

# 基于解析法的加筋板封闭梯形声腔的响应分析

王园<sup>1</sup>, 李磊<sup>2</sup>, 盘朝奉<sup>3</sup>, 郭豪<sup>2</sup>, 张建润<sup>4</sup>, 任乃飞<sup>1</sup>

(1. 江苏大学机械工程学院, 江苏 镇江 212013; 2. 江苏科技大学机械工程学院, 江苏 镇江 212003;  
3. 江苏大学汽车工程研究院, 江苏 镇江 212013; 4. 东南大学机械工程学院, 江苏 南京 211189)

**摘要:** 基于模态叠加法和声振耦合理论建立了加筋板结构与梯形声场间的耦合模型; 研究了点力到筋的距离、筋的刚度、质量和根数的变化对耦合系统响应的影响。结果表明: 由于加筋导致的板振动能量和梯形声腔声势能的衰减程度与点力到筋间的距离密切相关, 当点力直接作用在筋上或者点力到筋的距离小于板的四分之一弯曲波长时, 振动能量和声势能在较宽的频段都出现衰减现象, 反之则不会出现衰减现象。梯形声腔声势能和固支板振动能量的衰减级随着筋弯曲刚度的增加而变大, 而筋的质量对能量衰减的影响与分析的频段范围有关。筋的根数增加并不会使得声振耦合系统中声势能和板振动能量的衰减级一直呈现增大现象。

**关键词:** 声振耦合; 梯形声场; 加筋板; 模态叠加法

**中图分类号:** TB532; O422.2   **文献标志码:** A   **文章编号:** 1004-4523(2021)05-1045-08

**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2021.05.019

## 引言

弹性壁面封闭非规则声腔结构在工程领域中有大量的应用, 如车辆乘坐室、船舶舱室、飞机乘坐舱等。对于这些非规则声场与弹性壁面结构间的耦合, 罗超等采用数值方法先计算出非规则声场的模态信息, 然后再结合模态耦合法对非规则声场与其弹性壁面间构成耦合系统进行分析<sup>[1]</sup>。Li 等利用模态叠加法计算得到梯形声场的模态信息, 然后再结合声振耦合理论构建了梯形声场与简支约束弹性壁面间的声振耦合模型, 推导了梯形声场与简支板结构间模态耦合系数<sup>[2]</sup>和受激励后的动态响应<sup>[3]</sup>。Wang 等结合模态叠加法和声振耦合理论研究了固支约束弹性壁面与梯形声场间的耦合特性和受激励后的响应<sup>[4]</sup>, 并且进一步研究了弹性壁面不同边界约束时的声振耦合特性和动态响应<sup>[5]</sup>。除了利用模态叠加法和声振耦合理论以外, 还存在变分法<sup>[6-8]</sup>、小波伽辽金法<sup>[9]</sup>、等几何分析法<sup>[10]</sup>等。由上述研究可知, 对于非规则声场与其弹性壁面间耦合研究中所考虑的都是平板, 鲜有加筋板方面的报道。但加筋板封闭声腔结构在工程应用中大量存在, 因此很有必要开展此类结构的声振耦合研究。

对于加筋板结构与封闭声场间声振耦合的理论研究, 于士甲等提出先利用 ANSYS 获得加筋板结构的模态信息, 然后再结合能量模态分析法计算加

筋板结构与矩形声场所构成耦合系统的动态响应<sup>[11]</sup>; 马玺越等<sup>[12-13]</sup>利用模态叠加法和声振耦合理论建立了双层加筋板与板间矩形隔腔间声振耦合模型, 然后基于此模型做了进一步研究。而对于工程应用中常见的加筋板结构与非规则声场间的声振耦合分析, 国内外鲜有报道。这是因为板结构不仅要与非规则声场进行耦合, 还要与筋进行耦合, 导致对耦合系统理论模型进行构建和求解比较困难。

加强筋与平板间的耦合会改变板的模态特性, 从而进一步影响其与声腔声场间的耦合。对于筋与平板间耦合, 高双等采用里茨能量泛函变分原理对加筋薄板的自由振动特性进行求解<sup>[14]</sup>。Dozio 等基于模态叠加法研究了有限尺寸加筋薄板的自由振动特性<sup>[15]</sup>。Lin 等亦基于模态叠加法研究了激励到筋的距离对加筋板结构动态响应的影响, 研究表明激励到筋的距离与板的振动响应密切相关<sup>[16]</sup>; Lin 等<sup>[17]</sup>进一步研究了附有多根筋的简支约束板的模态特性和控制机理。除了上述文献提到的求解方法, 还有微分求积法<sup>[18]</sup>、改进的傅里叶级数法<sup>[19-20]</sup>等。

本文对固支约束加筋板结构与非规则声场构成耦合系统的动态响应进行详细的研究, 类似于文献 [1-8] 将非规则声腔设定为梯形声腔。首先基于模态叠加法分别构造加筋板结构和梯形声场的理论模型, 然后利用声振耦合理论建立它们之间的耦合模型, 并通过软件仿真验证所构建理论模型的准确性。基于构建的声振耦合模型研究了激励与加强筋的相

对位置对耦合系统中板振动能量和声腔声场能量的影响,进一步研究了筋的刚度、质量和根数变化对板振动能量和梯形声场能量变化的影响。

## 1 计算公式

### 1.1 加筋板结构与梯形声场间声振耦合模型

设梯形声腔  $z=L_z$  处为加筋弹性壁面,其余为刚性壁面,板和加强筋的边界实施固支约束,如图 1 所示。加强筋位于板在声腔外的一侧,并设筋与板之间为不可滑动的线连接,且筋的宽度不超过板厚。沿板的  $X$  向和  $Y$  向分别布置  $M$  根和  $N$  根筋,位于  $x=x_m$  处的第  $m$  根筋在连接处存在相互作用的线力  $F_{cm}$  和线力矩  $M_{cm}$ ,位于  $y=y_n$  处第  $n$  根筋在连接处存在线力  $F_{cn}$  和线力矩  $M_{cn}$ 。所有筋的材料属性相同,且具有相同的截面尺寸。固支约束板的振动微分方程和梯形声腔内声场波动方程分别为<sup>[12,15]</sup>:

$$D\nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p_c - \sum_{m=1}^M [F_{cm} \delta(x-x_m) + M_{cm} \delta'(x-x_m)] - \sum_{n=1}^N [F_{cn} \delta(y-y_n) + M_{cn} \delta'(y-y_n)] - f_p \delta(x-x_0) \delta(y-y_0) \quad (1)$$

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

式中 符号  $D, \rho, h, w$  分别表示板的弯曲刚度、密度、厚度和振动位移。 $\delta$  是狄拉克函数,  $\delta'$  表示狄拉克函数关于变量的一阶导数,  $\delta'(x-x_m) = \frac{\partial}{\partial x} \delta(x-x_m)$ 。 $p_c$  为梯形声腔内声场作用在加筋板上的声压。 $f_p$  为作用在板上  $(x_0, y_0)$  处的点力。 $p, c_0$  分别代表梯形声腔内声场声压和声速。

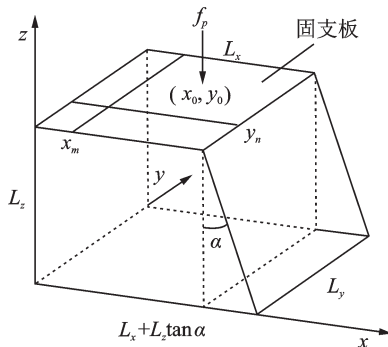


图 1 结构-声耦合系统模型

Fig. 1 The structure-acoustic coupled model

对于加强筋,其弯曲、扭转振动微分方程分别为<sup>[12,15]</sup>

$$E_b I_b \frac{\partial^4 v_m}{\partial y^4} + \rho_b A_b \frac{\partial^2 v_m}{\partial t^2} = F_{cm},$$

$$m = 1, 2, \dots, M \quad (3)$$

$$G_b J_b \frac{\partial^2 \theta_m}{\partial y^2} - \rho_b I_{p,b} \frac{\partial^2 \theta_m}{\partial t^2} = M_{cm},$$

$$m = 1, 2, \dots, M \quad (4)$$

$$E_b I_b \frac{\partial^4 u_n}{\partial x^4} + \rho_b A_b \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = F_{cn},$$

$$n = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

$$G_b J_b \frac{\partial^2 \theta_n}{\partial x^2} - \rho_b I_{p,b} \frac{\partial^2 \theta_n}{\partial t^2} = M_{cn},$$

$$n = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

式中  $v_m, \theta_m$  和  $u_n, \theta_n$  分别表示位于  $x=x_m$  处和  $y=y_n$  处加强筋的弯曲位移和扭转角度。 $E_b, I_b, \rho_b, A_b$  分别表示筋的杨氏模量、截面惯性矩、密度和横截面积。 $G_b, J_b, I_{p,b}$  分别表示筋的剪切模量、圣维南扭曲常数、极惯性矩。由于翘曲刚度较小,本文忽略其对扭转振动的影响。

基于模态叠加理论,固支约束基板的振动位移  $w(x, y, t)$  和加强筋的振动位移  $v_m(y, t), u_n(x, t)$ , 扭转角度  $\theta_m(y, t), \theta_n(x, t)$  可分别扩展为<sup>[12]</sup>:

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \varphi_{ij}(x, y) W_{ij}(t) \quad (7)$$

$$v_m(y, t) = \sum_{j=1}^J \varphi_j(y) V_{m,j}(t) \quad (8)$$

$$\theta_m(y, t) = \sum_{j=1}^J \varphi_j(y) \theta_{b,j}^m(t) \quad (9)$$

$$u_n(x, t) = \sum_{i=1}^I \varphi_i(x) U_{n,i}(t) \quad (10)$$

$$\theta_n(x, t) = \sum_{i=1}^I \varphi_i(x) \theta_{b,i}^n(t) \quad (11)$$

式中  $W_{ij}, V_{m,j}, U_{n,i}, \theta_{b,j}^m, \theta_{b,i}^n$  分别为对应的基板振动位移模态幅值、位于  $x=x_m$  处和  $y=y_n$  处加强筋振动位移和扭转角的模态幅值,  $\varphi_{ij}(x, y) = \varphi_i(x) \varphi_j(y)$  表示固支约束板的模态振型<sup>[21]</sup>。

对于梯形声场的内部声压  $p$ , 可通过其刚性壁面边界梯形声腔模态扩展得到<sup>[5]</sup>

$$p = \sum_{l_1}^{L_1} \sum_{l_2}^{L_2} \sum_{l_3}^{L_3} P_{l_1 l_2 l_3} \phi_{l_1 l_2 l_3}(x, y, z) \quad (12)$$

式中  $P_{l_1 l_2 l_3}$  表示边界矩形声腔的第  $l_1 l_2 l_3$  阶模态的幅值,  $(l_1, l_2, l_3)$  代表声模态序数。 $\phi_{l_1 l_2 l_3}(x, y, z)$  为边界矩形声腔的模态振型函数,其表达式为

$$\phi_{l_1 l_2 l_3}(x, y, z) = \cos\left(\frac{l_1 \pi x}{L_x + L_z \tan \alpha}\right) \cos\left(\frac{l_2 \pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{l_3 \pi z}{L_z}\right) \quad (13)$$

且边界矩形声腔的模态振型满足声波方程:

$$\nabla^2 \phi_{l_1 l_2 l_3} + k_{l_1 l_2 l_3}^2 \phi_{l_1 l_2 l_3} = 0 \quad (14)$$

$$k_{l_1 l_2 l_3}^2 = \left( \frac{l_1 \pi}{L_x + L_z \tan \alpha} \right)^2 + \left( \frac{l_2 \pi}{L_y} \right)^2 + \left( \frac{l_3 \pi}{L_z} \right)^2 \quad (15)$$

式中  $k_{l_1 l_2 l_3}$  表示波数。

对于梯形声腔,在固支约束加筋板结构与梯形声场的交界面处存在着边界条件  $\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ ,其中  $\rho_0$  表示梯形声腔内空气密度,单位法向矢量  $\mathbf{n}$  指向外部为正。

分别对方程(2)和(14)乘以  $\phi_{l_1 l_2 l_3}$  和  $p$ ,然后将两式相减的结果沿梯形声腔  $V_T$  进行积分,并利用第二格林定理将体积分转变为面积分,再结合梯形声腔的边界条件,以及引入模态损耗因子  $\eta_{l_1 l_2 l_3}$ ,最后对其模态振型进行扩展可得:

$$\begin{aligned} & (\omega_{l_1 l_2 l_3}^2 + 2j\eta_{l_1 l_2 l_3} \omega_{l_1 l_2 l_3} \omega - \omega^2) \cdot \\ & \sum_{r=1}^{L_1} \sum_{s=1}^{L_2} \sum_{t=1}^{L_3} \Lambda_{l_1 l_2 l_3, rst}^a P_{rst} = \\ & \rho_0 c_0^2 A_f \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J L_{l_1 l_2 l_3, ij} W_{ij} - c_0^2 \sum_{r=1}^{L_1} \sum_{s=1}^{L_2} \sum_{t=1}^{L_3} I_{l_1 l_2 l_3, rst} P_{rst} \quad (16) \end{aligned}$$

$$\Lambda_{l_1 l_2 l_3, rst}^a = \int_{V_T} \phi_{l_1 l_2 l_3} \phi_{rst} dV \quad (17)$$

$$L_{l_1 l_2 l_3, ij} = \frac{1}{A_f} \int_{A_f} \phi_{l_1 l_2 l_3} \varphi_{ij} dS \quad (18)$$

$$I_{l_1 l_2 l_3, rst} = \int_{A_w} \phi_{rst} \frac{\partial \phi_{l_1 l_2 l_3}}{\partial n} dS \quad (19)$$

式中  $\omega_{l_1 l_2 l_3}$  表示边界矩形声场第  $l_1 l_2 l_3$  阶的共振频率。 $\Lambda_{l_1 l_2 l_3, rst}^a$  表示边界矩形声腔模态对梯形声腔积分得到的广义模态质量。 $L_{l_1 l_2 l_3, ij}$  是第  $l_1 l_2 l_3$  阶边界矩形声腔声场模态和第  $ij$  阶基板模态在接触处的耦合系数。 $I_{l_1 l_2 l_3, rst}$  表示由于声腔壁面倾斜引入的因子。 $A_f$ ,  $A_w$  分别表示基板和倾斜壁面的面积。

方程(16)可转为:

$$HP = L'_c W_c \quad (20)$$

$$H(l_1 l_2 l_3, rst) = (\omega_{l_1 l_2 l_3}^2 + 2j\eta_{l_1 l_2 l_3} \omega_{l_1 l_2 l_3} \omega - \omega^2) \Lambda_{l_1 l_2 l_3, rst}^a + c_0^2 I_{l_1 l_2 l_3, rst} \quad (21)$$

$$L'_c(l_1 l_2 l_3) = \omega^2 \rho_0 c_0^2 A_f \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J L_{l_1 l_2 l_3, ij} \quad (22)$$

式中  $P$  和  $W_c$  为加筋板振动位移和梯形声腔声场声压的模态幅值矢量。

将梁的弯曲和扭转运动方程(3)-(6)代入到方程(1)中,再代入基板和梁的模态振型函数(7)-(11),然后方程两侧乘以板的模态振型函数,并对板面进行积分,利用模态振型的正交性,以及基板和加强筋在接触处转角和位移连续性条件<sup>[12]</sup>,可得

$$\begin{aligned} & (k_{ij} - \omega^2 \mu_{ij}) W_{ij} + \sum_{m=1}^M \sum_{p=1}^I [\varphi_i(x_m) (k_{bj} - \omega^2 \mu_{bj}) \cdot \\ & \varphi_p(x_m) + \varphi'_i(x_m) (k_{Tj} + \omega^2 \mu_{Tj}) \varphi'_p(x_m)] W_{pj} - \\ & \sum_{n=1}^N \sum_{q=1}^J [\varphi_j(y_n) (k_{bi} - \omega^2 \mu_{bi}) \varphi_q(y_n) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \varphi'_j(y_n) (k_{Ti} + \omega^2 \mu_{Ti}) \varphi'_q(y_n)] W_{iq} = \\ & A_f \sum_{l=1}^{L_1 L_2 L_3} L_{l, ij} P_l - f_p \varphi_i(x_0) \varphi_j(y_0) \quad (23) \end{aligned}$$

式中  $k_{ij} = D(T_{1i} T_{3j} + 2T_{2i} T_{2j} + T_{3i} T_{1j})$ ,  $\mu_{ij} = \rho h \cdot T_{3i} T_{3j}$ ,  $k_{bj} = E_b I_b T_{1j}$ ,  $k_{bi} = E_b I_b T_{1i}$ ,  $\mu_{bj} = \rho_b I_b T_{3j}$ ,  $\mu_{bi} = \rho_b I_b T_{3i}$ ,  $k_{Tj} = G_b J_b T_{2j}$ ,  $k_{Ti} = G_b J_b T_{2i}$ ,  $\mu_{Tj} = \rho_b I_{p, b} T_{3j}$ ,  $\mu_{Ti} = \rho_b I_{p, b} T_{3i}$ 。

$$\begin{aligned} & \text{且有 } T_{1i} = \int_0^{L_x} \varphi_i'' \varphi_i dx, T_{2i} = \int_0^{L_x} \varphi_i'' \varphi_i dx, T_{3i} = \\ & \int_0^{L_x} \varphi_i^2 dx, T_{1j} = \int_0^{L_y} \varphi_j'' \varphi_j dy, T_{2j} = \int_0^{L_y} \varphi_j'' \varphi_j dy, T_{3j} = \\ & \int_0^{L_y} \varphi_j^2 dy. \end{aligned}$$

将方程(23)转成矩阵形式,可得:

$$(K_c - \omega^2 M_c) W_c = L_c^T P - E_{f_p} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} K_c(ij, pq) = & k_{ij} \delta(i-p) \delta(j-q) + \\ & \varphi_i(x_m) k_{bj} \varphi_p(x_m) \delta(j-q) - \\ & \varphi'_i(x_m) k_{Tj} \varphi'_p(x_m) \delta(j-q) + \\ & \varphi_j(y_n) k_{bi} \varphi_q(y_n) \delta(i-p) - \\ & \varphi'_j(y_n) k_{Ti} \varphi'_q(y_n) \delta(i-p) \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_c(ij, pq) = & \mu_{ij} \delta(i-p) \delta(j-q) + \\ & \varphi_i(x_m) \mu_{bj} \varphi_p(x_m) \delta(j-q) - \\ & \varphi'_i(x_m) \mu_{Tj} \varphi'_p(x_m) \delta(j-q) + \\ & \varphi_j(y_n) \mu_{bi} \varphi_q(y_n) \delta(i-p) - \\ & \varphi'_j(y_n) \mu_{Ti} \varphi'_q(y_n) \delta(i-p) \quad (26) \end{aligned}$$

式中  $L_{c, ij} = A_f \sum_{l=1}^{L_1 L_2 L_3} L_{l, ij}$ ,  $E_{f_p, ij}(x, y) = f_p \varphi_i(x_0) \varphi_j(y_0)$ 。

结合方程(20)和(24),可得

$$HP = L'_c (K_c - \omega^2 M_c)^{-1} (L_c^T P - E_{f_p} - E_{f_{bx}}) \quad (27)$$

从而可得

$$\begin{aligned} [H - L'_c (K_c - \omega^2 M_c)^{-1} L_c^T] P = \\ -L'_c (K_c - \omega^2 M_c)^{-1} (E_{f_p} + E_{f_{bx}}) \quad (28) \end{aligned}$$

通过式(28)可得到梯形声腔声压模态幅值,将此声场模态幅值代入式(24)即可得到加筋板的振动位移模态幅值,加强筋的振动位移和扭转角幅值可通过基板与筋的位移、转角的连续性条件获得。然后将求得的梯形声场和加筋板振动位移的模态幅值分别代入方程(12)和(7)即可得到声场声压和板振动位移。

## 1.2 加筋前后基板和梯形声场的能量变化

梯形声腔上固支板实施加筋后,板振动能量衰减级  $LT_p$ <sup>[13]</sup>和梯形声场声势能衰减级  $LE_c$  分别为:

$$LT_p = 10 \lg(T_{p0}/T_p) \quad (29)$$

$$LE_c = 10 \lg(E_{a0}/E_a) \quad (30)$$

式中  $T_p$ ,  $E_a$  分别为加筋板与梯形声腔构成耦合系统中基板振动能量和声腔声势能<sup>[5]</sup>,  $T_{p0}$ ,  $E_{a0}$  分别为平板与梯形声腔构成耦合系统中各部分对应的能量,且有:



$$T_p = \frac{\rho h \omega^2}{4} \int_{A_f} |\omega(\sigma, \omega)|^2 dS = \frac{\omega^2 \mathbf{W}_c^H \mathbf{A}^p \mathbf{W}_c}{4} \quad (31)$$

$$E_a = \frac{1}{4\rho_0 c_0^2} \int_{V_T} |p(r, \omega)|^2 dV = \frac{\mathbf{P}^H \mathbf{A}^a \mathbf{P}}{4\rho_0 c_0^2} \quad (32)$$

式中 上标 H 表示 Hermitian 转置,  $\mathbf{A}_{ij}^p = \mu_{ij}$ 。

## 2 理论计算与分析

如图 1 所示, 设位于梯形声腔顶面处的固支约束加筋板的长和宽分别为  $L_x = 0.78 \text{ m}$  和  $L_y = 0.91 \text{ m}$ , 声腔的高度为  $L_z = 0.55 \text{ m}$ , 倾斜角  $\alpha = 10^\circ$ 。加筋板基板的厚度  $h = 0.003 \text{ m}$ 。加强筋的形状为等截面的矩形, 其截面积为  $A_b = (0.003 \times 0.036) \text{ m}^2$ 。基板和加强筋材料相同, 均为铝, 密度为  $\rho = 2770 \text{ kg/m}^3$ , 杨氏模量为  $E = 71 \text{ GPa}$ , 泊松比为  $\mu = 0.33$ 。声腔内介质为空气, 其密度  $\rho_0 = 1.21 \text{ kg/m}^3$ , 声速  $c_0 = 344 \text{ m/s}$ 。设梯形声腔声场和加筋板的模态损耗因子分别均为 0.001 和为 0.01, 其中加筋板是通过复杨氏模量  $E(1 + j\eta)$  来引入阻尼。在下面的分析中, 一个幅值为 1 N 的法向简谐点力  $f_p$  始终作用在基板 (0.1, 0.76) m 处。

### 2.1 耦合系统理论模型验证

本文用于梯形声场、基板、筋间耦合计算的模态个数上限分别取为  $L_1 \times L_2 \times L_3 = 5 \times 9 \times 6$ ,  $I = J = 13$ 。为验证准确性, 用商业软件 ANSYS 和 LMS Virtual Lab 对声振耦合系统进行建模仿真。设筋位于基板  $y_n = 3L_y/4$  处。图 2 为两种方法所计算的点力激励下声腔内一典型场点处声压级, 场点的坐标为 (0.1, 0.1, 0.1) m, 可知在所考虑频段内结果基本吻合, 说明此理论模型是准确的。

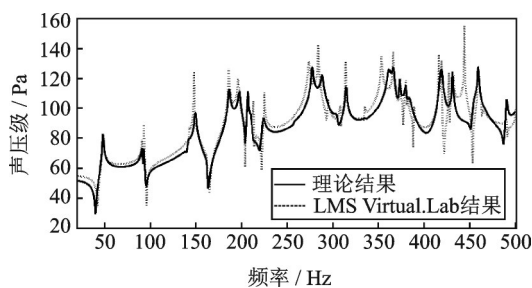


图 2 理论结果和数值法结果对比

Fig. 2 Comparison of the results obtained by the theoretical and numerical methods

### 2.2 筋到激励点的距离对耦合系统动态响应的影响

当固支约束板上有平行于 X 轴 ( $y = y_n$ ) 的单根筋时, 通过改变筋的位置来改变激励到筋的距离, 图 3 为此时耦合系统中基板振动能量衰减级曲线和梯

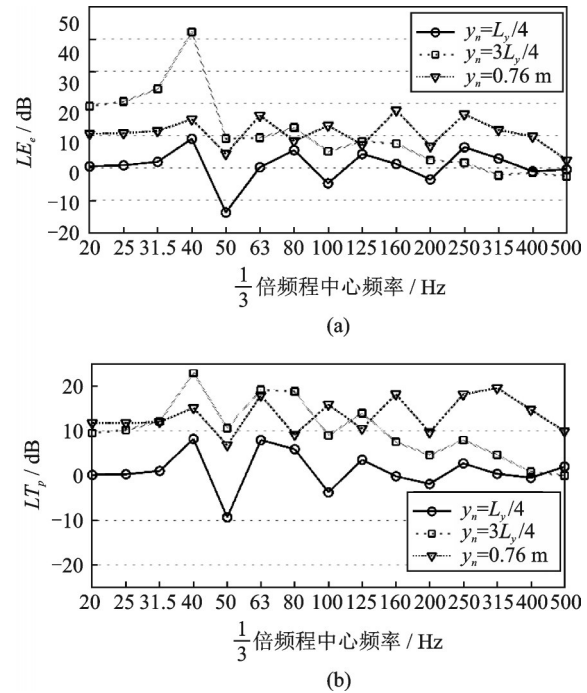


图 3 梯形声腔声势能衰减级和板振动能量衰减级

Fig. 3 Attenuation level of acoustic potential energy inside trapezoidal cavity and plate vibration energy

形声场声势能级衰减曲线, 其中横坐标采用三分之一倍频程形式, 此坐标形式可以减少单个系统模态响应对能量衰减分析的影响。为了更清晰地观察各中心频率处能量变化的原因, 图 4 给出了横坐标为连续频谱时的能量衰减曲线。此处分析设置加强筋在基板上的布放位置分别为  $y_n = L_y/4$ ,  $y_n = 3L_y/4$ ,  $y_n = 0.76 \text{ m}$ , 对应点力激励加强筋上、点力距筋较近和较远三种情况。由于加强筋位于  $y_n = L_y/4$  和  $y_n = 3L_y/4$  时关于板是对称的, 从而两加筋板的共振频率一样, 模态振型对称。由图 3 和 4 分析可得:

1) 当点力作用在加强筋上时 ( $y_n = 0.76 \text{ m}$ ), 相较于平板, 梯形声场能量级和基板振动能量级在整个分析频段都出现了能量衰减现象 (正  $LE_c$  和  $LT_p$  值), 如图 3(a) 和 (b) 所示。由文献 [16] 可知, 当点力作用在筋上时, 加筋板的动态响应是由筋弯曲刚度所控制的。由于筋的弯曲刚度是基板的 4.62 倍, 从而板振动能量在加筋后变小, 也导致与板结构耦合的声腔能量在加筋后也变小。再结合图 4(a) 和 (b) 可知, 在整个所分析的频段, 板振动能量级和梯形声场能量均出现了明显的衰减现象。

2) 当加强筋位于  $y_n = 3L_y/4$  时, 相较于平板, 声腔声场能量在中心频率 315 Hz 以下出现衰减现象; 板振动能量在所分析的中心频率处都出现了明显的能量衰减现象, 但中心频率 315 Hz 处的能量衰减明显变小; 中心频率 315 Hz 范围内的 304 Hz 对应

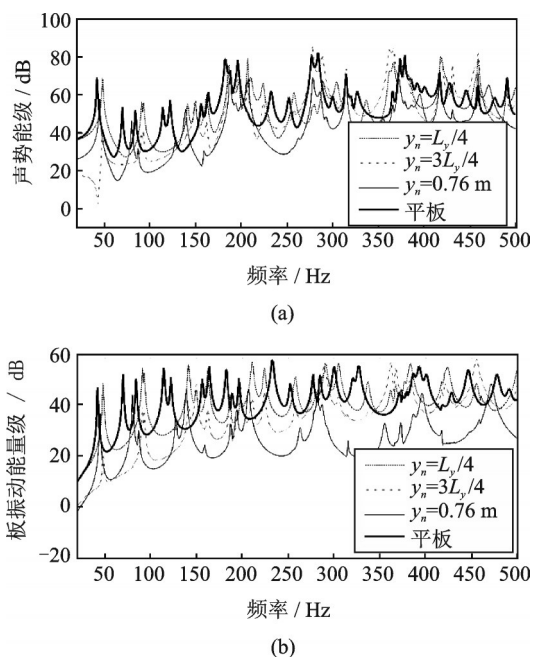


图4 加筋前以及不同加强筋位置时,梯形声腔声势能级和板振动能量级

Fig.4 Acoustic potential energy level and plate vibration energy level with unribbed and ribbed at different locations

板的四分之一弯曲波长  $\lambda_p/4=0.0775$  m,此长度为点力到筋的距离;由文献[16]可知,当点力到筋的距离小于板的四分之一弯曲波长时,加筋板的振动响应是由筋的弯曲刚度所控制的,且筋的弯曲刚度远大于板的,因此导致加筋后的板振动能量以及与其耦合的声腔声能量在此中心频率下出现能量衰减现象。

3)当加强筋位于  $y_n = L_y/4$  处时,梯形声场声势能和板振动能量的衰减级曲线均出现了波动现象;这是因为此时点力到筋的距离大于板的四分之一弯曲波长,导致加筋板振动响应是由基板的弯曲刚度所控制;且加筋会使板控模态的共振频率出现转移,造成共振频率从一个中心频率转移到另外一个中心频率范围内,从而使加筋前后能量出现波动现象,如图4(a)和(b)所示。虽然筋位于  $y_n = L_y/4$  处和  $y_n = 3L_y/4$  处时加筋板的自由振动特性一样,但由于它们到激励的距离不一样,导致对应耦合系统的响应不同,进而使得能量衰减级也不同。

### 2.3 筋的参数对声振耦合系统响应的影响

当固支约束板上筋位于  $y_n = 0.76$  m处时,下面分别研究筋的刚度、质量变化对声振耦合系统响应的影响。由于筋的扭转刚度远小于其弯曲刚度,使得其对声振耦合系统响应的影响较小,因此这里只考虑筋的弯曲刚度对声振耦合系统的影响。

图5(a)和(b)为筋分别为原弯曲刚度、2倍和4倍原弯曲刚度时梯形声腔声势能衰减级和板振动能量衰减级。分析可知,随着筋的弯曲刚度增加,梯形声场和板振动的能量衰减级在大部分所分析的中心频率处逐渐增加。这是由于此时加筋板的振动响应是由筋的弯曲刚度所控制,并且筋的弯曲刚度远大于板的,因此耦合系统中各部分衰减量随着筋的弯曲刚度的增加而变大。但在一些中心频率处,筋的刚度增大到原来的2倍时,板振动和梯形声场的能量基本不变,如中心频率为160和250 Hz;另外在中心频率为315 Hz时,梯形声场声势能衰减级随着弯曲刚度的增大而变小,但板振动能量基本不变。这是由于部分加筋板的共振频率随着筋刚度的增加而发生明显转移,造成板控模态从一个中心频率转移到另外一个中心频率造成的。

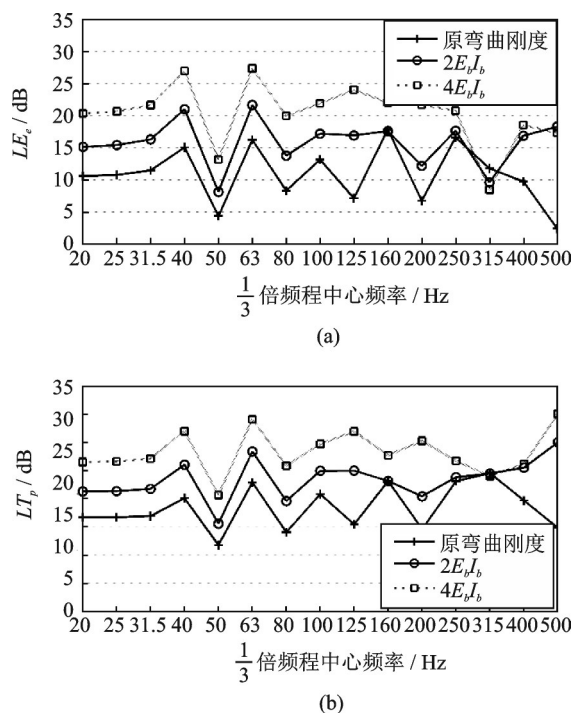


图5 梯形声腔声势能衰减级和板振动能量衰减级  
Fig.5 Attenuation level of acoustic potential energy inside trapezoidal cavity and plate vibration energy

图6为筋的质量分别为原质量、2倍和4倍原质量时对耦合系统中各部分能量衰减的影响。在中心频率50 Hz以下以及中心频率160 Hz处,筋质量变化对板振动能量和梯形声场能量衰减基本没有影响;中心频率在63-125 Hz之间,随着筋的质量增加,板振动能量和梯形声场能量的衰减逐渐变小,但变化较小;而在中心频率500 Hz处,固支板振动能量和梯形声场能量衰减程度随着筋质量的增加而变大。

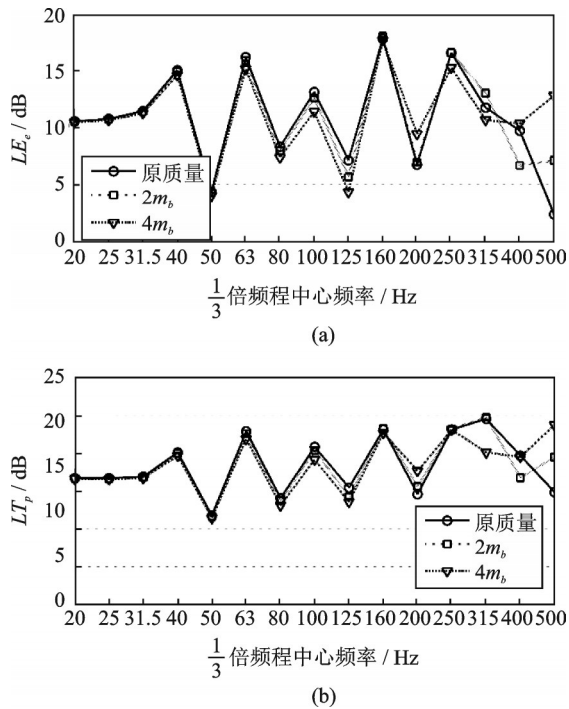


图6 梯形声腔声势能衰减级和板振动能量衰减级

Fig. 6 Attenuation level of acoustic potential energy inside trapezoidal cavity and plate vibration energy

#### 2.4 筋的根数变化对声振耦合系统响应的影响

当固支约束板上依次布置1,2,3和4根筋时,图7(a)和(b)分别为4种不同筋根数时声振耦合系统中梯形声场能量衰减级曲线和板振动能量衰减级曲线。可知相较于只在板 $y_1=3L_y/4$ 一个位置处加筋时,当板上 $x_1=L_x/4, y_1=3L_y/4$ 两个位置处实施

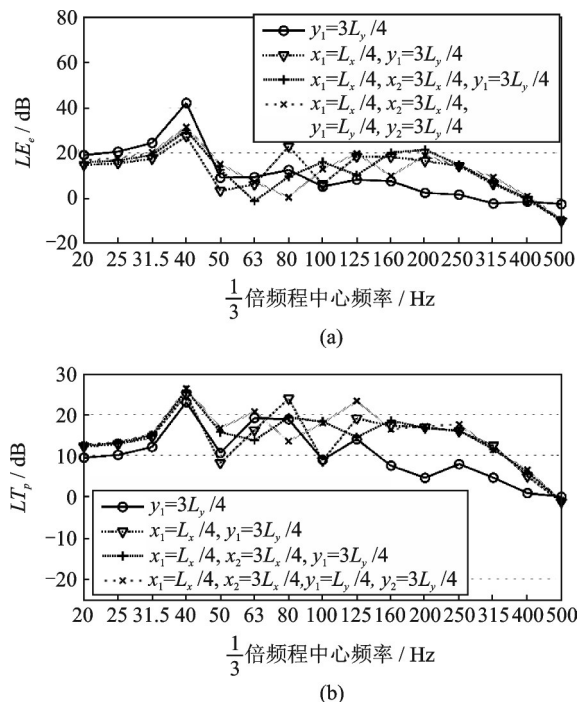


图7 梯形声腔声势能衰减级和板振动能量衰减级

Fig. 7 Attenuation level of acoustic potential energy inside trapezoidal cavity and plate vibration energy

加筋时的板振动能量和声腔声势能的衰减级在多数中心频率处出现增大现象,特别是板振动能量级。但是当在板上 $x_1=L_x/4, x_2=3L_x/4, y_1=3L_y/4$ 三个位置处,以及 $x_1=L_x/4, x_2=3L_x/4, y_1=L_y/4, y_2=3L_y/4$ 四个位置处加筋时,板振动能量和梯形声腔声势能的衰减级相较于板上两根筋时变化较小,没有出现明显的增大现场,但在一些中心频率处出现波动现象。从而可知增加板上筋的根数并不一定出现板振动能量和梯形声腔声势能的衰减级放大现象。

### 3 结论

本文基于模态叠加法和声振耦合理论构建了固支约束加筋板结构与梯形声场间耦合模型,研究了筋的位置、弯曲刚度、质量、根数对声振耦合系统动态响应的影响。结论如下:

(1) 由于加筋而产生的梯形声场声势能和加筋板振动能量的衰减程度与点力到加强筋的距离密切相关,当筋的弯曲刚度远大于板的弯曲刚度,且点力直接作用在加强筋上或者点力到筋的距离小于板的四分之一弯曲波长时,声腔声势能和板振动能量在所分析的大部分频段都出现了衰减;反之则只会出现由于加筋而产生的共振频率转移,不会出现连续衰减现象。从而可为工程中的加筋板封闭空腔这类声学结构设计时筋的合理布置提供指导。

(2) 当点力直接作用在加强筋上时,梯形声腔声势能和固支板振动能量的衰减级随着筋弯曲刚度的增加整体上变大;当点力直接作用在加强筋上时,板质量的变化对梯形声腔声势能和板振动能量的衰减级的影响在所考虑的不同频段表现出不同的特点,低频段没有影响,中间频段随着质量的增加衰减量变小,而高频段则随着质量的增加而能量衰减变大。

(3) 梯形声腔声势能和固支板振动能量的衰减级随着板上筋的根数增加并不一定变大。

#### 参考文献:

- [1] 罗超,饶柱石,赵玫. 非规则声腔的结构-声耦合分析[J]. 振动与冲击, 2006, 25(1): 64-66.  
Luo Chao, Rao Zhushi, Zhao Mei. Analysis of structural-acoustic coupling of an irregular enclosure[J]. Journal of Vibration and Shock, 2006, 25(1): 64-66.



- [2] Li Y Y, Cheng L. Modifications of acoustic modes and coupling due to a leaning wall in a rectangular cavity[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2004, 116(6): 3312-3318.
- [3] Li Y Y, Cheng L. Vibro-acoustic analysis of a rectangular-like cavity with a tilted wall[J]. Applied Acoustics, 2007, 68(7): 739-751.
- [4] Wang Y, Zhang J, Zhang X, et al. Vibro-acoustic analysis of a trapezoidal cavity with a clamped flexible wall [J]. Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control, 2018, 37(4): 801-815.
- [5] 王园,张建润,李磊,等.不同边界约束的弹性板封闭梯形声腔的结构-声耦合特性分析[J].振动工程学报,2018,31(6):1021-1030.  
Wang Yuan, Zhang Jianrun, Li Lei, et al. Analysis of structural-acoustic coupling of a trapezoidal cavity surrounded by flexible panel subjected to different restrained boundaries [J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(6): 1021-1030.
- [6] Xie X, Zheng H, Qu Y. A variational formulation for vibro-acoustic analysis of a panel backed by an irregularly-bounded cavity[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 373: 147-163.
- [7] Chen Y, Jin G, Feng Z, et al. Modeling and vibro-acoustic analysis of elastically restrained panel backed by irregular sound space [J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 409: 201-216.
- [8] 陈跃华,靳国永,刘志刚,等.带倾斜薄板的梯形声场建模及其振声特性分析[J].哈尔滨工程大学学报,2018,39(7):1186-1190.  
Chen Yuehua, Jin Guoyong, Liu Zhigang, et al. Modeling of a trapezoidal sound field covered by an inclined panel and its vibro-acoustic analysis[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2018, 39(7): 1186-1190.
- [9] Zhang S, Cheng L. Shape optimization of acoustic enclosures based on a wavelet-Galerkin Formulation [J]. International Journal of Applied Mechanics, 2015, 7(1): 1550009.
- [10] Dinachandra M, Raju S. Isogeometric analysis for acoustic fluid-structure interaction problems[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 131-132: 8-25.
- [11] 于士甲,张鹏,李彦斌,等.基于FEM-MODENA的加筋板声-固耦合分析[J].振动工程学报,2017,30(2):262-269.  
Yu Shijia, Zhang Peng, Li Yanbin, et al. Structural-acoustic coupling analysis of a stiffened plate based on FEM-MODENA [J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(2): 262-269.
- [12] 马玺越,陈克安,丁少虎,等.双层加筋板低频声的隔离与有源控制[J].声学学报,2014,39(4):479-488.  
Ma Xiyue, Chen Ke'an, Ding Shaohu, et al. Passive and active low frequency sound insulation effects of rib stiffened double-panel structure [J]. Acta Acustica, 2014, 39(4): 479-488.
- [13] 马玺越,陈克安,丁少虎,等.双层加筋结构有源隔声物理机制研究[J].声学学报,2015,40(4):585-597.  
Ma Xiyue, Chen Ke'an, Ding Shaohu, et al. Physical mechanisms of active control of sound transmission [J]. Acta Acustica, 2015, 40(4): 585-597.
- [14] 高双,朱翔,李天匀,等.基于不同模型的正交加筋板低频振动和声辐射分析[J].中国舰船研究,2016,11(4):72-78.  
Gao Shuang, Zhu Xiang, Li Tianyun, et al. Vibration and acoustic radiation characteristics of orthogonal stiffened plates based on different models [J]. Chinese Journal of Ship Research, 2016, 11(4): 72-78.
- [15] Dozio L, Ricciardi M. Free vibration analysis of ribbed plates by a combined analytical-numerical method [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 319(1-2): 681-697.
- [16] Lin T R, Pan J. A closed form solution for the dynamic response of finite ribbed plates [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2006, 119(2): 917-925.
- [17] Lin T R. A study of modal characteristics and the control mechanism of finite periodic and irregular ribbed plates [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2008, 123(2): 729-737.
- [18] Zeng H, Bert C W. A differential quadrature analysis of vibration for rectangular stiffened plates [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 241(2): 247-252.
- [19] Xu H, Du J, Li W L. Vibrations of rectangular plates reinforced by any number of beams of arbitrary lengths and placement angles [J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(18): 3759-3779.
- [20] Cao Y, Zhong R, Shao D, et al. Dynamic analysis of rectangular plate stiffened by any number of beams with different lengths and orientations [J]. Shock and Vibration, 2019, 2019: 1-22.
- [21] Wang Y, Zhang J, Chen L, et al. The effect of structural-acoustic coupling on the sound field in a trapezoidal enclosure [J]. Noise Control Engineering Journal, 2019, 67(3): 180-189.

## Vibro-acoustic analysis of a trapezoidal enclosure bounded by a ribbed flexible wall based on analytical method

WANG Yuan<sup>1</sup>, LI Lei<sup>2</sup>, PAN Chao-feng<sup>3</sup>, GUO Hao<sup>2</sup>, ZHANG Jian-run<sup>4</sup>, REN Nai-fei<sup>1</sup>

(1.School of Mechanical Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China; 2.College of Mechanical Engineering,

Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China;

3.Automotive Engineering Research Institute, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China;

4.School of Mechanical Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China)

**Abstract:** The coupled system model between stiffened plate and trapezoidal cavity is estimated using modal expansion method and vibro-acoustic coupling theory. Based on the coupled model, the effect of four different factors on response of coupled system is conducted, including distance between rib and excitation source, stiffness and mass of stiffened rib, the number of ribs. The results show that the response of ribbed plate and trapezoidal cavity is closely related to the distance between the point force and rib compared with the case of uniform plate. When the point force is directly acted on the rib or the distance between the rib and point force is closed, the reduction of plate vibration energy and acoustic potential energy appear among many frequency bands. However, there will be no reduction phenomenon when the distance between the point force and rib is large. The reduction of acoustic potential energy inside trapezoidal cavity and clamped plate vibration energy become larger as the bending stiffness of beam increases. The mass of beam has different influences on the variation of energy with different frequency bands. As the number of ribs increases, the energy stored in the trapezoidal cavity and clamped plate cannot always appear reduction phenomenon.

**Key words:** vibro-acoustic coupling; trapezoidal cavity; ribbed plate; modal coupling method

作者简介: 王 园(1984-),男,博士,讲师。电话:18362880958;E-mail: wangyuan@ujs.edu.cn