

结构-NFVD-TTMDI的控制性能

赵祥昇, 李春祥, 曹黎媛

(上海大学力学与工程科学学院土木工程系, 上海 200444)

摘要: 为了更好地发挥串并联调谐质量阻尼器惯容器(Tuned Tandem Mass Dampers-Inerters, TTMDI)的优势, 进一步提高其有效性和鲁棒性, 使其能够广泛地应用于实际工程中, 提出了连接阻尼器为非线性液体黏滞阻尼器的串并联调谐质量阻尼器惯容器(Nonlinear Fluid Viscous Damper-Tuned Tandem Mass Dampers Inerters, NFVD-TTMDI)。在频域内推导出结构-NFVD-TTMDI系统的动力放大系数半解析解, 进而定义了NFVD-TTMDI系统的最优化准则。采用迭代法进行等效线性化并使用FMINCON算法进行寻优, 研究了不同阻尼指数 ν 对NFVD-TTMDI系统最优参数、减振有效性以及鲁棒性和质量块冲程的影响, 并在时域内进行了验证。数值结果表明, 相较于线性TTMDI, NFVD-TTMDI不仅具有相似的较高控制性能, 而且当 $\nu < 1.0$ 时其鲁棒性显著提高, 同时对阻尼系数的需求显著降低, 这些优势使得其在实际工程中更加经济有效。

关键词: 振动控制; 调谐质量阻尼器; 非线性液体黏滞阻尼器; 惯质; 等效线性化

中图分类号: TB535; TU311.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)01-0055-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.01.006

引言

调谐质量阻尼器(Tuned Mass Damper, TMD)是一种附加在主结构上的被动减振装置, 其研究已有上百年历史。TMD的减振原理是: 通过准确调整TMD系统的频率与阻尼参数, 将主结构振动系统的能量转移到TMD并由其耗散, 从而抑制主结构振动响应。目前, TMD已经在世界范围内广泛应用于柔性和低阻尼结构, 如大跨度桥梁^[1-2]和高层建筑^[3]。

在TMD的基础上, 许多学者针对新型TMD及其减振性能开展了研究。汪志昊等^[4]提出摆式TMD频率调节方法, 可以实现TMD频率的双向调节; 罗一帆等^[5]研究了电磁集能式调谐质量阻尼器的结构振动控制优化参数及其减振性能。为了进一步提高TMD的有效性和鲁棒性, 多个TMD调谐控制的方法被研究提出^[6-10]。而在Smith^[11]提出惯质(Inerter, 也称惯容)的概念后学者们开展了各种带有惯质的耗能减振装置研究, 如调谐黏滞质量阻尼器(Tuned Viscous Mass Damper, TVMD)^[12]、调谐惯容器阻尼器(Tuned Inerter Damper, TID)^[13]、调谐质量阻尼器惯容器(Tuned Mass Damper Inerter,

TTMDI)^[14]、串并联调谐质量阻尼器惯容器(Tuned Tandem Mass Dampers-Inerters, TTMDI)^[15]。在上述研究中, 连接阻尼器均假定为线性, 但目前黏滞阻尼器市场以非线性黏滞阻尼器为主流, 一般而言, 非线性黏滞阻尼器的减振效果较线性黏滞阻尼器的更好, 而且制作简易更为经济^[16]。因此非线性黏滞阻尼器被许多学者进一步研究并应用到实际中^[17-19]; Huang等^[20]提出了连接阻尼器为非线性液体黏滞阻尼器的TVMD, 发现其可以获得和线性TVMD相当的控制效果, 并能显著减少所需阻尼系数。

本文在此基础上提出了连接阻尼器为非线性液体黏滞阻尼器的串并联调谐质量阻尼器惯容器, 研究了阻尼指数分别为0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0情况下的控制性能。针对非线性黏滞阻尼器, 采用迭代法进行等效线性化寻找等效阻尼比。在迭代的过程中与优化同时进行, 最终得到装置的最优参数和对应主结构响应。

1 结构-TTMDI系统的动力方程

单自由度结构-NFVD-TTMDI在简谐激励下的力学模型如图1所示。TTMDI包括两个质量块:

TMD1和TMD2,它们通过各自的惯容器连接到地面;同时,在TMD1和TMD2之间设置一个连接阻尼器,该策略可以有效降低两个质量块的冲程大小,并且可以使系统的控制有效性进一步提高,此外设置连接阻尼器后会令 c_1 和 c_2 的阻尼系数为0,简化了系统,使得其更易于在实际工程中实现^[15]。为便于与线性阻尼器区分,两个质量块之间的非线性液体黏滞阻尼器用红色表示。单自由度结构-TTMDI在简谐激励作用下的运动微分方程可以表示为:

$$m_s \ddot{y}_s + c_s \dot{y}_s + k_s y_s - c_1 \dot{y}_1 - k_1 y_1 - c_2 \dot{y}_2 - k_2 y_2 = P(t) \quad (1)$$

$$m_1 (\ddot{y}_1 + \ddot{y}_s) + c_1 \dot{y}_1 + k_1 y_1 + c_d (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + f_{11} = 0 \quad (2)$$

$$m_2 (\ddot{y}_2 + \ddot{y}_s) + c_2 \dot{y}_2 + k_2 y_2 + c_d (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + f_{12} = 0 \quad (3)$$

$$f_{11} = b_1 (\ddot{y}_1 + \ddot{y}_s) \quad (4)$$

$$f_{12} = b_2 (\ddot{y}_2 + \ddot{y}_s) \quad (5)$$

式中 y_s, y_1 和 y_2 分别为结构、TMD1和TMD2的相对位移; m_s, m_1 和 m_2 分别为结构、TMD1和TMD2的质量; k_s, k_1 和 k_2 分别为结构、TMD1和TMD2的刚度; c_s, c_1 和 c_2 分别为结构、TMD1和TMD2的阻尼系数; c_d 为TMD1和TMD2的连接阻尼系数; f_d 为TTMDI中连接阻尼器提供的阻尼力,当将其考虑为线性黏滞阻尼器时 $f_d = c_d (\dot{y}_1 - \dot{y}_2)$;简谐激励为正弦形式 $P(t) = P_0 \sin \omega t$ 。 f_{11} 和 f_{12} 代表惯容器1和惯容器2的惯性力; b_1 和 b_2 分别表示惯容器1和惯容器2的惯容质量。

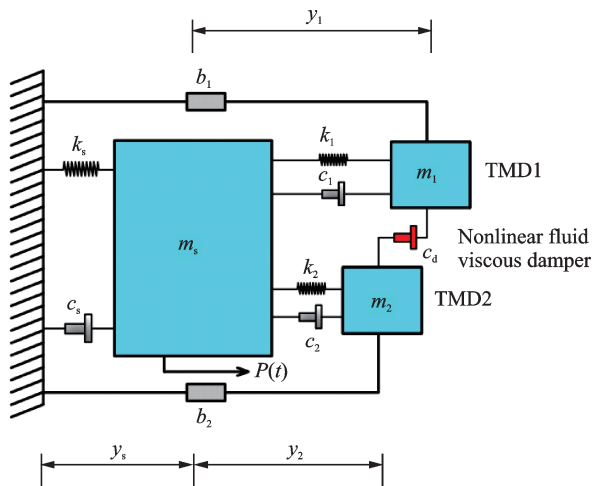


图1 简谐激励下的结构-TTMDI系统模型

Fig. 1 Structural-TTMDI system model under a harmonic excitation

引入变量:

$$\begin{aligned} \omega_s &= \sqrt{\frac{k_s}{m_s}}, \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}, \\ \omega_d &= (\omega_1 + \omega_2)/2, \\ f_1 &= \frac{\omega_1}{\omega_s}, f_2 = \frac{\omega_2}{\omega_s}, \beta = \frac{\omega}{\omega_s}, \\ \xi_s &= \frac{c_s}{2m_s \omega_s}, \xi_1 = \frac{c_1}{2m_1 \omega_1}, \xi_2 = \frac{c_2}{2m_2 \omega_2}, \\ \xi_d &= \frac{c_d}{2(m_1 + m_2) \omega_d}, \\ \mu &= \frac{m_1 + m_2}{m_s}, \mu_1 = \frac{m_1}{m_s}, \mu_2 = \frac{m_2}{m_s}, \eta = \frac{m_1}{m_2}, \\ \mu_{11} &= \frac{b_1 + b_2}{m_s}, \mu_{11} = \frac{b_1}{m_s}, \mu_{12} = \frac{b_2}{m_s}, \eta_1 = \frac{b_1}{b_2} \end{aligned} \quad (6)$$

对位移、速度、加速度响应进行拉普拉斯变换:

$$\begin{aligned} Y_s(s) &= L[y_s(t)], sY_s(s) = L[\dot{y}_s(t)], \\ s^2 Y_s(s) &= L[\ddot{y}_s(t)], \\ Y_1(s) &= L[y_1(t)], sY_1(s) = L[\dot{y}_1(t)], \\ s^2 Y_1(s) &= L[\ddot{y}_1(t)], \\ Y_2(s) &= L[y_2(t)], sY_2(s) = L[\dot{y}_2(t)], \\ s^2 Y_2(s) &= L[\ddot{y}_2(t)] \end{aligned} \quad (7)$$

利用公式(1)~(5)和拉普拉斯变换,可以将方程(1)~(3)在拉普拉斯域中改写为:

$$A_1 Y_s(s) + A_2 Y_1(s) + A_3 Y_2(s) = P(s)/m_s \quad (8)$$

$$A_4 Y_s(s) + A_5 Y_1(s) + A_6 Y_2(s) = 0 \quad (9)$$

$$A_7 Y_s(s) + A_8 Y_1(s) + A_9 Y_2(s) = 0 \quad (10)$$

式中系数 $A_1 \sim A_9$ 的具体形式为:

$$\begin{cases} A_1 = s^2 + 2\xi_s \omega_s s + \omega_s^2 \\ A_2 = -2\xi_1 \omega_1 \mu_1 s - \mu_1 \omega_1^2 \\ A_3 = -2\xi_2 \omega_2 \mu_2 s - \mu_2 \omega_2^2 \\ A_4 = s^2 (1 + \mu_{11}/\mu_1) \\ A_5 = (1 + \mu_{11}/\mu_1) s^2 + \omega_1^2 + \\ \quad [2\xi_1 \omega_1 + \xi_d (\omega_1 + \omega_2) (1 + 1/\eta)] s \\ A_6 = -\xi_d (\omega_1 + \omega_2) (1 + 1/\eta) s \\ A_7 = s^2 (1 + \mu_{12}/\mu_2) \\ A_8 = -\xi_d (\omega_1 + \omega_2) (1 + \eta) s \\ A_9 = (1 + \mu_{12}/\mu_2) s^2 + \omega_2^2 + [2\xi_2 \omega_2 + \\ \quad \xi_d (\omega_1 + \omega_2) (1 + \eta)] s \end{cases} \quad (11)$$

通过公式(8)~(10)可以分别推导出从简谐激励到结构-TTMDI系统主结构、TMD1和TMD2的相对位移传递函数:

$$G_s(i\omega) = \frac{Y_s(s)}{P(s)} \Big|_{s=i\omega} \quad (12a)$$

$$G_1(i\omega) = \frac{Y_1(s)}{P(s)} \Big|_{s=i\omega} \quad (12b)$$

$$G_2(i\omega) = \frac{Y_2(s)}{P(s)} \Big|_{s=i\omega} \quad (12c)$$

利用传递函数可以得到主结构的动力放大系数 (Dynamic Magnification Factor, DMF):

$$R_s = \left| \frac{X}{X_0} \right| = \left| \frac{G_s(i\omega)P_0}{P_0/k_s} \right| = |G_s(i\omega)k_s| \quad (13)$$

式中 X 和 X_0 为主结构的位移幅值和静位移。同理, TMD1, TMD2 和连接阻尼器的动力放大系数 R_1, R_2 和 R_d 可以求得:

$$R_1 = |G_1(i\omega)k_s| \quad (14a)$$

$$R_2 = |G_2(i\omega)k_s| \quad (14b)$$

$$R_d = |G_1(i\omega)k_s - G_2(i\omega)k_s| \quad (14c)$$

2 非线性液体黏滞阻尼器的研究方法

非线性液体黏滞阻尼器的阻尼力通常可以用以下方程来描述:

$$f_d = c_d |y|^\nu \text{sgn}(\dot{y}) \quad (15)$$

式中 c_d 表示非线性阻尼器的阻尼系数, ν 表示阻尼指数, 变化范围在 $0 \sim 2$ 之间。 $\nu=0$ 时表示摩擦阻尼器; 而 $\nu=1$ 时表示线性黏滞阻尼器, TTMDI 即是 NFVD-TTMDI 在 $\nu=1.0$ 时的特殊情况。

对于含有非线性黏滞阻尼器的系统, 一般的研究方法是将非线性阻尼力转化为线性表达式, 然后以线性系统的形式分析阻尼力。通过耗能相等定理^[21], 简谐激励下非线性阻尼力可以用含等效阻尼系数 c_e 的线性阻尼力代替, c_e 的一般表达式为^[20]:

$$c_e = c_d \gamma (X\omega)^{\nu-1} \quad (16)$$

$$\gamma = \frac{2\Gamma\left(\frac{1}{2}(\nu+2)\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{1}{2}(\nu+3)\right)} \quad (17)$$

式中 Γ 表示 Gamma 函数。据此, 非线性 TTMDI 的等效阻尼比为:

$$\xi_e = \frac{c_d \gamma (X\omega)^{\nu-1}}{2(m_1 + m_2)\omega_T} \quad (18)$$

在结构-等效线性 TTMDI 系统中, 黏滞阻尼器的相对位移幅值为:

$$X = R_d(\xi_e) \frac{P_0}{K} \quad (19)$$

式中 R_d 为 TTMDI 中黏滞阻尼器的动力放大系数, 它是等效阻尼比的函数, 形式与式(14c)相同。将式(19)代入式(18), 式(18)可改写为:

$$\xi_e = \frac{c_d \gamma}{2(m_1 + m_2)\omega_T} \left(\omega R_d \frac{P_0}{K} \right)^{\nu-1} \quad (20)$$

公式(20)表明, TTMDI 的等效阻尼比取决于谐波激励的幅值、频率和未知的 R_d 。在这种情况下, Huang 等^[20]提出了迭代法来确定每一给定激励

下的等效阻尼比和相应的 R_d 。图 2 显示了上述迭代方案的逐级流程图。值得一提的是, 优化可以和迭代过程同时进行, 即使用优化算法结合迭代方法来寻找最优参数。

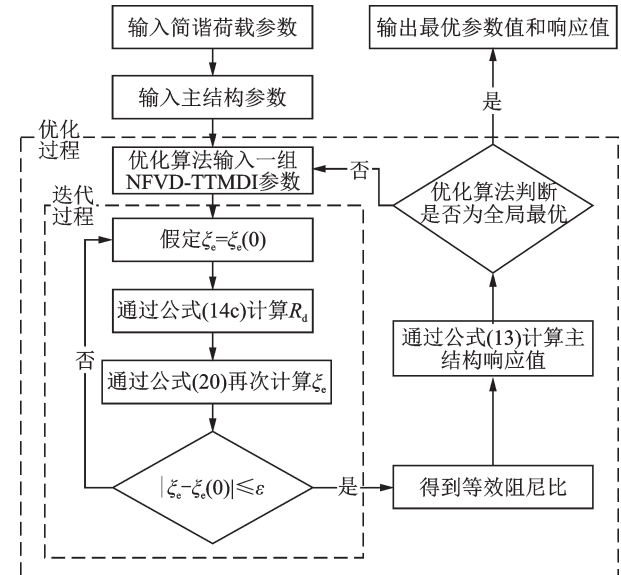


图 2 NFVD-TTMDI 的迭代优化方法流程图

Fig. 2 Flowchart of the iterative method for the optimization of the nonlinear TTMDI

3 数值分析

为对 NFVD-TTMDI 系统的参数 $f_1, f_2, \xi_1, \xi_2, c_d, \eta_1$ 进行优化, 定义目标函数(即优化准则)为:

$$R = \min_L \max_L R_s \text{ s.t. } L_{lb} \leq L \leq L_{ub} \quad (21)$$

式中 $L = [f_1 \ f_2 \ \xi_1 \ \xi_2 \ c_d \ \eta_1]$, L_{lb} 为参数取值下界, L_{ub} 为参数取值上界。目标函数式(21)表示: 首先, 得到目标函数(公式(13))中位移动力放大系数 R_s 的最大值, 再在参数范围内, 使最大的 R_s 最小化。目标函数代表了 NFVD-TTMDI 的减振有效性, 目标函数值越小则有效性越高, 优化算法通过该目标函数自动寻优得到装置的最优参数值。

数值模拟中, 设定主结构的质量为 $m_s=40$ t, 刚度为 $k_s=2139.6$ kN, 因此自然频率为 $f_n=1.164$ Hz。简谐荷载的幅值 $P_0=6000$ N, 激励频率的范围为 $0f_n \sim 2f_n$ 。考虑目标函数式的复杂性, 在 MATLAB 软件平台上采用多元约束优化算法(FMINCON 函数)进行优化, 优化参数及其范围如表 1 所示。

3.1 控制有效性

图 3 为在不同阻尼指数 ν 和不同总质量比 μ 的情况下, NFVD-TTMDI 主结构在频率范围内的最大 DMF ($\min.\max.R_s$) 随总惯容质量比 μ_1 变化趋势。

表1 优化参数的取值范围

优化参数	优化范围及参数值
质量块总质量比 μ	$\mu = 0.005, 0.01, 0.02$
TMD1和TMD2的质量比 η	$\eta = 1$
总惯容系数比 μ_1	$0.01 \leq \mu_1 \leq 0.05, \Delta\mu_1 = 0.01$
结构阻尼比 ξ_s	$\xi_s = 0.02$
$L_{lb} = [f_1 \ f_2 \ \xi_1 \ \xi_2 \ c_d \ \eta_1]^{\min}$	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2^{-2}]$
$L_{ub} = [f_1 \ f_2 \ \xi_1 \ \xi_2 \ c_d \ \eta_1]^{\max}$	$[5 \ 5 \ 0.999 \ 0.999 \ 1.4 \times 10^4 \ 2^2]$

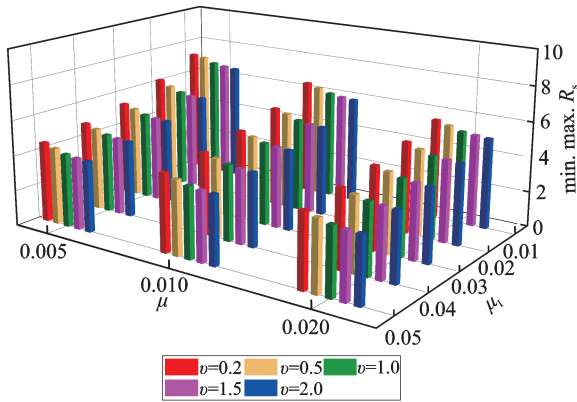


图3 对于不同 μ 和 ν 值, 结构-NFVD-TTMDI 系统 $\min. \max. R_s$ 随 μ_1 变化趋势

Fig. 3 For different μ and ν values, the change trend of $\min. \max. R_s$ in structure-NFVD-TTMDI system with μ_1

从图中可以看出 NFVD-TTMDI 的有效性对阻尼指数并不敏感, 随着阻尼指数的增大, 有效性略有提升, 表明 NFVD-TTMDI 在阻尼指数大于 1.0 时可以实现比线性 TTMDI 更好的控制效果。此外, 当 μ 值一定时, 不同阻尼指数下 NFVD-TTMDI 系统的有效性都会随着 μ_1 的增大而提高, 其主要原因在于惯容器增加了虚拟质量于控制系统中, 极大地提高了其有效惯性质量, 从而获得高效的控制效果。值得注意的是, 当 μ_1 超过 0.02 时, 增大 μ 对 NFVD-TTMDI 系统的控制效果的提升不再明显, 而增大 μ_1 仍可以有效提高装置的控制效果。因此, 适当的惯容质量可以使 NFVD-TTMDI 保持较高减振效果的同时, 进一步减小质量块对质量的需求, 从而达到控制系统轻量化。

3.2 最优频率比和最优阻尼系数

本节研究 NFVD-TTMDI 系统最优频率比和最优阻尼系数, 表 2 给出了对于不同 μ 和 ν 值, NFVD-TTMDI 系统最优频率比和最优阻尼系数随 μ_1 的变化趋势。从表中可以看出: 当 μ 值一定时 NFVD-TTMDI 系统中最优频率比 f_1 和 f_2 随着 μ_1 增

大而增大。此外还能看出不同阻尼指数下的 f_1 几乎相等, 而 f_2 略有差异, 在 $\nu=0.2$ 时最小, 在 $\nu=2.0$ 时最大。由此可得出结论, NFVD-TTMDI 系统的最优频率比对阻尼指数 ν 不是很敏感, 其中 f_2 会随着阻尼指数的增大而略微增大。

另一方面, 在 NFVD-TTMDI 系统中, TMD1 和 TMD2 的最优阻尼系数均为零。主要原因是 TMD1 和 TMD2 所需求的阻尼都通过连接阻尼来实现。换言之, 连接阻尼代替 TMD1 和 TMD2 中的阻尼消耗了来自结构的能量, 从而使得 NFVD-TTMDI 达到最优状态, 因此利用该特性可以很好地简化系统。此外, NFVD-TTMDI 系统所需的总阻尼系数随 μ_1 的增大而增大, 随着 μ 减小而减小。不同阻尼指数情况下, 所需阻尼系数随着阻尼指数的增大而增大。并且随着 μ_1 的增大, $\nu < 1.0$ 时最优阻尼系数增长趋势明显小于 $\nu \geq 1.0$ 时的情况。由此可以得出结论: $\nu < 1.0$ 的 NFVD-TTMDI 系统可以显著降低所需阻尼系数, 更容易实现, 也更加经济。

3.3 质量块冲程

为了分析阻尼指数 ν 对 NFVD-TTMDI 系统中质量块冲程的影响, 定义 TMD1 和 TMD2 最大 DMF ($\max. R_1$ 和 $\max. R_2$) 作为质量块冲程的评价准则。图 4 给出了对于不同 μ 和不同 ν 值, NFVD-TTMDI 系统中质量块的冲程随 μ_1 的变化趋势。由图可知: 由于附加惯容器的作用, NFVD-TTMDI 系统质量块冲程随着 μ_1 的增大而显著减小; 与此同时, NFVD-TTMDI 系统中 TMD1 和 TMD2 质量块冲程几乎相等, 分布比较均匀。NFVD-TTMDI 中质量块冲程对阻尼指数 ν 也不敏感, 质量块 TMD1 和 TMD2 冲程随着阻尼指数的增大都略有增大。 $\nu < 1.0$ 时 NFVD-TTMDI 系统质量块冲程小于 $\nu \geq 1.0$ 的情况, 而通过表 2 可知, $\nu < 1.0$ 时 NFVD-TTMDI 系统所需阻尼系数相较于 $\nu \geq 1.0$ 同样会减少, 因此 $\nu < 1.0$ 时 NFVD-TTMDI 系统能在有效降低阻尼系数的同时还能更好地抑制质量块冲程。

表 2 对于不同 μ 和 ν 值, NFVD-TTMDI 系统最优频率比和最优阻尼系数随 μ_1 的变化趋势

Tab. 2 For different values of μ and ν , the optimal frequency ratio and the optimal damping coefficient of NFVD-TTMDI system

μ	μ_1	f_1					f_2					$c_d \times 10^4 (\text{N}\cdot\text{s}^\nu\cdot\text{m}^{-\nu})$				
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0.02	$\nu=0.2$	1.32	1.52	1.65	1.85	2.00	1.06	1.22	1.37	1.43	1.53	0.06	0.08	0.10	0.11	0.13
	$\nu=0.5$	1.31	1.51	1.66	1.86	2.00	1.07	1.23	1.38	1.44	1.54	0.07	0.09	0.12	0.14	0.16
	$\nu=1.0$	1.28	1.49	1.65	1.85	1.99	1.12	1.27	1.40	1.50	1.61	0.08	0.13	0.18	0.23	0.28
	$\nu=1.5$	1.29	1.48	1.66	1.83	1.99	1.12	1.29	1.43	1.53	1.64	0.10	0.19	0.29	0.39	0.53
	$\nu=2.0$	1.27	1.48	1.65	1.83	1.99	1.13	1.29	1.43	1.54	1.65	0.13	0.27	0.43	0.62	0.90
0.01	$\nu=0.2$	1.50	1.82	2.12	2.38	2.61	1.28	1.56	1.72	1.90	2.05	0.04	0.05	0.07	0.10	0.12
	$\nu=0.5$	1.49	1.82	2.12	2.38	2.61	1.29	1.57	1.75	1.91	2.06	0.04	0.06	0.09	0.12	0.14
	$\nu=1.0$	1.48	1.82	2.11	2.37	2.60	1.30	1.58	1.79	1.98	2.13	0.05	0.08	0.13	0.18	0.23
	$\nu=1.5$	1.48	1.82	2.10	2.36	2.17	1.32	1.59	1.82	2.00	2.15	0.05	0.10	0.18	0.28	0.41
	$\nu=2.0$	1.47	1.82	2.10	2.36	2.60	1.33	1.60	1.83	2.02	2.19	0.06	0.13	0.26	0.44	0.67
0.005	$\nu=0.2$	1.82	2.35	2.80	3.19	3.54	1.60	2.03	2.32	2.59	2.80	0.02	0.05	0.07	0.10	0.11
	$\nu=0.5$	1.81	2.35	2.80	3.19	3.54	1.61	2.03	2.34	2.59	2.80	0.02	0.05	0.08	0.11	0.13
	$\nu=1.0$	1.80	2.34	2.78	3.17	3.51	1.62	2.06	2.40	2.67	2.91	0.03	0.07	0.11	0.15	0.20
	$\nu=1.5$	1.80	2.34	2.78	3.17	3.51	1.63	2.07	2.42	2.69	2.95	0.03	0.08	0.14	0.22	0.34
	$\nu=2.0$	1.80	2.33	2.78	3.16	3.51	1.63	2.09	2.44	2.73	2.98	0.04	0.09	0.19	0.34	0.54

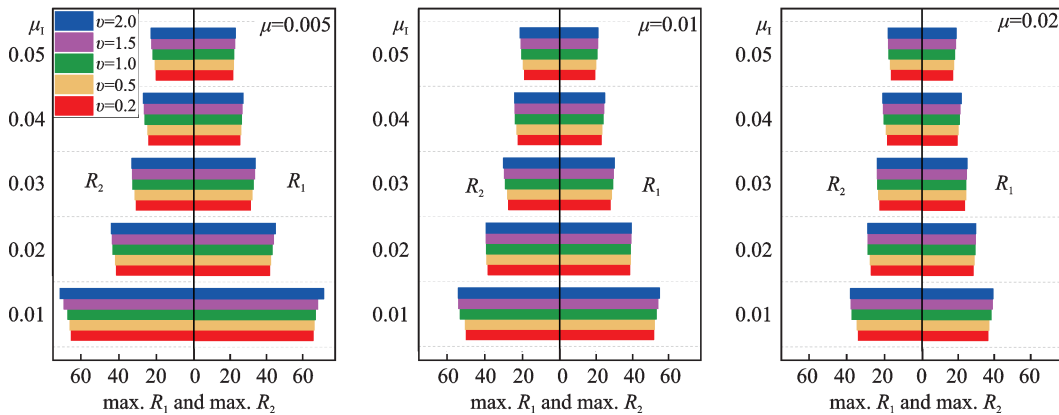


图 4 对于不同 μ 和 ν 值, NFVD-TTMDI 系统中质量块冲程随 μ_1 的变化趋势

Fig. 4 For different values of μ and ν , the mass block stroke of NFVD-TTMDI system vary with μ_1

3.4 鲁棒性分析

由于结构特性的改变或对结构性质的认识不准确, NFVD-TTMDI 系统可能会随着时间的推移而“失谐”。为此, 对结构进行摄动, 考虑对结构质量、刚度和阻尼的原始值分别均匀地缩放来评估 NFVD-TTMDI 的鲁棒性, 缩放比例为 80%~120%。为了便于比较, 定义鲁棒性评价指标^[20]:

$$LBX = (R_{\max} - R_{\min}) / R_{\min} \quad (22)$$

式中 R_{\min} 为原结构参数为 m_{s0}, k_{s0}, c_{s0} 情况下优化得到的主结构最小 DMF。 R_{\max} 为仅改变主结构参数而 NFVD-TTMDI 装置参数不变情况下求得的主结构 DMF。即用摄动后主体结构的最大 DMF 值相对于其最优值的增量来衡量外界条件发生变化时控制系统有效性的降低程度^[20]。主结构参数摄动

后用 m_{si}, k_{si}, c_{si} 表示, 缩放程度表示为 $ratio = \frac{m_{si}}{m_{s0}}, \frac{k_{si}}{k_{s0}}, \frac{c_{si}}{c_{s0}}$ 。

LBX 越小, 有效性降低程度越小, 即 NFVD-TTMDI 对结构摄动的鲁棒性越强。图 5 给出了 $\mu_1 = 0.05, \mu = 0.005, 0.01, 0.02$ 时, 不同 ν 情况下 LBX 随 ratio 的变化趋势。由图 5 可知: 对于质量摄动和刚度摄动, 缩放程度越小, LBX 越小。然而对于阻尼摄动, LBX 随着 ratio 的增大而减小。这是因为对阻尼来说, 增大 ratio 相当于增加了结构阻尼, 从而提高了结构的控制有效性。整体看来, 结构对阻尼摄动的鲁棒性最强, 例如当 $\mu = 0.01, ratio = 0.8$ 时, 对应质量、刚度、阻尼变化的 LBX 分别为: 56.84%, 27.62%, 6.52% ($\nu = 0.2$); 72.76%, 43.36%,

5.62% ($\nu=0.5$); 93.71%, 69.65%, 3.21% ($\nu=1.0$); 100.50%, 88.54%, 4.34% ($\nu=1.5$); 114.82%, 106.33%, 5.12% ($\nu=2.0$)。可以看出阻尼扰动下, LBX 对阻尼指数 ν 的变化不明显, 而 ν 对质量扰动和刚度扰动影响显著, 且NFVD-TTMDI对质量和刚度扰动的鲁棒性会随着阻尼指数的减小而增强。

为了验证NFVD-TTMDI系统频带宽特性, 图6给出了 $\mu=0.01, \mu_1=0.05$ 时, 无控、不同阻尼指数NFVD-TTMDI控制下结构频率响应曲线。纵坐标

$DMF.R_s$ 表示主结构动力放大系数随激励频率比 $\beta(0\sim 2)$ 的变化情况。为了更好地量化频响控制特性, 图6局部放大窗口中注释了抑制频带宽^[22](Suppression Bandwidth, SB): 控制系统控制下结构优于无控结构的频率范围。由图可知: 随着 ν 的增大, SB增大, 这意味着NFVD-TTMDI可以在更大的共振频率范围内有效降低结构响应, 从而对外部输入激励频率变化具有更好的鲁棒性; 并且随着 ν 的增大, 频响函数曲线变低且更平缓, 进一步验证了图3中最大DMF即有效性随 ν 的变化规律。

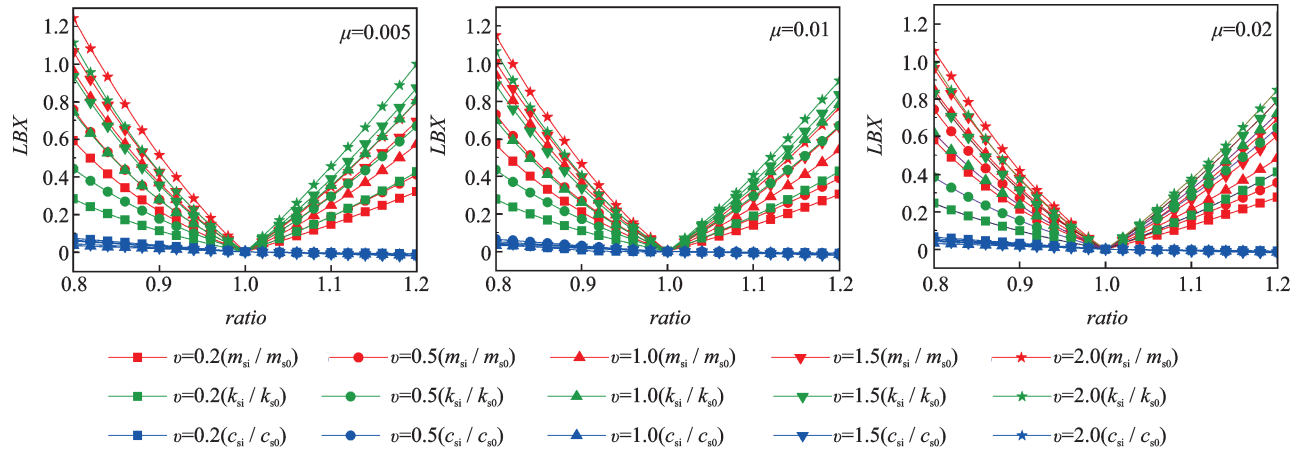


图5 对于不同 μ 和 ν 值, NFVD-TTMDI系统对结构扰动的鲁棒性

Fig. 5 For different values of μ and ν , robustness of NFVD-TTMDI system to structural perturbation

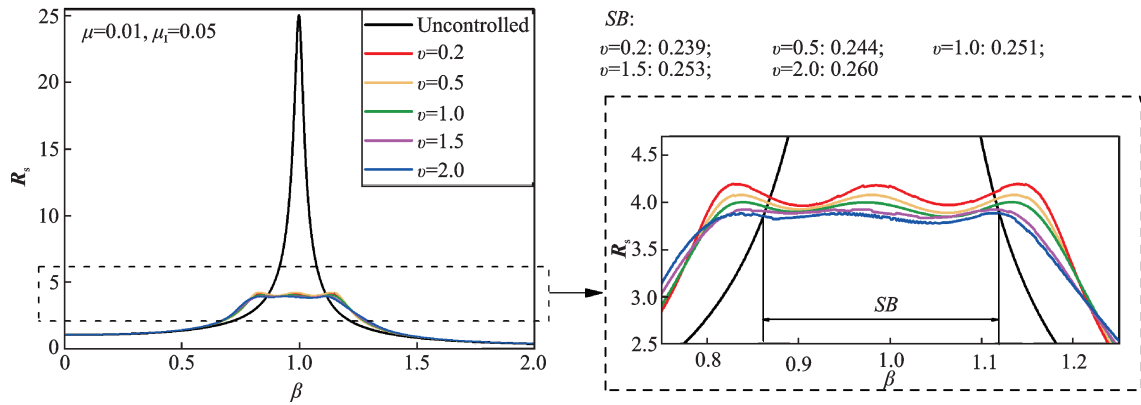


图6 $\mu=0.01, \mu_1=0.05$ 时对于不同 ν 值, NFVD-TTMDI控制下主结构频率响应曲线

Fig. 6 At $\mu=0.01, \mu_1=0.05$, the frequency response curve of the main structure under the control of NFVD-TTMDI for different ν values

3.5 时程分析

本节在时域内验证NFVD-TTMDI的特性, 单自由度结构-NFVD-TTMDI系统的动力方程的矩阵形式为^[23]:

$$M\ddot{\mathbf{y}}(t) + C\dot{\mathbf{y}}(t) + K\mathbf{y}(t) = B_1 f_d(t) + E_1 P(t) \quad (23)$$

具体表现形式为:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 \\ m_1 + b_1 & m_1 + b_1 & 0 \\ m_2 + b_2 & 0 & m_2 + b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_s \\ \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} c_s & -c_1 & -c_2 \\ 0 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_s \\ \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} k_s & -k_1 & -k_2 \\ 0 & k_1 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_s \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} f_d(t) +$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} P(t) \quad (24)$$

式中 $f_d = c_d |\dot{y}|^v \text{sgn}(\dot{y})$ 表示非线性液体黏滞阻尼力; $P(t)$ 表示简谐激励荷载。

将单自由度结构-NFVD-TTMDI系统的动力方程(26)转换成状态空间方程为:

$$\dot{z}(t) = A z(t) + B f_d(t) + E P(t) \quad (25)$$

$$\text{式中 } z(t) = \begin{Bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{Bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}B_1 \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}E_1 \end{bmatrix}。$$

将连续时间状态空间方程(25)转换为离散时间状态空间方程:

$$\dot{z}[k+1] = A_d z[k] + B_d f_d[k] + E_d P[k] \quad (26)$$

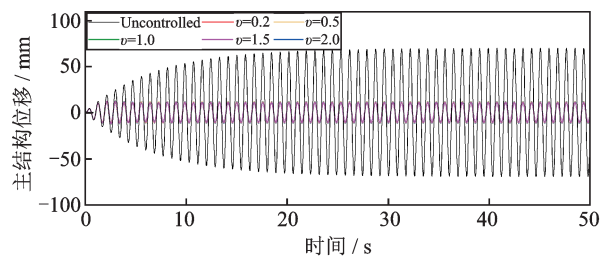
式中 $A_d = e^{A\Delta t}$ 为 6×6 的离散化系统矩阵; Δt 表示时间步长; $B_d = A^{-1}(A_d - I)B$ 为 6×1 的离散化阻尼力向量, $E_d = A^{-1}(A_d - I)E$ 为 6×1 的离散化荷载向量。对于连接阻尼来说,离散化的非线性黏滞阻尼器的阻尼力 $f_d[k]$ 定义为^[23]:

$$f_d[k] = c_d |\dot{y}_1[k] - \dot{y}_2[k]|^v \text{sgn}(\dot{y}_1[k] - \dot{y}_2[k]) -$$

$$\dot{y}_2[k] = c_d |D_1 z[k]|^v \text{sgn}(D_1 z[k]) \quad (27)$$

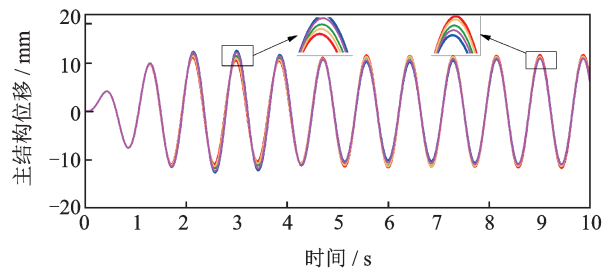
式中 $D_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1]$ 为连接阻尼器的相对速度输出向量。

图7展示了 $\mu = 0.01$, $\mu_1 = 0.05$ 时,图1所示系统在简谐激励 $P(t) = 6000 \sin \omega_s t$ 作用下结构的位移响应时程曲线。模型参数和前文中一致,并利用



(a) 主结构50 s内的位移时程曲线

(a) Displacement time-history curve of the main structure within 50 s



(b) 主结构10 s内的位移时程曲线

(b) Displacement time-history curve of the main structure within 10 s

图7 $\mu = 0.01$, $\mu_1 = 0.05$ 时对于不同 ν 值,在 NFVD-TTMDI 控制下主结构的位移时程曲线

Fig. 7 At $\mu = 0.01$, $\mu_1 = 0.05$, displacement time-history curve of the main structure under the control of NFVD-TTMDI for different ν values

在频域下得到的装置优化参数进行时域验证。由图可知: NFVD-TTMDI 能有效地降低无控结构的位移响应。在振动初始,阻尼器刚开始起调谐作用,振动不稳定,在 3 s 时 $\nu = 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ 时对应的主结构峰值位移响应分别为 11.4, 11.7, 11.8, 12.2, 12.7 mm, 意味着 $\nu < 1.0$ 时,非线性黏滞阻尼器能较快地起调谐作用,从而抑制结构振动。3 s 之后位移响应趋于稳定, $\nu = 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ 时主结构位移响应分为 11.9, 11.7, 11.3, 11.0 和 10.8 mm, 说明振动稳定时阻尼指数越大, NFVD-TTMDI 对结构的振动控制效果越好,与频域中的分析保持了一致。

4 结 论

本文提出了单自由度结构-NFVD-TTMDI 系统。并推导出系统的动力放大系数半解析解,基于定义的目标函数,使用 Fmincon 算法在频域内研究了 NFVD-TTMDI 的减振性能,并通过离散化状态方程在时域内进行验证。得到如下的主要结论:

(1) NFVD-TTMDI 可以实现与 TTMDI 相当甚至更好的控制效果,有效性会随着阻尼指数的增大而略微提高。

(2) NFVD-TTMDI 和线性 TTMDI 同样仅通过连接阻尼消耗从结构传来的能量,且在 $\nu < 1.0$ 时能有效降低所需阻尼系数,并且更好地抑制质量块冲程,有着更容易实现和更经济的优点。

(3) 当结构摄动时, NFVD-TTMDI 系统在 $\nu < 1.0$ 时可显著提高系统的鲁棒性。

(4) 结构刚开始振动时, NFVD-TTMDI 系统在 $\nu < 1.0$ 的情况下可以更快起到调谐作用,而当振动趋于稳定后,振动控制效果会随着阻尼指数的增大而提高。

综合考虑, NFVD-TTMDI 可以获得与线性 TTMDI 十分相近的控制效果,但是可以在 $\nu < 1.0$ 时提高结构鲁棒性和降低所需阻尼系数,这些优势使得其在实际工程中更加经济有效。最后要说明的是研究 NFVD-TTMDI 连接单自由度结构,是为将装置应用在多自由度结构中打下理论基础,在之后的研究中会在多自由度结构中连接 NFVD-TTMDI 并添加风谱进行验证计算。根据实际工程应用,应将 TMD1 和 TMD2 设置在横向位移最大的楼层,一般是在最顶层。NFVD-TTMDI 中各自的惯容器可通过设计足够大的板开口连接到结构的顶层以下一层或几层,通过不同的楼层跨度来研究装置的特性变化。可以预见的是惯容器跨越楼层数越多,由于

较大的加速度增量,NFVD-TTMDI在减少结构振动方面的效率就越高。

参考文献:

- [1] Fujino Y, Yoshida Y. Wind-induced vibration and control of trans-Tokyo Bay crossing bridge[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2002, 128(8): 1012-1025.
- [2] 王浩, 邹仲钦, 茅建校, 等. 基于压重块型TMD的大跨度斜拉桥减震控制[J]. *振动工程学报*, 2018, 31(3): 391-398.
Wang Hao, Zou Zhongqin, Mao Jianxiao, et al. Seismic control of a long-span cable-stayed bridge using TMD-type counterweight [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2018, 31(3): 391-398.
- [3] Lu X, Zhang Q, Weng D, et al. Improving performance of a super tall building using a new eddy-current tuned mass damper[J]. *Structure Control and Health Monitoring*, 2016, 24(3): e1882.
- [4] 汪志昊, 郗辉, 张闯, 等. 摆式调谐质量阻尼器频率调节新方法[J]. *振动工程学报*, 2016, 29(6): 1062-1069.
Wang Zhihao, Gao Hui, Zhang Chuang, et al. Frequency tuning method in pendulum tuned mass dampers[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2016, 29(6): 1062-1069.
- [5] 罗一帆, 孙洪鑫, 王修勇. 电磁调谐质量阻尼器的 H_2 参数优化及对结构减震分析[J]. *振动工程学报*, 2018, 31(3): 529-538.
Luo Yifan, Sun Hongxin, Wang Xiuyong. H_2 parameters optimization and vibration reduction analysis of electromagnetic tuned mass damper[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2018, 31(3): 529-538.
- [6] Jangid R S. Dynamic characteristics of structures with multiple tuned mass dampers[J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 1995, 3(5): 497-509.
- [7] Jangid R S. Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped system[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 1999, 28(9): 1041-1049.
- [8] 周晖毅, 林勇建, 顾明. 大跨屋盖结构MTMD风振控制最优性能研究[J]. *振动工程学报*, 2015, 28(2): 277-284.
Zhou Xuanyi, Lin Yongjian, Gu Ming. Optimum properties of MTMD for large-span roof subjected to wind loads[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2015, 28(2): 277-284.
- [9] 李春祥, 韩兵康, 杜冬. 结构双重调谐质量阻尼器(DTMD)控制策略研究[J]. *土木工程学报*, 2005, 38(5): 1-9.
Li Chunxiang, Han Bing Kang, Du Dong. Control strategy of double tuned mass dampers for structures (DTMD) [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2005, 38(5): 1-9.
- [10] Yang Yunzhi, Li Chunxiang. Performance of tuned tandem mass dampers for structures under the ground acceleration[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2017, 24(10): e1974.
- [11] Smith M C. Synthesis of mechanical networks: the inerter[J]. *IEEE Transaction Automatic Control*, 2002, 47(10): 1648-1662.
- [12] Ikago K, Saito K, Inoue N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, 41(3): 453-474.
- [13] Lazar I F, Neild S A, Wagg D J. Using an inerter-based device for structural vibration suppression[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2014, 43(8): 1129-1147.
- [14] Marian L, Giaralis A. Optimal design of a novel tuned mass-damper-inerter (TMDI) passive vibration control configuration for stochastically support-excited structural systems[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2014, 38: 156-164.
- [15] Cao Liyuan, Li Chunxiang. Tuned tandem mass dampers-inerters with broadband high effectiveness for structures under white noise base excitations[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2019, 26(3): e2319.
- [16] Guo P F, Lang Z Q, Peng Z K. Analysis and design of the force and displacement transmissibility of nonlinear viscous damper based vibration isolation systems[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 67(4): 2671-2687.
- [17] 黄政, 刘子煜, 周云, 等. 设计参数对非线性黏滞阻尼器的力学性能影响研究[J]. *工程抗震与加固改造*, 2018, 40(5): 71-81.
Huang Zheng, Liu Ziyu, Zhou Yun, et al. Influence of design parameters on mechanical properties of nonlinear viscous damper [J]. *Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting*, 2018, 40(5): 71-81.
- [18] 陈建兵, 曾小树, 彭勇波. 非线性黏滞阻尼器系统的刚性性质与动力时程分析[J]. *工程力学*, 2016, 33(7): 204-211.
Chen Jianbing, Zeng Xiaoshu, Peng Yongbo. Time-history analysis and stiff properties of nonlinear viscous damper systems[J]. *Engineering Mechanics*, 2016, 33(7): 204-211.
- [19] 韩建平, 李晓松. 基于性能的非线性黏滞阻尼器减震结构设计分析[J]. *建筑结构*, 2010, 40(S2): 110-113.
Han Jianping, Li Xiaosong. Performance-based design and analysis of energy-dissipated structures with non-linear

- ear viscous dampers [J]. *Building Structure*, 2010, 40 (S2): 110-113.
- [20] Huang Z, Hua X, Chen Z, et al. Optimal design of TVMD with linear and nonlinear viscous damping for SDOF systems subjected to harmonic excitation [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2019, 26 (10): e2413.
- [21] Soong T T, Constantinou M C. *Passive and Active Structural Vibration Control in Civil Engineering* [M]. Vienna: Springer, 1994.
- [22] Garrido H, Curadelli O, Ambrosini D. Improvement of tuned mass damper by using rotational inertia through tuned viscous mass damper[J]. *Engineering Structures*, 2013, 56: 2149-2153.
- [23] Chung L L, Wu L Y, Yang C S W, et al. Optimal design formulas for viscous tuned mass dampers in wind-excited structures [J]. *Structure Control and Health Monitoring*, 2013, 20(3): 320-336.

Control performance of structure-NFVD-TTMDI

ZHAO Xiang-sheng, LI Chun-xiang, CAO Li-yuan

(Department of Civil Engineering, School of Mechanics and Engineering Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

Abstract: In order to exploit the advantages of Tuned Tandem Mass Dampers-Inerters (TTMDI), further improve its effectiveness and robustness, and enable it to be widely used in practical projects. The Nonlinear Fluid Viscous Damper-Tuned Tandem Mass Dampers-Inerters (NFVD-TTMDI) system is presented. In the frequency domain, the semi-analytical solution of the dynamic amplification coefficient of the structure-NFVD-TTMDI system is derived, and the optimization criterion of the NFVD-TTMDI system is defined. Iterative method is used for equivalent linearization and FMINCON algorithm is used for optimization. The influences of different damping exponents ν on the optimal parameters, the effectiveness of vibration reduction, the robustness and the mass block stroke of NFVD-TTMDI system are studied and verified in time domain. Numerical results show that, compared with linear TTMDI, NFVD-TTMDI not only has similar high control performance, but also significantly improves its robustness and reduces the demand for damping coefficient. These advantages make NFVD-TTMDI more economical and effective in practical engineering.

Key words: vibration control; tuned mass damper; nonlinear fluid viscous damping; inerter; equivalent linearization

作者简介: 赵祥昇(1995—),男,硕士研究生。电话: 15617646223; E-mail: 15617646223@163.com。

通讯作者: 曹黎媛(1991—),女,博士,讲师。电话: 18321730557; E-mail: caoly@shu.edu.cn。