

垂荡激励下船用旋转机械-气囊隔振系统的 非线性振动机理

杜晓蕾, 李明

(西安科技大学力学系, 陕西 西安 710054)

摘要: 舰船在航行时产生的牵连运动会使船用机械系统的振动产生重要的影响, 因此研究垂荡作用下的船用旋转机械的动力学特性及其振动控制具有重要的工程意义。讨论了垂荡激励下船用旋转机械-气囊隔振系统的非线性振动机理与振动特征。建立了具有气囊隔振系统的船用旋转机械的数学模型, 采用多尺度法分析了船体的垂荡运动与转子运动之间的关系, 揭示其振动机理。采用数值分析方法研究了垂荡激励下船用旋转机械-气囊隔振系统的动力学特性, 并与近似解进行了比较, 验证了理论结果的有效性。

关键词: 非线性振动; 舰船垂荡运动; 船用旋转机械; 隔振系统; 多尺度法

中图分类号: O322; O328 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2021)04-0782-08

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2021.04.015

引言

作为舰船动力来源的发电机及其传动系统在载体运动时除了自身的运动外, 还要受到牵连运动的影响。为了有效避免由于系统振动造成的机械损坏, 一般采用气囊进行隔振^[1]。气囊隔振器具有可调节刚度及阻尼的特点, 且固有频率低, 满足了舰船对隔振器低频隔振性能的要求, 因而广泛应用于高性能船舶上^[2]。舰船在航行中受到气象环境的影响易产生复杂的牵连运动, 其中垂荡运动较为常见, 船用机械系统在航行时的安全性、稳定性与这些运动有着密不可分的联系^[3], 因此, 研究垂荡激励下的船用旋转机械系统有重要的工程意义。

一般而言, 旋转机械的振动主要是由转子偏心引起的不平衡力所引起的。文献[4]通过定转子的几何关系推导了转子动静复合偏心时气隙长度的统一表达式, 建立转子系统在不平衡磁拉力 UMP、重力和不平衡质量激励力作用下的运动微分方程。采用数值方法研究了重力、初始静偏心方向和静偏心量对转子系统轴心轨迹和位移频谱的影响。

目前, 关于牵连运动引起的机械振动主要集中在机载旋转机械以及基础运动下的动力学研究领域, 例如, 文献[5]建立了飞机在任意空间机动飞行时发动机安装在飞机机翼、机身或重心垂直平面上时不平衡多盘、多质量和多轴承线性及非线性柔性

转子系统动力学的统一模型, 讨论了飞机的空间机动飞行对发动机转子系统动力特性的影响; 文献[6]对 Herbst 机动飞行中的非线性飞机旋翼系统进行了动力学仿真, 讨论了载荷控制的安全性; 文献[7]考虑横向裂纹的呼吸机理和爬升跳水飞行的机动载荷, 研究了飞机飞行操纵引起的裂纹转子球轴承系统的非线性响应, 并采用四阶龙格-库塔法分析了系统的非线性动力学行为。对于基础运动下旋转机械系统振动问题的讨论, 文献[8]分析了柔性转子系统在时变基础运动下的动力学行为, 并对具有基础角运动的柔性转子-轴承系统进行了动力学实验以及数值模拟。文献[9]提出并验证了行星齿轮在俯仰基座运动下的旋转-平移-轴向动力学模型, 采用数值方法研究了系统的动力学行为。

舰载和机载有相似之处, 但也存在明显的不同, 例如, 舰载运动具有周期较长, 运动幅度较大等特点。近几年来, 大型舰船航行时出现的复杂运动引起了国内外学者的关注, 文献[10]通过引入形状滤波器, 采用路径积分法对非线性横摇运动进行了分析, 并验证了理论计算结果与模型试验结果; 文献[11]分析了规则波扰动力矩不同振幅、不同初始相位角、不同波浪频率和不同的角度控制参数对船舶单自由度横摇和纵摇运动动力学特性的影响; 文献[12]建立了横摇、垂荡、纵摇三个自由度非线性耦合动力学模型, 并对比了理论与试验结果; 文献[13]运用普通切片理论对船舶在迎浪规则波中的垂荡和纵

摇进行了研究,并进行了数值计算和实时可视化仿真;文献[14]采用CFD对大型油轮进行了仿真模拟,分析了零航速下不同水深下的垂荡和纵摇响应,结果表明浅水区对垂荡运动影响较大;文献[15]基于R-MISO法分析了六个自由度的船舶模型的非线性横摇运动并与实验结果进行了比较;文献[16]对小水线面双体船在迎浪规则波作用下垂荡和纵摇运动进行了数值分析,并通过与实验数据的对比验证了方法的有效性;文献[17]考虑了非线性的阻尼力矩建立了船舶横摇运动方程,采用多尺度法分析了阻尼力矩和恢复力矩对横摇稳态运动的影响。

上述研究工作主要是针对在海况条件下船体自身的运动特性。对于在牵连运动作用下船用转子系统的动力学特性研究,文献[18]采用数值方法研究了不同输入转速、扭矩作用下齿轮轴静平衡位置及船体纵横摇摆下齿轮副的振动响应;文献[19]研究了舰船在纵摇、横摇运动下,发动机转子-轴承系统的非线性动力学响应。

本文主要采用多尺度法研究垂荡激励下旋转机械-气囊隔振系统的非线性振动机理与振动特征,揭示系统参数之间的内在关系,为系统的动力学设计及参数优化提供理论依据。

1 运动方程

图1所示为旋转机械-气囊隔振系统的动力学模型,其中气囊被模化为非线性弹簧和线性阻尼器。设系统的总质量为 m ,转子由于质量分布不均产生的偏心质量为 m_e ,偏心距为 e ,转子角速度为 ω ,阻尼系数为 d ,垂荡产生的位移为 x_0 ,弹簧的压缩量为 x 。考虑到气囊刚度所具有的非线性特性,现引入了具有三次弱非线性的弹性力来模化气囊的弹性力^[20],设弹性力 $F_s = k_1x + \epsilon k_2x^3$ 。其中, k_1 为弹簧刚度, k_2 为三次非线性弹簧系数, ϵ 为体现弹簧弱三次的无量纲小量。

根据牛顿第二定律

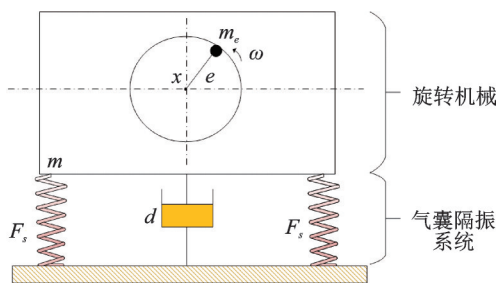


图1 旋转机械-气囊隔振系统示意图

Fig. 1 The model of rotating mechanical system with air-bag vibration isolation

$$m(\ddot{x} + \ddot{x}_0) = -(k_1x + \epsilon k_2x^3) - d\dot{x} + m_e e \omega^2 \sin \omega t + mg \tag{1}$$

经整理得

$$\ddot{x} + \frac{d}{m}\dot{x} + \frac{k_1}{m}x + \epsilon \frac{k_2}{m}x^3 = \frac{m_e}{m}e\omega^2 \sin \omega t + g - \ddot{x}_0 \tag{2}$$

2 方程无量纲化

为了简化问题的讨论,下面对方程进行无量纲化处理,其中的无量纲参数如表1所示。

表1 无量纲参数表达式

参数描述	表达式
无量纲频率比 η	$\eta = \omega/\omega_z$
无量纲时间 τ	$\tau = \omega t$
无量纲质量比 h	$h = m_e/m$
无量纲偏心距 α	$\alpha = e/c$
转子无量纲位移 X	$X = x/c$
舰船无量纲位移 \bar{X}_0	$\bar{X}_0 = x_0/c$
无量纲转速 Ω_0	$\Omega_0 = \sqrt{c\omega^2/g}$
无量纲弹簧刚度 \bar{k}_1	$\bar{k}_1 = ck_1/(mg)$
无量纲系数 \bar{k}_2	$\bar{k}_2 = c^3k_2/(mg)$
无量纲阻尼 \bar{d}	$\bar{d} = d/(m\omega)$
无量纲垂荡振幅 \bar{A}	$\bar{A} = A_0/c$

在对垂荡作用下船用旋转机械系统的运动微分方程进行无量纲化处理时作如下的规定: $\dot{x} = dx/dt, \dot{x}_0 = dx_0/dt, X' = dX/d\tau, \bar{X}'_0 = d\bar{X}_0/d\tau$,引入特征长度 c ,代入方程得

$$c\omega^2 X'' + c\omega \frac{d}{m} X' + \frac{k_1}{m} cX + \epsilon \frac{k_2}{m} c^3 X^3 = \frac{m_e}{m} e \omega^2 \sin \tau + g - c\omega^2 \bar{X}_0'' \tag{3}$$

经整理得

$$X'' + \bar{d} X' + \frac{\bar{k}_1}{\Omega_0^2} X + \epsilon \frac{\bar{k}_2}{\Omega_0^2} X^3 = h\alpha \sin \tau + \frac{1}{\Omega_0^2} - \bar{X}_0'' \tag{4}$$

对于船体垂荡运动,本文设 $x_0 = A_0 \sin \omega_z t$,则

$$\bar{X}_0 = \frac{x_0}{c} = \frac{A_0}{c} \sin \omega_z t = \frac{A_0}{c} \sin \frac{\omega t}{\eta} = \frac{A_0}{c} \sin \frac{\tau}{\eta} \tag{5}$$

$$\bar{X}_0'' = -\frac{A_0}{c\eta^2} \sin \frac{\tau}{\eta} = -\frac{\bar{A}}{\eta^2} \sin \frac{\tau}{\eta} \tag{6}$$

则无量纲方程可表示为

$$X'' + \bar{d} X' + \frac{\bar{k}_1}{\Omega_0^2} X + \varepsilon \frac{\bar{k}_2}{\Omega_0^2} X^3 = h\alpha \sin \tau + \frac{1}{\Omega_0^2} + \frac{\bar{A}}{\eta^2} \sin \frac{\tau}{\eta} \quad (7)$$

在实际工程中,一般而言 α 与 \bar{d} 相对于 \bar{A}/η^2 是小量,故令 $\alpha = \varepsilon\alpha_0$, $\bar{d} = \varepsilon\mu$,为体现小量,引入 μ 为最终无量纲后新的阻尼系数。为方便问题的讨论,令 $\omega_1^2 = \bar{k}_1/\Omega_0^2$, $b = \bar{k}_2/\Omega_0^2$, $F_0 = \bar{A}/\eta^2$ 。则方程可化简为

$$X'' + \omega_1^2 X = -\varepsilon\mu X' - \varepsilon b X^3 + \varepsilon h\alpha_0 \sin \tau + \frac{1}{\Omega_0^2} + F_0 \sin \frac{\tau}{\eta} \quad (8)$$

3 多尺度法

下面采用多尺度法来分析系统的非线性动力学特性。现设方程的解为

$$X(\tau, \varepsilon) = X_0(T_0, T_1) + \varepsilon X_1(T_0, T_1) \quad (9)$$

定义偏微分算子 $D_n = \frac{\partial}{\partial T_n}$,代入方程(8)得

$$(D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1)(X_0 + \varepsilon X_1) + \omega_1^2(X_0 + \varepsilon X_1) =$$

$$\begin{aligned} & D_0^2 X_1 + \omega_1^2 X_1 = -(3A^2 \bar{A} b + 2\omega_1 i D_1 A + \mu\omega_1 i A + 6A\Lambda \bar{\Lambda} b + \frac{3bA}{\omega_1^4 \Omega_0^4}) \exp(i\omega_1 T_0) - \frac{\alpha_0 h}{2} i \exp(iT_0) - \\ & \frac{3bA^2}{\omega_1^2 \Omega_0^2} \exp(2i\omega_1 T_0) - A^3 b \exp(3i\omega_1 T_0) - \frac{6bA\Lambda}{\omega_1^2 \Omega_0^2} \exp(i\omega_1 T_0 + i\frac{T_0}{\eta}) - 3A\Lambda^2 b \exp(i\omega_1 T_0 + 2i\frac{T_0}{\eta}) - \\ & \frac{6bA\bar{\Lambda}}{\omega_1^2 \Omega_0^2} \exp(i\omega_1 T_0 - i\frac{T_0}{\eta}) - 3A\bar{\Lambda}^2 b \exp(i\omega_1 T_0 - 2i\frac{T_0}{\eta}) - 3A^2 \Lambda b \exp(2i\omega_1 T_0 + i\frac{T_0}{\eta}) - \\ & 3A^2 \bar{\Lambda} b \exp(2i\omega_1 T_0 - i\frac{T_0}{\eta}) - (6A\bar{\Lambda} \Lambda b + 3A^2 \bar{\Lambda} b + \frac{3b\Lambda}{\omega_1^4 \Omega_0^4} + \frac{\mu}{\eta} i\Lambda) \exp(i\frac{T_0}{\eta}) - \frac{3b\Lambda^2}{\omega_1^2 \Omega_0^2} \exp(2i\frac{T_0}{\eta}) - \\ & \Lambda^3 b \exp(3i\frac{T_0}{\eta}) - \frac{3bA\bar{A}}{\omega_1^2 \Omega_0^2} - \frac{3b\Lambda\bar{\Lambda}}{\omega_1^2 \Omega_0^2} - \frac{b}{2\omega_1^6 \Omega_0^6} + cc \end{aligned} \quad (14)$$

式中 cc 为前面项的复共轭。

3.1 非共振情况

消去方程中的久期项,则令

$$3A^2 \bar{A} b + 2\omega_1 i D_1 A + \mu\omega_1 i A + 6A\Lambda \bar{\Lambda} b + \frac{3bA}{\omega_1^4 \Omega_0^4} = 0 \quad (15)$$

令 $A = \frac{1}{2} a(T_1) \exp[i\beta(T_1)]$,代入上式并将方程实部和虚部分开得

$$\begin{cases} \frac{3}{8} ba^3 - \omega_1 a\beta + 3ab\Lambda \bar{\Lambda} + \frac{3ba}{2\omega_1^4 \Omega_0^4} = 0 \\ \omega_1 \dot{a} = -\frac{1}{2} \mu a \omega_1 \end{cases} \quad (16)$$

$$-\varepsilon\mu(D_0 + \varepsilon D_1)(X_0 + \varepsilon X_1) - \varepsilon b(X_0 + \varepsilon X_1)^3 + \varepsilon\alpha_0 h \sin T_0 + \frac{1}{\Omega_0^2} + F_0 \sin \frac{T_0}{\eta} \quad (10)$$

令方程两端 ε 同次幂的系数相等,即得

$$\begin{cases} D_0^2 X_0 + \omega_1^2 X_0 = \frac{1}{\Omega_0^2} + F_0 \sin \frac{T_0}{\eta} \\ D_0^2 X_1 + \omega_1^2 X_1 = -\mu D_0 X_0 - 2D_0 D_1 X_0 - bX_0^3 + \alpha_0 h \sin T_0 \end{cases} \quad (11)$$

解得

$$X_0 = A \exp(i\omega_1 T_0) + \Lambda \exp(i\frac{T_0}{\eta}) + \frac{1}{2\omega_1^2 \Omega_0^2} + cc \quad (12)$$

$$\text{式中 } \Lambda = -\frac{F_0 \eta^2 i}{2(\eta^2 \omega_1^2 - 1)^\circ}$$

代入关于 X_1 的方程,得

$$\begin{aligned} & D_0^2 X_1 + \omega_1^2 X_1 = -2\omega_1 i D_1 A \exp(i\omega_1 T_0) - \\ & \mu\omega_1 i A \exp(i\omega_1 T_0) - \frac{\mu}{\eta} i \Lambda \exp(i\frac{T_0}{\eta}) - \frac{\alpha_0 h}{2} i \exp(iT_0) + \\ & cc - b \left[A \exp(i\omega_1 T_0) + \Lambda \exp(i\frac{T_0}{\eta}) + \frac{1}{2\omega_1^2 \Omega_0^2} + cc \right]^3 \end{aligned} \quad (13)$$

展开后得

解得

$$\begin{cases} a = a_0 \exp(-\frac{1}{2} \mu T_1) \\ \beta = -\frac{3ba_0^2}{8\mu\omega_1} \exp(-\mu T_1) + (\frac{3b\Lambda\bar{\Lambda}}{\omega_1} + \frac{3b}{2\omega_1^5 \Omega_0^4}) T_1 + \beta_0 \end{cases} \quad (17)$$

则首次近似解为

$$\begin{aligned} X = & a_0 \exp(-\frac{1}{2} \mu \varepsilon \tau) \cos[\omega_1 \tau - \frac{3ba_0^2}{8\mu\omega_1} \exp(-\mu \varepsilon \tau) + \\ & (\frac{3b\Lambda\bar{\Lambda}}{\omega_1} + \frac{3b}{2\omega_1^5 \Omega_0^4}) \varepsilon \tau + \beta_0] + \\ & \frac{F_0 \eta^2}{\eta^2 \omega_1^2 - 1} \sin \frac{\tau}{\eta} + \frac{1}{\omega_1^2 \Omega_0^2} \end{aligned} \quad (18)$$

式中 积分常数 a_0 与 β_0 由初始条件确定。在非共振情况下,自由振动项振幅会随时间衰减,稳态响应受垂荡的振幅和频率影响,显然,在自由振动项中频率与振幅相关。

$$\begin{aligned}
 D_0^2 X_1 + \omega_1^2 X_1 = & -[3A^2 \bar{A} b + 2\omega_1 i D_1 A + \mu \omega_1 i A + 6A \Lambda \bar{\Lambda} b + \frac{3bA}{\omega_1^4 \Omega_0^4} + \frac{\alpha_0 h}{2} i \exp(i\sigma T_1)] \exp(i\omega_1 T_0) - \\
 & \frac{3bA^2}{\omega_1^2 \Omega_0^2} \exp(2i\omega_1 T_0) - A^3 b \exp(3i\omega_1 T_0) - \frac{6bA\Lambda}{\omega_1^2 \Omega_0^2} \exp(i\omega_1 T_0 + i\frac{T_0}{\eta}) - 3A\Lambda^2 b \exp(i\omega_1 T_0 + 2i\frac{T_0}{\eta}) - \\
 & \frac{6bA\bar{\Lambda}}{\omega_1^2 \Omega_0^2} \exp(i\omega_1 T_0 - i\frac{T_0}{\eta}) - 3A\bar{\Lambda}^2 b \exp(i\omega_1 T_0 - 2i\frac{T_0}{\eta}) - 3A^2 \Lambda b \exp(2i\omega_1 T_0 + i\frac{T_0}{\eta}) - \\
 & 3A^2 \bar{\Lambda} b \exp(2i\omega_1 T_0 - i\frac{T_0}{\eta}) - (6A\bar{A}\Lambda b + 3A^2 \bar{\Lambda} b + \frac{3b\Lambda}{\omega_1^4 \Omega_0^4} + \frac{\mu}{\eta} i \Lambda) \exp(i\frac{T_0}{\eta}) - \frac{3bA^2}{\omega_1^2 \Omega_0^2} \exp(2i\frac{T_0}{\eta}) - \\
 & \Lambda^3 b \exp(3i\frac{T_0}{\eta}) - \frac{3bA\bar{A}}{\omega_1^2 \Omega_0^2} - \frac{3b\Lambda\bar{\Lambda}}{\omega_1^2 \Omega_0^2} - \frac{b}{2\omega_1^6 \Omega_0^6} + cc \tag{19}
 \end{aligned}$$

消除久期项,即

$$\begin{aligned}
 3A^2 \bar{A} b + 2\omega_1 i D_1 A + \mu \omega_1 i A + 6A \Lambda \bar{\Lambda} b + \\
 \frac{3bA}{\omega_1^4 \Omega_0^4} + \frac{\alpha_0 h}{2} i \exp(i\sigma T_1) = 0 \tag{20}
 \end{aligned}$$

将 $A = \frac{1}{2} a(T_1) \exp[i\beta(T_1)]$ 代入上式并将方程实部和虚部分开得

$$\begin{cases} \dot{a} = -\frac{1}{2} \mu a - \frac{\alpha_0 h}{2\omega_1} \cos(\sigma T_1 - \beta) \\ a\dot{\beta} = \frac{3ba^3}{8\omega_1} + \frac{3ab\Lambda\bar{\Lambda}}{\omega_1} + \frac{3ba}{2\omega_1^5 \Omega_0^4} - \frac{\alpha_0 h}{2\omega_1} \sin(\sigma T_1 - \beta) \end{cases} \tag{21}$$

式中 a, β 由上述微分方程所确定。将 a, β 的微分

$$\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \mu - \lambda & \\ \frac{1}{a_0} (\sigma - \frac{3ba_0^2}{8\omega_1} - \frac{3b\Lambda\bar{\Lambda}}{\omega_1} - \frac{3b}{2\omega_1^5 \Omega_0^4}) & -\frac{1}{2} \mu - \lambda \end{vmatrix} = 0 \tag{24}$$

整理得

$$\lambda^2 + \mu\lambda + \frac{1}{4} \mu^2 + (\sigma - \frac{3ba_0^2}{8\omega_1} - \frac{3b\Lambda\bar{\Lambda}}{\omega_1} - \frac{3b}{2\omega_1^5 \Omega_0^4})^2 = 0 \tag{25}$$

对于自治系统,主共振定常解的稳定性就是自治系统在定常解(奇点)处的稳定性,对于 $\mu > 0$,

$$\frac{1}{4} \mu^2 + (\sigma - \frac{3ba_0^2}{8\omega_1} - \frac{3b\Lambda\bar{\Lambda}}{\omega_1} - \frac{3b}{2\omega_1^5 \Omega_0^4})^2 > 0$$

满足了奇点渐近稳定的条件,因此系统在主共振情况下的定常解是稳定的。

稳态响应对应了 $\dot{a} = \dot{\beta} = 0$, 从而使得响应的振幅和相位满足下列方程:

3.2 主共振情况

下面讨论主共振情况。引入频率调谐因子 σ , 即当 $1 = \omega_1 + \epsilon\sigma$ 时, $\exp(iT_0) = \exp(i\omega_1 T_0 + i\sigma T_1)$, 此时方程为

$$\begin{cases} \dot{a} = -\frac{1}{2} \mu a - \frac{\alpha_0 h}{2\omega_1} \cos\gamma \\ a\dot{\gamma} = a\sigma - \frac{3ba^3}{8\omega_1} - \frac{3ab\Lambda\bar{\Lambda}}{\omega_1} - \frac{3ba}{2\omega_1^5 \Omega_0^4} + \frac{\alpha_0 h}{2\omega_1} \sin\gamma \end{cases} \tag{22}$$

方程变换为自治系统,引入 $\gamma = \sigma T_1 - \beta$, 则方程变为

$$\begin{aligned}
 \text{此时振动响应的首次近似解为} \\
 X = a \cos(\tau - \gamma) + \frac{F_0 \eta^2}{\eta^2 (1 - \epsilon\sigma)^2 - 1} \sin \frac{\tau}{\eta} + \\
 \frac{1}{(1 - \epsilon\sigma)^2 \Omega_0^2} \tag{23}
 \end{aligned}$$

为了讨论解的稳定性,对应的特征方程为

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \mu a = -\frac{\alpha_0 h}{2\omega_1} \cos\gamma \\ a\sigma - \frac{3ba^3}{8\omega_1} - \frac{3ab\Lambda\bar{\Lambda}}{\omega_1} - \frac{3ba}{2\omega_1^5 \Omega_0^4} = -\frac{\alpha_0 h}{2\omega_1} \sin\gamma \end{cases} \tag{26}$$

消去方程中的 γ , 得到系统做定常运动时,主共振幅频和相频特性方程

$$\begin{aligned}
 (a\sigma - \frac{3ba^3}{8\omega_1} - \frac{3F^2 \eta^4 ba}{4\omega_1 (\eta^2 \omega_1^2 - 1)^2} - \frac{3ba}{2\omega_1^5 \Omega_0^4})^2 + \\
 (\frac{\mu a}{2})^2 = (\frac{\alpha_0 h}{2\omega_1})^2 \tag{27}
 \end{aligned}$$

$$\tan\gamma = \frac{2\sigma}{\mu} - \frac{3ba^2}{4\mu\omega_1} - \frac{3F^2 \eta^4 b}{2\mu\omega_1 (\eta^2 \omega_1^2 - 1)^2} - \frac{3b}{\mu\omega_1^5 \Omega_0^4} \tag{28}$$

下面重点讨论主共振的幅频特性,选取系统的一组参数 $\alpha_0 = 0.1, h = 0.1, \mu = 0.015, \omega_1 = 0.1, b =$

0.01, $F_0=0.04$, $\Omega_0=3$, $\eta=50$, 得到系统的幅频特性曲线, 如图 2 所示。

由图 2 可知, 非线性振动系统的幅频曲线不再是单值函数曲线, 在某些区间内的某一激励频率值会对应于三个不同大小的幅值, 即产生跳跃现象, 是非线性系统所特有的现象之一, 此处虚线部分为系统主共振幅频响应的不稳定区域, 发生跳跃现象。

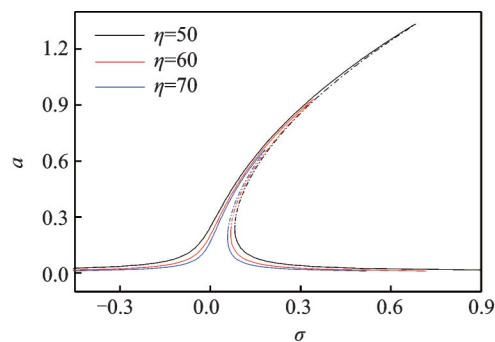
通过对比不同参数条件下的系统的主共振幅频响应曲线, 可以得到各参数对系统振动状态影响的规律。选取参数 $\alpha_0=0.1$, $h=0.1$, $\mu=0.015$, $\omega_1=1$, $b=0.1$, $F_0=0.04$, $\Omega_0=3$, η 分别取 50, 60, 70, 画出频响曲线如图 2(a) 所示。通过改变外激励频率可知, 参数 η 越大, 幅频曲线向右弯曲的幅度越小, 系统的共振域改变也相应越小。为了研究激励幅值对系统主共振幅频特性的影响, 选取参数 $\alpha_0=0.1$, $h=0.1$, $\mu=0.015$, $\omega_1=1$, $b=0.1$, $\Omega_0=3$, $\eta=50$, 分别取 $F_0=0.04, 0.15, 2$, 画出频响曲线如图 2(b) 所示。通过改变激励幅值 F_0 可知, 激励幅值增加, 幅频曲线的幅值以及向右弯曲的幅度变大。图 2(c) 考虑 Ω_0 对系统主共振的幅频响应曲线的影响, 分别取参数 $\Omega_0=1.5, 2, 3$ 。由图可知, Ω_0 会使系统的共振域有所改变, 转子转速的减小会使主共振幅频响应曲线向右

发生偏移。图 2(d) 考虑阻尼 μ 对系统主共振的幅频响应曲线的影响, 分别取参数 $\mu=0.015, 0.02, 0.03$ 。由图可知, 当参数 μ 增大时, 主共振幅值减小, 多值和跳跃对应的激励频率区间缩小, 意味着系统稳定性的增强。

本文主要针对首次近似解进行分析, 当引入高阶小量得到的二次近似结果, 分析可知除了 $\exp(iT_0)$ 项可引发主共振外, $\exp(2i\frac{T_0}{\eta})$, $\exp(3i\frac{T_0}{\eta})$, $\exp(i\frac{T_0}{\eta} - i\omega_1 T_0)$, $\exp(i\frac{T_0}{\eta} - 2i\omega_1 T_0)$ 项可产生超谐波和亚谐波共振, $\exp(iT_0 \pm iT_0/\eta)$, $\exp(iT_0 \pm 2i\frac{T_0}{\eta})$ 项可产生组合共振等, 然而上述情况仅在特定条件下产生, 本文着重分析对系统产生主要影响的主共振情况, 其余情况另作分析。

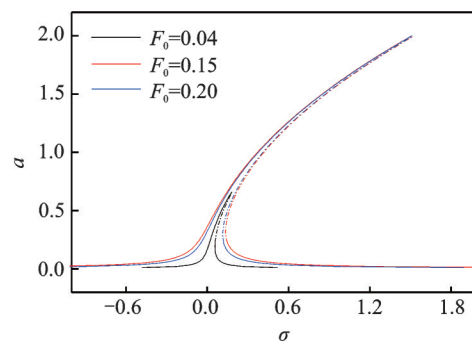
4 数值分析

为了进一步分析系统的动力学特性, 下面采用数值方法求解方程的位移响应。参数选取如下: $\epsilon=0.01$, $c=0.004$, $\alpha_0=0.1$, $h=0.1$, $\mu=0.3$, $k_1=10$, $k_2=$



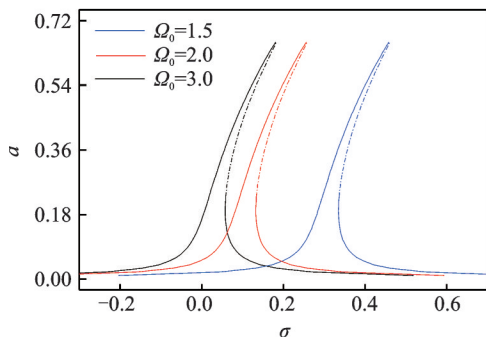
(a) 不同频率比下的幅频特性曲线

(a) Main resonance amplitude frequency characteristic curve under different frequency ratio



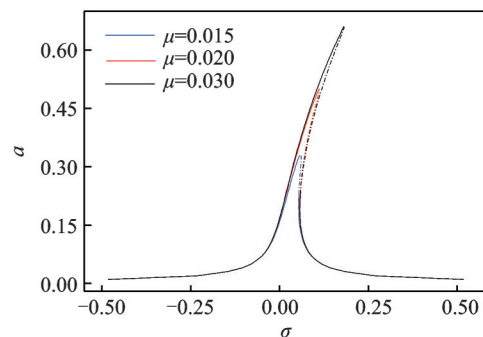
(b) 不同激励幅值下的幅频特性曲线

(b) Main resonance amplitude frequency characteristic curve under different excitation amplitude



(c) 不同转速下的幅频特性曲线

(c) Main resonance amplitude frequency characteristic curve under different speed



(d) 不同阻尼下的幅频特性曲线

(d) Main resonance amplitude frequency characteristic curve under different damping

图 2 主共振幅频特性曲线

Fig. 2 Main resonance amplitude frequency characteristic curve

100, $\bar{A}=1200, \Omega_0=3, \eta=70$, 选取初始条件 $X(0)=1, \dot{X}(0)=0$ 。在非共振情况下, 数值结果与解析解如图3所示。从中可以看出, 两条时间历程曲线吻合良好, 表明了近似解是有效的。

图4显示系统相图中的相轨线相互交错, 呈不规则的轨迹, 极限环周围的相轨线随着时间的增加形态随之变化, Poincaré截面为有限个点组成的不闭合曲线, 频谱图中出现组合频率 $(f+f_0)$ 及其倍频, 这预示着系统的运动变得较为复杂。图5显示了系统在不同转速和频率比下的分岔图以及 Lyapunov 指数图。由图5(a)可知系统在低转速时左右表现为混沌运动, Lyapunov 指数大于0, 高转速时处于拟周期、混沌交替出现的运动状态。图5(b)反映转速比小于5时, 系统振动幅值较大, Lyapunov 指数大于0, 系统处于混沌状态, 在转速比为10-15, 系统处于

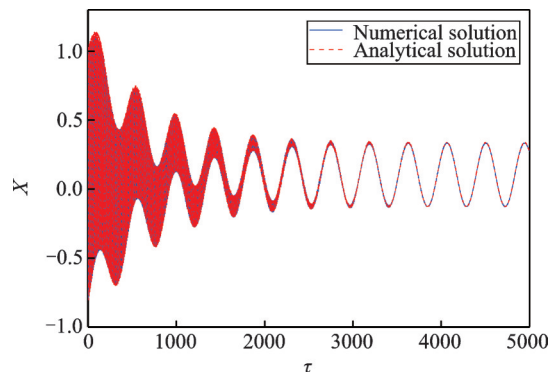


图3 数值解析对比图

Fig. 3 Comparison of numerical solution and analytical one

拟周期状态, 随着转速比不断增大, 系统的振动幅值减小, Lyapunov 指数始终小于0, 说明系统逐渐趋于稳定的周期状态, 运动状态可归纳为混沌 \rightarrow 拟周期 \rightarrow 周期。

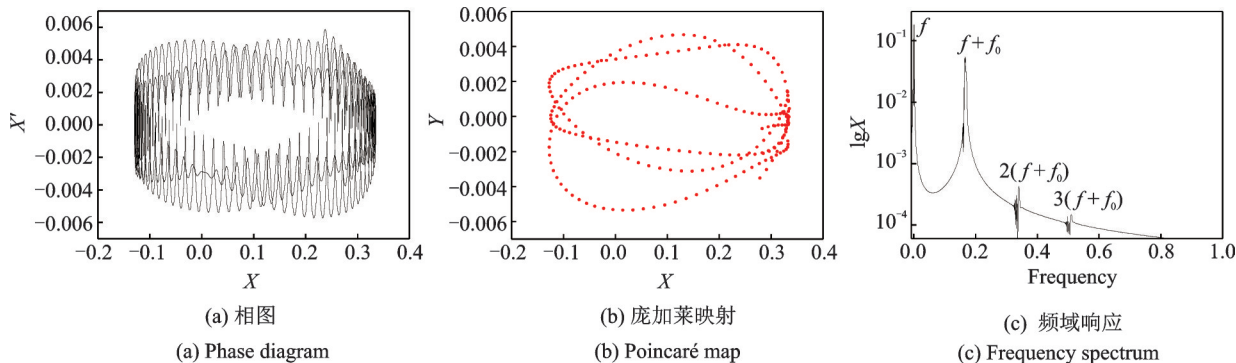


图4 垂荡激励下系统的稳态响应

Fig. 4 Steady state response of the system under heaving motion

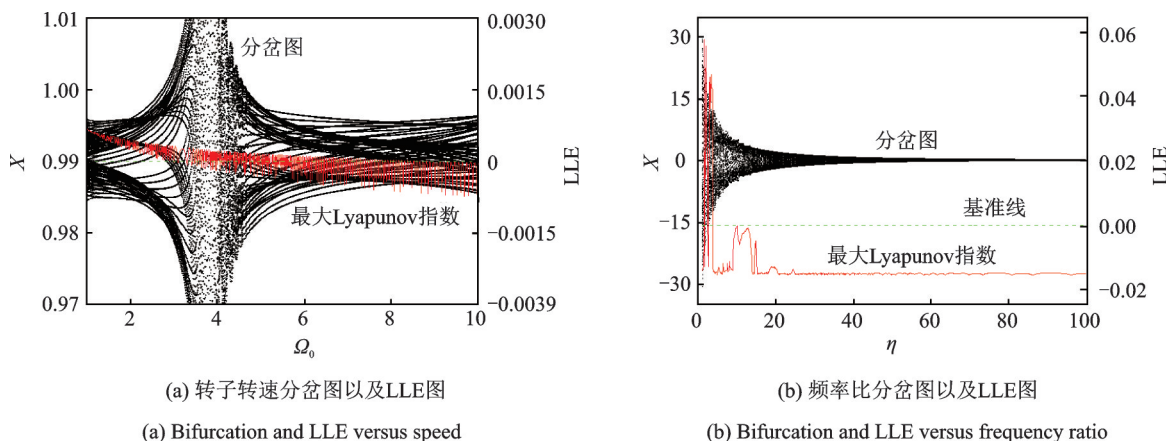


图5 垂荡激励下系统的分岔图

Fig. 5 Steady state bifurcation of the system under heaving motion

5 结论

本文采用三次非线性弹簧来模化气囊结构的变形, 基于牛顿定律建立了具有气囊隔振系统的非线性动力学模型。首先, 采用多尺度法研究了系统的

近似解析解, 分析了系统在定常解处的稳定性以及系统在不同参数下的幅频响应特性。然后, 采用数值方法讨论了系统的非线性动力学特性。结果表明:

(1) 在垂荡激励作用下, 船用旋转机械耦合气囊隔振系统的稳态运动幅值在一定的频率区间内具

有典型的非线性特性,例如,会出现多值和跳跃现象等。

(2) 频率比越大,系统幅频曲线出现的不稳定区域以及弯曲程度减小;激励幅值对系统稳定影响较大,激励幅值的小幅增大会使幅频曲线的不稳定区域以及弯曲程度增大;阻尼的增大能够有效抑制主共振峰值。

(3) 数值结果表明,随着转速增大,垂荡激励作用下系统以准周期和混沌运动为主,具有复杂的非线性特性,随着系统的频率比增大,即转子与垂荡的频率差值越来越大,系统由不稳定的混沌与准周期状态逐渐趋于稳定的周期运动状态。

参考文献:

- [1] 何琳, 赵应龙. 舰船用高内压气囊隔振器理论与设计[J]. 振动工程学报, 2013, 26(6):886-894.
He Lin, Zhao Yinglong. Theory and design of high-pressure and heavy-duty air spring for naval vessels[J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(6):886-894.
- [2] 赵应龙, 金著, 何琳. 气囊隔振器囊壁骨架层平衡性研究[J]. 船舶力学, 2017, 21(7):873-879.
Zhao Yinglong, Jin Zhu, He Lin. Research on framework layer's equilibrium performance of air spring capsule[J]. Journal of Ship Mechanics, 2017, 21(7):873-879.
- [3] 王术新, 李明. 船用柴油机的噪声控制[J]. 造船技术, 2004,(2):36-37.
Wang Shuxin, Li Ming. Noise control of marine diesel engine[J]. Marine Technology, 2004, (2):36-37.
- [4] 徐学平, 韩勤锴, 褚福磊. 静载荷作用下偏心转子电磁振动特性[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2016, 56(2):62-70.
Xu Xueping, Han Qinkai, Chu Fulei. Electromagnetic vibration characteristics of an eccentric rotor with a static load[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2016, 56(2):62-70.
- [5] Zhu C S, Chen Y J. General dynamic model of aeroengine's rotor system during maneuvering flight[J]. Aerospace Power, 2009, 24:371-377.
- [6] Hou L, Chen Y S. Dynamical simulation and load control of a Jeffcott rotor system in Herbst maneuvering flight[J]. Journal of Vibration and Control, 2014, 22:412-425.
- [7] Hou L, Chen Y S, Cao Q J, et al. Nonlinear vibration analysis of a cracked rotorball bearing system during flight maneuvers[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 105:515-528.
- [8] Chen L Q, Wang J J, Han Q K, et al. Nonlinear dynamic modeling of a simple flexible rotor system subjected to time-variable base motions[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 404:58-83.
- [9] Qiu X H, Han Q K, Chu F L. Dynamic modeling and analysis of the planetary gear under pitching base motion[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 141:31-45.
- [10] 柴威, 范菊, 朱仁传, 等. 随机波浪下的船舶大幅横摇和倾覆研究[J]. 水动力学研究与进展 A 辑, 2012, 27(6):734-741.
Chai Wei, Fan Ju, Zhu Renchuan, et al. The large amplitude ship rolling and capsize under irregular wave excitation[J]. Journal of Hydrodynamics, 2012, 27(6):734-741.
- [11] 洪竹. 船舶在纵横摇耦合下的非线性动力学特性研究[D]. 镇江:江苏科技大学, 2016.
Hong Zhu. Study on the nonlinear dynamic characteristics of ship under the coupling of pitching and rolling[D]. Zhenjiang: Jiangsu University of Science and Technology, 2016.
- [12] Neves M A S, Rodriguez C A. Influence of non-linearities on the limits of stability of ships rolling in head seas[J]. Ocean Engineering, 2007, 34(11-12):1618-1630.
- [13] 侯圣贤. 迎浪航行时船舶垂荡纵摇运动建模与仿真[D]. 大连:大连海事大学, 2015.
Hou Shengxian. Simulation on ship heave and pitch motions in head seas[D]. Dalian:Dalian Maritime University, 2015.
- [14] Tezdogan T, Incecik A, Turan O. Full-scale unsteady RANS simulations of vertical ship motions in shallow water[J]. Ocean Engineering, 2016, 123:131-145.
- [15] Somayajula A, Falzarano J. Critical assessment of reverse-MISO techniques for system identification of coupled roll motion of ships[J]. Journal of Marine Science and Technology, 2017, 22(2):231-244.
- [16] Deng L, Dong W C, Yao C B. Numerical study on the nonlinear characteristics of longitudinal motions and wave loads for SWATH ship in regular head waves[J]. Journal of Ship Mechanics, 2017, 21(3):249-262.
- [17] 胡安康, 刘亚冲, 卢雨, 等. 基于多尺度法的船舶非线性横摇运动特性研究[J]. 中国造船, 2016, 57(2):13-21.
Hu Ankang, Liu Yachong, Lu Yu, et al. Research on ship's nonlinear rolling motion based on multi-scale method[J]. Shipbuilding of China, 2016, 57(2):13-21.
- [18] 刘镇星, 刘占生, 于香宇, 等. 舰船摇摆作用下滑动轴承-齿轮副系统动力学分析[J]. 机械工程学报, 2018, 54(17):226-234.
Liu Zhenxing, Liu Zhansheng, Yu Xiangyu, et al. Dynamic analysis of journal bearing-gear system under swing movement of the ship[J]. Journal of Mechanical

- Engineering, 2018, 54(17):226-234.
- [19] Zhang G H, Liu S P, Ma R X, et al, Nonlinear dynamic characteristics of journal bearing-rotor system considering the pitching and rolling motion for marine turbo machinery[J]. Journal of Engineering for the Maritime Environment, 2015, 229(1):95-107.
- [20] 陈 燎,周孔亢,李仲兴. 空气弹簧动态特性拟合及空气悬架变刚度计算分析[J]. 机械工程学报, 2010, 46(4):93-98.
- Chen Liao, Zhou Kongkang, Li Zhongxing. Dynamic characteristics fitting of air springs and numerical analysis of air suspensions with variant stiffness[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(4):93-98.

Mechanism of nonlinear vibration of the marine rotating machinery with air-bag system under heaving motion

DU Xiao-lei, LI Ming

(Department of Mechanics, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: The implicated motion of a ship during its voyage will have an important impact on the vibration of the marine mechanical system. Therefore, it is a significant practical work in engineering to study the dynamic characteristics and vibration control of the marine rotating machinery under the heave. This paper mainly discusses the nonlinear vibration mechanism and characteristics of the marine rotating machinery-air bag vibration isolation system under heave excitation. The mathematical model of the marine rotating machinery with air bag vibration isolation system is established, and the relationship between heave motion and rotor motion is analyzed by multi-scale method to reveal its vibration mechanism. The dynamic characteristics of the marine rotating machinery-air bag vibration isolation system under heave excitation are studied by numerical method, and compared with the approximate solution, the effectiveness of the theoretical results is verified.

Key words: nonlinear vibration; ship heaving motion; marine rotating machinery; vibration isolation system; multiple-scale method

作者简介: 杜晓蕾(1997-),女,研究生。电话:(029)83856255; E-mail:1249612685@qq.com

通讯作者: 李明(1963-),男,博士生导师,教授。电话:(029)83856255; E-mail:Limxust@xust.edu.cn