

多跨转子系统多频传递力的神经网络自适应 PD 控制

王金健, 祝长生

(浙江大学电气工程学院, 浙江 杭州 310058)

摘要: 针对大型旋转机械在运行过程中, 由于自身不平衡量以及复杂的外部环境激励, 导致转子系统振动, 进而对基础和外部结构产生多频传递力的问题, 提出了一种基于 BP 神经网络的自适应 PD 控制算法。采用一种电磁执行器与固定瓦滑动轴承集成的混合轴承结构, 分析了该混合轴承的动力学特性; 针对一个多跨转子系统, 用有限元法建立了系统的动力学方程, 从原理上分析了 PD 控制方式下传递力的主动控制; 针对传统 PID 控制参数获取困难的问题, 提出了基于 BP 神经网络的自适应 PD 控制算法; 在一个四轴承双跨转子系统仿真模型上, 分别对基于 BP 神经网络的自适应 PD 控制、BP 神经网络控制及 LMS 控制的效果进行了对比分析。结果表明, 基于 BP 神经网络的自适应 PD 控制对转子系统多频传递力具有更好的抑制效果。

关键词: 转子动力学; 自适应 PD 控制; 多跨转子; 混合磁轴承; 神经网络

中图分类号: O347.6; TB535; TP273+.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)01-0148-11

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.01.016

引言

转子系统作为旋转机械的核心, 在运行过程中, 由于转子不平衡及外部复杂的工作环境激励, 一方面转子产生振动, 另一方面转子通过支承轴承传递给基础一个力, 这个传递力会导致基础或外部结构发生振动。因此, 如何对转子系统的传递力进行控制是目前旋转机械的一个重要研究内容。

在电磁轴承支承的转子系统中, 传递力控制常用自动平衡的方式, 即电磁轴承不对同频振动进行控制, 使转子围绕惯性轴旋转, 减小转子系统的传递力。根据是否考虑力-位移刚度系数, 可以分为零电流控制和零传递力控制。

零电流控制中, 常用的方法有陷波滤波器法^[1-3]、迭代学习控制法^[4-6]、Q 参数法^[7-8]等。Herzog 等^[1]针对转子不平衡引起的同步振动, 提出了一种窄带陷波滤波器, 对转子系统进行不平衡补偿, 减小了同步振动。Cui 等^[2]提出了一种变转速的多频相移陷波器, 通过将多个相移陷波器并联, 抑制谐波干扰。高辉等^[3]提出了一种依据转子位移信号频率变化而实时变频切换补偿的 LMS 控制, 自适应滤除反馈信号中的同频振动信号, 实现了转子在大转速范围内的振动控制。Bi 等^[4-5]提出了一种基于时域迭

代学习和增益调节控制的自学习控制方式, 通过优化同步补偿电流, 使转子绕惯性轴旋转。Zheng 等^[6]提出了一种新的迭代学习控制算法, 实现了控制、信息采集及提取的并行运行, 显著减小了磁悬浮转子系统中不平衡力导致的外传力。Mohamed 等^[7-8]以状态空间形式描述电磁轴承的动力学, 然后利用 Q 参数对系统不稳定部分进行控制, 采用控制器对不平衡量实现抑制, 实现转子围绕惯性轴旋转。

实际上, 电磁轴承的电磁力除了与线圈电流有关, 还与轴颈的径向振动位移有关。零电流控制仅考虑了力-电流刚度系数, 因此无法彻底消除转子系统的传递力。零传递力控制在零电流控制的基础上考虑了力-位移刚度的影响。Lum 等^[9]从平面和一般刚性转子的自动平衡器动力学方程出发, 推导出一种新的自适应虚拟自平衡算法用于降低转子系统的同步传递力, 并讨论了该控制方式的闭环稳定性和参数收敛性。毛川和祝长生^[10-11]采用一种变步长三角形迭代搜寻算法辨识出转子位移中的同频分量, 构建了零电流控制与零传递力控制策略, 在高速磁悬浮电机恒定转速和匀加速运动状态下进行了验证。巩磊等^[12]提出一种基于极性切换自适应陷波器的自动平衡方法, 根据磁悬浮高速电机刚性转子径向振动系统的广义根轨迹得到极性切换规律, 构造陷波器的反馈控制和前馈控制, 实现转子系统在整

个转速范围内稳定运行和自动平衡。魏彤等^[13]采用消除同频电流与补偿位移刚度力相结合的方法消除了转子系统的传递力,同时针对功放环节的低通特性,提出了一种基于位移刚度力超前前馈补偿的高精度自动平衡方法。

在滑动轴承支承的转子系统中,为了实现对传递力的控制,必须要实现对滑动轴承特性的可控。Heindel等^[14-15]针对轴承力和转子系统共振带来的干扰,采用压电致动器对转子正进动进行补偿,将旋转中心始终保持在惯性轴上。Zhao等^[16]和杨铁军等^[17]都基于Fx-LMS算法通过控制器进行补偿,实现了对旋转机械传递力的主动控制。

但是上述控制方式有的需要系统精确参数,有的控制方式复杂,在实际中并不容易实施。PID控制因其易于实施和强鲁棒性的特点,经常用于主动电磁轴承系统的控制,但是传统PID控制参数获取困难。针对这个问题,常采用其他算法与PID控制结合,进行优化,如模糊控制、遗传算法、神经网络等。其中神经网络可以逼近任意非线性函数,结构简单,因此神经网络对PID参数优化有独特的优势,且在振动控制以及磁轴承控制领域已有不少研究。但是,在基于电磁轴承控制的由滑动轴承支承的转子系统传递力控制方面,BP神经网络PD控制算法的运用仍比较少。

本文针对转子系统在受到外部干扰后,转子系统通过支承轴承对基础和外部结构产生多频传递力的问题,提出了一种基于BP神经网络的自适应PD控制算法。首先通过有限元法建立了一个多跨转子系统的运动方程,分析了传递力控制的基本原理。针对传统PD控制参数调节困难的问题,采用了改进的BP神经网络对P和D值进行寻优,得到最优控制参数,然后通过PD控制器对转子系统进行闭环反馈控制。最后通过MATLAB建立了一个四轴承双跨转子系统,分别采用基于BP神经网络的自适应PD控制、BP神经网络控制及LMS控制进行仿真试验,仿真结果表明,基于BP神经网络的自适应PD控制方式在转子系统传递力抑制方面具有更好的控制效果。

1 系统动力学模型

1.1 混合轴承结构及动力学特性

本文采用一种混合轴承结构,将电磁执行器安装在固定瓦滑动轴承外侧,使得两者在转子轴向上位于同一位置。该混合轴承结构可以用于由滑动轴承支承的转子系统传递力主动控制,且电磁轴承与滑动轴承并联连接的方式也适用于大型旋转机械,其结构如图1所示。

由图1可知,该混合轴承由固定瓦滑动轴承和电磁执行器组成,内部的固定瓦滑动轴承通过油膜面与转子直接接触,起到支承转子的作用。在固定瓦滑动轴承的径向外侧安装了8个线圈,并两两相邻线圈串联为一组,共形成四组串联绕组。通过改变线圈中的电流,在四个方向上进行控制,可以对转子产生任意方向和大小电磁控制力。

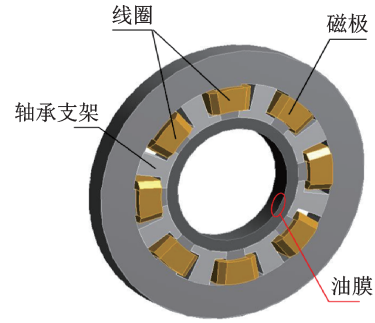


图1 含电磁执行器的混合轴承

Fig. 1 Hybrid bearing with electromagnetic actuator

在结构上,虽然电磁执行器与固定瓦滑动轴承为并联关系,但是两者之间不存在耦合,仅仅在对转子的作用力上存在叠加效果,所以固定瓦滑动轴承的油膜力与电磁执行器的电磁力可以表示为以下形式:

$$F_{\text{bea}} = \begin{Bmatrix} F_{\text{bea},x} \\ F_{\text{bea},y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{\text{oil},x} \\ F_{\text{oil},y} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{\text{mag},x} \\ F_{\text{mag},y} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中 $F_{\text{oil},x(y)}$ 和 $F_{\text{mag},x(y)}$ 分别为油膜力和电磁力在 x (y) 方向上的作用力。

当轴颈在静平衡位置受到扰动产生偏移后,固定瓦滑动轴承中的油膜对转子的作用力与转子径向位移和速度有关,且为非线性关系。当转子在静平衡位置附近受到小扰动时,将油膜力对位移和速度进行泰勒展开,只保留一阶微分量,用线性化表示为^[18]:

$$\begin{cases} F_{\text{oil},x} = F_{\text{oil},x0} + \frac{\partial F_{\text{oil},x}}{\partial x} x + \frac{\partial F_{\text{oil},x}}{\partial y} y + \\ \quad \frac{\partial F_{\text{oil},x}}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \frac{\partial F_{\text{oil},x}}{\partial \dot{y}} \dot{y} \\ F_{\text{oil},y} = F_{\text{oil},y0} + \frac{\partial F_{\text{oil},y}}{\partial x} x + \frac{\partial F_{\text{oil},y}}{\partial y} y + \\ \quad \frac{\partial F_{\text{oil},y}}{\partial \dot{x}} \dot{x} + \frac{\partial F_{\text{oil},y}}{\partial \dot{y}} \dot{y} \end{cases} \quad (2)$$

式中 $F_{\text{oil},x}$ 及 $F_{\text{oil},y}$ 分别为油膜力在 x 及 y 方向的分量; $F_{\text{oil},x0}$ 及 $F_{\text{oil},y0}$ 分别为静态平衡位置时的油膜力; x 及 y 分别为轴颈在 x 及 y 方向的位移。

式(2)用矩阵形式可表示为:

$$\begin{Bmatrix} F_{\text{oil},x} \\ F_{\text{oil},y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{\text{oil},x0} \\ F_{\text{oil},y0} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} k_{\text{oil},xx} & k_{\text{oil},xy} \\ k_{\text{oil},yx} & k_{\text{oil},yy} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} +$$

$$\begin{Bmatrix} c_{oil,xx} & c_{oil,xy} \\ c_{oil,yx} & c_{oil,yy} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

式中 $k_{oil,hj} = \frac{\partial F_{oil,hj}}{\partial j}$, $c_{oil,hj} = \frac{\partial F_{oil,hj}}{\partial \dot{j}}$, $h, j = x, y$ 。

电磁执行器通过改变线圈电流来调节电磁力的大小和方向,本文采用几何对称的电磁执行器进行控制,其垂直方向的结构如图2所示。

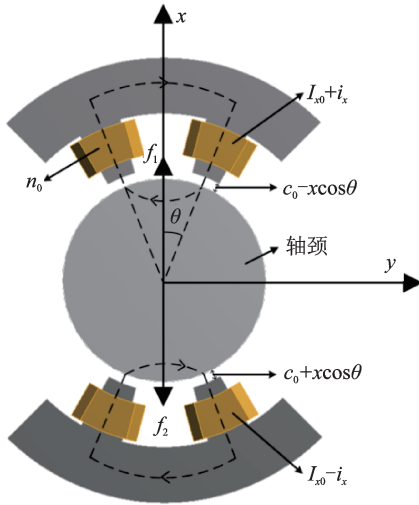


图2 电磁执行器差动结构

Fig. 2 Differential structure of electromagnetic actuator

在忽略了漏磁与铁芯饱和的影响后,根据Maxwell公式,可以得到电磁执行器的电磁力为:

$$f_{mag} = \mu_0 n_0^2 A \frac{I_{x0}^2}{c_0^2} \cos \theta \quad (4)$$

式中 线圈偏置电流为 I_{x0} ,气隙为 c_0 ,磁极横截面积为 A ,真空磁导率为 μ_0 ,每对定子极上的线圈匝数均为 $2n_0$,定子中轴线和磁极中心线间的夹角为 θ 。

本文采用差动控制方式,在一个自由度上的电磁力由对置两个串联线圈绕组产生。当轴颈因外部干扰,突然往上偏移 x 时,轴颈与上下端磁极的间隙分别为 $c_0 - x \cos \theta$ 和 $c_0 + x \cos \theta$ 。当控制电流为 i_x 时,上、下端线圈流过的电流分别为 $I_{x0} + i_x$ 和 $I_{x0} - i_x$ 。由于 $c_0 \gg x$, $I_{x0} \gg i_x$,可得在差动控制方式下,电磁执行器在 x 方向上的电磁力为:

$$F_{mag,x} = F_{mag,x0} + 4\mu_0 n_0^2 A \cos \theta \frac{I_{x0}}{c_0^2} i_x + 4\mu_0 n_0^2 A \cos^2 \theta \frac{I_{x0}^2}{c_0^3} x = F_{mag,x0} + k_{i,x} i_x + k_{s,x} x \quad (5)$$

式中 $k_{i,x} = 4\mu_0 n_0^2 A \cos \theta I_{x0} / c_0^2$ 为电磁执行器的力-电流刚度系数, $k_{s,x} = 4\mu_0 n_0^2 A \cos^2 \theta I_{x0}^2 / c_0^3$ 为电磁执行器的力-位移刚度系数, $F_{mag,x0}$ 为初始状态下 x 方向上的电磁力。

同理,可得几何对称的电磁执行器在 y 方向上的电磁力为:

$$F_{mag,y} = F_{mag,y0} + 4\mu_0 n_0^2 A \sin \theta \frac{I_{y0}}{c_0^2} i_y + 4\mu_0 n_0^2 A \sin^2 \theta \frac{I_{y0}^2}{c_0^3} y = F_{mag,y0} + k_{i,y} i_y + k_{s,y} y \quad (6)$$

式中 $k_{i,y} = 4\mu_0 n_0^2 A \sin \theta I_{y0} / c_0^2$ 为电磁执行器的力-电流刚度系数, $k_{s,y} = 4\mu_0 n_0^2 A \sin^2 \theta I_{y0}^2 / c_0^3$ 为电磁执行器的力-位移刚度系数, I_{y0} 为 y 方向的线圈偏置电流, i_y 为 y 方向的线圈控制电流, y 为轴颈在 y 方向的偏移位移, $F_{mag,y0}$ 为初始状态下 y 方向上的电磁力。

由此可以得到电磁力的矩阵形式为:

$$\begin{Bmatrix} F_{mag,x} \\ F_{mag,y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{mag,x0} \\ F_{mag,y0} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} k_{i,xx} & k_{i,xy} \\ k_{i,yx} & k_{i,yy} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_x \\ i_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} k_{s,xx} & k_{s,xy} \\ k_{s,yx} & k_{s,yy} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} \quad (7)$$

结合式(3)和(7)可得,该混合轴承的线性化模型为:

$$\begin{Bmatrix} F_{bea,x} \\ F_{bea,y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{oil,x0} + F_{mag,x0} \\ F_{oil,y0} + F_{mag,y0} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} k_{oil,xx} + k_{s,xx} & k_{oil,xy} + k_{s,xy} \\ k_{oil,yx} + k_{s,yx} & k_{oil,yy} + k_{s,yy} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} k_{i,xx} & k_{i,xy} \\ k_{i,yx} & k_{i,yy} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_x \\ i_y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} c_{oil,xx} & c_{oil,xy} \\ c_{oil,yx} & c_{oil,yy} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

1.2 多跨转子动力学模型

多跨转子系统由联轴器串联多个轴段组成,其结构如图3所示。主要有转子、混合轴承、联轴器、传感器等单元。

采用有限单元法对整个转子系统进行建模,在转子系统混合轴承、传感器、联轴器、轴段以及轴的直径变化处设置节点,将转子系统离散为 N 个节点, $N-1$ 个单元,在每个节点处包含4个自由度。因为本文研究的转子转速较低,所以可以忽略陀螺效应;另外,转子的重力与静平衡位置的油膜力及电磁力相平衡。故转子系统的动力学方程为:

$$M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = F_{ex} + F_{bea} \quad (9)$$

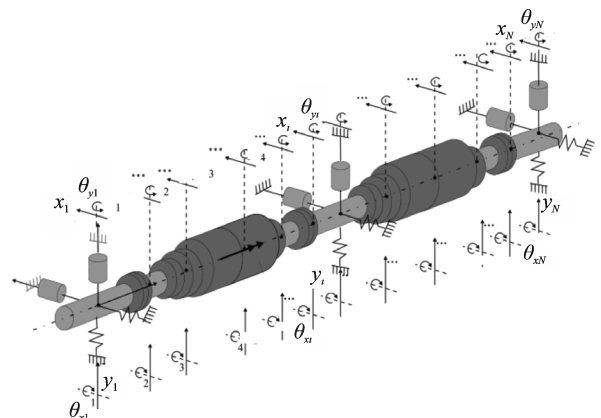


图3 多跨转子系统模型

Fig. 3 Multi-span rotor system model

式中 M, D 和 K 分别为质量、阻尼和刚度矩阵; $q = \{q_1, q_2, \dots, q_N\}$ 为广义节点位移列向量; $q_i = [\theta_{yi} \ x_i \ -\theta_{xi} \ y_i]^T$; F_{ex} 和 F_{bea} 分别为外部干扰力和混合轴承的动态作用力。

当对电磁执行器采用PD控制时,线圈电流 i 可表示为:

$$i = -k_p q - k_d \dot{q} \quad (10)$$

式中 k_p 和 k_d 分别为PD控制器比例系数矩阵和微分系数矩阵。

由式(1),(3),(7)和(10)可得:

$$\begin{cases} F_{mag} = (-k_i k_p + k_s)q - k_i k_d \dot{q} \\ F_{oil} = -k_{oil}q - d_{oil} \dot{q} \end{cases} \quad (11)$$

式中 k_i 和 k_s 分别为电磁执行器的力-电流刚度系数矩阵和力-位移刚度系数矩阵; k_{oil} 和 d_{oil} 分别为固定瓦滑动轴承油膜的刚度系数矩阵和阻尼系数矩阵。

将式(11)代入转子动力学方程式(9)中可得:

$$M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = F_{ex} + (-k_{oil} - k_i k_p + k_s)q - (d_{oil} + k_i k_d)\dot{q} \quad (12)$$

对式(12)进行拉普拉斯变换得:

$$q = [Ms^2 + (D + d_{oil} + k_i k_d)s + (K + k_{oil} - k_s + k_i k_p)]^{-1} F_{ex} \quad (13)$$

转子系统到基础的传递力主要由转子对固定瓦滑动轴承的油膜作用力与电磁作用力两部分组成,油膜作用力与转子径向位移、速度以及油膜的刚度、阻尼系数有关,电磁作用力与电磁力方向相反,大小相等。所以转子系统到基础的动态传递力可表示为:

$$\begin{aligned} F_T &= F'_{oil} + F'_{mag} = k_{oil}q + d_{oil}\dot{q} - \\ &(-k_i k_p + k_s)q + k_i k_d \dot{q} = \\ &(k_{oil} - k_s + k_i k_p)q + (d_{oil} + k_i k_d)\dot{q} \end{aligned} \quad (14)$$

将式(13)代入式(14),可得:

$$\begin{aligned} F_T &= [(d_{oil} + k_i k_d)s + (k_{oil} - k_s + k_i k_p)] \cdot \\ &[Ms^2 + (D + d_{oil} + k_i k_d)s + \\ &(K + k_{oil} - k_s + k_i k_p)]^{-1} F_{ex} \end{aligned} \quad (15)$$

从式(15)可得,改变 k_p 及 k_d , 可以改变转子系统到基础的动态传递力。当 $d_{oil} + k_i k_d = 0$, $k_{oil} - k_s + k_i k_p = 0$ 时,传递力可以得到完全控制。此外,从式(13)中可以发现,转子系统的径向位移也会随着 k_p 及 k_d 的改变发生变化。

2 多频传递力主动控制算法

2.1 转子系统控制框图

针对转子系统受到外部干扰力,导致转子径向振动,产生多频传递力的问题。本文采用基于BP

神经网络的自适应PD控制抑制转子系统的多频传递力。其转子系统传递力主动控制框图如图4所示。其中, $P(z)$ 为转子系统, \hat{x} 及 x 分别为传感器处和轴承轴颈处的转子径向位移, F_T 为未进行控制时的传递力, F_C 为电磁执行器对转子的控制力, F'_C 为转子对电磁执行器的反作用力, e_d 为控制后的误差。

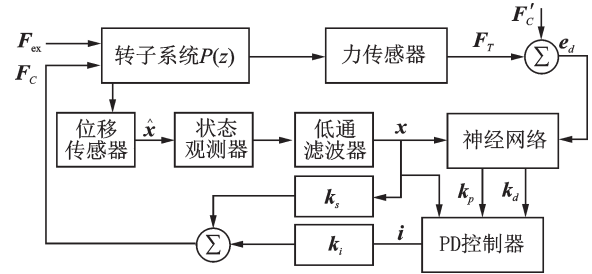


图4 多跨转子系统传递力主动控制框图

Fig.4 Active control block diagram of multi-span rotor system transmission forces

首先在转子上施加多频干扰力 F_{ex} , 然后分别通过力传感器和位移传感器测量得到转子系统到基础的传递力 F_T 和传感器处的转子径向位移 \hat{x} 。然后采用状态观测器对传感器处的转子径向位移进行信息重构, 得到轴承轴颈处的转子径向位移。接着采用低通滤波器去除轴承轴颈处转子径向位移信号中的高频成分, 作为神经网络和PD控制器的输入信号。神经网络以误差 e_d 和位移信号 x 为输入, 以误差 e_d 均方最小为目标, 通过迭代得到最优 k_p 和 k_d 值, 并输入到PD控制器中。最后控制器以位移 x 为输入, 计算得到相应的线圈控制电流 i , 通过电磁执行器直接作用于转子上, F'_C 为转子系统对电磁执行器的反作用力, 直接作用至支承轴承上, 与之前的传递力 F_T 进行抵消, 进而实现对传递力的主动控制。

2.2 基于状态观测器的位移重构

由于混合轴承和位移传感器的结构限制, 位移传感器无法安装在混合轴承的中心, 所以无法通过位移传感器直接得到轴承轴颈处的径向位移。因此本文基于状态观测器^[19-20]对传感器处转子径向位移进行信息重构, 得到轴承轴颈处的径向位移。

把整个转子系统在稳态时的动力学方程式(9)用状态方程表示为:

$$\begin{cases} \dot{v} = Av + Bi + EF_{ex} \\ \hat{x} = Cv \end{cases} \quad (16)$$

式中 $v = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix}$,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}(K + k_{oil} - k_s) - M^{-1}(D + d_{oil}) & 0 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ M^{-1}k_i \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{pmatrix}, C \text{ 为传感器位置矩阵。}$$

构造一个与之形式相同的控制系统:

$$\begin{cases} \dot{v}_s = A_s v_s + B_s i + E_s F_{ex} \\ \hat{x}_s = C v_s \\ x_s = C_f v_s \end{cases} \quad (17)$$

式中 v_s 为新构造的状态观测器向量; \hat{x}_s 和 x_s 分别为传感器处转子估计位移和轴承轴颈处的重构位移; C_f 为轴承轴颈位置矩阵; A_s, B_s 及 E_s 为状态方程的系数。

由上式可知,当状态观测器的状态方程系数与转子系统的状态方程系数完全一致时,相同的干扰输入,状态观测器只要保证系统的初始状态与转子系统一致,便可以得到轴承轴颈处的径向位移。为了实现系统初始状态的一致,可以根据传感器处的误差向量 $(\hat{x} - \hat{x}_s)$ 反馈至 v_s 处,当传感器处的误差向量为0时,即表示两个系统的初始状态一致。

假设在系统状态方程系数完全相同的情况下,在增加了误差反馈之后,状态观测器的状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{v}_s = A v_s + B i + E F_{ex} + L(\hat{x} - \hat{x}_s) \\ \hat{x}_s = C v_s \\ x_s = C_f v_s \end{cases} \quad (18)$$

式中 L 为状态观测器增益矩阵。

定义 $e_s = v - v_s$, 由式(16)和(18)可得:

$$\begin{aligned} \dot{e}_s &= \dot{v} - \dot{v}_s = A v - A v_s - L(C v - C v_s) = \\ & (A - LC)(v - v_s) = (A - LC)e_s \end{aligned} \quad (19)$$

因此只要保证 $A - LC$ 的所有特征值都位于坐标轴左半平面,即可保证 e_s 经过有限时间的迭代可以无限逼近于0,从而使得系统初始状态一致,进而得到轴承轴颈处的径向位移。

基于状态观测器的位移重构框图如图5所示。

图6分别为轴承轴颈处的径向位移、传感器处

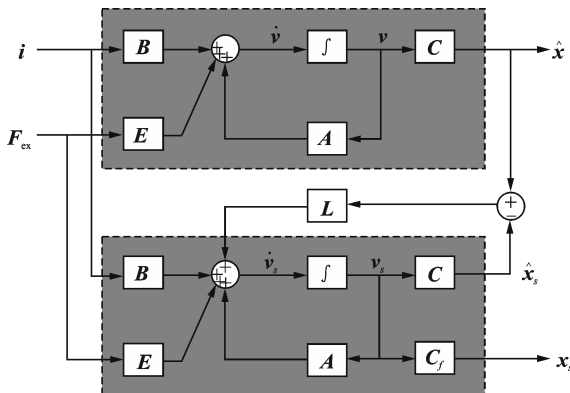
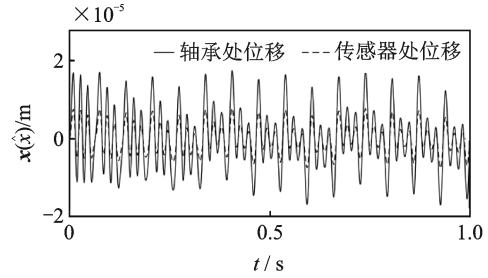


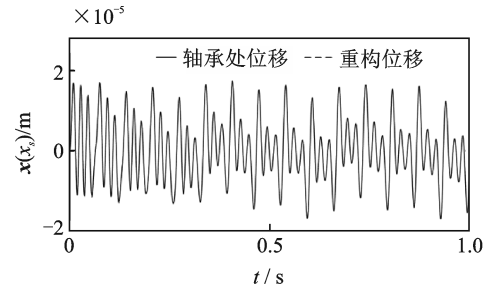
图5 基于状态观测器的位移重构框图

Fig. 5 Block diagram of displacement reconstruction based on state observer



(a) 轴承处与传感器处位移

(a) Displacement at bearing and sensor



(b) 轴承处实际位移与重构位移

(b) Actual displacement and reconstructed displacement at bearing

图6 位移时间历程图

Fig. 6 Time domain diagram of displacements

转子径向位移和轴承轴颈处的径向重构位移的时间历程图。

从图6(a)中可以看到轴承轴颈处的径向位移与传感器处转子径向位移在幅值上有较大的差别,因此,不可以将传感器处位移直接用于电磁执行器的控制。图6(b)为轴承轴颈处的实际位移与重构位移,可见采用状态观测器得到的轴承轴颈处的径向重构位移经过一段时间的迭代后能与轴承轴颈处的实际位移完全重合,证明了位移重构系统的有效性。

2.3 基于BP神经网络的自适应PD控制

针对传统PID控制存在参数调节困难、积分环节计算量大等问题,本文采用BP神经网络自适应寻优 k_p 和 k_d 值,然后通过PD控制器对目标实现主动控制。基于BP神经网络的自适应PD控制框图如图7所示。

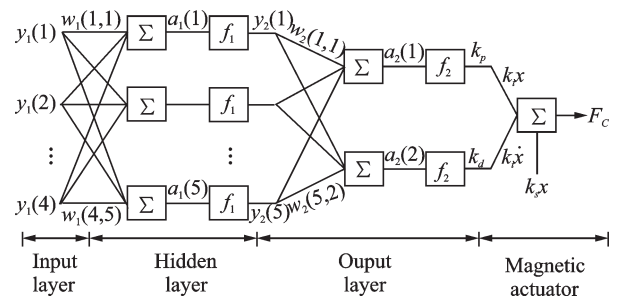


图7 基于BP神经网络的自适应PD控制框图

Fig. 7 Block diagram of adaptive PD control based on BP neural network

采用的BP神经网络结构为4-5-2,其中 Y_1 和 Y_2 分别为输入层和隐藏层的输出, W_1 和 W_2 分别为输入层与隐藏层之间的权值和隐藏层与输出层之间的权值, f_1 和 f_2 分别为隐藏层和输出层的激励函数, k_p 和 k_d 为输出层的输出, x 和 \dot{x} 分别为轴承轴颈处的径向位移和速度, F_c 为电磁执行器的输出。

由图7可以得到该基于BP神经网络的自适应PD控制方式的输出方程为:

$$F_c = k_i k_p x + k_i k_d \dot{x} + k_s x = f_2 \{ f_1 (Y_1 \cdot W_1) \cdot W_2 \} \cdot \begin{bmatrix} k_i x \\ k_i \dot{x} \end{bmatrix} + k_s x \quad (20)$$

式中 $Y_1 = [y_1(1), y_1(2), \dots, y_1(4)]$, $Y_2 = [y_1(1), y_1(2), \dots, y_1(5)]$,

$$W_1 = \begin{bmatrix} w_1(1,1) & w_1(1,2) & \dots & w_1(1,5) \\ w_1(2,1) & w_1(2,2) & \dots & w_1(2,5) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_1(4,1) & w_1(4,2) & \dots & w_1(4,5) \end{bmatrix},$$

$$W_2 = \begin{bmatrix} w_2(1,1) & w_2(1,2) \\ w_2(2,1) & w_2(2,2) \\ \vdots & \vdots \\ w_2(5,1) & w_2(5,2) \end{bmatrix},$$

$$f_1(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, \quad f_2(x) = \frac{e^x}{e^x + e^{-x}}.$$

控制算法输出评价指标用 E 表示:

$$E = \frac{1}{2} e_d^2 = \frac{1}{2} (F_T + F_c)^2 = \frac{1}{2} (F_T - F_c)^2 \quad (21)$$

BP神经网络根据评价指标 E ,以其负梯度方向不断修正权值,使得 E 不断减小,从而达到实际输出与期望输出相一致的目的。BP神经网络的权值更新可以用下式表达:

$$w^{l+1} = w^l + \Delta w^l = w^l - \eta \frac{\partial E^l}{\partial w^l} \quad (22)$$

式中 l 表示迭代次数, η 表示学习率。

输入层至隐藏层权值更新公式为:

$$\begin{aligned} w_1^{l+1}(m,n) &= w_1^l(m,n) - \eta \frac{\partial E^l}{\partial w_1(m,n)} \Bigg|_{w=w_1^l(m,n)} = w_1^l(m,n) - \\ &\eta \frac{\partial E^l}{\partial e_d^l} \frac{\partial e_d^l}{\partial F_c^l} \left[\frac{\partial F_c^l}{\partial k_p^l} \frac{\partial k_p^l}{\partial a_2^l(1)} \frac{\partial a_2^l(1)}{\partial y_2^l(n)} + \right. \\ &\left. \frac{\partial F_c^l}{\partial k_d^l} \frac{\partial k_d^l}{\partial a_2^l(2)} \frac{\partial a_2^l(2)}{\partial y_2^l(n)} \right] \frac{\partial y_2^l(n)}{\partial a_1^l(n)} \frac{\partial a_1^l(n)}{\partial w_1^l(m,n)} = \\ &w_1^l(m,n) + \eta e_d^l \{ k_i x^l f_2^l[a_2^l(1)] w_2^l(n,1) + \\ &k_i \dot{x}^l f_2^l[a_2^l(2)] w_2^l(n,2) \} f_1^l[a_1^l(n)] y_1^l(m) \quad (23) \end{aligned}$$

隐藏层至输出层权值的更新公式为(以 $w_2(m,1)$ 为例):

$$\begin{aligned} w_2^{l+1}(m,1) &= w_2^l(m,1) - \eta \frac{\partial E^l}{\partial w_2(m,1)} \Bigg|_{w=w_2^l(m,1)} = \\ &w_2^l(m,1) - \eta \frac{\partial E^l}{\partial e_d^l} \frac{\partial e_d^l}{\partial F_c^l} \frac{\partial F_c^l}{\partial k_d^l} \frac{\partial k_d^l}{\partial a_2^l(1)} \frac{\partial a_2^l(1)}{\partial w_2^l(m,1)} = \\ &w_2^l(m,1) + \eta e_d^l k_i x^l f_2^l(a_2^l) y_2^l(m) \quad (24) \end{aligned}$$

2.4 神经网络的改进

BP神经网络采用误差反馈负梯度优化算法,虽然经过有限的迭代可以优化输出,但也容易陷入局部极小值而无法得到全局最优,同时学习率的选取也会影响收敛速度和最终的精度。目前常用的改进方法主要集中在动量因子和学习率的改进上^[21]。

2.4.1 动量因子

为了避免神经网络陷入局部极小值,通过在权值迭代中加入动量项,避免出现 $\Delta w = 0$,可以使得权值在迭代过程中依靠动量项冲过狭窄的极小值区域。其权值更新公式为:

$$w^{l+1} = w^l + \alpha \Delta w^{l-1} + (1 - \alpha) \Delta w^l \quad (25)$$

式中 α 为动量因子。

从式(25)中可知,权值的更新采用了最近两次权值更新量的和,这样可以促使权值向着误差曲面底部的平均水平方向变化。动量因子 α 为0~1之间的常数,本文取 $\alpha = 0.8$ 。

2.4.2 学习率

学习率在很大程度上决定着神经网络的收敛速度和稳态误差。学习率越大,权值的更新值越大,前期的收敛速度越快,但是过大的学习率会增大最终的稳态误差,甚至导致算法发散;学习率越小,权值的更新越精准,最终稳态误差越小,但是容易陷入局部极小值,且收敛速度缓慢。目前常采用自适应学习率以适应不同情况下学习率的需求。本文采用的变学习率为:

$$\eta^{l+1} = \frac{\lambda E^l}{\delta + E^l} \quad (26)$$

式中 λ 及 δ 为自定义常数。

从式(26)可见,学习率会随着误差的变化而变化,当误差较大的时候,学习率的值偏大,可以加快收敛速度;当误差较小时,学习率的值偏小,可以减小稳态误差。其中, λ 的大小决定着学习率的幅值,而 δ 则是决定着学习率变化的重要转折点,当误差均方值在 δ 附近时,学习率的变化斜率最大。因此调节 λ 和 δ 可以影响算法的收敛速度和稳态误差大小。

结合上述的动量因子与学习率,BP神经网络的

权值更新可表示为:

$$\omega^{l+1} = \omega^l - \left(\alpha \frac{\lambda E^{l-1}}{\delta + E^{l-1}} \frac{\partial E^{l-1}}{\partial \omega^{l-1}} + (1 - \alpha) \frac{\lambda E^l}{\delta + E^l} \frac{\partial E^l}{\partial \omega^l} \right) \quad (27)$$

3 仿真结果

3.1 转子系统仿真模型及基本参数

仿真的对象为一个四轴承双跨转子系统,其结构如图8所示。其中,转子系统由两根均匀轴段A及B串联组成,中间用柔性联轴器连接。每根轴段的前后都安装了一个混合轴承,在轴承旁安装了一个位移传感器。在A轴段的前端装有一个圆盘,用于施加与转速同频及倍频的不平衡激励力。整个转子系统在圆盘、混合轴承、传感器、联轴器等位置共设置了11个节点,44个自由度。四轴承双跨转子系统的参数如表1所示。

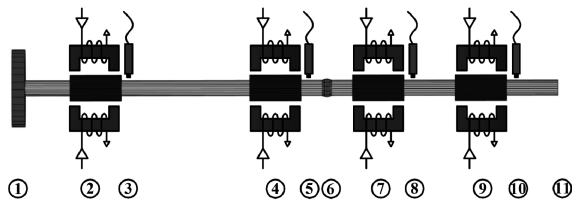


图8 四轴承双跨转子系统有限元模型

Fig.8 Finite element model of four-bearing double-span rotor system

仿真结果中,转子系统四个轴承处传递到基础上的传递力分别用 F_{CT1} , F_{CT2} , F_{CT3} 和 F_{CT4} 表示;转子径向位移分别用 d_1 , d_2 , d_3 和 d_4 表示。

3.2 仿真结果及分析

为了探究基于BP神经网络的自适应PD控制对转子系统传递力的控制性能,分别与BP神经网络控制、LMS控制进行对比分析。在仿真过程中,外部干扰力集中施加在转子系统的圆盘处,由基频、2倍频、5倍频、10倍频、15倍频及白噪声信号组成,各频段的幅值分别为20,20,50,50,50 N,白噪声的幅值为20 N,并在传感器测量的位移信号处叠加幅值偏差为5%的白噪声。转子的工作基频为3 Hz (180 r/min)。

为了便于对比三种控制方式的控制效果,以A轴前轴承处的传递力及振动控制为例进行对比。

3.2.1 传递力控制效果

图9为A轴前轴承处传递力 $F_{CT1,x}$ 的时间历程

表1 双跨转子系统参数表

Tab.1 Parameters of rotors system with two shafts

参数	数值
圆盘①直径/mm	300
圆盘宽/mm	30
圆盘密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	7753
轴直径/mm	60
A轴段长/mm	1200
B轴段长/mm	900
轴密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	7853
杨氏模量/($\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$)	2.07×10^{11}
泊松比	0.3
A轴段前混合磁轴承位置/mm	300
A轴段前位移传感器位置/mm	340
A轴段后混合磁轴承位置/mm	1000
A轴段后位移传感器位置/mm	1040
联轴器位置/mm	1200
联轴器质量/kg	1
B轴段前混合磁轴承位置/mm	1400
B轴段前位移传感器位置/mm	1440
B轴段后混合磁轴承位置/mm	1800
B轴段后位移传感器位置/mm	1840
滑动轴承的等效刚度/($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$)	2×10^7
滑动轴承的等效阻尼($\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1}$)	3000
电磁执行器力-电流刚度系数/($\text{N}\cdot\text{A}^{-1}$)	192.654
电磁执行器力-位移刚度系数/($\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$)	305136

图及控制后的频谱图。时间历程图上的虚线为控制开始的时间。

从图9可以看到,三种控制方式都可以对转子系统的传递力进行有效的控制,其中基于BP神经网络的自适应PD控制方式在开始控制到稳态的时间最短,LMS控制方式的最终控制效果最差。从控制后的传递力频谱图中可以得到,三种控制方式下各频段的传递力都衰减到了1 N以下。其中基于BP神经网络的PD控制方式的控制效果最好,各频段的传递力最终都衰减到0.2 N以下。BP神经网络控制下,转子系统各频段的传递力最终都衰减到0.5 N以下。LMS控制方式虽然对需要控制的频率段传递力进行了有效的控制,不过导致了60 Hz左右的传递力得到了大幅的增加。可见,LMS控制只能对设定频率段的传递力进行控制,而BP神经网络和基于BP神经网络的PD控制可以对一定范围内的全部频率段传递力进行控制。

图10为基于BP神经网络的自适应PD控制器中 k_p 和 k_d 值随时间变化的历程图。表2为 k_p 和 k_d 理论数值与仿真数值对比结果。由图可得,最终 k_p 稳定于 -1.019×10^5 , k_d 值最终稳定于 -15.60 ,从理论

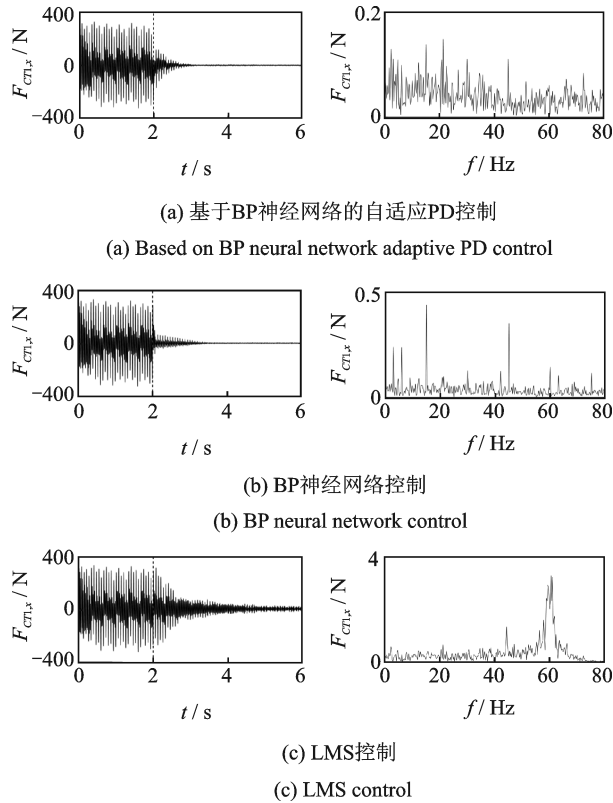


图9 三种控制方式下的传递力时间历程图及频谱图
Fig.9 Time domain diagram and frequency spectrum chart of transmission force under three control methods

上来说, k_p 和 k_d 分别为 -102229 和 -15.57 时传递力的控制效果最好。但是在仿真中,因为计算精度、白

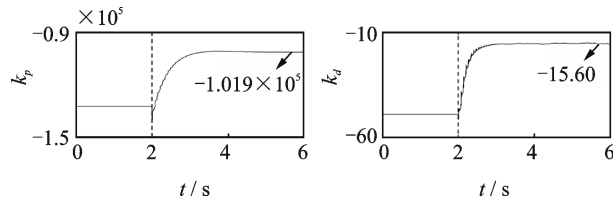


图10 k_p 和 k_d 时间历程图
Fig.10 Time domain diagram of k_p and k_d

表2 k_p 和 k_d 理论数值与仿真数值

Tab.2 Theoretical and simulated values of k_p and k_d

	k_d	k_p
理论值	-15.57	-102229
仿真值	-15.60	-101900
误差百分比/%	-0.19	0.32

噪声的干扰和测量精度等问题,在最终的结果上会存在一定的偏差,但是整体还是与理论值十分接近。

以传递力控制后幅值与控制前幅值的dB值为控制效果指标,图11为三种控制方式在四个支承轴承处的控制效果柱形图。

从图中可以得到基于BP神经网络的自适应PD控制在四个轴承处的控制效果都比较好,大都达

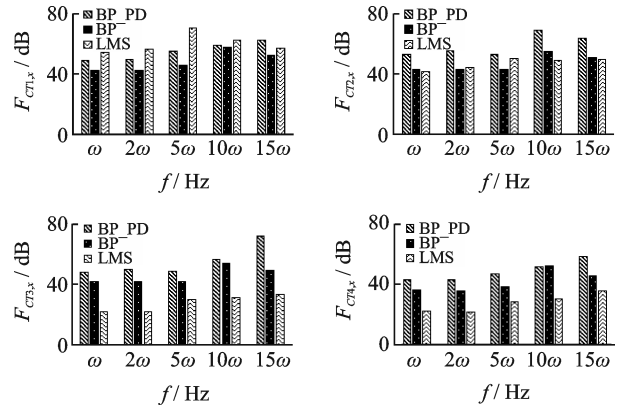


图11 三种控制方式的传递力控制效果柱形图
Fig.11 Histogram of transmission force control effect of three control methods

到了50 dB;BP神经网络的控制效果稍差,大都在40 dB左右;LMS控制在A轴前轴承处的控制效果较好,但是在其他三个轴承处的传递力控制效果相对较差,在B轴上的控制效果仅达到了20 dB。

3.2.2 振动位移控制效果

本文采用电磁执行器对转子的控制力与轴承油膜对转子的作用力相互抵消,来降低转子系统到基础的传递力,因此电磁执行器的控制力方向与转子偏移方向一致。随着传递力的衰减,转子径向位移必然会增大。图12为A轴前轴承处转子径向位移

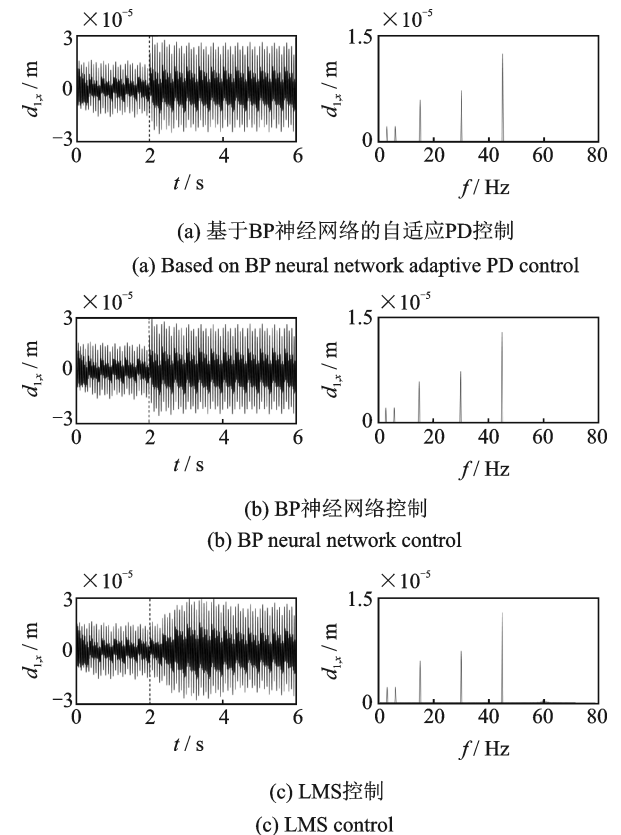


图12 三种控制方式下的转子径向位移时间历程图及频谱图
Fig.12 Time domain diagram and frequency spectrum chart of rotor radial displacement under three control methods

$d_{1,x}$ 的时间历程图及控制后的频谱图。

从位移时间历程图中可以发现在三种控制方式下,转子径向位移在控制后都有增大,但是增大程度较小,可见这三种控制方式更侧重于转子系统传递力的控制。由频谱图可以发现,三种控制方式下各频率段的转子径向位移的幅值基本一致,没有太大差别。

以转子径向位移在控制后与控制前幅值的 dB 值为控制效果指标,图 13 为三种控制方式下在四个支承轴承处,转子径向位移的变化柱形图。

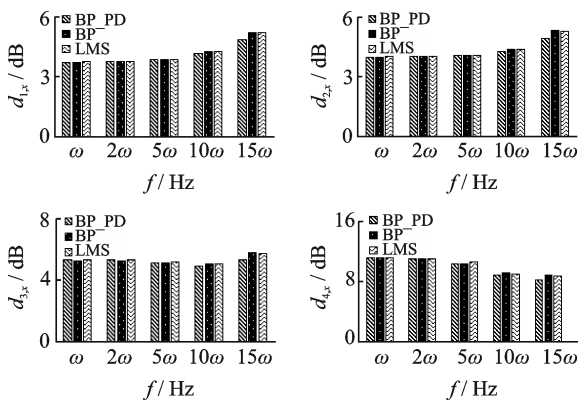


图 13 三种控制方式转子径向位移变化柱形图

Fig. 13 Histogram of rotor radial displacement changes under three control methods

三种控制方式中,基于 BP 神经网络的自适应 PD 控制在高频处,即 10 倍频与 15 倍频处的位移增幅相对较小,但是大体上,三种控制方式下的位移增幅是一致的。其中 A 轴前轴承处的径向位移增幅最低。A 轴前后两个轴承处频率越高,位移增幅越大,在 45 Hz 处达到了 6 dB。B 轴前后两个轴承处的径向位移增幅普遍要大于 A 轴处,其中 B 轴后轴承处的位移增幅达到了 12 dB。但是在实际中,因为 A 轴轴承处转子径向位移数量级要远远大于 B 轴,所以,尽管 B 轴的径向位移的增幅较大,但是在幅值上仍远小于 A 轴轴承处。

3.2.3 传感器位移噪声干扰

为了验证基于 BP 神经网络自适应 PD 控制方式的抗干扰性,分别在位移信号处叠加幅值偏差为 10% 和 20% 的白噪声,然后研究该控制算法对转子系统传递力的控制效果。图 14 为叠加 10% 和 20% 白噪声的 A 轴前轴承处传递力 $F_{ct1,x}$ 的时间历程图及控制后的频谱图。

从图中可以看到,随着白噪声幅值增大,基于 BP 神经网络的自适应 PD 控制效果变差,但是传递力整体控制效果较好。从频谱图中可以看到,稳定之后的传递力主要由各频率段的杂波组成,其中 5 个主要频率段的控制力都已经得到了有效的控制。

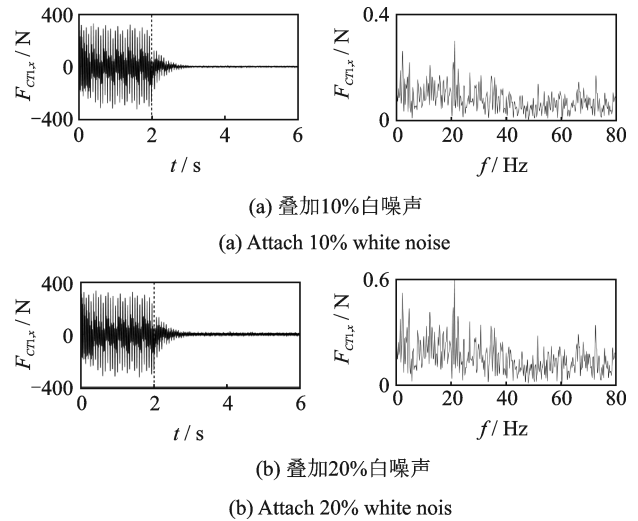


图 14 不同干扰程度下传递力时间历程图及频谱图

Fig. 14 Time domain diagram and frequency spectrum chart of transmission force under different disturbance levels

以传递力控制后幅值与控制前幅值的 dB 值为控制效果指标,图 15 为三种不同干扰程度下,基于 BP 神经网络的自适应 PD 控制方式在四个支承轴承处的控制效果柱形图。

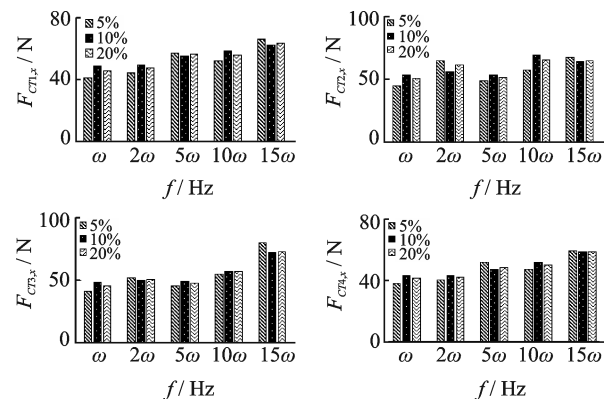


图 15 不同干扰程度下传递力控制效果柱形图

Fig. 15 Histogram of transmission force control effect under different disturbance levels

从图 15 可以看出,在传感器位移信号中叠加不同幅值的白噪声干扰信号,对基于 BP 神经网络的自适应 PD 控制方式的控制效果影响并不是很大。三种情况下,四个轴承处的传递力控制效果都是比较接近的。可见,基于 BP 神经网络的自适应 PD 控制具有较好的抗干扰性。

4 结 论

本文推导了转子系统动力学方程,提出了基于 BP 神经网络的自适应 PD 控制算法,然后建立了一个四轴承双跨转子系统模型,采用三种不同的控制

方式进行数值仿真对比。总结全文,可以得到如下结论:

(1) 在采用混合轴承的情况下,即电磁执行器与固定瓦滑动轴承为并联关系时,PD控制理论上能实现传递力的完全抑制,且最优 k_p 和 k_d 值与固定瓦滑动轴承的油膜刚度、阻尼系数与电磁执行器的位移、电流刚度系数有关。

(2) 基于BP神经网络的自适应PD控制相比BP神经网络控制和LMS控制在多频传递力控制上有显著的提升,各频率段的传递力控制效果大都达到了50 dB,且在噪声干扰下具有较好的抗干扰性。

(3) 在采用混合轴承的情况下,即执行器与固定瓦滑动轴承为并联关系时,三种控制方式在减小转子系统多频传递力时,都会引起转子径向振动位移的增大。因此本文的研究成果适用于侧重传递力控制,对转子振动位移要求不高的场合。

参考文献:

- [1] Herzog R, Buhler P, Gahler C, et al. Unbalance compensation using generalized notch filters in the multivariable feedback of magnetic bearings[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1996, 4(5): 580-586.
- [2] Cui P L, Li S, Wang Q R, et al. Harmonic current suppression of an AMB rotor system at variable rotation speed based on multiple phase-shift notch filters [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(11): 6962-6969.
- [3] 高辉, 徐龙祥. 基于LMS算法的磁悬浮轴承系统振动补偿[J]. 振动工程学报, 2009, 22(6): 583-588.
Gao Hui, Xu Longxiang. Real-time vibration compensation for active magnetic bearing systems based on LMS algorithm [J]. Journal of Vibration Engineering, 2009, 22(6): 583-588.
- [4] Bi C, Wu D Z, Jiang Q. Automatic learning control for unbalance compensation in active magnetic bearings[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2005, 41(7): 2270-2280.
- [5] Bi C, Wu D Z, Jiang Q. Optimize control current in magnetic bearings using automatic learning control[C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics, Istanbul, Turkey, 2004: 305-310.
- [6] Zheng Y B, Mo N, Zhou Y, et al. Unbalance compensation and automatic balance of active magnetic bearing rotor system by using Iterative learning control[J]. IEEE Access, 2019, 7: 122613-122625.
- [7] Mohamed M A, Vishniac B I. Imbalance compensation and automation balancing in magnetic bearing systems using the Q-parameterization theory[J]. IEEE Transactions on Control System Technology, 1995, 3(2): 202-211.
- [8] Mohamed A M, Matsumurat F, Namerikawat T, et al. Q-parameterization control of vibration in a variable speed magnetic bearing [C]. Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Control Applications, Hartford, 1997: 540-546.
- [9] Lum K Y, Coppola V T, Bernstein D S. Adaptive virtual autobalancing for a rigid rotor with unknown mass imbalance supported by magnetic bearings [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1998, 120: 557-570.
- [10] Mao C, Zhu C S. Unbalance compensation for active magnetic bearing rotor system using a variable step size real-time iterative seeking algorithm [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(5): 4177-4186.
- [11] 毛川, 祝长生. 电磁轴承-刚性转子系统轴承传递力主动控制[J]. 机械工程学报, 2019, 55(19): 35-42.
Mao Chuan, Zhu Changsheng. Active control of bearing force transmissibility for active magnetic bearings-rigid rotor systems [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(19): 35-42.
- [12] 巩磊, 杨智, 祝长生. 基于极性切换自适应陷波器的磁悬浮高速电机刚性转子自动平衡[J]. 电工技术学报, 2020, 35(7): 1410-1421.
Gong Lei, Yang Zhi, Zhu Changsheng. Automatic balancing for rigid rotor of magnetically levitated high-speed motors based on adaptive notch filter with polarity switching [J]. Transactions of China Electro technical Society, 2020, 35(7): 1410-1421.
- [13] 魏彤, 向岷. 磁悬浮高速转子基于位移刚度力超前前馈补偿的高精度自动平衡方法[J]. 机械工程学报, 2012, 48(16): 184-191.
Wei Tong, Xiang Min. Autobalancing for magnetically suspended high-speed rotors based on lead feedforward compensation for displacement stiffness force [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(16): 184-191.
- [14] Heindel S, Becker F, Rinderknecht S. Unbalance and resonance elimination with active bearing on a Jeffcott rotor [J]. Mechanical System and Signal Processing, 2017, 85: 339-353.
- [15] Heindel S, Muller P C, Rinderknecht S. Unbalance and resonance elimination with active bearing on general rotors [J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 431: 422-440.
- [16] Zhao G, Alujevic N, Depraetere B, et al. Experimental study on active structural acoustic control of rotating machinery using rotating piezo-based inertial actuators [J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 348: 15-30.
- [17] 杨铁军, 石慧, 李新辉, 等. 一种基于智能减振器的舰船机械设备主动减振系统研究[J]. 振动工程学报, 2017,

- 30(2):167-176.
- Yang Tiejun, Shi Hui, Li Xinhui, et al. One active isolation system for marine machine based on smart isolators[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2017, 30(2): 167-176.
- [18] 张直明,张言羊,谢友柏,等.滑动轴承的流体动力润滑理论[M].北京:高等教育出版社,1986.
- Zhang Zhiming, Zhang Yanyang, Xie Youbo, et al. *Hydrodynamic Lubrication Theory of Journal Bearing*[M]. Beijing:Higher Education Press,1986.
- [19] Gosiewski Z, Kulesza Z. Virtual collocation of sensors and actuators for a flexible rotor supported by active magnetic bearings[C]. *Proceedings of the 14th International Carpathian Control Conference*, Rytro, Poland, 2013:94-99.
- [20] Kulesza Z. Virtual collocation method for a flexible rotor supported by active magnetic bearings[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2015, 21(8):1522-1538.
- [21] Li J, Cheng J, Shi J, et al. Brief Introduction of Back Propagation (BP) Neural Network Algorithm and Its Improvement[M]. Berlin: *Advances in Computer Science and Information Engineering*, 2012.

An adaptive neural network PD control of multi-frequency transmission force of multi-span rotor system

WANG Jin-jian, ZHU Chang-sheng

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: For solving the problem that the large rotating machinery was disturbed by the rotor imbalance and external complex environment excitations during the operation, which caused the rotor system to vibrate, and generated multi-frequency transmission forces to the base and external machinery, an adaptive PD control based on BP neural network algorithm was proposed. A hybrid bearing structure integrating electromagnetic actuator and journal bearing was applied, and its dynamic characteristics were analyzed. The finite element method was used to establish a multi-span rotor system dynamic equation, and the transmission forces control under PD control was analyzed in principle. For the defects of traditional PID control, an adaptive PD control algorithm based on BP neural network was proposed. Numerical simulations were carried out in a four-bearing double-span rotor system and effectiveness of adaptive PD control based on BP neural network, BP neural network control and LMS control were compared respectively. The results showed that the adaptive PD control based on BP neural network has better suppression effect on the multi-frequency transmission forces control of the rotor system.

Key words: rotor dynamics; adaptive PD control; multi-span rotor; hybrid bearing; neural network

作者简介:王金健(1995—),男,硕士研究生。电话:17816890634; E-mail:21810143@zju.edu.cn。

通讯作者:祝长生(1964—),男,教授。电话:13857172647; E-mail:zhu_zhang@zju.edu.cn。