行星轮不均载的行星齿轮箱振动信号模型

马浩群,冯志鹏

(北京科技大学机械工程学院,北京100083)

摘要:行星齿轮箱有多个行星轮构成的平行传动路径可以分担输入的扭矩负载。行星轮之间的载荷分布不均会降低效率和加速疲劳。为了充分揭示行星轮载荷分布不均的故障特征,建立了行星轮不同载荷分布情况下的振动信号模型;推导出傅里叶频谱,说明行星轮载荷的不均匀分布会引起附加的信号频率成分,并可能导致系统固有频率的偏移;总结了输入扭矩和行星轮位置误差的严重程度对信号频谱结构的影响。仿真和实验结果与理论模型较好吻合。

关键词:故障诊断;行星齿轮箱;信号模型;载荷分布;频谱分析

中图分类号: TH165⁺.3; TH132.425 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)01-0196-06 DOI:10.16385/i.cnki.issn.1004-4523.2022.01.021

引 言

行星齿轮箱有几个行星轮形成平行的传动路 径来分摊输入扭矩。相比于定轴齿轮箱,这种结构 减少了施加在每个啮合齿轮上的负载,同时作用在 太阳轮和齿圈的径向力可以被中和,使行星齿轮箱 在更加紧凑的体积内承担较大载荷,且输入和输出 具有同轴结构。然而,如果载荷不均匀地施加在行 星轮上,行星齿轮箱的优势将会大打折扣。行星轮 不均载通常是由于制造或安装误差造成的,例如行 星轮轴孔偏离了它的标称位置。同时,行星轮载荷 分布不均也会导致齿轮箱的效率损失和加速 老化^[1]。

行星齿轮箱的故障诊断工作大多关注齿轮^[26] 或轴承^[56],较少涉及行星轮载荷分布故障,然而, 行星轮载荷分布也显著地影响振动信号。已有的 行星轮载荷的研究主要集中在载荷分布比的计 算^[78]和机理方面^[913]。因此有必要对其进行振动 信号建模,在齿轮箱系统的物理机理与时域和频域 的数学表达式之间架起桥梁,便于对行星轮不均载 故障进行进一步诊断。McFadden等^[14]首先提出啮 合频率周围的不对称边带是由于行星轮相对于固 定在齿圈的传感器的旋转运动造成的,并通过建立 的振动信号模型表明,行星轮的公转导致频谱中出 现行星轮数目倍数的行星架谐波。Inalpolat等^[15] 将行星轮的相位考虑在内,并根据行星轮的角度位 置(等间距或不等间距)和相位条件(同步相位、顺 序间隔相位、任意相位)将行星齿轮箱分为五类。 Mark等^[16]推导了固定在齿圈上的传感器响应的傅 里叶级数,并明确说明了载荷分配不均会导致行星 架频率的非行星轮数目倍数的谐波。文献[17-18] 提出了包含太阳轮与行星轮啮合振动和齿轮故障 影响的现象学模型,进一步验证了 Mark 论文的 结论。

现有的行星轮载荷分布振动信号模型一般将行 星齿轮箱的冲击振动描述成傅里叶级数或三角函 数,这对于实际振动过程过于抽象简化,同时不利于 具体的程序实现和后续的仿真分析。而且行星齿轮 箱的固有振动从全局上影响着振动信号的频率结 构,是振动建模中不容忽视的因素。因此,本文提出 的振动信号模型在已有文献模型的基础上进行了扩 展^[14-18],考虑了由齿轮啮合引起的固有振动,并提出 了具体的冲击函数表示的振动信号模型。模型指出 了在制造误差严重或输入力矩较低的情况下,当某 些行星轮与太阳轮或齿圈可能会失去有效的啮合连 接,固有频率也会由于系统刚度的降低而改变。讨 论了随着行星轮位置误差严重程度和输入转矩的变 化,对信号模型和相应的频谱产生的影响。

1 信号模型

1.1 总体信号模型

行星齿轮箱的振动主要来源于齿轮的啮合^[19]。

收稿日期: 2020-09-17;修订日期: 2021-01-08

基金项目:国家重点研发计划(2018YFC0810500);国家自然科学基金资助项目(51875034)。

当行星轮与齿圈或太阳轮啮合时,啮合刚度随着参与啮合的齿数发生变化,激发了齿轮箱的固有振动。 假设齿轮啮合的冲击强度与每个行星轮所受的载荷 成正比^[15]。固定在箱体上的传感器接收到的振动可 以建模为:考虑传递路径效应的所有行星轮啮合振 动的总和:

$$x(t) = \sum_{i=1}^{M} L_{i} \left[\sigma_{ri}(t) \xi_{ri}(t) + \sigma_{si}(t) \xi_{si}(t) \right] \quad (1)$$

式中 M为行星轮个数。当至少有一个中心部件 能沿径向浮动时,三个行星轮的齿轮箱可以抵消有 限的轴孔位置误差引起的载荷分布不均匀的影 响^[20],因此本文只讨论行星轮数 $M \ge 4$ 的情况。 L_i 表示载荷分布比,Ligata将平面内转矩平衡问题类 比为三维力矩平衡问题^[7],提出了一种计算载荷分 布比的算法,代码下载见附录。 $\sigma_a 和 \sigma_{si}$ 分别表示传 递路径对行星轮-齿圈和行星轮-太阳轮啮合振动 的影响, $\xi_a 和 \xi_{si}$ 分别表示行星轮-齿圈和行星轮-太 阳轮的振动。

名义上,所有行星轮的中心沿行星架的圆周均 匀分布,假设第1个行星轮的名义角位置为零,其 他行星轮的位置为 $\Theta_i = (i-1)/M$, $i=1,2, \cdots, M_o$ 一般认为行星轮轴孔径向位置偏差对载荷分布影 响不大^[11],每个行星轮沿切线方向(周向)偏离标称 位置的误差为 ε_i ,假设 $\varepsilon_i = 0$ 。为简单揭示行星轮啮 合振动的谱结构,将行星轮啮合振动视为狄拉克梳 状函数 $III(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \delta(t-i)$,其中 $\delta(t)$ 为单个脉 冲。通过计算不同啮合齿轮的啮合频率 $f_m = Zf_c = Z_s(f_s - f_c)$,其中 Z_r 和 Z_s 分别表示齿圈和太阳轮齿 数, f_c 和 f_s 分别为行星架和太阳轮旋转频率。行星 轮-齿圈由于行星轮角位置误差而产生时移(角误 差除以相对旋转速度)。因此,行星轮-齿圈啮合振 动可表示为:

$$\boldsymbol{\xi}_{ri}(t) = A_{ri} \mathrm{III} \left[f_{\mathrm{m}} \cdot \left(t - \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{i} + \boldsymbol{\Theta}_{i}}{2\pi f_{\mathrm{c}}} \right) \right]$$
(2)

式中 *A_n*为第*i*行星轮-齿圈冲击振动幅值。类似地,行星轮-太阳轮啮合振动表示为:

$$\boldsymbol{\xi}_{si}(t) = A_{si} \mathrm{III} \left[f_{\mathrm{m}} \cdot (t + \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{i} + \boldsymbol{\Theta}_{i}}{2\pi f_{\mathrm{s}} - 2\pi f_{\mathrm{c}}}) + \frac{\varphi_{i}}{2\pi} \right] (3)$$

式中 A_{si} 为第i行星轮-太阳轮冲击振动幅值, φ_i 为第i行星轮分别与太阳轮和齿圈啮合的相位差^[21]。

1.2 传递路径效应

来自行星轮-齿圈或行星轮-太阳轮的振动通过

几条路径传播到安装在箱体上的传感器。其中通过 轴承的路径更长,更有可能被轴承的润滑油层所衰 减^[2]。为了简化建模,忽略了不同行星轮间的振动 耦合现象,本文只考虑较短的路径1(行星轮-齿圈-传感器)和路径2(太阳轮-行星轮-齿圈-传感器)的 长度随着行星架的圆周位置而变化。当某一行星轮 到达公转位置的顶点时,传感器感受到最大的振动 强度。使用描述时变传输路径效应的高斯窗来描述, $\sigma_i(t) = F \exp(-l_a(t)/a)$,其中F为强度因子,a为 衰减因子, $l_a(t)$ 为时变路径长度。由于传输路径效 应函数是沿时间轴以固定间隔移动的指数函数,利 用卷积函数与冲击函数的性质,可以将其改写为指 数函数 $\sigma_0(t)$ 与间隔为行星架旋转周期1/ f_c 狄拉克梳 函数的卷积:

$$\sigma_{ti} = \sigma_i(t) = \sigma_0(t) * III \left[f_c(t - \frac{\varepsilon_i + \Theta_i}{2\pi f_c}) \right] \quad (4)$$

$$\sigma_{si}(t) = F \exp(-\frac{l_{si} + 2R_{p}}{a}) = \exp(-\frac{2R_{p}}{a}) \cdot \sigma_{i} = \eta \cdot \sigma_{0}(t) * \operatorname{III}\left[f_{c}(t - \frac{\varepsilon_{i} + \Theta_{i}}{2\pi f_{c}})\right]$$
(5)

式中 *表示卷积, R_p 为行星轮半径, $\eta = \exp(-2R_p/a)$,

$$\sigma_{0}(t) = \begin{cases} F \exp(\frac{-2\pi R_{r} f_{c} |t|}{a}), & \frac{-1}{2M f_{c}} \leqslant t < \frac{1}{2M f_{c}} \\ 0, & \ddagger \& \end{cases}$$
(6)

1.3 固有振动的影响

在上面的讨论中,齿轮啮合振动被简单地认为 是狄拉克脉冲。实际上,不同部件产生的每一次冲 击都会激发机器的固有频率。激发的共振对频谱结 构产生全局影响,固有频率附近的振动频率的振幅 被增强,其他振幅被衰减。这里系统的固有振动用 弹簧-质量-阻尼器表示:

$$\lambda(t) = \begin{cases} \exp(-t/\beta) \cdot \sin(2\pi f_n t), & t \ge 0\\ 0, & t < 0 \end{cases}$$
(7)

式中 β>0结构阻尼系数,f_n为固有频率。从数学 上讲,这个过程相当于啮合振动的冲击函数与指数 衰减的固有振动函数的卷积。因此,最终的振动信 号模型为:

$$\widetilde{c}(t) = \lambda(t) * \sum_{i=1}^{M} L_i \sigma_i(t) \left\{ III \left[f_{\rm m} \cdot (t - \frac{\varepsilon_i + \Theta_i}{2\pi f_{\rm c}}) \right] + \eta III \left[f_{\rm m} \cdot (t + \frac{\varepsilon_i + \Theta_i}{2\pi f_{\rm s} - 2\pi f_{\rm c}}) + \frac{\varphi_i}{2\pi} \right]$$
(8)

由于行星轮间的承载关系为并联,所以系统承 载刚度~箱体刚度+行星轮啮合刚度×行星轮个 数。在不均载严重的情况下,会造成某(几)个行星 轮脱离承受载荷,从而使得系统的接触刚度下降,因 为固有频率的平方与刚度呈正比,所以系统的固有 频率也会随之下降。对于不同输入力矩的同一台机 器,如果行星轮轴位置有偏差,则承受输入载荷的行 星轮数量随着施加载荷的逐渐增加而变化^[7]。因 此,系统固有频率的变化可以作为诊断行星轮间载 荷分布状态的辅助依据。

2 频谱结构

由于固有振动只影响谱包络线的形状,可以后续单独考虑。结合所有行星轮的上述行星轮-齿圈和行星轮-太阳轮振动,得到式(1)中时域信号*x*(*t*)的傅里叶变换:

$$X(f) = \frac{\hat{\sigma}_{0}(f)}{2\pi Z_{r} f_{c}^{2}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta \left[f - (mZ_{r} + n) f_{c} \right] \cdot \left\{ \sum_{i=1}^{M} L_{i} A_{ri} \exp \left[-j(mZ_{r} + n) (\varepsilon_{i} + \Theta_{i}) \right] + \eta L_{i} A_{si} \exp \left[jm\varphi_{i} \right) \exp \left[j(mZ_{s} - n) (\varepsilon_{i} + \Theta_{i}) \right] \right\}$$
(9)

当 (mZ_r+n) 或 (mZ_s-n) 等于行星轮数目倍数 时,对应的傅里叶系数非零,就是说行星架谐波只在 行星轮数M的倍数处出现峰值。所有行星轮的平均 分布 $\epsilon_i=0$ 只有在保证条件 $(Z_r+Z_s)/M\in N$ 下才能实 现,而此时 $(mZ_r+n)/M$ 和 $(mZ_s-n)/M$ 会同时为整 数。如果任意 $\epsilon_i \neq 0$,所有行星架谐波倍频 (mZ_r+n) 和 (mZ_s-n) 会以 $\sum_{i=1}^{M} L_i \exp[-j(mZ_r+n)(\epsilon_i + \Theta_i)]$ 或 $\sum_{i=1}^{M} L_i \exp[-j(mZ_s-n)(\epsilon_i + \Theta)]$ 出现。固有振 动会进一步缩放谱成分的振幅。将卷积定理应用 于考虑固有振动的信号模型式(8),最终得到的频 谱为:

 $\widetilde{X}(f) = F[\lambda(t) * x(t)] = \hat{\lambda}(f) \cdot X(f) \quad (10)$ 式中 $\hat{\lambda}(f) \mathrel{\mathcal{H}}\lambda(t)$ 的傅里叶变换。

3 模型参数的影响

利用 MATLAB 来验证提出的信号模型(代码 下载地址见附录),考虑了不同的行星轮轴孔位置误 差、行星轮数和输入力矩。仿真参数如表1所示。

图1为仿真信号频谱的对比(*M*=5)。整体上, 当行星轮位于标称位置时,只出现行星轮数倍数的 行星架谐波;当行星轮中心偏离标称位置时,其他行

表1 仿真信号参数 Tab.1 Parameters of simulated signal

$Z_{\rm r}/{ m mm}$	$R_{ m p}/ m mm$	$R_{\rm r}/{ m mm}$	$R_{\rm s}/{ m mm}$	φ/rad
61	15.75	48.60	16.20	8.727×10^{-4}
$f_{\rm c}/{\rm Hz}$	$T_{\rm s}/({ m N} \cdot { m m})$	F	а	$k_{\rm e}/({\rm N}\cdot{\rm m}^{-1})$
3	30	1	$7.634 imes 10^{-3}$	2.975×10^{7}

星架倍频出现。频谱包络线的形状也可以证明行星 轮位置误差的存在,由于支撑刚度减弱,整个系统的 固有频率沿*x*轴偏移。频谱上的包络峰移到更低的 频率意味着负载在行星轮之间的分布不均匀。



图1 行星轮不均载造成的频谱最大峰值偏移

Fig. 1 Spectral summit shifts due to the unequal load sharing among planets

3.1 输入扭矩大小

从图2的时域波形和频谱(M=5)可以看出,输 入扭矩影响行星轮与太阳轮、齿圈接触的冲击强度, 从而缩放整个信号的幅值。输入扭矩也影响参与啮 合的行星轮数,随着输入转矩从较低的值逐渐增大, 越来越多的行星轮参与到轴承载荷中,因此,系统的 固有频率上升,图2(b)展示了频谱中的固有频率偏 移。此外,较大的输入转矩可以改善载荷分布条件, 使其更加均匀。

3.2 故障严重程度

轴孔误差的严重程度主要分两个阶段影响信号频谱。在第一阶段,增加的误差水平(1°)导致非*M* 倍数(*M*=6)的阶次分量在主峰周围聚集,如图3(a) 所示;在第二阶段,如果继续将误差扩大到2.1°,一 对行星轮将脱离有效啮合连接,频谱的包络线顶点的横轴位置以及系统的固有频率将降低到一个较低的范围,图3(b)说明了这种现象。

4 实验验证

4.1 实验设置

为模拟风力涡轮机的实际应用场景,试验台由电机、行星齿轮箱、编码器、扭矩传感器和作为负载

畐值

幅值

0.04

0.02

-0.02

-0.04^L₀

1.0

0.5

0.2

0.1

0

-0.1

-0.2

0.020

0.015

0.005

90.010

0

隔值

0 4

 $\times 10^{-3}$ 1.5

0





250

300

啮合时间间隔

合成信号

固有振动

啮合振动

150



的发电机组成,如图4所示。以健康行星齿轮箱为 对照,故障为行星轮轴孔的位置有0.1°的偏差(如图 5所示)。行星齿轮箱的额定参数和各齿轮齿数如 表2所示。采集系统的采样频率为20480 Hz,采样 时间为60s,太阳轮的旋转频率为8.45Hz(507r/ min),输出端负载为30 N·m,齿轮啮合频率 f_n= 228.15 Hz,行星架旋转频率f。=2.1125 Hz。

4.2 实验信号分析

图 6 为正常和故障情况的频谱,固有振动和传 递路径效应共同影响和塑造出正常和故障的频谱包 络线。通过模态实验估计出了正常和故障齿轮箱的 系统传递函数和一阶固有频率,由于正常情况下固



图 3 第四个行星轮有不同严重程度位置偏差

Fig. 3 Different severity of angular position error at the fourth planet

表2 行星齿轮箱额定参数和齿数





有频率较高,因此正常情况下的频谱的包络峰位于 比故障情况更高的频率范围。这表明,轴孔位置误



图 5 行星轮角度位置偏差:0.1° Fig. 5 Planet angular position: 0.1°



Fig. 6 Spectrum overview of experimental data

差会导致行星轮与太阳轮或齿圈断开有效啮合连接,从而验证了模型中预测的固有频率偏移。

正常情况下,冲击振幅和冲击间隔分布更均匀 (如图7(a)所示)。而故障信号在一个行星架旋转 周期内显示出更多的不规则冲击,如图7(b)所示。 通过局部频域比较,可以清楚地看到故障情况下非 *M*=4倍数的行星架阶次峰值,证明了行星轮间载 荷分布的不均匀性。正常信号中的小峰值是由于制 造和装配过程中不可避免的误差造成的。





5 结 论

本文考虑了齿轮啮合振动、传动路径、固有振 动、参与拟合的行星轮数和行星轮间载荷分布等因 素的影响,建立了行星轮不均载情况下行星齿轮箱 的振动信号模型。推导了相应的傅里叶谱,发现: (1)正常情况下的傅里叶谱中只出现行星轮数倍数 的行星架阶次,而不均载信号的频谱则会额外出现 非行星轮数倍数的行星架阶次;(2)行星轮轴孔位 置误差的严重程度和输入转矩共同影响系统的载荷 分布条件、参与啮合的行星轮数和系统固有频率。 随着轴孔误差严重程度的增加或输入转矩的减小, 行星轮承担的载荷越少,整个系统的刚度越小,固有 频率向一个较低的范围偏移,载荷分布状态越差。 因此,额外的行星架阶次和固有频率偏移可以诊断 行星轮之间的不均载。

参考文献:

- Qiu X, Han Q, Chu F. Load-sharing characteristics of planetary gear transmission in horizontal axis wind turbines[J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 92: 391-406.
- [2] Feng Z, Zuo M J. Vibration signal models for fault diagnosis of planetary gearboxes [J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(22):4919-4939.
- [3] 冯志鹏,褚福磊.行星齿轮箱齿轮分布式故障振动频 谱特征[J].中国电机工程学报,2013,33(2):118-125.
 Feng Zhipeng, Chu Fulei. Vibration spectral characteristics of distributed gear fault of planetary gearboxes[J].
 Proceedings of the CSEE, 2013, 33(2):118-125.

201

- [4] 冯志鹏,赵镭镭,褚福磊.行星齿轮箱齿轮局部故障 振动频谱特征[J].中国电机工程学报,2013,33(5): 119-127.
 Feng Zhipeng, Zhao Leilei, Chu Fulei. Vibration spectral characteristics of localized gear fault of planetary gearboxes[J]. Proceedings of the CSEE,2013,33(5):
- 119-127.
 [5] 胡茑庆,陈徽鹏,程哲,等.基于经验模态分解和深度
 卷积神经网络的行星齿轮箱故障诊断方法[J].机械工
 程学报,2019,55(7):9-18.

Hu Niaoqing, Chen Huipeng, Cheng Zhe, et al. Fault diagnosis for planetary gearbox based on EMD and deep convolutional neural networks [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019,55(7):9-18.

- [6] Zhao D, Wang T, Chu F. Deep convolutional neural network based planet bearing fault classification [J]. Computers in Industry, 2019, 107:59-66.
- [7] Ligata H, Kahraman A, Singh A. A closed-form planet load sharing formulation for planetary gear sets using a translational analogy[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(2):0210071-0210077.
- [8] 蒋进科,方宗德,刘红梅.行星传动多体齿轮承载接触 特性分析[J].机械工程学报,2019,55(15):174-182. Jiang Jinke, Fang Zongde, Liu Hongmei. Loaded tooth contact characteristic analysis of multi-gear for planetary transmission [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019,55(15):174-182.
- [9] Singh A. Application of a system level model to study the planetary load sharing behavior [J]. Journal of Mechanical Design, 2005, 127(3):469-476.
- [10] Ligata H, Kahraman A, Singh A. An experimental study of the influence of manufacturing errors on the planetary gear stresses and planet load sharing[J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130(4):041701.
- [11] Bodas A, Kahraman A. Influence of carrier and gear manufacturing errors on the static load sharing behavior of planetary gear sets [J]. JSME International Journal

Series C-Mechanical Systems Machine Elements and Manufacturing, 2004, 47(3):908-915.

- [12] Seager D L. Load sharing among planet gears[J]. SAE Transactions, 1970:651-656.
- [13] Kahraman A. Load sharing characteristics of planetary transmissions [J]. Mechanism and Machine Theory, 1994, 29(8):1151-1165.
- [14] Mcfadden P, Smith J. An explanation for the asymmetry of the modulation sidebands about the tooth meshing frequency in epicyclic gear vibration[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 1985, 199(1):65-70.
- [15] Inalpolat M, Kahraman A. A theoretical and experimental investigation of modulation sidebands of planetary gear sets [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 323(3):677-696.
- [16] Mark W D, Hines J A. Stationary transducer response to planetary-gear vibration excitation with non-uniform planet loading[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(4):1366-1381.
- [17] Liu Z, Lei Y, Liu H, et al. A phenomenological model for investigating unequal planet load sharing in epicyclic gearboxes[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 135:106414.
- [18] Lei Y G, Liu Z Y, Lin J, et al. Phenomenological models of vibration signals for condition monitoring and fault diagnosis of epicyclic gearboxes [J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 369:266-281.
- [19] Velex P, Flamand L. Dynamic response of planetary trains to mesh parametric excitations[J]. Journal of Mechanical Design, 1996, 118(1):7-14.
- [20] Singh A. Load sharing behavior in epicyclic gears: Physical explanation and generalized formulation[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(3):511-530.
- [21] Parker R G, Lin J. Mesh phasing relationships in planetary and epicyclic gears [J]. Journal of Mechanical Design, 2004, 126(2):365-370.

A vibration signal model of planetary gearboxes with unequal load sharing among planets

MA Hao-qun, FENG Zhi-peng

(School of Mechanical Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: Planetary gearboxes have parallel paths formed by planets sharing the input torque loads. Unequal load sharing among planets can lead to inefficiency and accelerated fatigue. To thoroughly reveal the fault signatures, this paper establishes a vibration signal model of the planets under different load distribution conditions. The derived Fourier spectrum illustrates the uneven distribution of the planet load can cause additional signal components and the shift of the natural frequency of the system. The spectral structure impacted by input torques and the severity of the planet position error is summarized. Numerical simulation and experimental results agree well with the proposed theoretical model.

Key words: fault diagnosis; planetary gearbox; signal model; load sharing; spectral analysis

作者简介:马浩群(1991一),男,工学硕士。电话:13001020012; E-mail:vastera@163.com。 通讯作者:冯志鹏(1973一),男,博士,教授。电话:(010)62332865; E-mail:fengzp@ustb.edu.cn。

载荷分布比计算和模型仿真信号代码下载地址:https://github.com/Vastera/Unequal_load_signal_model

附录