# 大扁平比胎侧解析刚度建模及轮胎动力学分析

刘志浩1,刘钇汛1,刘 岩2,高钦和1,马 栋1,黄 通1

(1.火箭军工程大学兵器科学与技术国家重点学科实验室,陕西西安710025; 2.火箭军装备部驻泰安地区军代室,山东泰安271000)

摘要:针对重载轮胎大扁平比结构建模问题,从动力学建模、实验模态分析、结构参数辨识等方面,基于解析弹性基础的欧拉梁模型,对重载轮胎的柔性胎体和大扁平比胎侧曲梁的低频动力学特性开展研究,建立了考虑充气预紧力的欧拉梁胎体模型,利用实验模态方法,探究了不同充气压力下的柔性胎体振动特性;考虑胎侧曲梁预紧力弦效应和结构弯曲效应,建立了大扁平比胎侧曲梁解析刚度模型;基于模态测试结果,进行柔性胎体与解析胎侧结构参数辨识。研究结果表明:在0~180 Hz频率范围内,重载轮胎以结构周向弯曲振动为主,可利用基于弹性基础的柔性梁模型表征;大扁平比胎侧曲梁的解析刚度与胎侧的几何、结构和充气压力参数直接相关;轮胎充气压力影响柔性胎体梁的轴向预紧力和胎侧的弦刚度,进而影响轮胎弯曲振动特性。

**关键词:**轮胎动力学;重载子午胎;胎侧曲梁解析刚度模型;弹性基础柔性梁中图分类号:U461.2;U463.341<sup>+</sup>.3 文献标志码:A 文章编号:1004-4523(2022)01-0159-09 DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.01.017

### 引言

重载轮胎[1]作为军用车辆与地面直接接触的部 件,除去空气阻力、坡度阻力和加速阻力等少数作用 力,其他作用力都将通过轮胎作用在整车上,因此其 力学特性直接影响车辆动力学特性。重载轮胎具有 气压高、阻尼低、花纹粗大、较大扁平比的特点,在承 载过程中,胎体、胎侧产生结构柔体变形,同时在滚 动过程中,轮胎胎体与路面直接接触,将路面不平度 激励经胎侧、容腔,传递至轮辋,其中,胎体-胎侧-轮 網振动传递路径属于结构振动<sup>[2]</sup>,胎体-空腔-轮網振 动传递路径属于结构-空腔耦合振动,则轮辋的传递 响应[3]由结构振动响应和结构-空腔耦合振动构成。 为此,为表征轮胎滚过任意路面时的振动响应,需对 重载轮胎的结构柔性[4]开展研究,考虑胎体和胎侧 柔性建立的基于弹性基础的柔性胎体模型[5]成为轮 胎结构模型的典型代表,其中柔性胎体可模拟轮胎 胎体的变形特征,而胎侧单元作为连接柔性胎体和 轮辋的部件,可等效为具有刚度特性的弹簧,起着传 递力和变形的作用。

胎侧作为胎体和轮辋的连接和传力部件,其力 学特征和振动特性影响胎体与轮辋间的传递特性,

基于弹性基础的柔性胎体模型将胎侧假设为线性、 沿圆周均匀分布的弹簧,包含胎侧一维径向刚度的 力学特性模型[6]、具有径向和切向刚度的胎侧二维 刚度弹簧模型等。文献[8]基于径向和切向弹簧建 立了基于弹性基础的环模型,研究了不同胎侧刚度 和充气压力对轮胎振动特性的影响规律;Liu等建 立了考虑胎侧弯曲刚度的基于弹性连续基础的二维 胎侧刚度模型[9],研究了胎体环与连续胎侧环的耦 合振动特性。文献[10]建立了胎侧稳态径向和切向 刚度的解析解。针对任意弹性基础的柔性环振动问 题,国内外学者开展了研究,该类模型可用于分析具 有非均匀胎侧刚度和非均匀质量特性轮胎的动态响 应;Matsubara等研究了基于一般弹性基础的柔性环 自由振动问题[11],考虑空间圆周方向的非均匀刚度, 获得了固有频率和阵型的解析解;Cooley等[12]基于 负载和变形敏感的刚度模型,研究了非线性刚度的 弹性基础对柔性环动态特征的影响规律。普通小扁 平比轮胎模型,通常将胎侧等效为线性弹簧[13],忽略 其惯性和非线性刚度特性;而对于大扁平比重载轮 胎,其大扁平比胎侧的惯性特性及变形过程中由于 结构变化易造成非线性刚度凸显,需在胎侧刚度建 模中将胎侧的拉伸、剪切等结构变形特征考虑在内, 建立可表征大扁平比胎侧曲梁结构和材料特征的刚 度模型。

收稿日期: 2020-10-26; 修订日期: 2021-01-05

### 1 问题描述

重载轮胎在 0~180 Hz 频率范围内,表现为胎体的周向弯曲振动,与基于弹性基础的欧拉梁模型一致。论文以基于弹性基础的欧拉梁模型为基础,分别从动力学建模、实验模态分析和结构参数辨识等三个方面对模型中的柔性胎体和大扁平比胎侧曲梁的动力学特性开展研究。基于欧拉梁理论,探究充气压力对胎体弯曲振动的影响规律;建立考虑预紧力弦效应和结构弯曲效应的大扁平比胎侧曲梁解析刚度模型,并研究胎侧曲梁非均匀截面特性和几何、结构参数对解析刚度的影响规律。

图 1 给出了一维基于弹性基础的柔性梁轮胎模型的示意图,包含柔性胎体梁、大扁平比胎侧径向曲梁和轮辋三部分组成,其中轮辋刚度较大,忽略其柔性,将其等效为刚体质量块,建立考虑胎体柔性和大扁平比胎侧曲梁预紧力弦效应和结构变形效应的一维轮胎模型。并开展模态试验探究,对比不同充气压力作用下的重载轮胎模态特性,并基于弹性基础的欧拉梁模型开展轮胎结构参数辨识方法研究。

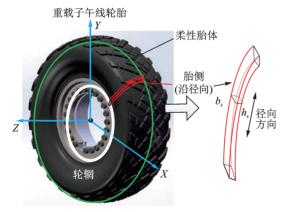


图1 轮胎柔性胎体结构模型

Fig. 1 Structural flexible carcass tire model

### 2 柔性胎体动力学建模及试验

#### 2.1 基于弹性基础的欧拉梁轮胎模型

假设:(1)胎体梁截面的中心惯性轴在平面 xoy 内,且外载荷作用在该平面内;(2)胎体梁在平面内 作横向微振动;(3)在低频振动时可以忽略剪切变形 以及截面绕中性轴转动惯量的影响。

图 2 给出了梁微段力/力矩平衡图。 $F_{bs}$ , M 为截面剪力和弯矩; $u_r(x,t)$ 为距原点x 处,在时间t 时刻的梁截面横向位移; $\rho A$  dx  $\frac{\partial^2 u_r(x,t)}{\partial t^2}$  为微段惯性力,

其中 $\rho A$  为胎体密度,dx 为微段长度;f(x,t)dx 为微段 所 受 外 力,其 中 f(x,t) 为 圆 周 分 布 作 用 力,  $f(x,t) = P_0b - F_s$  , $P_0b$  为 充 气 压 力 作 用 力,  $F_{bs}$  为 微段 所 受 剪 切 力;m(x,t)dx 为 微段 外 力 矩,在 分 析 过 程 中 不 考 虑 外 力 矩 的 影 响,m(x,t) = 0; $F_N$  为 欧 拉 梁 轴 向 预 紧 力, $F_N = P_0Rb$ 。

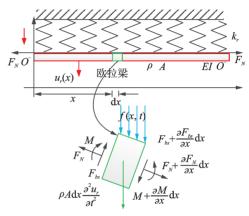


图 2 欧拉梁力/力矩平衡

Fig. 2 Force/moment balance of Euler beam

根据欧拉梁微段力平衡及力矩平衡方程,推导出预紧力作用下的柔性梁动力学方程为:

$$EI \frac{\partial^4 u_r(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 u_r(x,t)}{\partial t^2} - P_0 R b \frac{\partial^2 u_r(x,t)}{\partial x^2} = P_0 b - F_s \quad (1)$$

式中 R 为轮胎胎体半径; EI  $\frac{\partial^4 u_r(x,t)}{\partial x^4}$  为欧拉梁弯曲项, EI 为欧拉梁弯曲刚度, E 为弹性模量; I 为截面惯量,  $I = \frac{bd^3}{12}$ ;  $\rho A \frac{\partial^2 u_r(x,t)}{\partial t^2}$  为欧拉梁微段惯性力项;  $F_s$  为胎体与胎侧的连接作用力, 如图 3 所示。将  $F_s$  利用泰勒公式展开, 保留两项为:

$$F_{s} \approx F_{s0} + \frac{\partial F_{s}}{\partial u_{r}} \cdot u_{r} \tag{2}$$

式中  $F_{so}$ 为充气压力作用下的胎体与胎侧稳态预 紧力,如图 3 所示, $F_{so} = P_{o}b$ ;  $\frac{\partial F_{s}}{\partial u_{r}}$ 为  $F_{s}$ 对胎体变形  $u_{r}$ 

的一阶导数,可利用胎侧刚度  $k_r = \frac{\partial F_s}{\partial u_r}$ 表示。

为适应轮胎动力学建模,将平面坐标系转化为极坐标系。根据 $x = R\theta$ ,则一维重载轮胎弹性基础柔性梁轮胎模型转化为:

$$\frac{EI}{R^4} \frac{\partial^4 u_r(\theta, t)}{\partial \theta^4} + \rho A \frac{\partial^2 u_r(\theta, t)}{\partial t^2} - \frac{P_0 b}{R} \frac{\partial^2 u_r(\theta, t)}{\partial \theta^2} + k_r u_r(\theta, t) = 0$$
(3)

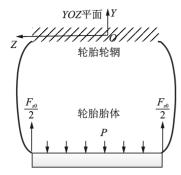


图 3 轮胎胎体-胎侧稳态连接作用力

Fig. 3 Interaction force between the carcass and sidewall

#### 2.2 基于实验模态的胎体低频弯曲特性研究

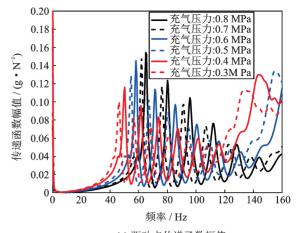
基于实验模态分析方法,探究柔性胎体弯曲振动特性,尤其针对不同充气压力下的重载轮胎振动模态特性开展实验研究。搭建重载轮胎振动模态测试系统,针对重载轮胎不同的充气压力工况,采用移动力锤的方法,依次激励沿圆周方向等分的34个胎体点,获取目标传递函数。

为便于讨论,定义激励点A和点B与响应点A, 如图 4 所示。点 A 与点 B 间隔 90°, 其中点 A 激励-点 A响应获取的传递函数为驱动点传递函数,点B激 励-点A响应获取的传递函数为跨点传递函数。分 别在点A和点B进行力锤激励,将激励力通过力传 感器,经电荷放大器调理后,传输给DEWE-43高速 采集器,同时利用PCB振动加速度传感器,检测响 应点A处的振动响应,同时传输给DEWE-43高速 采集器,分别计算驱动点传递函数和跨点传递函数, 并对比分析不同充气压力下的轮胎传递特性。图5 中分别列举了重载轮胎在不同充气压力,包括:0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 和 0.8 MPa 下驱动点的传递函数和 相干函数,结果表明:(1)相干函数除低频范围内,均 在 0.9 以上,验证了加速度实验传递函数的有效性; (2)随着充气压力的增大,轮胎的刚度增大,导致轮 胎频率共振峰朝着频率增大的方向平移。

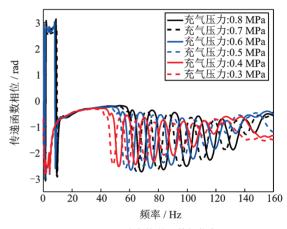
基于最小二乘复指数法[14]对不同充气压力下的



图 4 面内锤击实验原理图 Fig. 4 Scheme of the planar hammer test



(a) 驱动点传递函数幅值 (a) The amplitude of the transfer function



(b) 驱动点传递函数相位角 (b) The imaginary of the transfer function

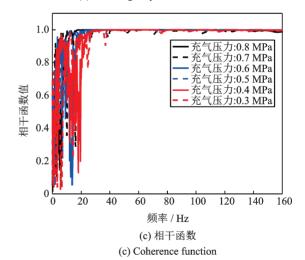


图 5 重载轮胎面内锤击试验结果

Fig. 5 Experimental result of the planar hammer test

轮胎振动模态和传递函数进行辨识,图 6 为识别的不同充气压力下的轮胎模态参数,结果表明:(1)基于最小二乘复指数法的驱动点传递函数拟合精度低于基于最小二乘复指数法的跨点传递函数拟合精度。分析原因为:由于胎体花纹较大阻尼的影响导致驱动点传递函数衰减严重,造成拟合精度较低,但基于最小二乘复指数法的跨点拟合传递函数与实验

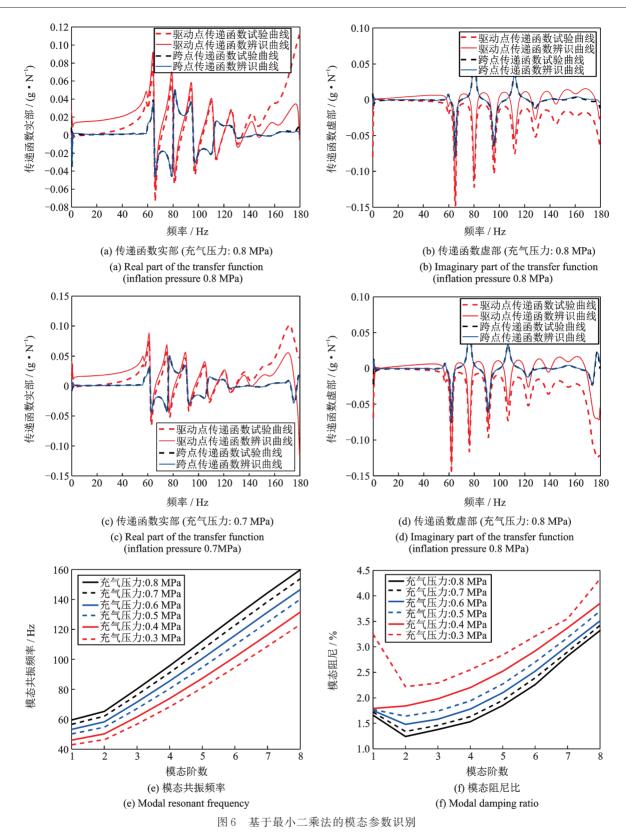


Fig. 6 Modal parameters identification utilizing the least-squares complex exponential method

传递函数基本一致,验证了基于最小二乘复指数法的传递特性分析的有效性;(2)随着充气压力的增大,重载轮胎面内各阶固有频率增加,而阻尼比降低;(3)充气压力对轮胎振动特性的影响,体现在两个方面,包括:充气压力引起的胎体梁轴向预紧力和充气压力引起的胎侧刚度变化。

### 3 基于虚功原理的胎侧径向刚度估计

轮胎胎侧的径向刚度主要体现在两个方面:(1) 充气预紧力作用下的弦刚度。在充气压力作用下, 在胎侧和胎体的连接点处,存在由于充气预紧力产 生的拉伸力;(2)胎侧结构变形引起的结构刚度。在变形过程中,胎侧单元产生拉伸、剪切和弯曲变形,造成由于胎侧结构变形产生的结构刚度。

假定:胎侧为半径为 $R_s$ 的圆弧,夹角为 $2\theta_0$ ,胎侧弧长为 $l_s$ ,胎体与轮辋间距离为 $L_0$ ,胎侧圆弧的圆心分别为 $O_1$ 和 $O_2$ ,如图7所示,存在几何关系: $L_0$ = $2R_s\sin\theta$ , $R_s=\frac{l_s}{2\theta}$ 。

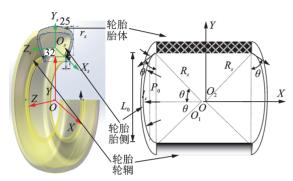


图 7 胎体-胎侧截面几何关系示意图

Fig. 7 Cross-section area of the carcass and sidewall

胎侧沿 Y轴的长度为:

$$L_0 = 2R_s \sin \theta = \frac{l_s \sin \theta}{\theta} \tag{4}$$

#### 3.1 考虑充气预紧力的胎侧弦刚度

图 8 为胎侧圆弧的受力分析图,并建立基于充气预紧压力的胎侧弦刚度解析模型。

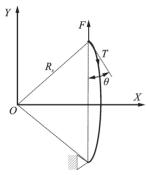


图 8 充气预紧力作用下的胎侧弦效应

Fig. 8 Sidewall string with the inflation-pre-tension force

充气压力引起的胎侧内部预紧力为  $T = P_0 R_s$ ,则,由胎侧预紧力所引起的沿 Y方向的力为  $F_s = T\cos\theta$ 。则:

$$F_s = P_0 R_s \cos \theta \tag{5}$$

考虑胎侧曲梁的几何关系,F。转化为:

$$F_{s} = \frac{P_{0}l_{s}\cos\theta}{\theta} \tag{6}$$

将式(4)和(6)代入胎侧的弦刚度  $k_{\text{steady}} = \frac{\partial F_s}{\partial I}, 得:$ 

$$k_{\text{steady}} = \frac{\mathrm{d}F_s}{\mathrm{d}\theta} / \frac{\mathrm{d}L_0}{\mathrm{d}\theta} = \frac{P_0}{2} \frac{\cos\theta + \theta\sin\theta}{\sin\theta - \theta\cos\theta}$$
 (7)

则基于充气预紧力作用的胎侧弦刚度可计算为:

$$K = 2k_{\text{steady}} = P_0 \frac{\cos \theta + \theta \sin \theta}{\sin \theta - \theta \cos \theta}$$
 (8)

#### 3.2 考虑曲梁变形特征的胎侧结构刚度

轮胎胎侧除充气预紧力的弦效应外,其在外力作用下,会产生拉伸力、剪切力和弯曲力矩,因此需将胎侧结构变形考虑在内,如图9所示;同时在力和力矩的作用下产生相应的结构变形,因此为准确表征大扁平比胎侧曲梁的刚度特性,提出胎侧曲梁解析刚度建模方法。基于虚功原理,探究胎侧单元在外力作用下产生的弯曲位移  $u_{\nu}$ 、拉伸位移  $u_{\nu}$ 和剪切位移  $u_{\nu}$ 。

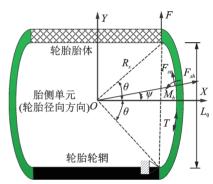


图 9 基于外力作用下的胎侧结构变形

Fig. 9 Structural deform of the sidewall string resulting from the external force

基于最小应变能假设,则在弯曲力矩 $M_b$ 作用下产生的变形 $u_b$ ,拉伸作用力 $F_{st}$ 作用下产生的变形 $u_{st}$ 和剪切作用力 $F_{sb}$ 作用下产生的变形 $u_{st}$ 可分别表示为:

$$u_b = \frac{\mathrm{d}C_b}{\mathrm{d}M_b} \tag{9a}$$

$$u_{st} = \frac{\mathrm{d}C_{st}}{\mathrm{d}F_{st}} \tag{9b}$$

$$u_{sh} = \frac{\mathrm{d}C_{sh}}{\mathrm{d}F_{sh}} \tag{9c}$$

式中  $M_b$  为外拉伸力F作用下,在胎体任意点处 (与 X 轴 夹 角 为  $\phi$ ) 产 生 的 弯 曲 力 矩 ,  $M_b$  =  $F_a R_s (\cos \phi - \cos \theta)$ ; 轴向拉伸力 $F_{st}$ ,  $F_{st} = F_d \cos \phi$ ; 剪切作用力 $F_{sh}$ ,  $F_{sh} = F_d \sin \phi$ 。胎侧弯曲、拉伸和剪切能 $C_b$ ,  $C_{st}$ 和 $C_{sh}$ 分别表示为:

$$C_b = \int_{-\theta}^{\theta} \frac{M_b^2}{2E_s L} R_s \mathrm{d}\phi \tag{10a}$$

$$C_{st} = \int_{-\theta}^{\theta} \frac{F_{st}^2}{2E_s A_s} R_s d\psi \qquad (10b)$$

$$C_{sh} = \int_{-\theta}^{\theta} \frac{F_{sh}^2}{2G_{-A}A} R_s d\phi \qquad (10c)$$

将式(10)代入式(9),则外拉伸力作用下产生的 胎侧结构变形 $u_b$ , $u_s$ 和 $u_{st}$ 可由下式计算:

$$u_b = \frac{F_d R_s^3}{2E_s I_s} \left( 4\theta + 2\theta \cos 2\theta - 3\sin 2\theta \right) \quad (11a)$$

$$u_{st} = \frac{F_d R_s}{2E_r A_s} \left( 2\theta + \sin 2\theta \right) \tag{11b}$$

$$u_{sh} = \frac{F_d R_s}{2G_{sr} A_s} \left(2\theta - \sin 2\theta\right) \tag{11c}$$

则胎侧拉伸刚度  $k_{st}$ 、弯曲刚度  $k_b$  和剪切刚度  $k_{sh}$  可推导为:

$$k_{st} = \frac{2E_s A_s \theta}{l_s (2\theta + \sin 2\theta)}$$
 (12a)

$$k_b = \frac{2E_s I_s \theta^3}{l_s^3 (4\theta + 2\theta \cos 2\theta - 3\sin 2\theta)}$$
 (12b)

$$k_{sh} = \frac{2G_s A_s \theta}{l_s (2\theta - \sin 2\theta)}$$
 (12c)

胎侧由于结构变形所引起的总的结构刚度  $K_s = k_{st} + k_b + k_{sh}$  可表示为:

$$K_{s} = \frac{2E_{s}A_{s}\theta}{l_{s}(2\theta + \sin 2\theta)} + \frac{2G_{s}A_{s}\theta}{l_{s}(2\theta - \sin 2\theta)} + \frac{2E_{s}I_{s}\theta^{3}}{l_{s}^{3}(4\theta + 2\theta\cos 2\theta - 3\sin 2\theta)}$$
(13)

沿胎侧圆周方向进行离散,则胎侧单元的截面宽度  $b_s = 1$  (如图 1 所示 ),则:

$$A_s = h_s, \ I_s = \frac{h_s^3}{12}$$
 (14)

将 
$$E_s A_s = E_s h_s$$
,  $E_s I_s = \frac{E_s h_s^3}{12}$  和  $G_s A_s =$ 

 $\frac{E_s h_s}{2(1+\lambda)}$ 代入式(13),则胎侧结构刚度 $K_s$ 为:

$$K_{s} = \frac{2E_{s}h_{s}\theta}{l_{s}(2\theta + \sin 2\theta)} + \frac{2E_{s}h_{s}\theta}{l_{s}(1 + \lambda)(2\theta - \sin 2\theta)} + \frac{E_{s}h_{s}^{3}\theta^{3}}{6l_{s}^{3}(4\theta + 2\theta\cos 2\theta - 3\sin 2\theta)}$$
(15)

#### 3.3 基于弦刚度和结构刚度的胎侧解析刚度

胎侧单元解析刚度由胎侧结构刚度  $K_s$  和胎侧 弦刚度  $K_r$ 组成,可表示为:

$$k_r = K_r + K_s \tag{16}$$

将式(8)和(15)代入式(16),则胎侧解析刚度  $k_r$ 可表示为:

$$k_{r} = P_{0} \frac{\cos \theta + \theta \sin \theta}{\sin \theta - \theta \cos \theta} + \frac{2E_{s}h_{s}\theta}{l_{s}(2\theta + \sin 2\theta)} + \frac{2E_{s}h_{s}\theta}{l_{s}(1 + \lambda)(2\theta - \sin 2\theta)} + \frac{E_{s}h_{s}^{3}\theta^{3}}{6l_{s}^{3}(4\theta + 2\theta \cos 2\theta - 3\sin 2\theta)}$$
(17)

式中  $P_0$ 为充气压力; $\theta$ 为胎侧曲梁弧度夹角的一半, $\theta_0$ =49.3°; $l_s$ =0.4 m 为胎侧曲梁的长度; $h_s$ =0.03 m 为胎侧截面厚度; $E_s$ 为胎侧曲梁沿径向的弹性模量; $\lambda$ 为胎侧曲梁泊松比,取 $\lambda$ =0.35。

式(17)表明:(1) $P_0 \frac{\cos \theta + \theta \sin \theta}{\sin \theta - \theta \cos \theta}$ 表示胎侧预

紧力作用下的胎侧弦刚度;  $\frac{2E_sh_s\theta}{l_s(2\theta+\sin 2\theta)}$ ,

 $E_sh_s^3\theta^3$   $2E_sh_s\theta$   $16l_s^3(4\theta+2\theta\cos2\theta-3\sin2\theta)$  和  $16l_s(1+\lambda)(2\theta-\sin2\theta)$  分别表示与结构变形相关的胎侧拉伸刚度、弯曲刚度和剪切刚度;(2)预紧力作用下的胎侧弦刚度与充气压力 $P_0$ 成线性关系,比例系数为  $\frac{\cos\theta+\theta\sin\theta}{\sin\theta-\theta\cos\theta}$ ;(3)胎侧结构刚度与充气压力无关,与胎侧的几何参数和胎侧弹性模量 $E_s$ 有关。

### 4 柔性胎体与胎侧结构参数辨识

#### 4.1 柔性胎体结构参数辨识

基于弹性基础的一维欧拉梁模型,建立了式(8) 所示的重载轮胎模型,轮胎的振动特性与轮胎的结构和几何参数息息相关,轮胎的参数中,除几何参数 便于测量外,其结构参数,包括胎体弯曲刚度 EI、胎体密度 ρA 和胎侧径向刚度 k,无法实现直接测量。结合 2.2节中获取的不同充气压力下的实验模态参数,建立关于结构参数的重载轮胎模态共振频率解析解,利用待定系数法,求取重载轮胎未知结构参数。

胎体柔体动力学模型为偏微分方程组,利用模态叠加法,将偏微分方程组转化为空间和时间的常微分方程进行求解,推导出轮胎各阶固有频率与轮胎结构参数间的关系。令:

$$u_r(\theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos(n(\theta - \varphi)) \sin \omega_n t \quad (18)$$

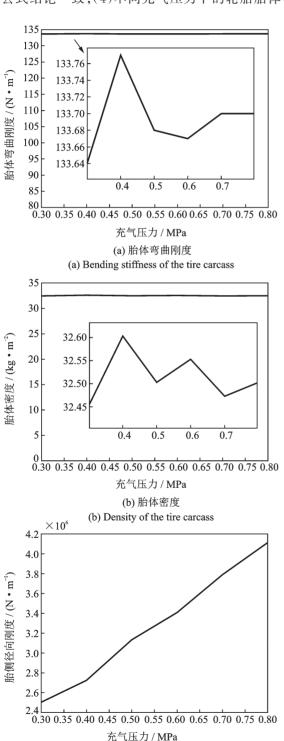
将式(18)代入式(3),则推导出轮胎的一维面内弯曲的共振频率 *F*。为:

$$F_{a} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{R^{4}} n^{4} + \frac{P_{0}b}{R} n^{2} + k_{r}}$$
(19)

式(19)为重载轮胎关于轮胎结构、几何和模态阶数相关的模态共振频率的解析形式,分别利用待定系数法,结合2.2节中获取的不同充气压力下的轮胎实验模态参数,对不同充气压力所对应的式(19)中的结构参数进行识别,计算结果如图10所示。

结果表明:(1)图10(a)为不同充气压力下的胎体弯曲刚度计算值,表明胎体弯曲刚度不受轮胎充

气压力的影响,其平均胎体弯曲刚度为133.69 N/m;(2)图10(b)为不同充气压力下的胎体密度计算值,表明胎体密度不受轮胎充气压力的影响,其平均胎体密度为32.50 kg/m²;(3)图10(c)为不同充气压力下的胎侧径向刚度计算值,计算结果表明胎侧径向刚度近似与充气压力呈线性关系,与胎侧解析刚度公式结论一致;(4)不同充气压力下的轮胎胎体弯



(c) Radial stiffness of the sidewall spring 图 10 不同充气压力下轮胎结构辨识结果

(c) 胎侧径向刚度

Fig. 10 Identified structural parameters results of the tire with different inflation pressure

曲刚度和胎体密度基本为定值,而胎体径向刚度则近似于充气压力呈线性关系。

### 4.2 考虑弦刚度和结构刚度的大扁平比胎侧曲梁 解析刚度模型

为计算胎侧曲梁沿径向的弹性模量,将图 10 (c)中计算的胎侧在 0.8 MPa 充气压力下的胎侧刚度值代入式(17),通过计算  $E_s = 1.3 \times 10^7$ 。

为验证计算结果的准确性,利用计算的胎侧弹性模量参数,分析不同充气压力下的胎侧解析刚度,与图 10(c)进行对比,结果如图 11 所示。

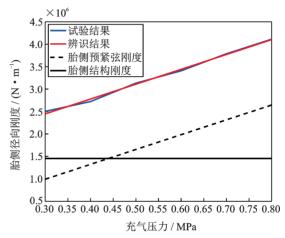


图 11 不同充气压力下的胎侧径向刚度计算结构和实验结果对比图

Fig. 11 Calculated and experimental results of the sidewall stiffness with different inflation pressure

对比结果表明:(1)利用胎侧弹性模量  $E_s$ =  $1.3 \times 10^7$ 计算的不同充气压力下的胎侧解析刚度与图 10(c)识别的胎侧刚度拟合较好,验证了胎侧弹性模量参数和胎侧解析刚度模型的准确性;(2)充气压力影响胎侧弦刚度,而不影响胎侧结构刚度;(3)充气压力低于0.44 MPa时,胎侧结构刚度大于胎侧弦刚度,胎侧结构刚度为胎侧解析刚度的主体,随着充气压力的增大,胎侧弦刚度大于胎侧结构刚度,成为胎侧解析刚度的主体。

### 5 讨论

式(17)给出了胎侧几何、结构参数构成的胎侧解析刚度表达式,为分析不同几何和结构参数对胎侧刚度的影响规律,开展胎侧解析刚度影响分析,主要包括胎侧的结构和几何参数。

图 12描述了胎侧结构和几何参数对胎侧解析刚度的影响规律,包括胎侧径向弹性模量 $E_s$ (图 12(a))、胎侧截面厚度  $h_s$ (图 12(b))、胎侧曲梁弧长  $l_s$ (图 12

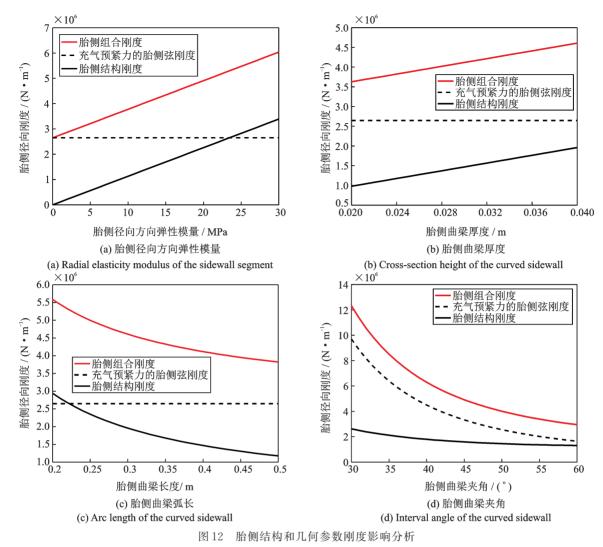


Fig. 12 Influence analysis of the structural and geometrical parameters of the tire sidewall

(c))和胎侧曲梁弧度夹角 $\theta$ (图12(d))。结果表明:

- (1)胎侧径向弹性模量影响胎侧结构刚度,成近似正向线性关系,弹性模量低于23.5 MPa时,胎侧结构刚度小于胎侧弦刚度,随着弹性模量的增大,胎侧结构刚度增大,弹性模量大于23.5 MPa时,胎侧结构刚度大于胎侧弦刚度;
- (2)胎侧截面厚度影响胎侧结构刚度,成近似正 向线性关系;
- (3)胎侧曲梁弧长影响胎侧结构刚度,随着曲梁弧长的增加,胎侧结构刚度降低,成非线性变化趋势,曲梁弧长大于0.225 m时,胎侧弦刚度大于胎侧结构刚度,随着曲梁弧长的减小,胎侧结构刚度增大,曲梁弧长小于0.225 m时,胎侧结构刚度大于胎侧弦刚度;
- (4)胎侧曲梁夹角同时影响胎侧弦刚度和胎侧结构刚度,随着胎侧曲梁夹角的增大,胎侧弦刚度和结构刚度降低,成非线性关系;
- (5)为增大胎侧径向刚度,需增大胎侧径向方向的弹性模量,增加胎侧曲梁厚度,减小胎侧曲梁弧长和曲梁夹角。

### 6 结 论

针对重载轮胎大扁平比结构建模问题,基于解析弹性基础的欧拉梁模型,分别从动力学建模、实验模态分析、结构参数辨识等三个方面对重载轮胎的柔性胎体和大扁平比胎侧曲梁的低频动力学特性开展研究。研究结果表明:(1)在0~180 Hz频率范围内,重载轮胎以结构周向弯曲振动为主,与欧拉梁模型相一致,可利用基于弹性基础的柔性梁模型表征;(2)大扁平比胎侧曲梁的解析刚度与胎侧的几何、结构和充气压力参数直接相关,可用于快速指导轮胎胎侧的结构设计和振动特性分析;(3)轮胎充气压力影响柔性胎体梁的轴向预紧力和胎侧的弦刚度,进而影响轮胎弯曲振动特性,充气压力越高,轮胎的谐波弯曲振动模态频率增加,而模态阻尼降低。

#### 参考文献:

[1] 刘志浩,高钦和,刘准,等.重载轮胎面内刚柔耦合建模

- 及传递特性分析[J]. 兵工学报, 2018, 39(2): 224-233. LIU Zhi-hao, GAO Qin-he, LIU Zhun, et al. In-plane rigid-elastic coupling dynamic modeling and vibration response prediction of heavy duty radial tire[J]. Acta Armamentarii, 2018, 39(2): 224-233.
- [2] Zhu T, Li B. Implementation of an extended model for multi-axle articulated vehicle with nonlinear tire model [J]. SAE Technical Paper Series, 2017, DOI: 10.4271/2017-01-0436.
- [3] Maleska Markus, Petry Frank, Fehr Duc, et al. Longitudinal hydroplaning performance of passenger car tires [J]. Vehicle System Dynamics, 2021, 59(3):415-432.
- [4] Wei C, Olatunbosun O A. The effects of tyre material and structure properties on relaxation length using finite element method [J]. Materials & Design, 2016, 102: 14-20.
- [5] 赵又群.一种非充气机械弹性安全车轮的研究进展 [J].机械工程学报,2019,55(24):105-116. ZHAO Youqun. Research progress on kind of non-pneumatic mechanical elastic safety wheel[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019,55(24):105-116.
- [6] TomiatiNicolò, ColomboAlessandro, MagnaniGianantonio. A nonlinear model of bicycle shimmy[J]. Vehicle System Dynamics, 2019,57(3):315-335.
- [7] Pacejka H B. Tire and Vehicle Dynamics[M]. Elsevier, 2005.
- [8] Yu Xudong, Huang Haibo, Zhang Tao. A theoretical three-dimensional ring based model for tire high-order

- bending vibration [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019,459:114820.
- [9] Liu Z H, Gao Q H. Analytical investigation on tire dynamics by rigid-elastic coupled tire model with nonlinear sidewall stiffness [J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2018, 40 (2): 1-14.
- [10] Yamashita H, Matsutani Y, Sugiyama H. Longitudinal tire dynamics model for transient braking analysis: AN-CF-LuGre tire model[J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2015, 10(3):031003.
- [11] Matsubara M, Tsujiuchi N, Koizumi T, et al. Natural frequency analysis of tire vibration using a thin cylindrical shell model[J]. SAE Technical Paper Series, 2015, 2015, DOI: 10.4271/2015-01-2198.
- [12] Cooley C G, Parker R G. Limitations of an inextensible model for the vibration of high-speed rotating elastic rings with attached space-fixed discrete stiffnesses [J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2015 (54): 187-197.
- [13] Lee J, Wang S, Pluymers B, et al. A modified complex modal testing technique for a rotating tire with a flexible ring model[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 60:604-618.
- [14] Liu Z H, Gao Q H. Development of flexible belt on elastic multi-stiffness foundation tire model for heavy load radial tire with a large section ratio[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 123:43-67.

## Analytical sidewall stiffness model and kinematic analysis of the heavyloaded tire with a large flat ratio

LIU Zhi-hao<sup>1</sup>, LIU Yi-xun<sup>1</sup>, LIU Yan<sup>2</sup>, GAO Qin-he<sup>1</sup>, MA Dong<sup>1</sup>, HUANG Tong<sup>1</sup>
Lab of Armament Launch Theory & Technology, National Key Discipline, the Rocket Force Engineering University, X

(1. Lab of Armament Launch Theory & Technology, National Key Discipline, the Rocket Force Engineering University, Xi'an 710025, China; 2. Taian Regional Military Office of the Rocket Force Army, Taian 271000, China)

Abstract: The study investigates the planar vibration modeling of a radial tire with a large flat ratio for a heavy load vehicle. A proposed tire model with a flexible belt on an elastic analytical stiffness foundation is investigated via the theoretical modeling, experimental modal analysis and the parameters identification. The Euler beam model specifically assesses the circumferential vibration of the flexible belt, moreover the influence of the inflation is discussed. The analytical multi-stiffness function of a large section ratio sidewall is derived by combining the membrane feature caused by inflation pressure and the structural deformation caused by sidewall curvature. Additionally, the parametric identification of the proposed tire model is discussed. The experimental and the theoretical results indicate the following: (1) the bending characteristic of the belt within  $0\sim180~{\rm Hz}$  can be featured with the flexible belt on an elastic analytical stiffness foundation tire model; (2) the multi-stiffness function of the curved sidewall assesses the pre-tension membrane feature and structural deformation, which is related to the inflation pressure, structural curvature and material properties; (3) the inflation pressure affects the pre-tension force of the belt and the pre-tension membrane feature of the sidewall.

**Key words:** tire dynamics; heavy loaded radial tire; analytical stiffness model of the curved sidewall; flexible belt on an elastic foundation

作者简介: 刘志浩(1989—),男,博士,副教授。电话:15102951659; E-mail:liuzh\_epgc@163.com。 通讯作者: 高钦和(1968—),男,博士,教授。电话:15353728169,(029)84741760; E-mail:qhgao\_201@126.com。