

计入关节摩擦的空间桁架结构动力学建模及共振分析

刘福寿¹, 徐文婷¹, 金栋平², 刘向东³, 路平立³

(1. 南京林业大学土木工程学院, 江苏 南京 210037; 2. 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室, 江苏 南京 210016; 3. 北京理工大学自动化学院, 北京 100081)

摘要: 关节非线性对大型可展开空间桁架结构整体动力学特性有着重要影响。将关节模拟为具有六个方向刚度且其中任意方向可含有非线性特性的弹簧系统, 研究了空间桁架结构非线性动力学建模与共振分析方法。采用双线性滞回模型模拟关节的摩擦特性, 基于描述函数法得到了关节等效刚度和等效阻尼的解析表达式。在对两端含非线性关节的桁架构件进行动力学缩聚的基础上, 建立了桁架结构在频域下的整体缩聚动力学模型, 并采用 Newton-Raphson 迭代方法进行频域响应求解。通过数值算例将本文方法的计算结果与有限元分析结果进行比较, 验证了本文方法的准确性和高效性。

关键词: 结构振动; 空间桁架结构; 非线性关节; 摩擦滑移; 双线性滞回模型

中图分类号: O327; V414.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2021)04-0663-08

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2021.04.001

引言

空间桁架结构具有轻质高强、结构灵活、宜于扩展等优点, 是目前大型空间可展开结构及未来超大型在轨组装结构的一种主要结构形式^[1-3]。不论是可展开桁架还是在轨组装桁架, 都会使用大量的连接部件(简称“关节”)来联结桁架构件^[4-5]。在这些关节中不可避免地存在间隙, 导致关节内产生接触碰撞、摩擦滑移等力学问题^[6], 成千上万个关节间隙可以使整个结构动力学呈现强非线性, 甚至使理想结构的动力学特性发生很大改变^[7]。因此, 准确预测关节非线性对整体结构动力学特性的影响, 对于大型空间桁架结构动力学设计及在轨动态性能至关重要^[8]。

由于空间桁架结构中关节非线性特性的复杂性, 精确建立关节动力学模型往往十分困难, 通常需要对关节非线性模型进行一定的假设和简化, 使其反映关节最本质的非线性特征。根据关节非线性刚度和阻尼的产生机理, 可将其非线性模型分为接触碰撞模型和摩擦模型两种主要类型^[7]。关节接触碰撞模型主要包括连续接触模型、两状态(接触和分离)模型以及三状态(接触、自由运动和碰撞)模型三类^[8]。关节摩擦模型主要有理想双线性滞回模型^[9]、考虑摩擦系数与速度相关性的 Stribeck 模型^[10]、考

虑微滑移的 Valanis 模型^[11]以及能够描述多种摩擦现象的 LuGre 模型^[10,12]等。在模拟空间桁架结构中的关节摩擦时, 由于理想双线性滞回模型具有形式简单, 需要辨识的物理参数少、物理意义明确等优点而被广泛采用^[9,13-14]。

对于含单个或数个非线性关节结构的动力学特性研究, 解析或半解析方法得到广泛关注^[11-13]。例如, Yoshida^[6]采用等效单自由度模型, 研究了含单个回转铰链的悬臂梁的频率跃迁及能量耗散现象。Wei 等^[15]基于 Galerkin 方法, 获得了含多个非线性关节的铰接梁的降阶动力学方程。然而, 对于含大量非线性关节的空间桁架结构动力学建模与分析, 目前主要依赖时域或频域内的数值分析方法, 解析或半解析研究尚不够充分。时域数值方法通常采用有限元法进行桁架结构非线性建模和结构动响应计算^[16-17]。为了获取足够精确的结果, 时域方法在计算动响应时通常需要采用较小的时间步长, 导致计算量太大^[18]; 频域分析方法主要是利用谐波平衡法^[19]、增量谐波平衡法^[20]和描述函数法^[21]等分析结构在简谐激励下的动力响应, 其本质是将时域内的非线性微分方程组转换为频域内的代数方程组, 提高求解效率。例如, 宋正华等^[19]采用谐波平衡法对含立方刚度铰的四边形桁架单元进行了动力响应分析。Zhang 等^[21]基于描述函数法对含立方刚度铰链的周期平面桁架结构进行连续体等效建模研究。上

收稿日期: 2020-02-23; 修订日期: 2020-07-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11702146, 11732006, 11827801); 装备预研项目资助课题(6140210010202)

述有关频域方法的研究中,均是将桁架中的关节模拟为单一方向的非线性弹簧,而实际空间桁架结构中的关节的力学特性往往十分复杂,可以表现出多个方向的非线性特性。因此,针对空间桁架结构的非线性动力学建模,需要发展更加具有通用性的建模方法。

本文将桁架中的关节模拟为沿构件局部坐标系平动和转动方向的六个弹簧单元,采用双线性滞回模型模拟关节摩擦特性。基于描述函数法推导了非线性关节的等效刚度和等效阻尼系数,建立了桁架结构在频域下的整体缩聚动力学模型,分析了非线性模型参数和激励力幅值对桁架结构动力特性的

影响。

1 桁架结构非线性动力学建模

考虑含多个非线性关节的 Pratt 型空间周期桁架结构,如图 1 所示。将桁架结构中的构件模拟为空间梁模型,关节模拟为在构件局部坐标系 $\bar{o}\bar{x}\bar{y}\bar{z}$ 下沿三个坐标轴方向的零长度平动弹簧(记为 k_{ux}, k_{uy}, k_{uz})和绕三个坐标轴方向的零长度转动弹簧(记为 $k_{\theta_{xx}}, k_{\theta_{yy}}, k_{\theta_{zz}}$),如图 2 所示。同时,考虑到关节的尺寸效应,在构件两端分别加上长度为 e_1 和 e_2 的刚臂,不计关节质量。

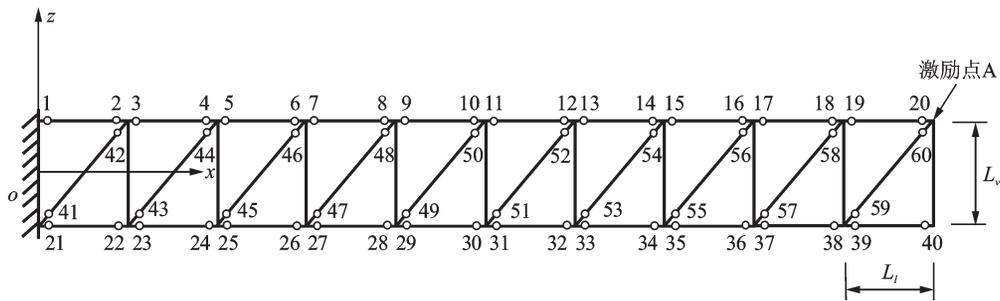


图1 Pratt型空间桁架结构(图中数字1-60为关节编号)

Fig. 1 Pratt-type space truss structure (1-60 is joint number)

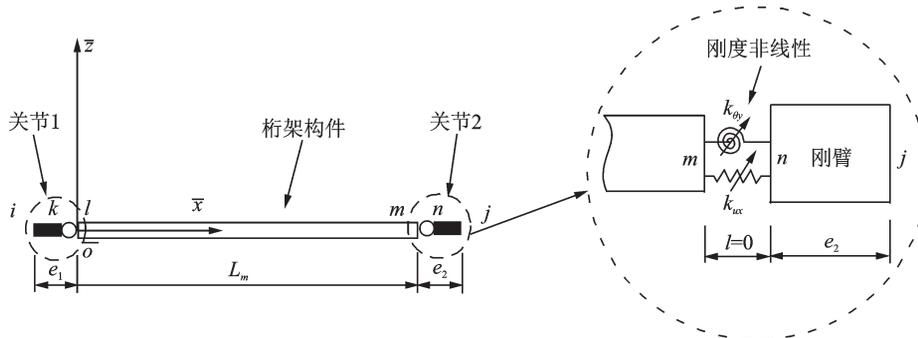


图2 桁架构件和关节组合模型(仅画出轴向和绕y轴转动方向的弹簧)

Fig. 2 Combined model of a truss member with two end joints (only the springs in the axial direction and around the y-axis direction are depicted)

1.1 非线性关节等效建模

考虑桁架结构受到频率为 ω (ω 接近系统的某阶共振频率)的简谐激励,则桁架结构的动态响应以频率为 ω 的基础谐波分量为主,高阶谐波分量与基础谐波分量相比可以忽略不计。因此,桁架内关节在任一刚度方向上的相对位移可以近似表示为

$$x(t) \approx X \sin \omega t \equiv X \sin \psi \quad (1)$$

式中 X 为位移 x 的幅值, $\psi = \omega t$ 。将关节非线性恢复力做 Fourier 级数展开

$$f(x, \dot{x}) = B_0 + \sum_{m=1}^{\infty} (A_m \sin m\psi + B_m \cos m\psi) \quad (2)$$

式中 B_0 为直流项(非线性关节为奇对称时, $B_0 = 0$), 系数

$$A_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x, \dot{x}) \sin m\psi d\psi, \quad B_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x, \dot{x}) \cos m\psi d\psi \quad (3)$$

根据非线性系统的描述函数法^[9,22], 将非线性关节的恢复力近似为

$$f(x, \dot{x}) \approx \tilde{f}(x, \dot{x}) = N(x, \omega)x \quad (4)$$

其中,描述函数定义为

$$N(x, \omega) = \frac{A_1 \sin \psi + B_1 \cos \psi}{X \sin \psi} \quad (5)$$

由式(1)可得

$$\sin\psi = \frac{x}{X}, \quad \cos\psi = \frac{1}{\omega} \frac{d(\sin\psi)}{dt} = \frac{\dot{x}}{\omega X} \quad (6)$$

因此,式(4)可以写成

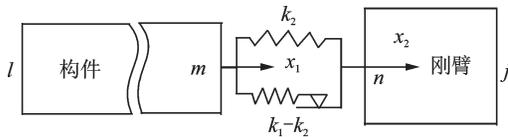
$$\tilde{f}(x, \dot{x}) = \tilde{k}x + \tilde{c}\dot{x} \quad (7)$$

其中

$$\tilde{k} = \frac{A_1}{X}, \quad \tilde{c} = \frac{B_1}{\omega X} \quad (8)$$

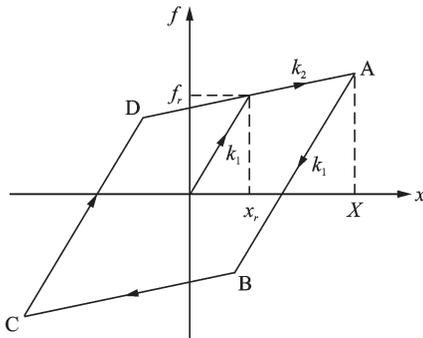
分别称为非线性关节的等效刚度系数和等效阻尼系数。

以关节轴向非线性为例,考虑关节部件之间的轴向相对运动存在干摩擦,关节轴向非线性模型如图3(a)所示,关节恢复力与相对位移的关系曲线为图3(b)所示的双线性滞回模型,当关节相对位移幅值 X 小于临界位移 x_r 时,关节未滑移,刚度为 k_1 ,当 X 大于 x_r 时,关节处于滑移状态,刚度变为 k_2 。



(a) 关节轴向非线性模型

(a) Axial nonlinear model of the joint



(b) 关节恢复力-位移曲线

(b) Restoring force-displacement curve of the joint

图3 关节非线性模型

Fig. 3 Nonlinear model of the joint

由式(1)可知,图3(b)中位移最大点A和最小点C对应的相位角分别为 $\psi_A = \pi/2$ 和 $\psi_C = 3\pi/2$,由几何关系分析可得B点对应的相位角为

$$\psi_B = \pi - \arcsin(1 - 2\delta) \quad (9)$$

式中 $\delta = x_r/X$ 。在AB和BC段,关节恢复力可表示为

$$f(x, \dot{x}) = f(\psi) = \begin{cases} k_1 X \sin\psi - [(k_1 - k_2)X - f_r(1 - k_2/k_1)], & \psi_A \leq \psi < \psi_B \\ k_2 X \sin\psi - f_r(1 - k_2/k_1), & \psi_B \leq \psi < \psi_C \end{cases} \quad (10)$$

将式(10)代入式(8),并利用双线性滞回模型的对称性,计算出等效刚度和等效阻尼系数分别为

$$\tilde{k} = \begin{cases} k_1, & X \leq x_r \\ \frac{k_1 + k_2}{2} - \frac{k_1 - k_2}{\pi} [\arcsin(1 - 2\delta) + 2(1 - 2\delta)\sqrt{\delta(1 - \delta)}], & X > x_r \end{cases} \quad (11)$$

和

$$\tilde{c} = \begin{cases} 0, & X \leq x_r \\ \frac{4(k_1 - k_2)}{\pi\omega} \delta(1 - \delta), & X > x_r \end{cases} \quad (12)$$

从式(11)和(12)可以看出,双线性滞回模型的等效刚度系数仅与关节相对位移幅值有关,而等效阻尼系数与位移幅值及运动频率均有关。

1.2 桁架结构模型缩聚

在获得非线性关节的等效刚度和等效阻尼系数后,可采用有限元法或动力刚度法建立包含空间梁单元、等效弹簧-阻尼单元和刚臂单元的桁架结构频域离散动力学模型,然而这样的模型将具有很高的自由度数。为此,可以采用文献[23]提出的方法对上述离散模型进行动力学缩聚。以动力刚度法模型为例,根据构件与关节之间的位移连续性条件和动力平衡条件,首先将图2所示两端含非线性关节的构件缩聚为两节点铰-梁混合单元,该缩聚单元的动力刚度矩阵为^[23]

$$D_h = D_b + (G^T D_b + D_b G + G^T D_b G) + \tilde{G}^T D_s \tilde{G} \quad (13)$$

式中 D_b 为空间梁单元的动力刚度矩阵,具体表达式可见文献[24],矩阵 D_s 为

$$D_s = K_s + i\omega C_s \quad (14)$$

其中,

$$K_s = \text{diag}([\tilde{k}_{ux1}, \tilde{k}_{uy1}, \tilde{k}_{uz1}, \tilde{k}_{\theta x1}, \tilde{k}_{\theta y1}, \tilde{k}_{\theta z1}, \tilde{k}_{ux2}, \tilde{k}_{uy2}, \tilde{k}_{uz2}, \tilde{k}_{\theta x2}, \tilde{k}_{\theta y2}, \tilde{k}_{\theta z2}]) \quad (15)$$

$$C_s = \text{diag}([\tilde{c}_{ux1}, \tilde{c}_{uy1}, \tilde{c}_{uz1}, \tilde{c}_{\theta x1}, \tilde{c}_{\theta y1}, \tilde{c}_{\theta z1}, \tilde{c}_{ux2}, \tilde{c}_{uy2}, \tilde{c}_{uz2}, \tilde{c}_{\theta x2}, \tilde{c}_{\theta y2}, \tilde{c}_{\theta z2}]) \quad (16)$$

矩阵 G 和 \tilde{G} 的表达式参见文献[23]。

通过缩聚铰-梁单元组装,可以得到原桁架结构的整体缩聚动力学模型。在频率为 ω 的简谐荷载作用下,整体缩聚模型在频域下的动力学方程为

$$D(\omega, x)x = F \quad (17)$$

式中 $D(\omega, x)$ 为桁架缩聚模型的总体动力刚度矩阵, x 和 F 分别为桁架缩聚模型总体节点位移幅值向量和总体节点外荷载幅值向量。非线性代数方程(17)的求解可以采用Newton-Raphson迭代方法并结合Aitken加速收敛方法^[25]进行。

假设激励频率为 ω 时,第 n 步迭代值 x^n 已求得,由 x^n 可获取桁架内任意第 i 个缩聚铰-梁单元的节点位移幅值向量 q_i^n ,则该单元两端关节的变形幅值向量为^[22]

$$a_{si}^n = \tilde{G}_i q_i^n \quad (18)$$

式中 矩阵 \tilde{G} 含义同式(13)。

将关节某非线性刚度方向上的位移幅值代入式(11)和(12),可得关节在该方向上的等效刚度和等效阻尼系数。利用 Newton-Raphson 迭代方法求解时,还需组装总体切线刚度矩阵 $D_T(\omega, \mathbf{x}^n)$ 。由于假设桁架中的构件为线弹性,因此仅需求得非线性关节的等效切线刚度和等效切线阻尼,分别为

$$\tilde{k}_T = \begin{cases} k_1, & X \leq x_r \\ \frac{\partial(\tilde{k}X)}{\partial X}, & X > x_r \end{cases}, \tilde{c}_T = \begin{cases} 0, & X \leq x_r \\ \frac{\partial(\tilde{c}X)}{\partial X}, & X > x_r \end{cases} \quad (19)$$

将 \tilde{k}_T 和 \tilde{c}_T 代入式(13),获得缩聚铰-梁单元的切线动力刚度矩阵 D_{nT} ,进而得到桁架结构缩聚模型的总体切线动力刚度矩阵 $D_T(\omega, \mathbf{x}^n)$ 。

根据 Aitken 加速迭代方法,第 $n+1$ 步的节点位移幅值向量可以表示为

$$\mathbf{x}^{n+1} = \mathbf{x}^n + \alpha^n \cdot \Delta \mathbf{x}^n \quad (20a)$$

$$\Delta \mathbf{x}^n = [D_T(\omega, \mathbf{x}^n)]^{-1} [F - D(\omega, \mathbf{x}^n)\mathbf{x}^n] \quad (20b)$$

其中

$$\alpha^n = \begin{cases} 1, & n=0, 2, \dots \\ \frac{(\Delta \mathbf{x}^{n-1} - \Delta \mathbf{x}^n)^T \Delta \mathbf{x}^{n-1}}{(\Delta \mathbf{x}^{n-1} - \Delta \mathbf{x}^n)^T (\Delta \mathbf{x}^{n-1} - \Delta \mathbf{x}^n)}, & n=1, 3, \dots \end{cases} \quad (21)$$

当 \mathbf{x}^{n+1} 与 \mathbf{x}^n 之间的误差小于给定收敛条件时,当前频率下的计算完成,迭代结束。上述算法的具体流程如图 4 所示。

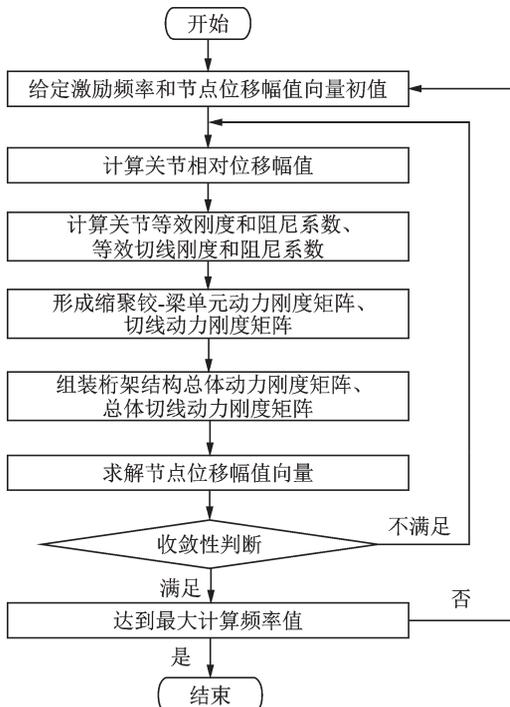


图 4 桁架结构非线性频域响应求解流程

Fig. 4 Flowchart for solving the nonlinear frequency response of the truss structure

2 算例研究

考虑由 10 个基本单元组成,包含 60 个关节的 Pratt 型周期桁架结构。桁架构件的长度为 $L_l=1.5$ m(含两端关节长度), $L_v=1.5$ m。轴向构件和斜向构件两端的关节长度分别为 0.02 m 和 0.03 m。构件采用碳纤维管制作,弹性模量 $E=205$ GPa,密度 $\rho=1720$ kg/m³,外径 40 mm,内径 34 mm。考虑构件材料具有弱阻尼,采用瑞利阻尼表示,瑞利阻尼系数 $\alpha=0.05, \beta=0.001$ 。该桁架结构的面内振动 (Oxz 平面内的弯曲振动和轴向振动)与面外振动 (垂直于 Oxz 平面的弯曲振动和扭转振动)相互独立。为研究关节非线性对桁架面内和面外振动的影响,设关节轴向刚度 k_{ux} (只影响面内振动)和绕 z 轴方向的转动刚度 $k_{\theta z}$ (只影响面外振动)具有双线性滞回特性,其他方向刚度为线性。 k_{ux} 和 $k_{\theta z}$ 的临界位移分别为 5×10^{-5} m 和 3×10^{-4} rad。为简便起见,假设所有关节具有相同的力学特性,初始刚度如表 1 所示。

表 1 关节不同方向的初始刚度值

Tab. 1 Initial stiffnesses of the joints at different directions

关节刚度	初始刚度值 k_i
$k_{ux}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	5×10^6
$k_{uy}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	6×10^6
$k_{uz}/(\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	7×10^6
$k_{\theta x}/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	1×10^4
$k_{\theta y}/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	2×10^4
$k_{\theta z}/(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1})$	3×10^4

首先采用描述函数方法计算非线性弹簧 k_{ux} 和 $k_{\theta z}$ 的等效刚度和阻尼系数,其中 k_{ux} 的等效结果如图 5 所示。从图中可以看出,随着关节相对位移幅值的增大,等效刚度系数从初始刚度 k_1 逐渐减小到最终趋于刚度 k_2 ,而等效阻尼系数从零开始先增大后逐渐减小。在关节相对位移幅值刚超出临界滑移位移时,等效刚度系数和等效阻尼系数变化较快,之后变化缓慢。

在获得关节的等效刚度和阻尼系数后,便可建立桁架结构的缩聚动力学模型。本算例的缩聚模型共包含 22 个节点,132 个自由度(由于采用动力刚度法建模,每根构件只需划分为 1 个单元)。为了验证本方法的准确性,同时采用 ANSYS 建立桁架结构的原始有限元模型。由于 ANSYS 无法直接分析出非线性结构的幅频特性,本文通过简谐激

励下的非线性时程分析,间接获得非线性幅频特性。ANSYS 模型中,构件采用 Beam4 单元模拟(为了准确模拟结构高频响应,将每根构件划分为 5 个梁单元),模拟关节的线性和非线性弹簧分别采用 Matrix27 单元和 Combin40 单元,刚臂采用 MPC184 单元模拟。整个有限元模型共包含 306 个节点,1836 个自由度。

假设关节轴向非线性弹簧 k_{ax} 滑移后刚度 $k_2=0.5k_1$,在桁架最右端 A 点上施加幅值为 5 N 沿 z 轴方向的简谐激励,观察在桁架结构前两阶面内共振频率附近 A 点竖向位移幅值随激励频率的变化,结果如图 6 所示。从图中可以看出,采用本文方法得到的桁架结构前两阶面内共振特性与 ANSYS 结果均十分吻合,由于关节滞回非线性的影响,桁架结构的前两阶共振频率左移,幅值明显减小。

为研究关节非线性转动刚度 $k_{\theta z}$ 对桁架面外振动特性的影响,取刚度比 $k_2/k_1=0.5$,在桁架最右端 A 点上施加幅值为 1 N 沿 y 轴方向的简谐激励,求得 A 点沿 y 轴方向位移的幅频曲线,如图 7 所示。从图

中可以看出,本文方法同样可以准确分析出关节转动刚度 $k_{\theta z}$ 对桁架结构前两阶面外共振特性的影响。

为研究激励力幅值对桁架结构非线性动力特性的影响,并验证本文方法在不同激励大小下的准确性,保持关节参数不变,将激励力幅值从 5 N 增加到 15 N,得到一阶共振频率附近 A 点竖向位移幅值随频率的变化,结果如图 8 所示。可以看出,随着激励力幅值的增大,桁架结构的共振频率逐渐左移,说明激励力幅值越大,系统的整体刚度越小。另外,从图中可以看出,当激励幅值达到 15 N 时,本文方法仍然可以获得准确的非线性频响结果。

为了研究关节参数对计算结果准确性的影响,考虑关节轴向非线性弹簧 k_{ax} 滑移后刚度 $k_2=0.8k_1$ 和 $k_2=0.2k_1$ 两种情况,在桁架最右端 A 点上施加幅值为 5 N 沿 z 轴方向的简谐激励,得到桁架结构一阶面内共振如图 9 所示。由图中结果可见,当 $k_2=0.8k_1$ 时,两种方法得到的稳态响应幅值均十分吻合;当 $k_2=0.2k_1$ 时,两种方法结果稍微存在一些差别,说明当非线性程度较弱时,采用只考虑基础谐波项的描

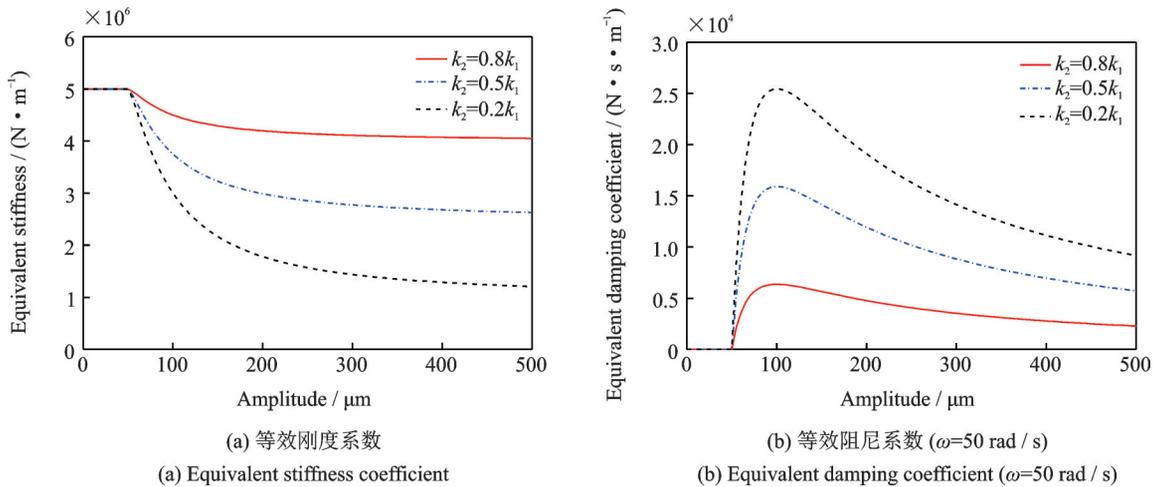


图 5 关节轴向非线性的等效刚度和等效阻尼系数

Fig. 5 Equivalent stiffness and damping coefficients of the axial nonlinearity of the joint

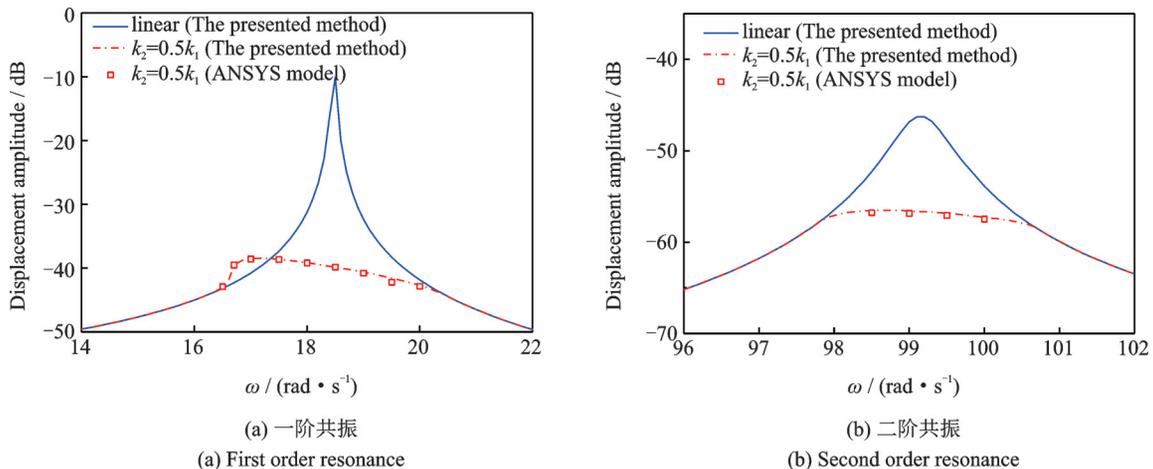


图 6 桁架结构的前两阶面内共振

Fig. 6 First two orders in-plane resonances of the truss

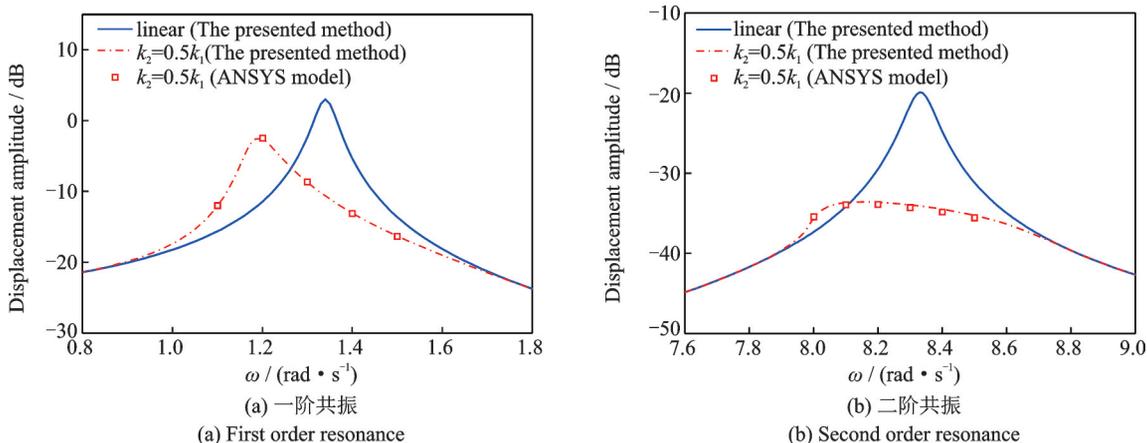


图7 桁架结构的前两阶面外共振
Fig. 7 First two orders out-of-plane resonances of the truss

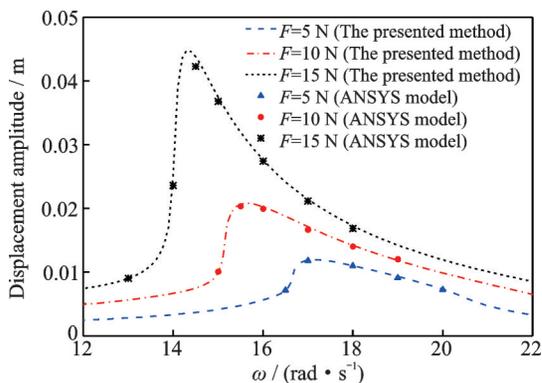


图8 不同激励幅值下的桁架一阶面内共振
Fig. 8 First order in-plane resonance of the truss under excitation with different amplitudes

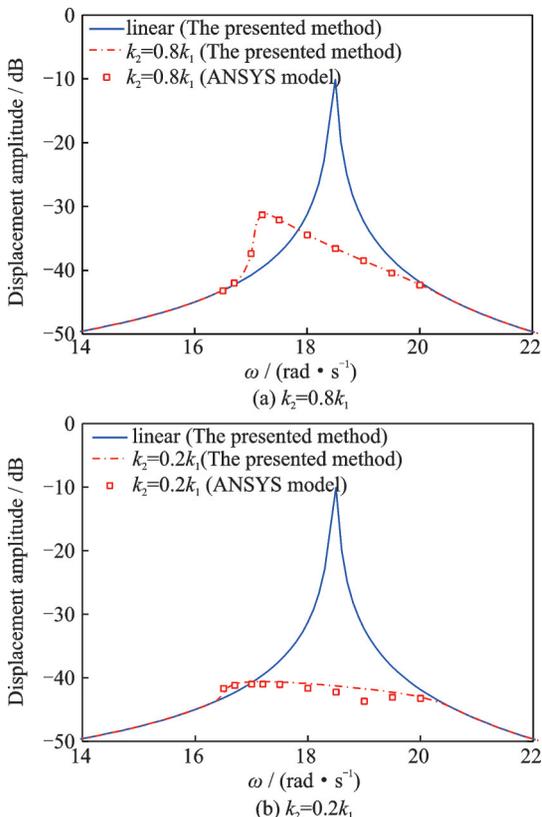


图9 非线性关节具有不同刚度比下的桁架一阶面内共振
Fig. 9 First order in-plane resonance of the truss with different stiffness ratios of the joint

述函数法近似误差很小;当非线性程度较强时,只考虑基础谐波项的描述函数法会产生一定的误差。

3 结论

本文针对含大量非线性关节的空间桁架结构,提出一种能够同时考虑关节在不同方向非线性特性的动力学缩聚建模与分析方法。将关节的摩擦滑动模拟为双线性滞回模型,采用描述函数法推导了关节的等效刚度和等效阻尼系数,通过将两端含非线性关节的桁架构件缩聚为两节点混合铰-梁单元,最终建立了桁架结构的缩聚动力学模型。采用本文方法对桁架结构的共振特性进行了分析,并与有限元方法计算结果进行了对比验证。结果表明,采用本文方法分析得到的桁架结构前两阶面内和面外共振特性与ANSYS时程分析结果能够很好的吻合,双线性滞回模型会导致桁架结构的整体刚度降低和阻尼增大。

参考文献:

[1] 刘福寿,金栋平,陈辉. 环形桁架结构动力分析的等效力学模型[J]. 振动工程学报, 2013, 26(4): 516-521.
Liu Fushou, Jin Dongping, Chen Hui. An equivalent mechanics model for the dynamic analysis of hoop truss structures[J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(4): 516-521.

[2] 丁继锋,高峰,钟小平,等. 在轨建造中的关键力学问题[J]. 中国科学:物理力学天文学, 2019, 49(2): 024506.
Ding Jifeng, Gao Feng, Zhong Xiaoping, et al. The key mechanical problems of on-orbit construction [J]. SCIENTIA SINICA Physica, Mechanica & Astronom-

- ica, 2019, 49(2): 024506.
- [3] 张祎贝, 高冀峰, 陈务军, 等. 织物复合材料空间可展桁架模态试验与分析[J]. 振动与冲击, 2018, 37(17): 155-160.
Zhang Yibei, Gao Jifeng, Chen Wujun, et al. Modal tests and analysis of a weave composite space deployable truss[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(17):155-160.
- [4] 姜东, 徐宇, 王桂伦, 等. 锁定状态下球铰连接桁架的刚度性能[J]. 东南大学学报, 2019, 49(5): 820-825.
Jiang Dong, Xu Yu, Wang Guilun, et al. Stiffness property of locked truss with spherical hinge connection [J]. Journal of Southeast University, 2019, 49(5): 820-825.
- [5] Doggett W. Robotic assembly of truss structures for space systems and future research plans [C]. Proceedings of 2002 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, MT, USA, 2002.
- [6] Yoshida T. Dynamic characteristic formulations for jointed space structures [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2006, 43(4):771-779.
- [7] 曹登庆, 初世明, 李郑发, 等. 空间可展机构非光滑力学模型和动力学研究[J]. 力学学报, 2013, 45(1): 3-15.
Cao Dengqing, Chu Shiming, Li Zhengfa, et al. Study on the non-smooth mechanical models and dynamics for space deployable mechanisms [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2013, 45(1):3-15.
- [8] 胡海岩, 田强, 张伟, 等. 大型网架式可展开空间结构的非线性动力学与控制[J]. 力学进展, 2013, 43(4):390-414.
Hu Haiyan, Tian Qiang, Zhang Wei, et al. Nonlinear dynamics and control of large deployable space structures composed of trusses and meshes[J]. Advances in Mechanics, 2013, 43(4):390-414.
- [9] Tan G E B, Pellegrino S. Nonlinear vibration of cable-stiffened pantographic deployable structures[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 314:783-802.
- [10] Gaul L, Nitsche R. The role of friction in mechanical joints[J]. Applied Mechanics Reviews, 2001, 54(2): 93-106.
- [11] Gaul L, Lenz J. Nonlinear dynamics of structures assembled by bolted joints [J]. Acta Mechanica, 1997, 125:169-181.
- [12] Jaumouillé V, Sinou J J, Petitjean B. An adaptive harmonic balance method for predicting the nonlinear dynamic responses of mechanical systems—Application to bolted structures [J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329: 4048-4067.
- [13] Hsu S T, Griffin J H, Bielak J. How gravity and joint scaling affect dynamics response [J]. AIAA Journal, 1989, 27(9):1280-1287.
- [14] Shi G, Atluri S N. Nonlinear dynamic response of frame-type structures with hysteretic damping at the joints[J]. AIAA Journal, 1992, 30(1): 234-240.
- [15] Wei J, Cao D Q, Huang H, et al. Dynamics of a multi-beam structure connected with nonlinear joints: Modeling and simulation[J]. Archive of Applied Mechanics, 2018, 88:1059-1074.
- [16] 徐彦, 王琚玮, 孙禄君, 等. 含三维非线性铰链的超大尺寸展开桁架天线动力学响应分析[J]. 空间结构, 2019, 25(2): 46-54.
Xu Yan, Wang Huiwei, Sun Lujun, et al. Dynamic response analysis of large deployable truss antennas with three dimensional nonlinear joints [J]. Spatial Structures, 2019, 25(2): 46-54.
- [17] Luo Y J, Xu M L, Zhang X N. Nonlinear self-defined truss element based on the plane truss structure with flexible connector [J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2010, 15(10):3156-3169.
- [18] 尉飞. 局部非线性结构分析方法及其在航天器结构分析中的应用[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2010.
Wei Fei. Analysis methods for structures with local nonlinearities and applications in space craft structure [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010.
- [19] 宋正华, 姜东, 曹芝蔚, 等. 含铰可展桁架结构非线性模型修正方法研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(1): 21-26.
Song Zhenghua, Jiang Dong, Cao Zhifu, et al. Nonlinear modal updating method for deployable trusses with joints [J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(1): 21-26.
- [20] 张静, 刘荣强, 郭宏伟, 等. 基于增量谐波平衡法的含索铰可展桁架非线性动力学特性[J]. 振动与冲击, 2014, 33(7):4-10.
Zhang Jing, Liu Rongqiang, Guo Hongwei, et al. Nonlinear dynamic characteristics of deployable structures with joints and cables based on incremental harmonic balance method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(7):4-10.
- [21] Zhang J, Deng Z Q, Guo H W, et al. Equivalence and dynamic analysis for jointed trusses based on improved finite elements[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 2014, 228(1):47-61.
- [22] Barbosa R S, Machado J A T. Describing function analysis of systems with impacts and backlash[J]. Nonlinear Dynamics, 2002, 29:235-250.

- [23] Liu F S, Wang L B, Jin D P, et al. Equivalent micro-polar beam model for spatial vibration analysis of planar repetitive truss structure with flexible joints[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 165: 105202.
- [24] Richards T H, Leung Y T. An accurate method in structural vibration analysis [J]. Journal of Sound and Vibration, 1977, 55(3):363-376.
- [25] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- Wang Xucheng. Finite Element Method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.

Dynamic modeling and resonance analysis of space truss structures with frictional joints

LIU Fu-shou¹, XU Wen-ting¹, JIN Dong-ping², LIU Xiang-dong³, LU Ping-li³

(1.College of Civil Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China;

2.State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

3.School of Automation, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The joint nonlinearity has an important influence on the overall dynamic characteristics of large deployable space truss structures. By modeling the joint as a combination of six spring elements which can have nonlinearity in any direction, the nonlinear dynamic modeling and resonance analysis of truss structures are studied. The bilinear hysteresis model is used to simulate the friction in the joint, and the analytical expressions of its equivalent stiffness and equivalent damping coefficients are derived based on the describing function method. The dynamic condensation of the truss member with nonlinear joints at both ends is carried out to establish the overall condensed dynamic model of the truss structure in the frequency domain, and the dynamic response is solved by the Newton-Raphson iteration method. A numerical example is given to compare the results of the presented method and the finite element method, which verifies the accuracy and efficiency of the presented method.

Key words: structural vibration; space truss structures; nonlinear joint; friction and slip; bilinear hysteresis model

作者简介: 刘福寿(1984-),男,讲师。电话:(025)85427763;E-mail:liufs_nuaa@163.com

通讯作者: 金栋平(1964-),男,教授。E-mail:jindp@nuaa.edu.cn