# 混合轴承多跨转子多频轴承传递力自适应控制

### 徐 晖,祝长生

(浙江大学电气工程学院,浙江杭州 310027)

摘要:介绍了一种基于电磁执行器动力特性可控的混合轴承结构;用有限元法建立了多跨转子系统的动力学模型, 分析了转子通过轴承给基础的传递力及传递力控制的原理;基于自适应最小均方算法,提出了一种基于误差信号子 带滤波,由多个单频力控制器并联而成的变步长自适应轴承传递力控制器;以双轴多跨转子系统为例对轴承传递力 主动控制器的有效性进行了理论仿真。结果表明,提出的多跨转子系统多频轴承传递力主动控制方法可以有效地 抑制转子系统对基础的传递力。

DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2021.01.019

## 引 言

旋转机械的转子系统在电磁、流体、机械等激励 力的作用下不仅会产生多频振动,而且还会通过轴 承或定转子之间的介质给基础传递一个多频的激励 力,导致旋转机械的基础或周围结构发生振动<sup>[1-3]</sup>。 如:舰艇推进轴系的传递力会导致舰体结构发生振 动,影响舰艇的隐身性能<sup>[2-3]</sup>;航天力矩陀螺仪转子 的传递力引起的空间结构的振动不仅影响陀螺仪的 精度,还会影响整个空间结构的工作环境。在许多 旋转机械中,对转子外传力的要求远大于对转子振 动的要求,因此必须对旋转机械转子系统外传力进 行有效的控制,以减小转子系统对外部结构及系统 的影响。

为了减小旋转机械转子系统的传递力,可以采 用被动控制和主动控制两种方法。

被动控制是目前减小转子系统传递力最常用的 方法之一,通过控制激励源的强度来减小转子系统 激励力的量级或通过改变力传递路径的动力特性来 实现传递力的衰减。前者如对转子进行动平衡,对 叶轮结构和形式进行优化等;后者如对轴承座结构 的动力学特性进行优化,采用诸如减振、阻振、隔振 等手段。振动被动控制由于不需要外界能量,装置 结构简单,易于实现,经济性和可靠性好,在许多场 合下对中高频的传递力均有较好的控制效果,得到 了广泛应用。但是随着先进旋转机械对传递力要求 的进一步提高,这种被动控制方法存在的对低频传 递力难以有效控制的不足也逐渐凸显。另外,被动 控制装置的动力学特性往往不能改变,只适合恒定 工况,无法满足旋转机械在变转速、变工况条件下对 减振装置动力特性的要求。

传递力主动控制是近二、三十年发展起来的一种能够对旋转机械转子系统传递力进行有效控制的 新技术。传递力主动控制可以自动跟踪外激励频率 及工况的变化,不仅可以有效地控制中高频振动,也 可以有效地控制低频振动,具有控制效果好、适应性 强等优势,并在一些旋转机械上得到了应用,取得了 良好的效果。因此振动主动控制技术被认为是目前 控制旋转机械转子系统外传力的一种高效方法。

Lewis等<sup>[46]</sup>将一个电磁推力轴承与原机械推力 轴承并联,通过对电磁推力轴承进行实时调节,实现 对推力轴承座与基础之间动态传递力的主动控制, 在一个实验模型上能够使推进轴系传递力脉动减小 30%。刘耀宗等<sup>[7]</sup>以船舶推进轴系传递到船体的纵 向振动功率流为目标研究了用动力吸振器来实现轴 系纵向减振的设计方法。李良伟等<sup>[8]</sup>以推进轴系推 力轴承处力传递率和能量传递率为控制目标,通过 基因算法及多目标算法相结合求解出最优动力吸振 器参数,比较了不同目标函数及动力吸振器的安装 位置对轴系纵向振动控制效果的影响。Zhang等<sup>[9]</sup> 将动力吸振器串行安装在船舶推进轴系推力轴承与 基座之间,以有效减小螺旋桨传递至艇体的激励力, 进而降低了船体的振动噪声。曹贻鹏等<sup>[10]</sup>研究了减

收稿日期: 2019-03-03; 修订日期: 2020-03-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11632015);国家基础预研项目(302030116-0659-001)

振器的安装位置对降低轴系纵振传递到壳体结构上的力的影响。胡芳<sup>[11]</sup>研究了安装在轴系上的电磁惯性执行器对减小轴系的纵向振动以及由此引起的横向振动的影响。Becker等<sup>[12]</sup>研究了用与一般轴承串联安装的压电执行器对转子系统的振动及外传力进行主动控制的问题,也取得了显著的控制效果。

转子系统的外传力中除了有与转子的旋转运动 同步的轴频分量成分外,还有由电磁、流体、机械结 构等因素导致的多频成分。为了对多频传递力进行 控制,目前可以采用的方法主要有两种:一种是采用 由多个单频力控制器并行,在多个频率点执行相同 的单频力控制方法:另一种是通过估计多频扰动力 信号,采用自适应控制方法使设定的目标函数收敛。 前者如 Zenger 等<sup>[13]</sup>设计的一种由多个滤波器并联 而成,通过定步长 FxLMS (Filtered-x Least Mean Square)来提取多频干扰信号的前馈控制器。Peng 等<sup>[14]</sup>通过在磁悬浮飞轮中采用多个数字化滤波器并 联而成的多频共振器,实现了对不平衡以及传感器 误差产生的多频扰动力的抑制。后者如Setiawan 等<sup>[15]</sup>利用Lyapunov函数提出了一种可以同时抑制 多频扰动力的控制方法。Cui 等<sup>[16]</sup>基于周期性时延 内模原理提出了一种改进的重复控制方法,以消除 基频及其倍频扰动信号,并通过重构谱和最小增益 定理对系统的稳定性进行判定。

在转子系统振动主动控制方面,现在大部分研 究都集中在转子系统振动位移的主动控制上,而对 转子系统传递力主动控制开展的研究比较少。本文 针对多跨转子系统多频轴承传递力的主动控制问 题,首先介绍了一种基于电磁执行器的轴承特性可 控的混合轴承结构;其次用有限元法建立了多跨转 子系统的动力学模型,分析了转子通过轴承给基础 的传递力及转子系统轴承传递力主动控制的原理; 然后利用自适应 FxLMS 算法,提出了一种基于误 差信号子带滤波,由多个单频力控制器并联而成的 变步长自适应轴承传递力控制器;最后,以双轴多跨 转子系统为例对轴承传递力主动控制器的有效性进 行了理论仿真,分析了在不同轴承处施加控制力对 整个转子系统传递力的影响。此外还分析了在传递 力的控制过程中,轴承位置转子径向振动位移的变 化情况。

## 基于电磁执行器动力特性可控的 混合轴承结构

为了实现对传统径向轴承动力特性的控制,如 图1所示将动力特性可控的电磁执行器并联置于传 统径向轴承的侧面,构成一个动力特性可控的混合 轴承结构,混合轴承安装在对应的轴承座上。图2 为一个径向八极C型结构电磁执行器的示意图。为 了降低涡流损耗,铁芯采用导磁性能良好的硅钢片 叠压而成。同一坐标轴方向相邻的两个磁极构成一 个磁极对,并将两个磁极绕组进行串联,从而形成从 一个定子磁极到气隙、转子、气隙及另一个磁极的 磁路。





Fig. 1 Hybrid bearing structure of radial bearing with electromagnetic actuator



图 2 径向八级 C 型电磁执行器

Fig. 2 Radial eight-stage C-type electromagnetic actuator

为了对电磁执行器两个方向上的电磁力进行控制,一般每个方向磁极对中两个磁极的几何及线圈参数都设计成相同的,并将每个方向两个对置的磁极对采用差动控制方式。那么在p节点,当转子向上偏移 $x_p$ 时,转子与上端磁极的间隙变为 $c_{p0} - x_p \cos\theta_p$ ,下端的气隙变为 $c_{p0} + x_p \cos\theta_p$ 。当控制电流为 $i_{p,x}$ ,线圈的基电流为 $i_{p,x}$ 时,上端电磁执行器线圈的电流为 $I_{p0,x} + i_{p,x}$ ,下端线圈的电流为 $I_{p0,x} - i_{p,x0}$ 由于控制电流 $i_{p,x} \ll I_{p0,x}$ ,根据Maxwell电磁力公式可以得到差动控制下电磁执行器在x方向电磁力的线性化模型为<sup>[17]</sup>

$$f_{p,mag,x} = k_{p,i,x} i_{p,x} + k_{p,s,x} x_p \tag{1}$$

式中 
$$k_{p,i,x} = 4\mu_0 n_p^2 A_p \cos\theta_p I_{p0,x} / c_{p0}^2 为 p 节点电磁执$$

行器在*x*方向上的力-电流刚度系数,  $k_{p.s.x} = 4\mu_0 n_p^2 A_p \cos^2 \theta_p I_{p0,x}^2 / c_p^3$ 为p节点电磁执行器在*x*方向的力-位移刚度系数。其中,  $n_p$ 为p节点电磁执行器单个磁极线圈的匝数,  $A_p$ 为p节点单个磁极的横截面积,  $\mu_0$ 为真空的磁导率,  $c_{p0}$ 为p节点电磁执行器的气隙厚度,  $\theta_p$ 为p节点电磁执行器中轴线与磁极中 心线的夹角。

同样,可以得到*p*节点电磁执行器在*y*方向上电 磁力的线性化模型为

 $f_{p.mag.y} = k_{p.i.y} i_{p.y} + k_{p.s.y} y_p$ (2) 式中  $k_{p.i.y} = 4\mu_0 n_p^2 A_p \sin \theta_p I_{p0.y} / c_{p0}^2 \beta_p$ 节点电磁执 行器在 y 方向上的力-电流刚度系数,  $k_{p.s.y} = 4\mu_0 n_p^2 A_p \sin^2 \theta_p I_{p0.y}^2 / c_{p0}^3 \beta_p$ 节点电磁执行器在 y 方向 的力-位移刚度系数。

在径向八极C型结构电磁执行器的结构及磁极 参数相同的条件下, $k_{p,i,x} = k_{p,i,y} = k_{p,i}, k_{p,s,x} = k_{p,s,y} = k_{p,s,o}$ 

## 2 多跨转子系统动力学及传递力模型

图 3 为一个双轴多跨转子传递力主动控制系统 的简化模型,包括悬臂圆盘1、带悬臂盘的A轴2、联 轴器4、电机端的B轴9、电机6、力传感器7、机械轴 承3、电磁执行器5等单元。



图 3 双轴转子简化模型 Fig. 3 Simplified model of rotor system with two shafts

为了建立多跨转子系统的动力学模型,特作如 下假设:(1)轴承的特性用不考虑耦合影响的二系 数刚度及阻尼模型来表示;(2)仅考虑转子的弯曲 振动,忽略轴向振动及扭转振动对弯曲振动的影响; (3)轴承座按刚体处理,不考虑轴承座动力特性的 影响;(4)转子的工作转速为常数。

采用有限元法对转子系统进行建模,可以得到 转子系统的径向运动方程为

$$M\ddot{\bar{q}} + (C+G)\dot{\bar{q}} + K\bar{q} = F \tag{3}$$

式中 **q**为转子各节点的广义位移向量;*M*,*C*,*G*及 *K*分别为转子系统的质量、阻尼、陀螺和刚度矩阵, *F*为转子系统的径向激励力向量。

不失一般性,假设在转子的每一个节点位置都 存在激励力和轴承座。那么多跨转子系统在p节点 径向激励力f<sub>p</sub>的分量可以表示为下列形式



式中  $N_p$ 为p节点激励力谐波n的总个数, $d_{p,n}$ 和  $\varphi_{p,no}$ 分别为p节点第n阶激励力谐波的幅值和初相 位, $\omega_0$ 为激励力基波的频率。

在未施加主动控制时,第p个轴承座通过机械 轴承传递到基础上的传递力F<sub>T.p.m</sub>的分量为

$$\begin{bmatrix} F_{\mathrm{T},\rho,\mathrm{m},x} \\ F_{\mathrm{T},\rho,\mathrm{m},y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{\rho}x_{\rho} + c_{\rho}\dot{x}_{\rho} \\ k_{\rho}y_{\rho} + c_{\rho}\dot{y}_{\rho} \end{bmatrix}$$
(5)

式中  $x_p, \dot{x}_p, k_p \gtrsim c_p$ 分别为第p个轴承座处转子的振动位移、振动速度、轴承的刚度及阻尼系数。

当机械轴承p处并联安装电磁执行器后,混合 轴承座传递到基础上的传递力F<sub>CT,p</sub>为机械轴承传 递力F<sub>T,p,m</sub>与电磁执行器传递力F<sub>T,p,mag</sub>之和,其分 量形式为

$$\begin{bmatrix} F_{\mathrm{CT},p,x} \\ F_{\mathrm{CT},p,y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{\mathrm{T},p,\mathrm{m},x} \\ F_{\mathrm{T},p,\mathrm{m},y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_{\mathrm{T},p,\mathrm{mag},x} \\ F_{\mathrm{T},p,\mathrm{mag},y} \end{bmatrix}$$
(6)

电磁执行器传递力 F<sub>T,p,mag</sub>的分量形式为

$$\begin{bmatrix} F_{\mathrm{T},p,\mathrm{mag},x} \\ F_{\mathrm{T},p,\mathrm{mag},y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{p,i}i_{p,x} + k_{p,s}x_p \\ k_{p,i}i_{p,y} + k_{p,s}y_p \end{bmatrix}$$
(7)

可见,由于电磁执行器产生的传递力大小和方 向都可以通过线圈中的电流进行改变,所以通过改 变混合轴承中电磁执行器控制力的大小和方向就可 以对转子通过混合轴承座传递到基础上的总传递力 进行控制,使轴承座的传递力达到最小。

## 3 多频轴承传递力主动控制算法

多跨转子系统多频轴承传递力主动控制算法如 图4所示。其中,F为转子系统受到的激励力,S为 控制信号y与电磁执行器输出控制力Fc之间的传 递函数。主动控制时,一方面,这个控制力Fc作用 在转子上,改变转子的振动特性;另一方面,这个控 制力的反作用力Fc同时作用在轴承座上,与机械轴 承传递到基础上的传递力F<sub>T.m</sub>共同组成了混合轴承 传递到基础上的传递力F<sub>CT</sub>。

为了实现对多频轴承传递力的控制,这里采用 了在不同频率点执行相同的单频力控制的方法。多 频轴承传递力控制器的原理如图5所示,主要由信 号发生模块、滤波模块、主控制器组成。



图4 多跨转子系统多频传递力主动控制系统





图5 传递力控制器内部框图

Fig. 5 Internal block diagram of the transmission force controller

首先信号发生模块根据转速传感器信号 $\omega_0$ 构 建出传递力控制器在m个需要控制的频率处的输入 信号 $r_{11}, r_{12}, \dots, r_{m1}, r_{m2};$ 其次滤波模块利用基于自适 应LMS的子带滤波器,把力传感器测量信号 $F_{meas}$ 分 解成不同频带的信号 $F_{meas,k}(k=1,\dots,m);$ 然后主控 制器中的各个单频力控制器根据对应的误差信号利 用变步长FxLMS算法生成各个频率所对应的控制 信号 $y_k$ ;最后这些单频力控制信号共同组成了控制 器总的输出信号 $y_o$ 

#### 3.1 变步长最小均方算法

图 6 为最常见的忽略次级通道影响的基于 Fx-LMS 的自适应控制器原理图,其中 Z<sup>-1</sup>为时间延时 单元,w<sub>0</sub>,w<sub>1</sub>,…,w<sub>L-1</sub>为权系数。



Fig. 6 Internal block diagram of adaptive controller

输入信号 $r_0$ 经过L-1个延时单元,构成了控制 器的参考信号 $R=[r_0,r_1,\cdots,r_{L-1}]^T$ ,每个延时(包括 零延时)位置都有一个权系数,这些权系数构成了参 考信号R对应的权矢量 $W=[w_0,w_1,\cdots,w_{L-1}]^T$ 。

控制器的输出信号y由参考信号R与其对应的

权矢量 W相乘而得,即

$$\mathbf{y} = \mathbf{R}^{\mathrm{T}} \mathbf{W} \tag{8}$$

反馈的误差信号 e 等于期望输出 d 与控制器输出信号 y 的差值,即

$$e = d - y \tag{9}$$

整个自适应控制过程就是通过调节权矢量 W, 进而改变控制器的输出信号 y,使得误差信号 e 的绝 对值最小。由于绝对值函数很难直接进行参数迭代 和目标函数自寻优,这里采用瞬时均方误差 § 为目 标函数,将其转化为二次型的凸优化问题。即取

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{e}^2 \tag{10}$$

结合式(8)-(10)可知,以w<sub>j</sub>为例(*j*=1,2,3,…) 目标函数*ξ*对权矢量w<sub>i</sub>的梯度为

$$\nabla \xi_j = \frac{\partial e^2}{\partial w_j} = 2e \frac{\partial e}{\partial w_j} = -2eR_j \qquad (11)$$

为了使目标函数最小化,利用梯度下降法可得 权矢量的更新公式为

$$\boldsymbol{W}^{l+1} = \boldsymbol{W}^{l} - \frac{u}{2} \nabla \boldsymbol{\xi}^{l} = \boldsymbol{W}^{l} + u \boldsymbol{e}^{l} \boldsymbol{R}^{l} \qquad (12)$$

式中 1为迭代次数。

在传统的定步长 FxLMS 算法中,在保证算法 收敛的情况下,步长 u越大,收敛速度就越快,但这 会造成稳态误差增大;反之,步长 u越小,稳态误差 越小,但收敛速度减慢。为了解决收敛速度与稳态 误差之间的矛盾,本文利用 Sigmoid 函数,提出一种 变步长的迭代方法。变步长 u为

$$u = \left\{ \alpha \left[ \text{ Sigmoid}(\beta e) - 0.5 \right] \right\}^{2}$$
(13)

不同α及β值条件下,步长u随与误差信号的关 系如图7所示。





Fig. 7 Relationship between step size and error signal with different  $\alpha$  and  $\beta$ 

在β不变时,α越大,步长的变化范围越大。在 α不变时,β越大,步长u与误差的变化曲线越陡峭。 通过控制α,可以控制步长u的取值范围,通过控制 β,可以控制步长u随着误差信号e减小而衰减的速 度。因此,通过采用式(13)中的变步长算法,就可以 使权矢量 W在误差信号大的时候,迭代快。在误差 信号小的时候,迭代慢,进而解决了迭代速度与稳态 误差之间的矛盾。

#### 3.2 信号发生模块

由于本文采用的是将多个单频力控制器并联而 成的多频力主动控制算法,因此信号发生器需要构 建出不同频率的控制器所需的输入信号。此外, Butterweek等<sup>[18]</sup>利用"波"理论,通过将多延时抽头 的长横向滤波器等效成传播到无穷远处的波,得到 了保证基于 FxLMS 算法控制器收敛的最大步长 *u*max与输入信号功率谱*S*(ω)之间的关系为

$$u_{\max} = \frac{2}{L \max_{0 \le \alpha \le \pi} \{S(\omega)\}}$$
(14)

因此,最大步长 u<sub>max</sub> 与控制器参考信号的长度 L 以及输入信号功率谱 S(ω)最大值的乘积成反比,而 功率谱的平坦程度反映的就是信号的相关性。因 此,为了增大步长 u 的取值范围,要么降低控制器输 入信号的长度,要么降低输入信号的相关性。而在 自适应控制中,降低输入信号的长度,可能会导致控 制器所需信号的缺失,影响控制效果。

为了解决上述的两个问题,本文采用的信号发 生模块如图8所示。



图8 信号发生器模块内部框图

Fig. 8 Internal block diagram of signal generator module

首先根据转速传感器传递来的转速ω<sub>0</sub>,构建出 不同频率控制器所需的正弦信号r<sub>kl</sub>。然后为了降 低输入信号的相关性,将其移相90°得到余弦信号 r<sub>k2</sub>,共同组成各个单频力控制器的输入信号。

#### 3.3 主控制器与数字滤波模块

主控制器由多个单频力控制器并联而成,其内 部框图如图9所示。以第*k*倍频控制器为例,控制器





先将输入信号 r<sub>k1</sub>, r<sub>k2</sub>分别延时 L-1个单元形成总的参考信号 R<sub>k</sub>。参考信号 R<sub>k</sub>与其对应的权参数矢量 W<sub>k</sub>相乘后生成控制器输出的控制信号 y<sub>k</sub>。

图 9 中,  $R_k = [R_{k1}^T, R_{k2}^T]^T$ , 该信号对应的权矢量  $W_k = [W_{k1}^T, W_{k2}^T]^T$ 。其中

$$\boldsymbol{R}_{k1}(n) = [r_{k1,0}, r_{k1,1}, \cdots, r_{k1,L-1}]^{\mathrm{T}}$$
(15)

$$\boldsymbol{R}_{k2}(n) = [r_{k2,0}, r_{k2,1}, \cdots, r_{k2,L-1}]^{\mathrm{T}}$$
(16)

$$\boldsymbol{W}_{k1} = [w_{k1,0}, w_{k1,1}, \cdots, w_{k1,L-1}]^{\mathrm{T}}$$
(17)

$$W_{k2} = [w_{k20}, w_{k21}, \cdots, w_{k2L-1}]^{\mathrm{T}}$$
 (18)

此时,第k倍频控制器输出的控制信号

$$y_{k} = \boldsymbol{R}_{k}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{W}_{k} = [\boldsymbol{R}_{k1}^{\mathrm{T}}, \boldsymbol{R}_{k2}^{\mathrm{T}}] \begin{bmatrix} \boldsymbol{W}_{k1} \\ \boldsymbol{W}_{k2} \end{bmatrix}$$
(19)

当没有滤波模块时,如果直接采用力传感器测 量信号 F<sub>meas</sub>作为优化目标,由式(12)可知其权矢量 的更新公式为

$$\boldsymbol{W}_{k}^{l+1} = \boldsymbol{W}_{k}^{l} + \boldsymbol{u} \boldsymbol{F}_{\text{meas}}^{l} \boldsymbol{R}^{l}$$
(20)

在多跨转子系统中,控制器输入的力信号为由 基座下的力传感器测量得到的基座传递力,一般可 以表示为

$$F_{\text{meas}} = \sum_{i=1}^{n} F_{\text{meas},i} = \sum_{i=1}^{n} A_{i} \sin(i\omega_{0}t + \varphi_{i}) \quad (21)$$

理想情况下,当第k倍频的传递力被完全抑制, 即 $F_{meas,k} = 0$ 时,此时第k倍频控制器对应的最优控 制参数 $W_k = W_{k,opt}$ ,控制器应该停止参数迭代。但 由式(21)可知,由于其他频率处的力信号的影响,总 的测量力信号 $F_{meas} \neq 0$ ,控制器还会继续进行参数 迭代,进而影响控制器的稳定性。此外,不同频率处 的力信号会影响各个控制器权矢量更新的梯度方 向,进而影响控制器参数的迭代速度。为了解决这 个问题,本文利用LMS算法在力传感器测量信号  $F_{meas}$ 的反馈通道上构建了一个数字滤波模块,对测 量信号进行子带滤波,把它分解成不同频带的信号  $F_{meas,ko}$  图10是数字滤波模块的内部框图。

以第 k 倍频的数字滤波器为例,构造目标函数  

$$e_k = a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t) - F_{\text{meas}} = a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t) - \sum_{i=1}^n A_i \sin(i\omega_0 t + \varphi_k)$$
(22)



Fig. 10 Schematic of digital filter module

当且仅当

$$a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t) =$$

$$A_k \sin(k\omega_0 t + \varphi_k)$$
(23)

时,误差信号 e<sub>k</sub>的均方最小。因此第 k 倍频力信号的提取问题就等效成了以 e<sub>k</sub>的均方值为目标函数的 最优化问题。与主控制器一样,采用前文介绍的梯 度下降法后,可以得到参数 a<sub>k</sub>及 b<sub>k</sub>的更新公式为

$$\begin{cases} a'_{k} = a_{k} - u_{e}e_{k}\cos\left(k\omega_{0}t\right) \\ b'_{k} = b_{k} - u_{e}e_{k}\sin\left(k\omega_{0}t\right) \end{cases}$$
(24)

根据参数 $a_k \gtrsim b_k$ 就可以提取出总的力传感器测量信号 $F_{\text{meas}}$ 中的第k倍频信号 $F_{\text{meas},k}$ ,其表达式为

$$F_{\text{meas},k} = e_k + F_{\text{meas}} = a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)$$
(25)

此时,主控制器中对应的第*k*倍频控制器参数的迭代公式(20)变为

$$\boldsymbol{W}_{k}^{l+1} = \boldsymbol{W}_{k}^{l} + \boldsymbol{u} \boldsymbol{F}_{\text{meas},k}^{l} \boldsymbol{R}^{l}$$
(26)

由式(26)可知:通过对力传感器传递来的测量 信号 F<sub>meas</sub>进行子带滤波,每个单频力控制器只根据 对应频率处的信号 F<sub>meas,k</sub>进行参数迭代,从而避免 了不同频率处测量信号的相互干扰。

#### 4 仿真结果及分析

#### 4.1 转子结构及基本参数

双轴多跨转子系统的结构如图 11 所示,转子系 统由两根柔性轴组成,每根轴分别支承在两个混合 轴承上,每个混合轴承座中并排安装了电磁执行器 和一个滑动轴承。前端A轴的一端带有一个悬臂 盘,盘上有与转速同频的不平衡激励力以及与转速 相关的多频激励力。后端B轴为均匀的轴,与电机 之间用柔性联轴器连接。

整个转子系统的基本参数如表1所示。为了减 小控制系统的计算工作量,在图11的悬臂盘、滑动 轴承、电磁执行器及前后轴的相关位置设置了11个 节点,44个自由度。整个转子系统通过A轴和B轴 上4个轴承座传递到基础上的传递力分别为F<sub>T1</sub>, F<sub>T2</sub>,F<sub>T3</sub>和F<sub>T4</sub>。4个轴承座上并联安装的电磁执行 器对转子系统的控制力分别为F<sub>a1</sub>,F<sub>a2</sub>,F<sub>a3</sub>和F<sub>a4</sub>。

表1 双轴转子系统参数表

Tat	). 1		Paramet	ters of	f ro	tors	syst	tem	with	two	shafts	
-----	------	--	---------	---------	------	------	------	-----	------	-----	--------	--

参数	数值
圆盘直径(①)/mm	300
圆盘宽/mm	30
圆盘密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	7753
轴直径/mm	60
A轴长/mm	1200
B轴长/mm	900
轴密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	7853
杨氏模量/(N·m <sup>-2</sup> )	$2.07 \times 10^{11}$
泊松比	0.3
A轴前滑动轴承位置(②)/mm	300
A轴前电磁执行器位置(③)/mm	380
A轴后滑动轴承位置(④)/mm	1000
A轴后电磁执行器位置(⑤)/mm	1080
联轴器位置(⑥)/mm	1000
联轴器质量/kg	1
B轴前滑动轴承位置(⑦)/mm	1400
B轴前电磁执行器位置(⑧)/mm	1480
B轴后滑动轴承位置(⑨)/mm	1800
B轴后电磁执行器位置(⑩)/mm	1880
滑动轴承的等效刚度/(N·m <sup>-1</sup> )	$2 \times 10^{7}$
滑动轴承的等效阻尼/[N·(m·s <sup>-1</sup> ) <sup>-1</sup> ]	$3 \times 10^{3}$



Fig. 11 Finite element model of rotors system with two shafts

由转子系统的有限模型,计算可得双轴多跨转 子系统的一阶弯曲临界转速为3648 r/min。

#### 4.2 仿真结果

仿真采用的主控制器权矢量长度 2L = 16;变 步长 u 的幅值系数  $\alpha$  = 2×10<sup>-7</sup>,变化系数  $\beta$  = 2;数 字滤波器采用的定步长  $u_e$  = 3×10<sup>-7</sup>;电磁执行器 在 x 及 y 方向上的力-电流刚度系数  $k_i$  = 963.27 $I_0$ , 力-位移刚度系数  $k_s$  = 2.51×10<sup>6</sup> $I_0^2$ ,偏置电流  $I_0$  = 1.2 A。

为了验证所提出的多频力主动控制算法的有效 性,以及分析在不同轴上施加控制力对整个转子系 统轴承传递力及转子振动特性的影响,在仿真过程 中,转子系统的激励力集中在圆盘处,由频率分别为 3,6,15,30和45 Hz,幅值分别为20,20,50,50和 50 N的周期性扰动力以及幅值为20 N的白噪声叠 加而成。 (1) 仅在A轴两个轴承座处施加控制力

图 12 为在 A 轴前后两个轴承处施加传递力控 制后, 各轴承座传递力及轴承座位置处转子振动位 移的波形图。图 13 为 A 轴前后两个轴承座在 x 方 向控制力的波形图。图 14 为 A 轴两个轴承处施加 传递力控制前后所有轴承处传递力的频谱图。图 15 为传递力控制前后各轴承座处的传递力及轴承 座位置处转子振动位移变化的柱状图。



图 12 A 轴控制前后轴承座 x 方向传递力与转子振动位移 波形图

Fig. 12 Waveforms of transmission forces and vibration displacements of each bearing in x-direction when the controlled forces were applied on two bearings of rotor A or not





Fig. 13 Waveforms of controlled forces of each bearing in xdirection when the controlled forces were applied on two bearings of rotor A or not

从图 12-15 中可以看出,当对 A 轴前后两个轴 承处施加传递力控制后,A 轴前后两个轴承的传递 力 F<sub>T1.x</sub>及 F<sub>T2.x</sub>和 B 轴后轴承座的传递力 F<sub>T4.x</sub>都得 到了明显的控制,但 B 轴前轴承座的传递力 F<sub>T3.x</sub>有 所增大。在转子振动位移方面,当在 A 轴前后两个 轴承处施加传递力控制后,A 轴前后两个轴承座处 转子的振动位移 d<sub>1.x</sub>及 d<sub>2.x</sub>以及 B 轴前轴承座处转 子的振动位移 d<sub>3.x</sub>有所增大,B 轴后轴承座处转子的





图 15 A 轴控制前后轴承座 x 方向传递力与转子振动位移 变化柱状图



振动位移 d<sub>4,x</sub>明显减小。

为了说明带有误差信号子带滤波模块的变步长 自适应控制器的工作过程,图16给出了A轴前端混 合轴承中电磁执行器控制器x方向的滤波模块在各 特征频率处输出的力信号F<sub>meas,k</sub>以及主控制器中各 单频力控制器权参数的迭代轨迹。每个单频力控制 器的权参数共有16个,为了图像清晰,这里仅给出 前两个参数w<sub>k1</sub>及w<sub>k2</sub>的迭代轨迹。其中,下标k代 表k倍频。



Fig. 16 Outputs of digital filters and trajectories of parameter front controllers when the controlled forces were applied on two bearings of rotor A

从图 16 中可以看出,在3 s 开启传递力控制后, 刚开始数字滤波器输出的各频率的力信号 F<sub>meas,k</sub>快 速增大,逼近真实的传递力信号;然后随着控制过程 的进行,传递力得到抑制,各频率对应的力信号也相 应的减小。结果表明,该方法可以有效地克服多频 力在各个特征频率处信号的相互干扰。

(2) 仅在 B 轴前后两个轴承座处施加控制力

图 17 为当仅在 B 轴前后两个轴承座上施加传 递力控制前后,各轴承座处的传递力及轴承座位置 处转子振动位移变化的柱状图。



- 图 17 B轴控制前后各轴承*x*方向传递力与转子振动位移 变化柱状图
- Fig. 17 Histograms of transmitted forces and rotor vibration displacements of each bearing in *x*-direction when the controlled forces were applied on two bearings of rotor B or not

从图 17 可以看出,当仅在 B 轴前后两个轴承座 上进行传递力控制后,B 轴前后两个轴承处的传递 力在各扰动力频率处均取得了一定的衰减,但 A 轴 前后两个轴承处的传递力增大。虽然 B 轴前后两个 轴承座传递力衰减的变化程度大于 A 轴前后两个 轴承座上传递力增大的变化程度,但是由于 A 轴控 制前前后两个轴承座的传递力幅值要比 B 轴大的 多,所以 B 轴衰减的传递力幅值还没有 A 轴增加的 传递力幅值大,总体控制效果不明显。在转子振动 位移方面,在 B 轴前后两个轴承座上施加传递力控 制后,B 轴前后两个轴承座处转子的振动位移急剧 增大,A轴前轴承座处转子的位移略微减小,后轴承 座处转子的位移略微增大。因此仅对没有外部激励 的B轴前后两个轴承座进行传递力控制,只能降低 该轴上各轴承座处的传递力,其他轴段轴承座的传 递力及转子振动增大,无法达到预期的控制效果。

(3)在A轴和B轴4个轴承座上施加控制力

图 18 为在 A 轴和 B 轴的 4 个轴承座上均施加传 递力主动控制前后各轴承座处的传递力及轴承座位 置处转子振动位移变化的柱状图。可见,当在 A 轴 和 B 轴的 4 个轴承座上均施加传递力主动控制后, 4 个轴承处的传递力在各个频率段处都得到了很好 的控制,但 4 个轴承座处转子的振动位移都有所增 大。由于控制前转子的径向位移量级本来就比较 小,虽然控后有所增大,但并不影响转子系统的实际 运行,仍处于可接受范围之内。因此相比单轴传递 力控制,在 A 轴和 B 轴的 4 个轴承座上均施加传递 力控制可以使整个轴系各轴承座的传递力得到有效 的控制。





Fig. 18 Histograms of transmitted forces and rotor vibration displacements of each bearing in *x*-direction when the controlled forces were applied on four bearings of rotors A and B or not

## 5 结 论

(1)由电磁执行器与传统轴承并联所组成的混 合轴承,能够对转子系统运行过程中的多频轴承传 递力进行主动控制;

(2)提出的一种通过对误差信号进行子带滤波 的多频力控制算法,可以有效地避免不同频率传递 力信号间的相互影响。此外,主控制器通过采用基 于 Sigmoid 函数的变步长迭代算法,可以很好地解 决自适应控制器收敛速度与控制精度之间的矛盾;

(3) 在对多轴转子系统传递力进行控制时,所 有轴承都进行主动控制的情况下,控制效果最好;其 次是只对施加激励力轴的轴承进行主动控制,而只 对没有激励力轴的轴承进行主动控制会导致该轴振 动位移急剧增大,影响转子稳定运行,控制效果 最差。

### 参考文献:

- [1] 李维嘉,曹青松.船舶振动主动控制的研究进展与评述[J].中国造船,2007,48(2):68-79.
  Li Weijia, Cao Qingsong. Advances and review on the research of the active control of ship vibration[J]. Shipbuilding of China, 2007, 48(2):68-79.
- [2] 谢基榕,沈顺根,吴有生.推进器激励的艇体辐射噪声及控制技术研究现状[J].中国造船,2010,51(4): 234-241.

Xie Jirong, Shen Shungen, Wu Yousheng. Research status on noise radiation from vibrating hull induced by propeller and reduction measures [J]. Shipbuilding of China, 2010, 51(4):234-241.

 [3] 赵 耀,张赣波,李良伟.船舶推进轴系纵向振动及 其控制技术研究进展[J].中国造船,2012,52(4): 259-269.

Zhao Yao, Zhang Ganbo, Li Liangwei. Review of advances on longitudinal vibration of ship propulsion shafting and its control technology [J]. Shipbuilding of China, 2012, 52(4):259-269.

- [4] Lewis D W, Allaire P E. Control of oscillating transmitted forces in axial-thrust bearings with a secondary magnetic bearing [J]. ASLE Transactions, 1987, 30(1): 1-10.
- [5] Lewis D W, Allaire P E, Thomas P W. Active magnetic control of oscillatory axial shaft vibrations in ship shaft transmission systems. Part 1: System natural frequencies and laboratory scale model [J]. Tribology Transactions, 1989, 32(2):170-178.
- [6] Lewis D W, Humphris R R, Thomas P W. Active magnetic control of oscillatory axial shaft vibrations in ship shaft transmission systems. Part 2: Control analy-

sis and response of experimental system [J]. Tribology Transactions, 1989, 32(2):179-188.

- [7] 刘耀宗,王 宁,孟 浩,等.基于动力吸振器的潜艇 推进轴系轴向减振研究[J].振动与冲击,2009,28
  (5):184-187.
  Liu Yaozong, Wang Ning, Meng Hao, et al. Design of dynamic vibration absorbers to reduce axial vibration of propelling shafts of submarines[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(5):184-187.
- [8] 李良伟,赵 耀,陆 波,等.减小船舶轴系纵向振动的动力吸振器参数优化[J].中国造船,2010,51(2): 139-148.

Li Liangwei, Zhao Yao, Lu Bo, et al. Optimization of dynamic absorber parameters for reducing axial vibration of ship shafting[J]. Shipbuilding of China, 2010,51 (2):139-148.

- [9] Zhang G, Zhao Y, Hu Changcheng. Filtering characteristic of resonance changer used for longitudinal vibration control of marine shafting[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(S):231-238.
- [10] 曹贻鹏,张文平.使用动力吸振器降低轴系纵振引起的水下结构辐射噪声研究[J].哈尔滨工程大学学报,2007,28(7):747-751.

Cao Yipeng, Zhang Wenping. Using dynamic absorbers to reduce underwater structural noise due to longitudinal vibration of shafting[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2007, 28(7):747-751.

[11] 胡 芳.推进轴系纵向振动主动控制方法研究[D].上 海:上海交通大学,2015.

Hu Fang. Research on active control of the longitudinal vibration of propulsion shafting systems[D]. Shanghai:

Shanghai Jiao Tong University, 2015.

- [12] Becker F B, Sehr M A, Rinderknecht S. Vibration isolation for parameter-varying rotor systems using piezoelectric actuators and gain-scheduled control[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2017: 1045389X1768993.
- [13] Zenger K, Altowati A, Tammi K, et al. Feedforward multiple harmonic control for periodic disturbance rejection [C]. Proceedings of 11th International Conference on Control Automation Robotics & Vision. Singapore, 2011:305-310
- [14] Peng C, Sun J, Song X, et al. Frequency-varying current harmonics for active magnetic bearing via multiple resonant controllers[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(1):517-526.
- [15] Setiawan J D, Mukherjee R, Maslen E H, et al. Adaptive compensation of sensor runout and mass unbalance in magnetic bearing systems [C]. Proceedings of 1999 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Atlanta, USA, 1999: 800-805.
- [16] Cui P, Li S, Zhao G, et al. Suppression of harmonic current in active-passive magnetically suspended CMG using improved repetitive controller [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2016, 21 (4) : 2132-2141.
- [17] Schweitzer G, Maslen E H. Magnetic Bearings: Theory, Design, and Application to Rotating Machinery [M]. Dordrecht, New York: Springer, 2009.
- [18] Butterweek H J. A wave theory of long adaptive filters [J]. IEEE Trans. Circuits Syst. I. Fundamental Theory and Applications, 2002, 48(6):739-747.

## Adaptive control of multi-frequency bearing transmission force of multispan rotors with hybrid bearings

XU Hui, ZHU Chang-sheng

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** When a rotor of a rotating machinery rotates, a multi-frequency force transmitted to the base of the bearings will be produced by electromagnetic, fluid and mechanical excitations. In order to control the multi-frequency bearing transmission force of the rotor system, a hybrid bearing with controllable dynamic characteristics by using an electromagnetic actuator is introduced. A dynamic model of a multi-span rotor system is built by the finite element method, the bearing transmission force and the control principle of bearing transmission force are discussed. Then a sub-band filtering through error signal and parallel implementation for every controlled frequency based variable step-size adaptive iterative transmission force controller is proposed to the FxLMS algorithm. Finally, numerical simulation in a two shaft multi-span rotor system is carried out to demonstrate the effectiveness of the variable step-size adaptive iterative transmission force by adjusting the control force of electromagnetic actuators in real time.

Key words: multi-span rotors; self-adaptive control; electromagnetic actuator; hybrid bearing; multi-frequency bearing transmission forces

作者简介: 徐 晖(1995-), 男, 硕士生。电话: 15605176312; E-mail: 15605176312@163.com 通讯作者: 祝长生(1964-), 男, 教授。电话: 13857172647; E-mail: zhu\_zhang@zju.edu.cn