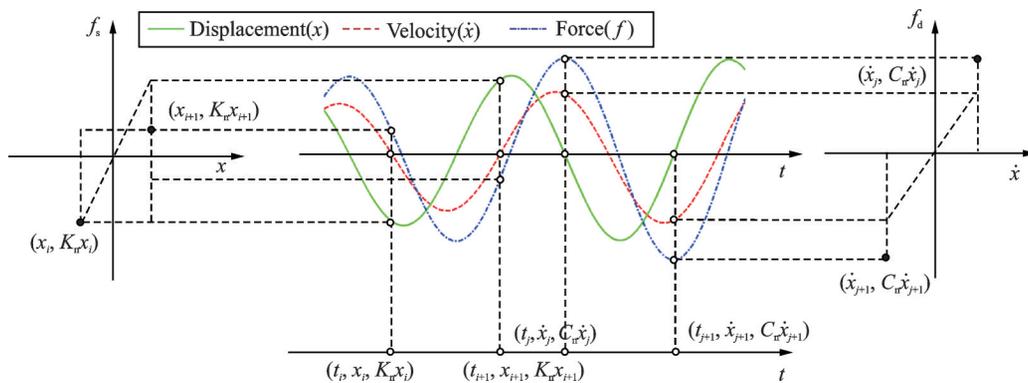


图2 刚度函数与阻尼函数分离原理图

Fig. 2 Separation schematic of stiffness function and damping function

## 2 数值模拟

接下来给出电磁式振动能量采集器系统辨识的两个数值例子,验证该方法的有效性。在下面的例子中采用的外激励是  $F = -m\ddot{x}_b$  并且外激励是基于加速度  $\ddot{x}_b$  的。第一个例子是具有线性电磁函数和

电感函数的振动能量采集器,第二个例子是具有强非线性电磁机电耦合函数和等效电感函数的振动能量采集器。

### 2.1 具有线性电学模型的电磁式振动能量采集器

采用经典的杜芬非线性系统作为电磁式振动能量采集器非参数辨识的一个例子。

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + k_1x + k_3x^3 + \eta I = F \\ \eta\dot{x} - L_{\text{ind}}\dot{I} = RI \end{cases} \quad (11)$$

其中,外激励  $F = -mAt\cos(\omega t)$ ,  $\eta = BL_{\text{coil}}$ 。系统中的各个参数如表 1 所示。

表 1 电磁振动能量采集器的参数值

Tab. 1 Parameter values of electromagnetic vibration energy collector

参数	数值
质量 $m/\text{kg}$	$74.4 \times 10^{-3}$
弹簧刚度 $k_1/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$3.61 \times 10^4$
弹簧刚度 $k_3/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	$1 \times 10^{11}$
阻尼 $c/(\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	6.2
磁感应强度 $B/\text{T}$	0.05
线圈长度 $L_{\text{coil}}/\text{m}$	10
电感 $L_{\text{ind}}/\text{H}$	0.005
电阻 $R/\Omega$	10

电磁式振动能量采集系统的结构如图 3 所示。参数来源于 Chen 和 Jiang<sup>[18]</sup>、Daqaq 等<sup>[19]</sup>对电磁式振动能量采集器的设计研究,仿真时间从 0 采集到 0.5 s,增加的振幅激励  $A = 20\text{g/s}$ ,所以激励从 0 增加到 10g,外激励的振动频率为 95 Hz。位移和电流响应如图 4 所示。

通过电压映射方法,得到电压关于速度和电流导数离散分布的曲面图,如图 5 所示。

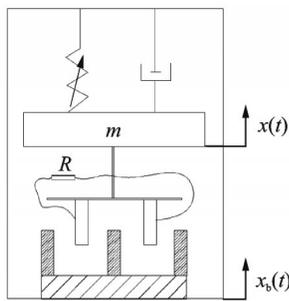
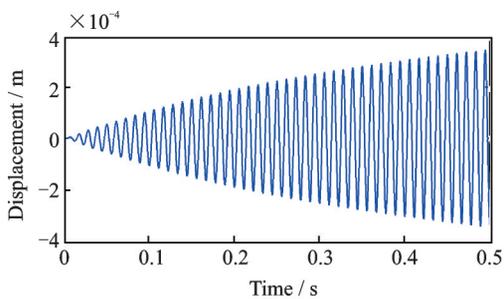


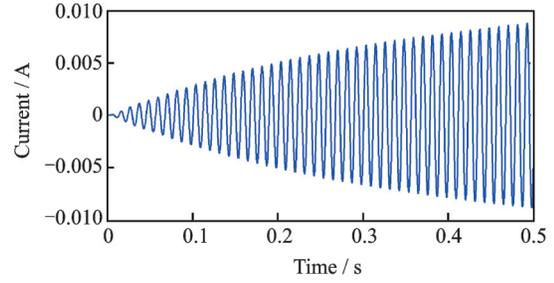
图 3 电磁式振动能量采集器的示意图

Fig. 3 Schematic diagram of electromagnetic vibration energy harvester



(a) 线性电学模型采集器的位移响应

(a) Displacement response of linear electrical model collector



(b) 线性电学模型采集器的电流响应

(b) Current response of linear electrical model collector

图 4 线性电学模型采集器的时间历程响应

Fig. 4 Time history response of linear electrical model collector

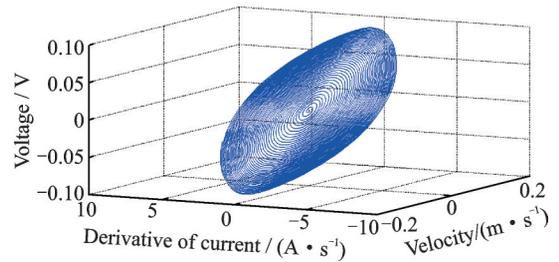
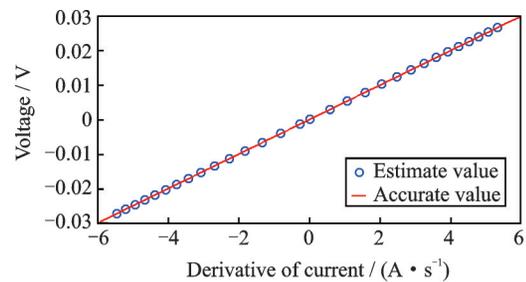


图 5 线性电学模型采集器的电压曲面图

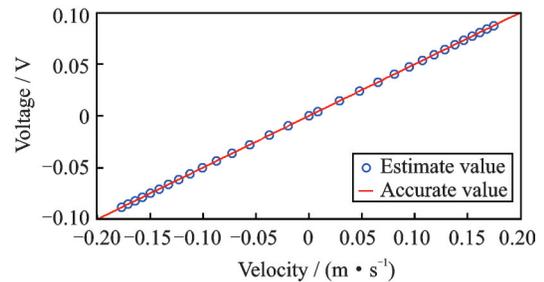
Fig. 5 Voltage surface diagram of linear electrical model collector

曲面图一旦确定,则可以通过截面法分离出曲面数据中所需要的电磁耦合数据对和等效电感数据对,从而得到电磁机电耦合函数和等效电感函数,将辨识的结果与准确的结果对比,如图 6(a)和(b)所示。辨识结果和准确结果有很好的 consistency。从图中



(a) 电压-电流的导数辨识结果

(a) Identification results of voltage-derivative of current



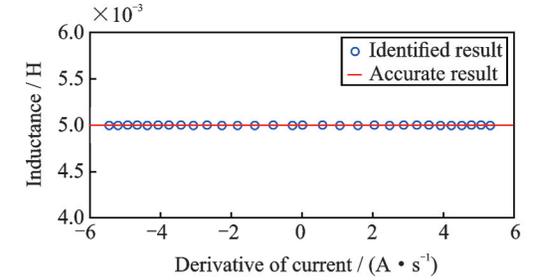
(b) 电压-速度辨识结果

(b) Identification results of the voltage-velocity

图 6 电学函数的辨识结果

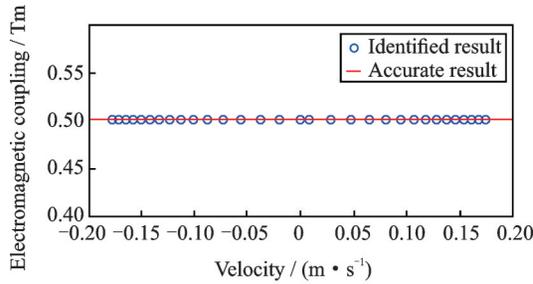
Fig. 6 Identification results of electrical function

可获悉电磁机电耦合函数关于速度是呈线性变化的,符合预期函数。通过  $\dot{i}-U/\dot{i}$  可以得到电流的导数-电感数据对,如图 7(a)所示;通过  $\dot{x}-U/\dot{x}$  可以得到速度-电磁数据对,如图 7(b)所示。



(a) 等效电感函数的辨识结果

(a) Identification results of inductance function



(b) 电磁机电耦合函数的辨识结果

(b) Identification results of electromagnetic coupling function

图 7 电学函数的辨识结果

Fig. 7 Identification result of electrical function

利用最小二乘法,拟合得到等效电感和电磁机电耦合函数的具体值,如表 2 所示。

表 2 等效电感与电磁机电耦合函数的辨识结果

Tab. 2 Identification results of inductance and electromagnetic coupling function

辨识对象	辨识结果	准确结果
$L_{ind}$	0.0053	0.005
$\eta$	0.5022	0.5

将辨识得到的电磁参数代入到式(11)的力学部分,辨识得到恢复内力关于速度和位移离散分布的恢复力曲面图,如图 8 所示。同样采用截面法从恢

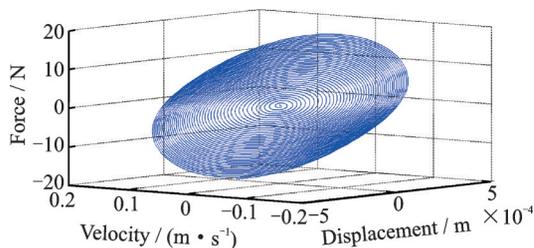
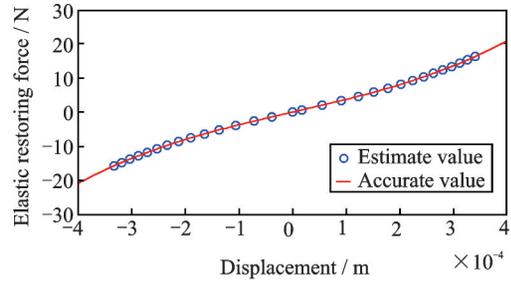


图 8 线性电学模型采集器的恢复力曲面图

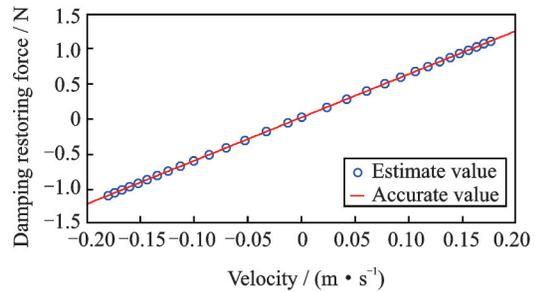
Fig. 8 Recovery force surface diagram of linear electrical model collector

复力曲面数据中得到所需要的阻尼恢复力数据对和弹性恢复力数据对,从而辨识出系统的阻尼和刚度函数,如图 9(a)和(b)所示,辨识结果和准确结果有很好的—致性。



(a) 弹性恢复力-位移辨识结果

(a) Identification results of elastic resilience-displacement



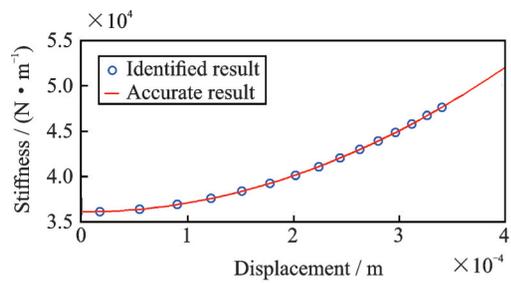
(b) 阻尼恢复力-速度辨识结果

(b) Identification results of damping resilience-velocity

图 9 力学函数的辨识结果

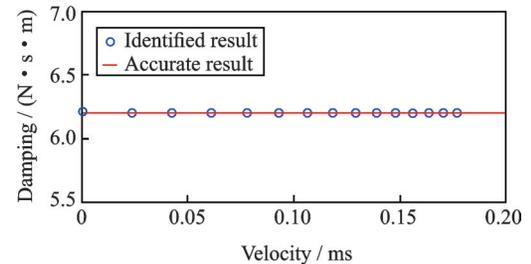
Fig. 9 Identification result of mechanical function

通过  $x-f_s/x$  可以得到位移-刚度辨识结果,如图 10(a)所示,通过  $\dot{x}-f_d/\dot{x}$  可以得到速度-阻尼辨识结



(a) 刚度函数的辨识结果

(a) Identification results of stiffness function



(b) 阻尼函数的辨识结果

(b) Identification results of damping function

图 10 力学函数的辨识结果

Fig. 10 Identification results of mechanical function

果,如图 10(b)所示。

### 2.2 具有非线性电学模型的电磁式振动能量采集器

在 2.1 节中,电磁机械系统包含的是非线性恢复力和线性电磁函数。然而,电磁能在大的形变之下可能存在非线性电磁机电耦合函数和等效电感函数<sup>[20]</sup>,于是考虑具有强非线性电特性的杜芬非线性系统,如下式所示

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + k_1x + k_3x^3 + \eta I = F \\ \eta\dot{x} - (L_{ind} + \beta I^2)\dot{I} = RI \end{cases} \quad (12)$$

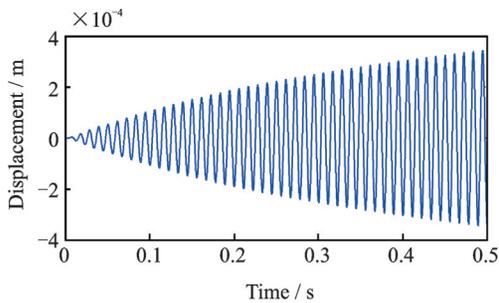
式中  $\eta = (B + \alpha x^2)L_{coil}$ ,  $F = -mAt\cos\omega t$ , 系统中的部分仿真参数如表 3 所示。

表 3 电磁振动能量采集器的参数值

Tab. 3 Parameter values of electromagnetic vibration energy collector

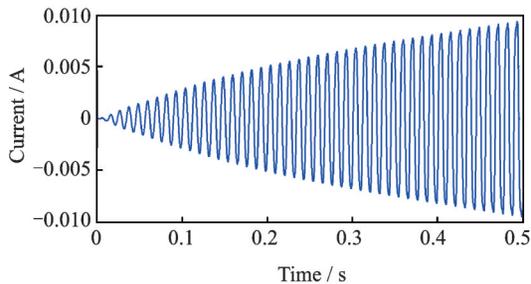
参数	数值
磁感应强度 $B/T$	0.05
线圈长度 $L_{coil}/m$	10
电感 $L_{ind}/H$	0.005
$\alpha/(T \cdot m^{-2})$	312500
$\beta/(H \cdot A^{-2})$	50

其他参数和仿真条件与上述线性电学模型采集器相同。位移和电流响应如图 11 所示。



(a) 非线性电学模型采集器的位移响应

(a) Displacement response of nonlinear electrical model collector



(b) 非线性电学模型采集器的电流响应

(b) Current response of nonlinear electrical model collector

图 11 非线性电学模型采集器的时间历程响应

Fig. 11 Time history response of nonlinear electrical model collector

由电压映射辨识方法得到电压关于速度和电流导数的离散分布曲面图,如图 12 所示。

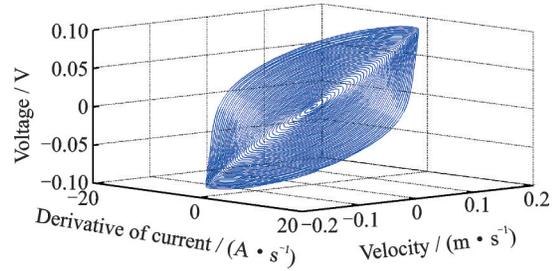
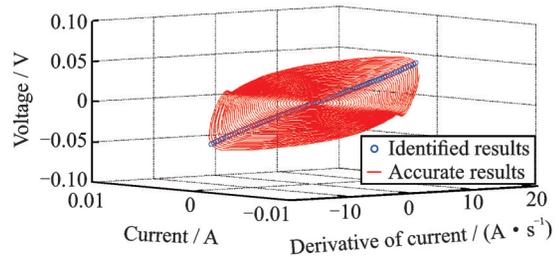


图 12 非线性电学模型采集器的电压曲面图

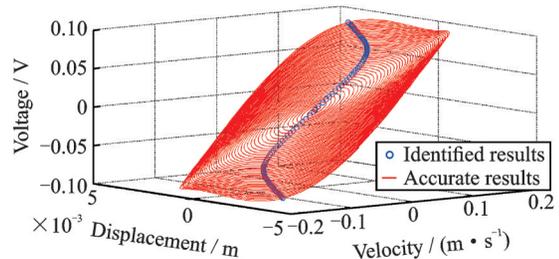
Fig. 12 Voltage surface diagram of nonlinear electrical model collector

在未知非线性等效电感函数的前提下,可以先得到电压关于电流的导数和电流的离散点的辨识结果,与准确结果对比发现,辨识出的离散点都刚好落在等效电感函数关于电流的导数和电流的曲面图上,如图 13(a)所示。同理,先得到电压关于速度和位移的离散点的辨识结果,与准确结果对比发现,辨识出的离散点都刚好落在电磁机电耦合函数关于速度和位移的曲面图上,如图 13(b)所示。



(a) 电压-电流的导数和电流的辨识结果

(a) Voltage identification results for derivative of current and current



(b) 电压-速度和位移的辨识结果

(b) Voltage identification results for velocity and displacement

图 13 电学函数的辨识结果

Fig. 13 Identification result of electrical function

因为等效电感函数和电磁机电耦合函数都是非线性的,不能简单地将等效电感函数处理成关于电流导数的函数,根据 1.2 提到的将等效电感函数处理成关于时间  $t$  的函数,即  $L_{ind}(t)$ ,同理,电磁机电耦合函数也处理成关于时间  $t$  的函数,即  $\eta(t)$ 。由式

(5)可以计算得到等效电感 $L_{indp}$ 和 $L_{indn}$ 两部分,如图14所示。

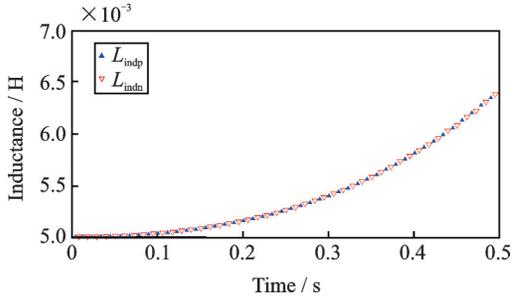


图14 等效电感函数的辨识结果

Fig. 14 Identification results of equivalent inductors function

由式(4)可以得到电磁机电耦合函数 $\eta_p$ 和 $\eta_n$ 两部分,如图15所示。

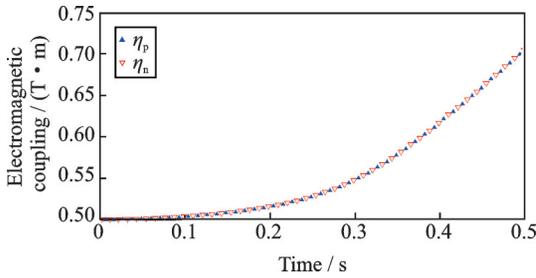


图15 电磁机电耦合函数的辨识结果

Fig. 15 Identification results of electromagnetic coupling function

将电磁机电耦合函数的辨识结果代入到系统的力学模型中,辨识得到恢复内力关于速度和位移离散分布的恢复力曲面图,如图16所示,同样采用截面法从恢复力曲面数据中得到所需要的阻尼恢复力和弹性恢复力数据对,从而辨识出弹性恢复力和阻尼恢复力函数,如图17(a)和(b)所示,辨识结果和准确结果有很好的—致性。

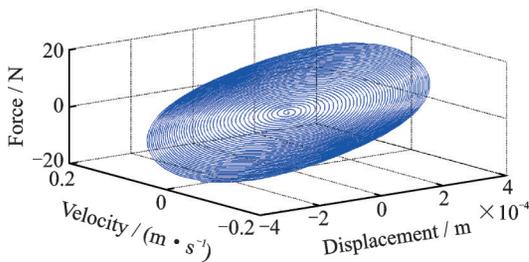
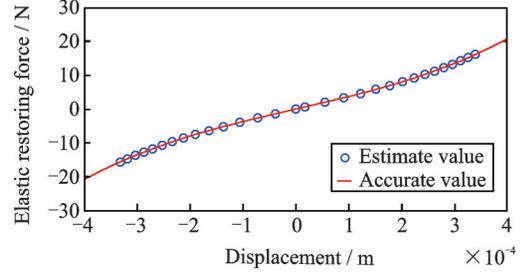


图16 非线性电学模型采集器的恢复力曲面图

Fig. 16 Recovery force surface diagram of nonlinear electrical model collector

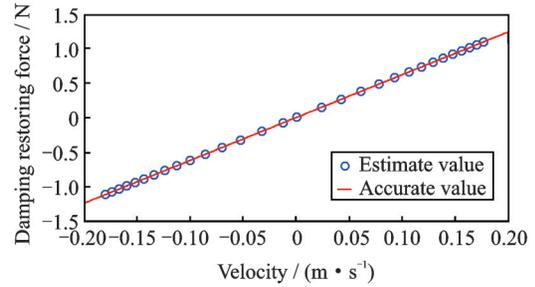
通过式(9)可以得到位移-刚度辨识结果,如图18(a)所示;通过式(10)可以得到速度-阻尼辨识结果,如图18(b)所示。

在已知系统非线性电磁函数的前提下,将辨识



(a) 弹性恢复力-位移辨识结果

(a) Identification results of Elastic resilience-displacement

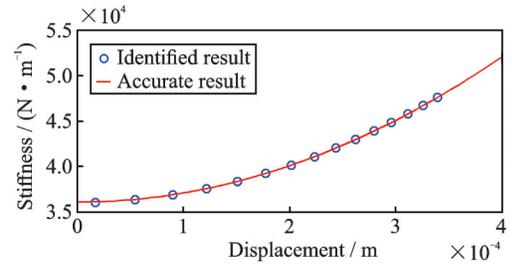


(b) 阻尼恢复力-速度辨识结果

(b) Identification results of damping resilience-velocity

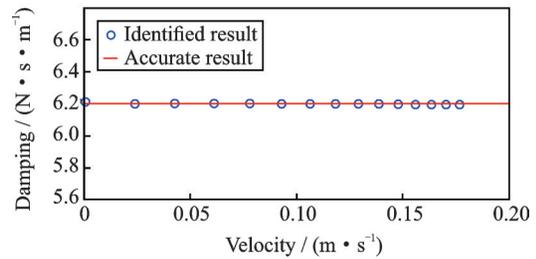
图17 力学函数的辨识结果

Fig. 17 Identification result of mechanical function



(a) 刚度函数的辨识结果

(a) Identification results of stiffness function



(b) 阻尼函数的辨识结果

(b) Identification result of Damping function

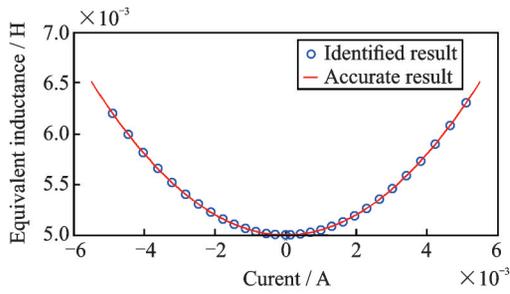
图18 力学函数的辨识结果

Fig. 18 Identification result of mechanical function

到的电磁机电耦合函数和等效电感函数与准确结果进行比较,如图19所示,结果吻合较好。

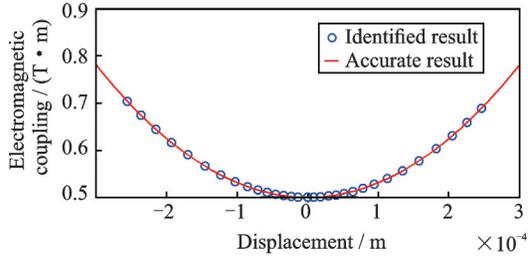
### 3 实验验证

本文设计了悬臂梁结构的电磁振动能量采集



(a) 等效电感函数的辨识结果

(a) Identification results of equivalent inductance function



(b) 电磁机电耦合函数的辨识结果

(b) Identification results of electromagnetic coupling function

图 19 电学函数的辨识结果

Fig. 19 Identification result of electrical function

器,如图 20 所示:悬臂梁的一端由垫片和螺栓压紧,另一端下方安装永磁体,梁的长度可调;底座上固定有线圈,线圈有引线引出外接电阻,底座由五颗 M5 螺栓紧固在激振器上,给定激振器一个正弦信号的激励后,磁铁便在线圈的上方做往复振动,利用数据采集器记录底座和磁铁的加速度以及外接电阻两端的电压值。采集器的实物安装、激振器与功率放大器以及数据采集器之间的连接如图 21(a)和(b)所示。

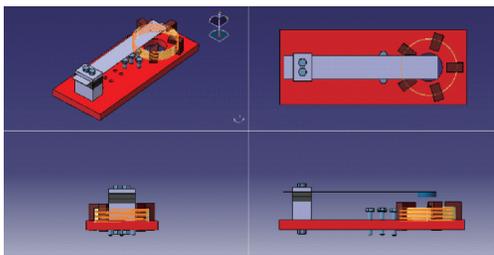
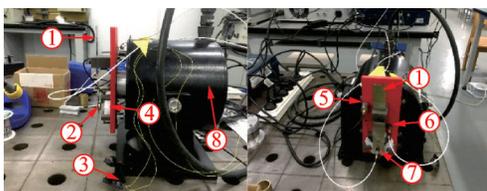


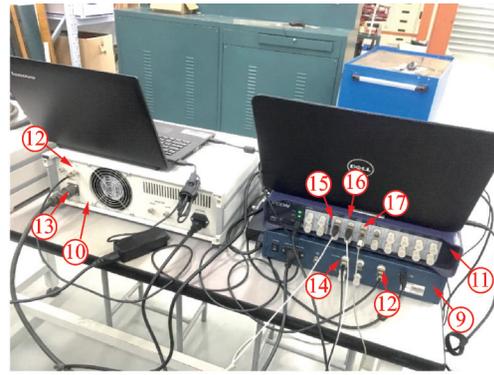
图 20 悬臂梁式电磁振动能量采集器

Fig. 20 Cantilever beam electromagnetic vibration energy harvester



(a) 采集器的实物安装

(a) Physical installation of the collector



(b) 激振器与功率放大器以及数据采集器之间的连接示意图

(b) Schematic diagram of the connection between the exciter and the power amplifier and data collector

图 21 实验装置的搭建

Fig. 21 Construction of experimental equipment

以上各个编号的含义如表 4 所示。

表 4 实验系统组成

Tab. 4 Experimental system composition

编号	含义
1	悬臂梁
2	永磁铁
3	负载电阻
4	线圈
5	振动反馈传感器
6	激励加速度传感器
7	磁铁加速度传感器
8	激振器
9	振动控制器
10	功率放大器
11	数据采集器
12	输入端
13	输出端
14	振动反馈传感器
15	激励加速度通道
16	磁铁加速度通道
17	电压通道

本实验主要考虑几何非线性,悬臂梁部分的动力学特征参数如表 5 所示。

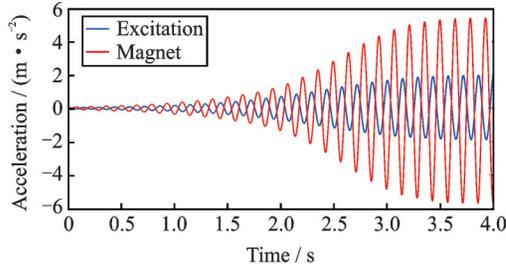
表 5 悬臂梁的特征参数

Tab. 5 Characteristic parameters of cantilever beam

结构参数	单位	值
悬臂梁的长度	mm	96.5
悬臂梁的宽度	mm	25
悬臂梁的厚度	mm	0.2
永磁铁质量	g	8.83
加速度传感器质量	g	2

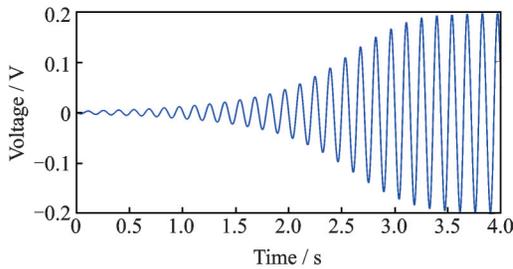
### 3.1 实验的过程及数据处理

实验采用正弦激励信号,振幅激励取 $0.2g$ ,激振频率取 $7\text{ Hz}$ 。得到激励加速度和永磁铁相对底座的加速度时间历程以及外接电阻两端的电压时间历程,仿真时间取采样的前 $4\text{ s}$ ,如图22所示。



(a) 激励、磁铁加速度响应

(a) Acceleration response of excitation and magnet



(b) 采集器的电压响应

(b) Voltage response of collector

图22 采集装置的时间历程响应

Fig. 22 Time history response of acquisition equipment

利用公式 $I=U/R$ 可以得到电流随时间变化的响应,并对电流信号做微分计算,得到每个采样时刻下的电流的导数;将永磁体的相对加速度经过一次积分和两次积分后分别得到速度响应和位移响应。

### 3.2 系统辨识

根据设计的悬臂梁式电磁振动能量采集器,写出其控制方程如下

$$\begin{cases} m\ddot{x} + f_d(\dot{x}) + f_s(x) + \eta I = -m\ddot{x}_b \\ \eta\dot{x} - L_{\text{ind}}\dot{I} = (R + r)I \end{cases} \quad (13)$$

式中  $f_d(\dot{x})$  为阻尼恢复力,  $f_s(x)$  是弹性恢复力,  $\ddot{x}_b$  为激励加速度,  $\eta$  为电磁耦合函数,  $L_{\text{ind}}$  为等效电感函数,  $R$  是负载电阻,  $r$  为线圈内阻。

通过电压映射方法得到电压关于速度和电流离散分布的曲面图,如图23所示。

通过截面法分离出曲面数据中的电磁耦合数据对和等效电感数据对,从而得到电磁机电耦合函数和等效电感函数,如图24所示。

对电压-速度、电压-电流的导数辨识结果进行

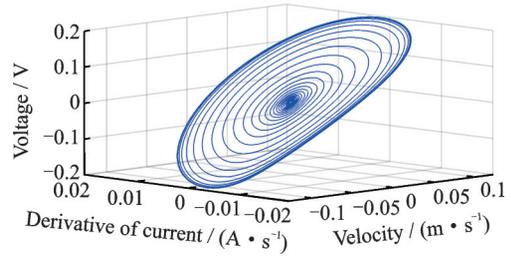
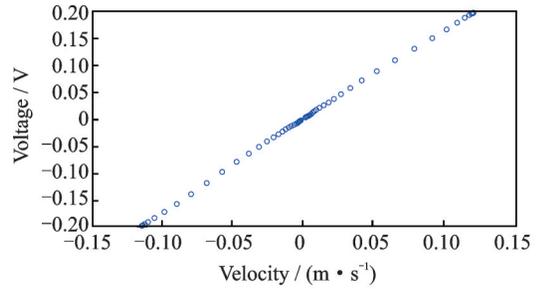


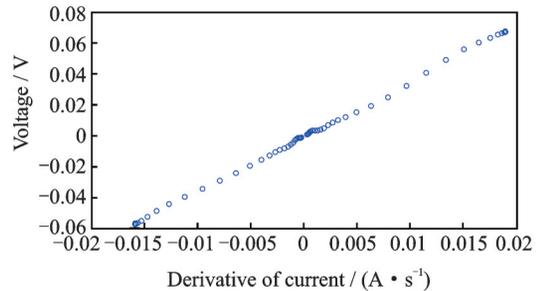
图23 采集器的电压曲面图

Fig. 23 Voltage surface diagram of collector



(a) 电压-速度辨识结果

(a) Identification results of the voltage-velocity



(b) 电压-电流的导数辨识结果

(b) Identification results of voltage-derivative of current

图24 电学函数的辨识结果

Fig. 24 Identification results of electrical function

拟合即可得到电磁耦合系数和等效电感系数。将电磁机电耦合函数的辨识结果代入到系统的力学模型中,辨识得到恢复内力关于速度和位移离散分布的恢复力曲面图,如图25所示,同样采用截面法从恢复力曲面数据中得到所需要的阻尼恢复力和弹性恢复力数据对,从而辨识出弹性恢复力和阻尼恢复力函数,同时采用3阶多项式对弹性恢复力的辨识结果进行拟合,如图26所示。

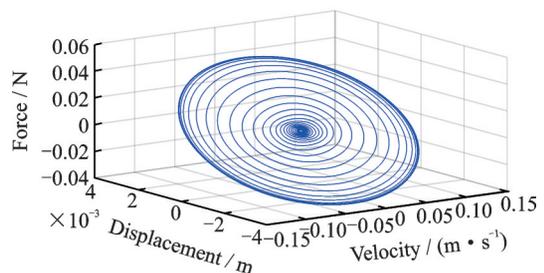
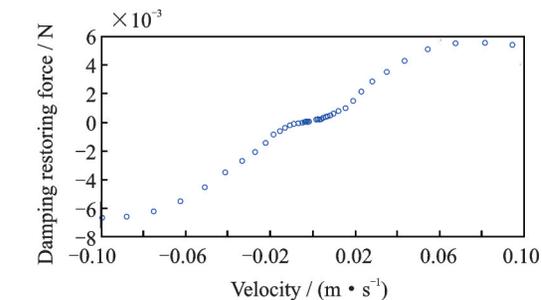


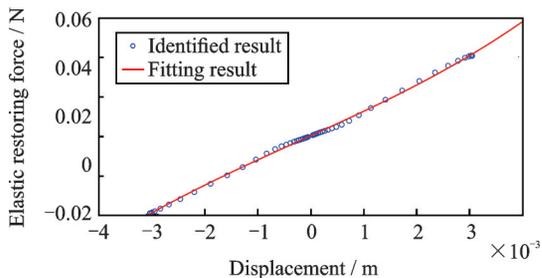
图25 采集器的恢复力曲面图

Fig. 25 Recovery force surface diagram of collector



(a) 阻尼恢复力-速度辨识结果

(a) Identification results of damping resilience-velocity



(b) 弹性恢复力-位移辨识结果

(b) Identification results of elastic resilience-displacement

图 26 力学函数的辨识结果

Fig. 26 Identification results of mechanical function

多项式表示如下

$$f_s(x) = k_1x + k_2x^2 + k_3x^3 \quad (14)$$

拟合结果如表 6 所示。

表 6 多项式拟合结果

Tab. 6 Polynomial fitting results

系数	单位	数值
$k_1$	N/m	19.213
$k_2$	N/m <sup>2</sup>	85.946
$k_3$	N/m <sup>3</sup>	$1.205 \times 10^5$

## 4 结 论

本文基于恢复力曲面法的辨识思想,提出一种新的电压映射辨识方法,该方法拓宽了恢复力曲面法的辨识范围,能够对电磁式振动能量采集器进行电学函数与力学函数的非参数辨识,通过具有线性电学模型和非线性电学模型两种形式的电磁振动能量采集器对该方法进行了数值验证并辅以实验加以验证,得出以下结论:

(1)电压映射方法能够在未知系统恢复力函数、电磁机电耦合函数和等效电感函数的具体形式的情况下进行系统辨识。

(2)电压映射方法能准确辨识出单自由度振动能量采集器系统中的线性电磁机电耦合函数、线性等效电感函数、非线性阻尼函数与非线性刚度函数,

当电磁机电耦合函数、等效电感函数、阻尼函数与刚度函数均为非线性时,电压映射方法依然能够准确辨识。

(3)建立悬臂梁式电磁振动能量采集装置,利用得到的实验数据进行系统辨识,得到电磁耦合函数、等效电感函数、刚度函数和阻尼函数的辨识结果,验证了电压映射方法的有效性。

## 参考文献:

[1] 李中付,宋汉文,华宏星,等.一种白噪声环境激励下模态参数辨识方法[J].振动工程学报,2002,(1):56-60.  
Li Zhongfu, Song Hanwen, Hua Hongxing, et al. A method of modal parameter identification under white noise excitation [J]. Journal of Vibration Engineering, 2002,(1):56-60.

[2] Simpkins A. System identification: Theory for the user [J]. EPFL, 2012, 16(1):9-11.

[3] 于开平,庞世伟,赵 婕.时变线性/非线性结构参数识别及系统辨识方法研究进展[J].科学通报,2009,54(20):3147-3156.  
Yu Kaiping, Pang Shiwei, Zhao Jie. Advances in method of time-varying linear/nonlinear structural system identification and parameter estimate [J]. Chinese Science Bulletin, 2009, 54(20):3147-3156.

[4] 王佩红.基于MEMS技术的微型电磁式振动能量采集器的研究[D].上海:上海交通大学.  
Wang Peihong. Study on the micro electromagnetic vibration energy harvester based on MEMS technology [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University.

[5] 邵 玮.电磁式振动能量采集结构的优化[D].南京:南京航空航天大学,2012.  
Shao Wei. Optimal structure design for electromagnetic vibration energy harvester [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012.

[6] 邓 露,聂新民,毕 涛,等.双自由度磁悬浮式桥梁振动能量采集器数值仿真和优化[J].湖南大学学报(自然科学版),2018,45(01):1-8.  
Deng Lu, Nie Xinmin, Bi Tao, et al. Numerical simulation and optimization of a two-degree-of-freedom magnetic levitation vibration energy harvester for bridges [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2018, 45(01): 1-8.

[7] Stanton S C, Erturk A, Mann B P, et al. Nonlinear piezoelectricity in electroelastic energy harvesters: Modeling and experimental identification [J]. Journal of Applied Physics, 2010, 108(7):R175.

[8] 窦苏广,叶 敏.基于谐波平衡的参激系统非线性参数识别频域法[J].振动与冲击,2009,28(12):123-127,171.  
Dou Suguang, Ye Min. Nonlinear identification in frequency domain for parametric excitation system based

- on harmonic balance principle[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(12):123-127, 171.
- [9] Dick A J, Balachandran B, Devoe D L, et al. Parametric identification of piezoelectric microscale resonators[J]. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2006, 16(8):1593-1601.
- [10] 黄东梅, 周实, 任伟新. 基于小波变换的时变及典型非线性振动系统识别[J]. 振动与冲击, 2014, 33(13):123-129.  
Huang Dongmei, Zhou Shi, Ren Weixin. Parameter identification of time-varying and typical nonlinear vibration system based on wavelet transform[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(13):123-129.
- [11] Zhou S, Cao J, Inman D J, et al. Broadband tristable energy harvester: Modeling and experiment verification[J]. Applied Energy, 2014, 133:33-39.
- [12] 孟新宇, 宁辉, 王道波, 等. 频域响应函数估计的非参数辨识法[J]. 振动与冲击, 2013, 32(14):174-179.  
Meng Xinyu, Ning Hui, Wang Daobo, et al. A non-parametric identification method for frequency response function estimation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(14):174-179.
- [13] Masri S F, Caughey T K. A nonparametric identification technique for nonlinear dynamic problems[J]. Journal of Applied Mechanics, 1979, 46(2):433-447.
- [14] Kerschen G, Golinval J C, Worden K. Theoretical and experimental identification of a non-linear beam[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 244(4):597-613.
- [15] Bai E W. Non-parametric nonlinear system identification: A data-driven orthogonal basis function approach[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2008, 53:2615-2626.
- [16] 张志谊, 续秀忠, 华宏星, 等. 基于信号时频分解的模式参数识别[J]. 振动工程学报, 2002, (4):389-394.  
Zhang Zhiyi, Xu Xiuzhong, Hua Hongxing, et al. Modal parameter identification using signal decomposition in time-frequency domain[J]. Journal of Vibration Engineering, 2002, 15(4):389-394.
- [17] 朱向阳, 杨叔子, 黄仁. 非线性随机振动的时间序列模型[J]. 振动工程学报, 1994, (3):195-200.  
Zhu Xiangyang, Yang Shuzi, Huang Ren. Time series model for nonlinear random vibrations[J]. Journal of Vibration Engineering, 1994, (3):195-200.
- [18] Chen L Q, Jiang W A. Internal resonance energy harvesting[J]. Journal of Applied Mechanics, 2015, 82(3):031004.
- [19] Daqaq M F, Masana R, Erturk A, et al. On the role of nonlinearities in vibratory energy harvesting: A critical review and discussion[J]. Applied Mechanics Reviews, 2014, 66(4):045501.
- [20] 袁天辰, 杨俭, 陈立群. 关于非线性系统辨识的恢复力曲面法和希尔伯特变换法[J]. 振动与冲击, 2019, 38(1):73-78.  
Yuan Tianchen, Yang Jian, Chen Liqun. Restoring force surface method and Hilbert transform one for nonlinear system identification[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(1):73-78.

## System identification of single-DOF electromagnetic vibration energy collector

WU Peng-fei, YUAN Tian-chen, YANG Jian

(School of Urban Railway Transportation, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**Abstract:** A system identification method—voltage mapping method for a single degree of freedom electromagnetic vibration energy collector is proposed. The method can accurately identify the recovery force function with strong nonlinearity, electromagnetic electromechanical coupling function and equivalent inductance function even if the specific forms of these functions are unknown. Two typical nonlinear model examples are proposed to verify, one is an electromagnetic vibration energy collector system with nonlinear elastic recovery force (the electrical equation part is linear), and the other is a complex electromagnetic vibration energy acquisition system with nonlinear elastic recovery force and nonlinear electrical equations. Runge-Kutta method is used to obtain the time history response of the above two examples under the excitation of simple harmonic vibration, and the identification method proposed above is used to obtain the nonlinear elastic resilience, damping resilience, electromagnetic force and inductance voltage of the system. Therefore the corresponding nonlinear stiffness function, damping function and electromagnetic electromechanical coupling function and equivalent inductance function can be identified successfully. The results show that the identification results are in good consistency with the accurate results, and the method proposed in this paper is verified to be effective and accurate.

**Key words:** electromagnetic vibration energy acquisition; system identification; voltage mapping method; nonlinear

作者简介: 吴鹏飞(1992-), 男, 硕士研究生。电话: 15221627220; E-mail: 1163010647@qq.com

通讯作者: 袁天辰(1988-), 男, 工学博士, 讲师。电话: (021)67791355; E-mail: ytcshanghai@126.com