低雷诺数下两类串列圆柱的涡激振动

杜晓庆^{1,2},邬伟伟¹,赵 燕¹,吴葛菲¹

(1.上海大学土木工程系,上海 200444; 2.上海大学风工程和气动控制研究中心,上海 200072)

摘要:为了研究上游圆柱的运动状况对下游圆柱涡激振动的影响,针对两类串列双圆柱(上游圆柱固定、下游圆柱 可作两自由度振动,上下游圆柱均可作两自由度振动),在低雷诺数下(Re=100),采用数值模拟方法,研究了下游 圆柱在不同尾流干扰下的振幅、振动频率、相位差等振动特性随折减速度的变化规律,从能量输入和尾流模态角度 探讨了上游圆柱的振动状况对下游圆柱涡激振动的影响规律及其流场机理。研究表明:上游圆柱的运动状况对下 游圆柱涡激振动有显著影响;与上游圆柱固定情况相比,上游圆柱振动时下游圆柱存在明显的振动锁定区间;下游 圆柱横流向振幅更大且最大振幅发生在更高的折减风速下。振动过程中两类串列圆柱的顺流向间距比明显不同。 上游圆柱固定时,顺流向圆柱间距大于上游圆柱振动情况。两类双圆柱的尾流模态也有明显不同,上游圆柱固定、 下游圆柱振动时的串列双圆柱为平行涡街模态,而上下游圆柱均能振动时的尾流为"2S"模态。

关键词:涡激振动;串列双圆柱;尾流干扰;数值模拟;尾流模态

中图分类号:O351.2; TU311.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1004-4523(2021)02-0283-09 DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2021.02.008

引 言

大长细比柱群结构在工程中应用广泛,如桥梁 并列索、烟囱群、海洋立管、多分裂导线等。受上游 圆柱的尾流影响,下游圆柱的涡激振动会比单圆柱 更为剧烈,易引起结构的疲劳破坏,因而受到广泛关 注^[12]。以往对单圆柱的涡激振动进行了广泛研 究^[38],但针对双圆柱涡激振动的研究相对较少。由 于受到圆柱间距、振动自由度、质量比、来流攻角、来 流速度、雷诺数等多种参数的影响,双圆柱涡激振动 的响应特性和发生机理非常复杂。

以往研究主要针对上游圆柱固定、下游圆柱振 动的串列双圆柱^[9-16]。郭晓玲等^[9]在Re=150、质量 比 $m*=5,10,20(m*=4m/(\rho\pi D^2))$,其中m为单位 长度圆柱质量, ρ 为流体密度,D为圆柱直径)条件 下,研究了间距比(P/D=3,5,8,其中P为圆心间 距)对下游圆柱涡激振动的影响。研究表明,不同间 距比会引起流场结构的显著变化,进而影响到圆柱 涡激振动的位移响应。Carmo等^[10]在Re=150和 300,m*=2等条件下,发现在较小间距比(1.5和3) 下,频率比不存在明显的振动锁定区间;在较大间距 比(5和8)下,则会出现与单圆柱类似的振动锁定现 象。陈文曲等^[11]在Re=200, m*=10, P/D=4和5 等条件下,发现下游圆柱的振动自由度对其涡激振动有明显影响;对于可作两自由度振动的下游圆柱, 其最大振幅大于仅能作横流向单自由度振动的情况。赵燕^[12]在*Re*=100,*P/D*=4等条件下研究了质量比(*m**=2,10,20)对下游圆柱涡激振动的影响; 研究发现,质量比对涡激振动的响应特性及尾流模态影响显著。

也有少数学者研究了上下游圆柱均能振动的串 列 双 圆 柱^[17-19]。 Prasanth 和 Mittal^[17]在 *Re*=100, *m**=10,*P/D*=5.5等条件下,发现与单圆柱相比, 下游圆柱的存在会造成上游柱体横流向振幅增大, 且上游圆柱运动时下游圆柱横流向振幅更大。Bao 等^[18]在 *Re*=150,*m**=2,*P/D*=5条件下发现,下游 圆柱横流向发生最大振幅对应的折减速度大于上游 圆柱。Borazjani等^[19]在 *Re*=200,*m**=2,*P/D*=1.5 条件下,研究了振动自由度对双圆柱涡激振动的影 响。发现上下游均可作双自由度振动的对风圆柱相比 于仅在横流向均单自由度振动的情况,下游圆柱横 流向振幅大幅减小。

值得注意的是,以往大多数研究假定上游圆柱 固定而下游圆柱可作自由振动,这与实际工程中上 下游圆柱均能作两自由度振动的情况不同。及春宁 等^[20]在*m**=2,*Re*=100条件下,比较研究了上游圆 柱的振动状况(固定或自由振动)对下游圆柱涡激振

收稿日期:2019-08-04;修订日期:2019-11-18 基金项目:国家自然科学基金资助项目(51578330)

动的影响。研究表明,上游圆柱的振动状况直接影响下游圆柱的振动特性。不过及春宁等仅考虑了横流向的单自由度振动,没有考虑顺流向的振动以及顺流向圆柱间距的变化。

为了进一步澄清上游圆柱的振动状况对下游圆 柱涡激振动的影响,本文在低雷诺数(Re=100)条 件下,针对两类串列双圆柱(上游圆柱固定、下游圆 柱可作两自由度振动;上下游圆柱均可作两自由度 振动),分别从下游圆柱的振动幅值、振动频率、相位 差、能量输入及尾流模态等方面阐述了上游圆柱不 同振动状况对下游圆柱涡激振动的影响规律。

1 计算模型和研究方法

1.1 计算模型与数值方法

图1给出了串列双圆柱的计算模型。本文将双 圆柱涡激振动简化为质量-弹簧-阻尼系统,并假定 上下游圆柱的质量比、自振频率、阻尼系数等基本参 数以及横流向和顺流向的动力特性相同。其中,图 1(a)为上游圆柱固定,下游圆柱可作顺流向及横流 向两自由度振动的示意图;图1(b)表示上下游圆柱 均可作顺流向及横流向两自由度振动的示意图。

圆柱顺流向和横流向运动方程分别为:

$$m\ddot{x}_i + 2m\zeta_i\omega_{xni}\dot{x}_i + m\omega_{xni}^2x_i = F_{Di}(t) \qquad (1)$$



(a) 上游圆柱固定、下游圆柱运动 (Fixed & 2-DOF)
(a) Fixed upstream cylinder and elastic-supported downstream cylinder (Fixed & 2-DOF)

 $m\ddot{y}_i + 2m\zeta_i\omega_{yni}\dot{y}_i + m\omega_{yni}^2y_i = F_{Li}(t)$ (2) 式中 x_i,\dot{x}_i 和 \ddot{x}_i 分别为圆柱顺流向瞬时位移、速度 和加速度; y_i,\dot{y}_i 和 \ddot{y}_i 分别为横流向瞬时位移、速度和 加速度;m为单位长度圆柱质量; ζ_i 为圆柱结构阻尼 比; $\omega_{xni},\omega_{yni}$ 分为顺流向及横流向固有圆频率; $F_{Di}(t) = 0.5\rho U^2 DC_{Di}$ 和 $F_{Li}(t) = 0.5\rho U^2 DC_{Li}$ 分别 为作用在单位长度圆柱上的顺流向流致力以及横流 向流致力,其中, C_{Di} 和 C_{Li} 分别为圆柱阻力和升力系 数;下标 i=1,2分别表示上、下游圆柱。

本文雷诺数*Re*=100,*P*/*D*=4、折减速度*U*,= *U*/(*f*_n*D*)=2-12,其中*U*为来流速度,*f*_n为柱体自振 频率,质量比*m**=10。此外,考虑到本文两类布置 形式,计算工况多,为了使圆柱较早达到振动稳定状 态,节省计算时间,参考文献[16-17],本文结构阻尼 比同样取ζ为0。

圆柱与流场间的流固耦合作用通过动网格技术 来实现。先运用CFD方法求解流体控制方程,获得 流场速度场、压力场和圆柱表面的流致力;然后将流 致力作用于振动圆柱,以4阶Runge-Kutta法求解上 述运动方程,得到圆柱在横流向和顺流向的动力响 应;再通过动网格技术,将圆柱的振动速度传递于网 格系统,更新网格;然后再计算下一个时间步的振动 响应。如此循环可获得各时间步的流场以及圆柱振 动响应等信息。



(b) 上、下游圆柱均能运动 (2-DOF & 2-DOF)
 (b) Two elastic-supported cylinders

 (2-DOF & 2-DOF)

图 1 双圆柱计算模型 Fig. 1 Computational model of twin circular cylinders

1.2 边界条件及网格划分

图 2 给出了本文数值模拟的计算域及边界条件 示意图,人流面采用速度入口(velocity-inlet)边界条 件;上、下边界均采用对称边界条件(symmetry);出流 面采用自由出流(outflow)边界条件,圆柱壁面为无滑 移壁面(wall)边界条件。计算域横向宽度为 60D,流 向长度为 65D,压力和速度耦合采用 SIMPLEC 法求 解,动量方程采用 2 阶精度离散格式求解。

图3给出了网格划分方案。为了更好地模拟双圆柱近壁面的绕流场,近壁面采用结构化网格。



Fig. 2 Schematic drawing of computational domain and boundary condition



(a) 全局网格 (a) The entire computational mesh



(c) 近壁面网格 (c) The mesh of near-wall

图3 计算网格方案

(b) 圆柱附近网格

(b) Close-up view of the mesh near the cylinder

Fig. 3 Computational mesh scheme

图 3(a)中的虚线所圈圆形区域除近壁面外采用三 角形非结构化网格,以实现圆柱振动过程中的网格 更新,白色虚线区域外仍采用结构化网格。

2 模型验证

为检验计算参数的合理性以及结果的可靠性, 首先针对固定单圆柱研究了周向网格数、无量纲时 间步、阻塞率等参数对结果的影响,详细验证工作参 考文献[12]。然后针对两自由度单圆柱涡激振动问 题,在雷诺数*Re*=100、质量比*m**=10条件下,进一步作了网格独立性检验和正确性验证,本文结果及 其与文献值的比较见表1和图4。

由表1可见,本文3种网格模型下的数值结果较 为接近,随着网格数量的增加,计算结果趋于收敛。 与已有文献比较,各项计算结果同样较为接近,从而 验证了结果的可靠性。由图4可见,本文单圆柱涡 激振动的顺流向脉动振幅及横流向最大振幅随折减 速度的变化规律与文献[24]吻合良好,这也说明了 本文数值方法和计算参数的合理性。

表1 运动单圆柱模型的网格方案和结果验证(*Re*=100,*m**=10,*U*,=6.02) Tab.1 Grid scheme and results verification of motive single cylindrical model for *Re*=100, *m**=10, *U*,=6.02

| 山体子灯 | 同社国白网投粉 | V /D | $V = /(> (10^{-2}D))$ | V /D | C | C | C. |
|---------------------------|---------|------------------------|-----------------------------------|-----------------|---------------|--------------|-------|
| 11 异土优 | 圆性同门内恰奴 | $\Lambda_{\rm mean}/D$ | $\Lambda_{\rm rms}/(\times 10~D)$ | $Y_{\rm max}/D$ | $C_{D, mean}$ | $C_{D, rms}$ | St |
| Mesh 1 | 100 | 0.113 | 0.561 | 0.559 | 1.930 | 0.273 | 0.162 |
| Mesh 2 | 200 | 0.110 | 0.520 | 0.533 | 1.890 | 0.255 | 0.163 |
| Mesh 3 | 400 | 0.110 | 0.516 | 0.531 | 1.880 | 0.252 | 0.163 |
| Prasanth, et $al^{[21]}$ | | 0.112 | 0.494 | 0.529 | 1.900 | 0.249 | 0.164 |
| He, et $al^{[22]}$ | | 0.108 | 0.465 | 0.503 | 1.810 | 0.224 | 0.165 |
| Tu, et al ^[23] | 200 | 0.131 | 0.566 | 0.525 | 1.880 | 0.266 | 0.165 |







(b) 横流向最大振幅随折减速度的变化(b) The maximum amplitude as a function of reduced velocity for the single circular cylinder in the transverse direction

图4 单圆柱涡激振动结果验证



综合考虑了计算精度和计算效率,下文串列双圆柱涡激振动的网格方案采用工况 Mesh 2,网格总

数为77104,节点总数59401。计算参数取无量纲时 间步长 $\Delta t^* = 0.005(\Delta t^* = \Delta t U/D, \Delta t = 0.000342 s$ 为 计算时间步长),阻塞率*B*=1.67%(*B*=*D*/*H*,*H*为 计算域横向宽度,如图2所示)。

3 计算结果及分析

3.1 最大振幅

为了便于直观了解两类下游圆柱的振动过程, 图5给出两种振动状态下的典型位移时程曲线。可 以发现两种振动状态下的起振过程有一定的差异: 振动达到稳定所需时间不同;当上游圆柱振动时,下 游圆柱达到振动稳定的所需时间更长。

图 6 给出了两类串列圆柱的下游圆柱及单圆柱 的无量纲振幅随折减速度 U_r的变化曲线。其中:

$$A_x/D = (x_{\rm max} - x_{\rm min})/(2D)$$
 (3)

$$A_{y}/D = (y_{max} - y_{min})/(2D)$$
 (4)

式中 *x*_{max},*x*_{min}分别为顺流向位移的最大值和最小值,*y*_{max},*y*_{min}分别为横流向位移的最大值和最小值。

对于顺流向振动,由于来流作用,两类下游圆柱 及单圆柱在顺流向上会有一定的偏移量。达到振动 稳定后,偏移的圆柱也会在顺流向发生振动,这主要 与圆柱受到的脉动阻力有关。由图6(a)可见,振幅 总体较小。随着折减速度的变化,顺流向的振幅没 有明显的规律性。两类双圆柱的下游圆柱的最大振 幅高于单圆柱。对于串列圆柱,下游圆柱在顺流向 不仅受到自身涡激力的作用,还会受到上游圆柱尾 流涡脱的作用,因而顺流向阻力的脉动更大,这可能 是导致干扰状态下顺流向振幅增大的原因。

下游圆柱横流向的最大振幅则远大于顺流向,

由图 6(b)可见,对于横流向振动,随着折减速度的 变化,振幅具有先增大后减小的趋势,振动发生在一 定的折减速度范围(U_r=4.5-10)内。两类双圆柱下 游圆柱的最大振幅均明显高于单圆柱。此外,上游 圆柱的振动状况对下游圆柱的最大振幅有明显影 响:当上游圆柱固定时,下游圆柱横流向最大振幅为 0.833D;而当上游圆柱运动时,下游圆柱的最大振 幅有增大的趋势,达到 1.054D。此外,两类下游圆 柱发生最大振幅的折减速度也不同。当上游圆柱固 定时,发生最大振幅的折减速度 U_r=6.5;而当上游 圆柱运动时,下游圆柱发生最大振幅的折减速度 U_r

3.2 圆柱间距变化

Vandiver等^[25]的研究工作表明,顺流向和横流向 存在明显的相互作用,顺流向的振动不可忽略。因 此,本文进一步给出了顺流向双圆柱间距随折减速 度的变化柱状图(如图7所示)。其中,顺流向间距定 义为双圆柱圆心在顺流向的投影距离的平均值。

由图7可见,上下游圆柱的间距会随着折减速 度发生明显的变化。有趣的是,两类双圆柱的间距 变化明显不同。总体上看,上游圆柱固定时,间距大 于初始间距4D;而当上游圆柱振动时,两圆柱间距 普遍小于4D。而且,在较高的折减速度(U,=9-12) 下,上游圆柱固定时,间距逐渐增大,而当上游圆柱 振动时,间距却逐渐减小。另外,结合图6(b),当下 游圆柱横流向振幅最大时,其两圆柱的顺流向间距 也会达到局部峰值,这也说明了顺流向与横流向的 相互作用。



图5 下游圆柱振动响应时程

Fig. 5 Time histories of the dynamic response of the downstream circular cylinder



Fig. 6 Variation of the amplitude for the downstream circular cylinder and the single circular cylinder with the reduced velocity







应该指出的是,下游圆柱的振动会同时受到上游圆柱尾流和两个圆柱间距比的影响;反过来,圆心间距比的改变也可能会影响到上游圆柱的流致力, 从而造成上游圆柱振动特性及其尾流特性的改变, 这同样也会对下游圆柱的振动造成影响,间距比与 振动之间存在复杂的耦合关系。由于本文只研究了 一种间距比(P/D=4),目前尚不能分辨出两类下游 圆柱的振动差异在多大程度上是由间距比的变化造 成的。

3.3 振动频率

由上文分析发现,上游圆柱的振动状况对下游 圆柱的振动有显著影响。本节将进一步研究上游圆 柱振动状况对下游圆柱的振动频率的影响。 3.3.1 振动频率比

对于圆柱结构的涡激振动问题,在一定的折减 速度范围内,当圆柱的横流向振动频率(f_{s})与固有 频率(f_{n})接近时,即 $f_{s}/f_{n}\approx1$,一般可认为圆柱响应发 生振动锁定现象^[26], f_{y} 通常取横流向位移功率谱中 的主频^[27]。参考文献[9],本文将 0.95 $\leq f_{y}/f_{n}\leq1.05$ 的频率比区间定义为振动锁定区。

图 8 为两类串列圆柱的下游圆柱与单圆柱横流 向振动频率比随折减速度的变化情况。由图 8 看 出,上游圆柱固定的下游圆柱无明显振动锁定区间, 仅发现在 U_r =6.5时出现 $f_s/f_s \approx 1$ 。Carmo等^[10]也发 现在较小的间距(间距比为1.5,3)下,频率比不存在 明显的振动锁定区间,与本文P/D=4的计算结果 一致。





Fig. 8 The vibration frequency ration f_y/f_n , as a function of reduced velocity in the transverse direction

然而,上游圆柱振动的下游圆柱却具有明显的 锁定区间(6≪U,≪8),且锁定区间范围小于单圆柱 (5.1≪U,≪8)。另外,图9关于锁定区间的结果与 图6(b)的横流向位移响应呈现出良好的对应关系, 即圆柱振动的锁定区间对应着横流向出现大幅振动 的区间。

3.3.2 升力和位移功率谱

图9给出了单圆柱与两类串列圆柱的下游圆柱 的升力系数和横流向位移的功率谱。其中,分别选 取了*f_y/f_n*<1,*f_y/f_n*≈1,*f_y/f_n*>1的典型工况。

由图9看出,在f_y/f_n<1与f_y/f_n>1时,单圆柱及 两类情况的下游圆柱各典型工况的升力系数和横流 向位移的主频相等,流致力的成分与振动响应成分



Fig. 9 The power spectra of the lift coefficient and cross-flow displacement of circular cylinder

一致,属于由漩涡脱落引起的强迫振动。

但当 $f_y/f_n \approx 1$ 时,两类情况的下游圆柱功率谱有 明显差异。上游圆柱振动时的下游圆柱升力和位移 的主频不再相同,下游圆柱升力的3倍频成分超越 基频起到主导作用(见图9(f))。升力包括黏性力与 表面压力两部分。陈威霖和及春宁^[7]及Dahl等^[8]认 为:在发生锁定时 $f/f_n = 3$ 对应的非常明显的升力成 分是圆柱表面压力引起的。

3.4 能量输入机制

图 10 给出了两类下游圆柱及单圆柱的横流向 位移及其升力的相位差(φ)随折减速度的变化。可 见,随着 U,的增大,位移与升力的相位差 φ 从 0°变为 180°,实现了升力和位移从"同相"到"反相"的切换。 单圆柱的"相位切换"发生在 U,=6.5-8.5;上游圆柱 固定时,"相位切换"发生在 U,=6.5-7;上游圆柱振 动时,则发生在 U,=6.5-8。与单圆柱相比,双圆柱 "相位切换"的折减速度范围均有所缩小。

图 11 给出了两类串列双圆柱在典型折减速度 下对应的瞬时能量输入图,定义 $P^* = C_L(t)v(t)/U$ 为在单位时间内,流体对圆柱横流向振动所做的无 量纲功,其中v(t)为圆柱横流向运动速度(同样取 $f_v/f_n < 1, f_v/f_n > 1$ 的典型工况)。



图 10 横流向位移与升力系数相位差随折减速度的变化

Fig. 10 Variations of the phase difference between crossflow displacement and the lift coefficient as a function of reduced velocity

在 $f_y/f_n < 1 \Rightarrow f_y/f_n > 1 \forall , 两类串列双圆柱能量 输入过程相似,均表现为位移与升力的同相位变化, 此时能量输入小;<math>f_y/f_n \approx 1$ 时均表现为位移与升力的 反相位变化,此时能量输入与 $f_y/f_n < 1$ 时相比较大。

但 f_y/f_n≈1时,两类双圆柱能量输入的过程却有 很大差异。对于上游圆柱固定的下游圆柱,由图 11 (c)可见,较大的升力幅值与稳定的相位变化,使得 升力对柱体进行规律明显的且较大的能量输入。而 对于上游圆柱振动下的下游圆柱,由图 11(d)可见,



Fig. 11 The histories of lift coefficient, oscillation and transient energy input in transverse direction for the downstream cylinder (three cycles)

随着时间的推移,其能量输入较小,并且相位的非稳 定变化扰乱了能量输入的过程。这说明在f_y/f_n≈1 时,上游圆柱振动的下游圆柱升力的三倍频成分的 主导作用会使得能量输入过程发生显著变化,此时 二者流固耦合的机制不同。

3.5 流场结构

为探讨上游圆柱的振动状态对串列双圆柱流场 结构的影响,图12给出了单圆柱、两类双圆柱的典 型瞬时涡量图。 由图可见,在*f_y/f_n*<1与*f_y/f_n*>1时,单圆柱和两 类双圆柱的尾流模态均为"2S"模态(即圆柱在一个 振动周期内脱落一对方向相反的涡)。

但是,在f_y/f_n≈1时且下游圆柱对应最大振幅时 尾流模态则明显不同。

对于上游圆柱固定的双圆柱,如图12(e)所示, 从上游圆柱的一侧表面脱落的涡"撞击"到下游圆柱 的同侧表面,并与下游圆柱产生的涡发生融合,尾流 为平行涡街模态,且形成的尾流宽度大于单圆柱,见 图12(b);而对于上游圆柱可振动的情况,见图



图 12 串列双圆柱瞬时涡量

Fig. 12 Transient vorticity of two tandem circular cylinders

12(f),由于发生最大振幅时,上、下游圆柱反向振动,横流向间隙增大,使得上游圆柱的尾涡可完全从两圆柱之间通过,下游圆柱同侧的涡量较其他工况更大。此时,从下游圆柱脱落的旋涡呈"2S"模态。 另外结合图7,圆柱顺流向间距小于上游圆柱固定的情况,上游圆柱脱落的旋涡与下游柱体之间的相 互耦合作用更为激烈,这可能也是导致下游圆柱的 振幅大于上游圆柱固定时的原因之一。

4 结 论

本文在 Re=100, m*=10, P/D=4 等条件下, 针对两类串列双圆柱,通过数值模拟研究了上游圆 柱的振动状况对下游圆柱涡激振动的影响,主要结 论如下:

(1)与上游圆柱固定时相比,上游圆柱的振动提高了下游圆柱的起振速度与横流向最大振幅;另外, 不同于上游圆柱振动的情况,上游圆柱固定时下游圆柱的涡激振动没有明显的锁定区间。

(2)振动过程中两类串列圆柱的间距比明显不同。上游圆柱固定时,顺流向圆柱间距普遍大于初始间距4D;而上游圆柱振动时,圆柱间距普遍小于初始间距4D。间距比是造成下游圆柱涡激振动差异的原因之一,接下来需要引入不同间距比作进一步对比研究。

(3)两类串列圆柱的下游圆柱发生最大振幅时 能量输入过程不同。上游圆柱振动时的下游圆柱升 力3倍频分量超越基频分量起到主导作用,使得能 量输入过程的作功的幅值大幅减小。

(4)两类串列圆柱的下游圆柱发生涡激振动的 机制不同。下游圆柱发生横流向最大振幅时,上游 固定的双圆柱尾流为平行涡街模态,而上游振动的 双圆柱尾流为"2S"模态。

需要说明的是,本文的工作主要是在低雷诺数 层流下,澄清上游圆柱的运动状况对下游圆柱涡激 振动的影响,加深对双圆柱涡激振动现象物理本质 的认识。而在实际工程中,结构往往处于高雷诺数 湍流环境下。因此,串列双圆柱流致振动的雷诺数 效应也是今后值得研究的方向。

参考文献:

- [1] Blevins R D, Scanlan R H. Flow-Induced Vibration[J]. Journal of Applied Mechanics, 1977, 44: 802.
- [2] Sarpkaya T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations[J]. Journal of Fluids and Structures, 2004, 19(4): 389-447.

- [3] Meneghini J R, Bearman P W. Numerical simulation of high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder
 [J]. Journal of Fluids and Structures, 1995, 9(4): 435-455.
- [4] Williamson C H K, Roshko A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder[J]. Journal of Fluids and Structures, 1988, 2(4): 355-381.
- [5] Williamson C H K. Vortex dynamics in the cylinder wake[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1996, 28 (1): 477-539.
- [6] Williamson C H K, Govardhan R. Vortex-induced vibrations[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2004, 36: 413-455.
- [7] 陈威霖,及春宁.单圆柱涡激振动中的振幅不连续和 相位切换现象研究[J].水动力学研究与进展,2016, 31(4):441-447.

CHEN Wei-lin, JI Chun-ning. Vibration amplitude discontinuity and phase jump of vortex-induced vibration of an isolated circular cylinder[J]. Journal of Hydrodynamics, 2016, 31(4): 441-447.

- [8] Dahl J M, Hover F S, Triantafyllou M S, et al. Resonant vibrations of bluff bodies cause multivortex shedding and high frequency forces[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(14): 144503.
- [9] 郭晓玲,唐国强,刘名名,等.低雷诺数下串联双圆柱 涡激振动机理的数值研究[J].振动与冲击,2014,33 (4):60-69.

GUO Xiao-ling, TANG Guo-qiang, LIU Ming-ming, et al. Numerical investigation on vortex-induced vibration of twin tandem circular cylinders under low Reynolds number[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(4): 60-69.

- [10] Carmo B S, Sherwin S J, Bearman P W, et al. Flowinduced vibration of a circular cylinder subjected to wake interference at low Reynolds number [J]. Journal of Fluids and Structures, 2011, 27(4): 503-522.
- [11] 陈文曲,任安禄,李广望.串列双圆柱绕流下游圆柱
 两自由度涡致振动研究[J].力学学报,2004,36(6):
 732-738.

Chen Wenqu, Ren Anlu, Li Guangwang. The numerical study of two-degree-of-freedom vortex-induced vibration of the downstream cylinder in tandem arrangement [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2004, 36(6): 732-738.

- [12] 赵 燕. 低雷诺数下双圆柱涡激振动研究[D]. 上海: 上海大学, 2019.
- [13] Deng J, Ren A L, Chen W Q. Numerical simulation of flow-induced vibration on two circular cylinders in tandem arrangement [J]. Journal of Hydrodynamics, Series B, 2005, 17(6): 660-666.
- [14] Assi G R S, Bearman P W, Meneghini J R. On the wake-induced vibration of tandem circular cylinders: The vortex interaction excitation mechanism [J]. Jour-

nal of Fluid Mechanics, 2010, 661: 365-401.

- [15] Teixeira P R F, Didier E. Numerical simulation of flow interaction between stationary and downstream elastically mounted cylinders in tandem at low Reynolds numbers [J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2017, 39(3): 801-811.
- [16] Mysa R C, Kaboudian A, Jaiman R K. On the origin of wake-induced vibration in two tandem circular cylinders at low Reynolds number[J]. Journal of Fluids and Structures, 2016, 61: 76-98.
- [17] Prasanth T K, Mittal S. Vortex-induced vibration of two circular cylinders at low Reynolds number[J]. Journal of Fluids and Structures, 2009, 25(4): 731-741.
- [18] Bao Y, Huang C, Zhou D, et al. Two-degree-of-freedom flow-induced vibrations on isolated and tandem cylinders with varying natural frequency ratios [J]. Journal of Fluids and Structures, 2012, 35: 50-75.
- [19] Borazjani I, Sotiropoulos F. Vortex-induced vibrations of two cylinders in tandem arrangement in the proximitywake interference region [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2009, 621; 321-364.
- [20] 及春宁, 陈威霖, 黄继露, 等. 串列双圆柱流致振动的 数值模拟及其耦合机制研究[J]. 力学学报, 2014, 46 (6): 863-870.

Ji Chunning, Chen Weilin, Huang Jilu, et al. Numerical investigation on flow-induced vibration of two cylinders in tandem arrangements and its coupling mechanisms [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2014, 46(6): 863-870.

- [21] Prasanth T K, Mittal S. Vortex-induced vibrations of a circular cylinder at low Reynolds numbers [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2008, 594: 463-491.
- [22] He T, Zhou D, Bao Y. Combined interface boundary condition method for fluid-rigid body interaction[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2012, 223: 81-102.
- [23] Tu J, Zhou D, Bao Y, et al. Flow-induced vibrations of two circular cylinders in tandem with shear flow at low Reynolds number[J]. Journal of Fluids and Structures, 2015, 59: 224-251.
- [24] Chung M H. On characteristics of two-degree-of-freedom vortex-induced vibration of two low-mass circular cylinders in proximity at low Reynolds number [J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2017, 65: 220-245.
- [25] Vandiver J K, Jong J Y. The relationship between in-line and cross-flow vortex-induced vibration of cylinders[J]. Journal of Fluids and Structures, 1987, 1(4): 381-399.
- [26] Leontini J S, Stewart B E, Thompson M C, et al. Predicting vortex-induced vibration from driven oscillation results[J]. Applied Mathematical Modelling, 2006, 30 (10): 1096-1102.
- [27] Carmo B S, Assi G R S, Meneghini J R. Computational simulation of the flow-induced vibration of a circular cylinder subjected to wake interference[J]. Journal of Fluids and Structures, 2013, 41: 99-108.

Vortex-induced vibration of two types of tandem circular cylinders at low Reynolds number

DU Xiao-qing^{1,2}, WU Wei-wei¹, ZHAO Yan¹, WU Ge-fei¹

(1. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200444, China; 2. Aerodynamic Flow Control Research Center, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: In order to clarify the effect of the motion of the upstream cylinder on the vortex-induced vibration of the downstream cylinder, two different cases, namely whether the upstream cylinder is fixed or not, are taken into consideration. Numerical simulation is employed to investigate the vortex-induced vibration of the downstream cylinder at Re=100. The vibration characteristics, including amplitudes, vibration frequencies and phase lags between two cylinders, are discussed with the variation of reduced velocity. The wake flow structures and energy input mechanisms of the vortex-induced vibration are explored. Results show that the vibrating condition of the upstream cylinder imposes a significant influence on the vortex-induced vibration of the downstream cylinder. Compared with the condition of a fixed upstream cylinder, an obvious lock-in phenomenon is observed when the upstream cylinder can vibrate in two-degree-of-freedom and the downstream cylinder is subjected to a larger transverse amplitude and the maximum amplitude occurs at higher reduced velocity. In addition, the flow structures around two cylinders are different in the two cases when the downstream cylinder undergoes maximum amplitude. Parallel vortex street mode is observed when the upstream cylinder is fixed, whereas '2S' wake mode is inspected when the upstream cylinder is allowed to vibrate.

Key words: vortex-induced vibration; twin tandem circular cylinders; wake interaction; numerical simulation; wake flow mode **作者简介:**杜晓庆(1973-),男,教授。电话: 13916218189; E-mail: dxq@shu.edu.cn