

运输包装随机振动疲劳曲线及加速振动试验技术

王志伟^{1,2,3,4}, 刘 博^{1,2,3,4}, 王立军^{1,2,3,4}

(1. 暨南大学包装工程研究所, 广东 珠海 519070; 2. 暨南大学重大工程灾害与控制教育部重点实验室, 广东 广州 510632; 3. 暨南大学产品包装与物流广东普通高校重点实验室, 广东 珠海 519070; 4. 暨南大学珠海市产品包装与物流重点实验室, 广东 珠海 519070)

摘要: 推导了运输包装三轴随机振动激励下产品上关注点的 von Mises 等效应力与激励加速度均方根值的关系, 证明了关注点处材料应力疲劳曲线($\sigma-N$ 曲线)和运输包装振动疲劳曲线($G_{rms}-T$ 曲线)的等价性; 针对两类工程上常用的 Basquin 型(幂函数型)和指数函数型损伤和疲劳模型, 给出了其 $G_{rms}-T$ 曲线形式, 得到了基于 $G_{rms}-T$ 曲线的运输包装加速随机振动时间压缩比, 并通过产品模型有限元算例验证了其正确性。由于加速度易于分析和测量, 因此基于 $G_{rms}-T$ 曲线的运输包装加速随机振动试验技术具有潜在的应用价值和进一步研究发展空间。

关键词: 随机振动; 加速振动试验; 运输包装; 振动疲劳曲线

中图分类号: O324; TH113.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)02-0297-10

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.02.005

引 言

运输包装的随机振动十分复杂, 它与运输环境、运输工具及速度、产品和包装以及装载等情况有关。同时, 由于产品及其组成部件和材料种类繁多, 运输包装形式各异, 振动损伤规律表现各不相同, 导致运输包装在物流过程中呈现多种损伤和失效形式。为了评价产品运输包装在物流振动条件下的性能及其有效性与适度性, 节省试验时间, 随机振动试验和加速振动试验成为实践中必不可少的重要手段。

在结构(产品)加速振动试验方法研究方面, Allegri 等^[1]采用 von Mises 等效应力, 得到了等效应力功率谱与应力功率谱的关系, 研究了稳态高斯随机加速振动试验, 给出了试验时间压缩的逆幂律模型, 对指导加速振动试验具有重要意义。程军圣等^[2]、李奇志等^[3]对加速振动试验和逆幂律模型进行了进一步的研究^[2-3]。Jiang 等^[4-5]利用带切口的悬臂铝梁试件, 试验研究了不同参数高斯和非高斯随机振动输入对试件寿命的影响, 提出了在非高斯激励下振动疲劳的加速试验数学模型。张方等^[6]基于结构疲劳寿命频域分析的 Bendat 法和 Dirlík 法, 建立了激励谱量级、响应应力水平和疲劳寿命之间的关系, 提出了基于频域法的随机振动疲劳加速试验设计。

Quang 等^[7]采用共振追踪法研究了电路板的加速振动可靠性。需要指出的是: 上述结构(产品)的加速振动试验研究工作均是在材料疲劳损伤符合 Basquin 幂函数模型的前提下进行的。当材料疲劳损伤不符合 Basquin 幂函数模型而符合其他疲劳损伤模型(如指数函数模型)时, 用 Allegri 方法推出的试验时间压缩表达式与 von Mises 等效应力有关, 难以指导加速振动试验。

对于产品运输包装, 由于产品组成部件和包装容器的多样性, 各组成材料和部件的疲劳损伤准则会有很大不同, 一般不再符合 Basquin 幂函数模型^[8], 整体上表现出: 不同产品运输包装具有不同的振动损伤失效形式, 同一产品运输包装也呈现多种振动损伤失效。所以, 产品运输包装的加速振动试验研究显得更为复杂, 必须区分不同的振动损伤失效形式。这里需要说明: 产品运输包装振动损伤失效是从产品的商品意义上讲的, 指产品达到一定程度的损伤累积或某一功能失效, 与一般意义上的材料和结构疲劳失效有所不同。

针对产品运输包装的特点, 采用有限元和实验方法, 研究了各类运输包装的随机振动动力行为^[9-14], 建立了运输包装的随机振动分析模型, 提出了基于产品部件加速度功率谱(而不是基于损伤关注点应力场)的运输包装加速振动试验方法^[15-17],

收稿日期: 2020-07-26; **修订日期:** 2020-11-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50775100); 珠海市重点学科、重点实验室资助项目。

研究了瓦楞纸板、负载瓦楞纸箱和产品表面印刷磨损的振动失效模式和规律^[18-20]。本文是上述工作的研究延续,进一步研究运输包装三轴随机振动激励下产品上关注点的 von Mises 等效应力与激励加速度均方根值之间的关系,研究关注点处材料应力疲劳曲线($\sigma-N$ 曲线)与运输包装振动疲劳曲线($G_{\text{rms}}-T$ 曲线)的等价性,针对工程上常用的损伤和疲劳模型,研究基于 $G_{\text{rms}}-T$ 曲线的运输包装加速随

机振动试验技术,并通过产品模型有限元算例进行数值验证。

1 运输包装加速随机振动试验概念

为节省运输包装随机振动试验时间,加速随机振动试验成为重要手段。图 1 为加速随机振动试验的原理示意图。

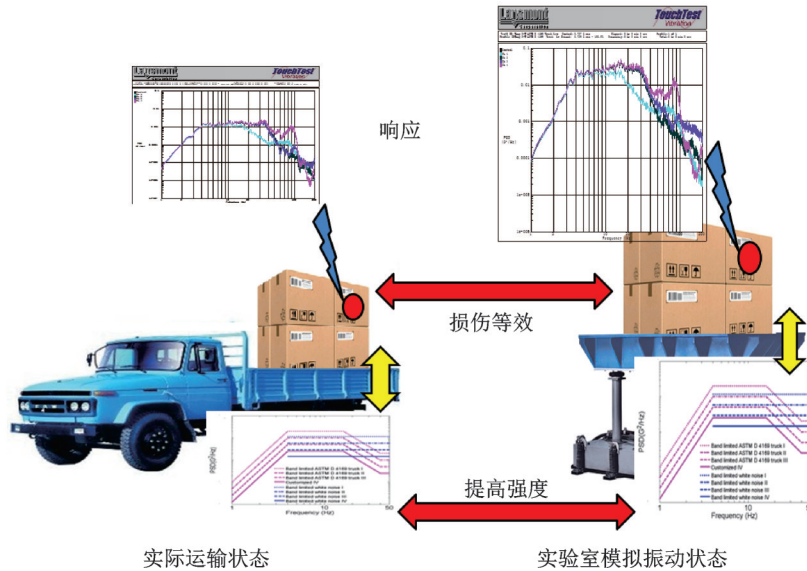


图 1 加速随机振动试验的原理示意图

Fig. 1 Schematic diagram of accelerated random vibration test

加速振动试验是在实验室条件下,保持实际运输包装系统构型和约束不变,保持激励加速度功率谱形状不变,通过提高振动强度,实现缩短振动试验时间和评估运输包装系统安全性的目的。在不改变包装及产品损伤机理的前提下,必须保证在实际运输和实验室模拟振动两种状态下运输包装系统产品上关注点的损伤等效。

在加速振动试验中,实验室模拟振动的加速度激励和实际运输状态的加速度激励之间一般要遵循“简单尺度加速振动”原则:保证两者激励加速度功率谱形状不变,将实际运输加速度单边功率谱 $S_r(v)$ 乘以放大因子 K_{sr} 进行简单倍数放大,得到实验室模拟振动激励加速度功率谱 $S_s(v)$ 。即:

$$S_s(v) = K_{sr} S_r(v) \quad (1)$$

定义随机信号单边功率谱密度 $S(v)$ 的 p 阶谱矩为:

$$\lambda_p = \int_0^{\infty} S(v) v^p dv \quad (2)$$

则随机信号正向零穿越率 N_0 为:

$$N_0 = \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_0}} \quad (3)$$

随机信号峰频率(单位时间平均峰数) N_p 为:

$$N_p = \sqrt{\frac{\lambda_4}{\lambda_2}} \quad (4)$$

随机信号的均方根值 G_{rms} 为:

$$G_{\text{rms}} = \sqrt{\int_0^{\infty} S(v) dv} \quad (5)$$

可以看出,在“简单尺度加速振动”中,实验室模拟振动激励功率谱的各阶谱矩放大了 K_{sr} 倍。两种状态下的激励信号的正向零穿越率和峰频率保持不变,激励信号均方根值放大了 $\sqrt{K_{sr}}$ 倍。

2 运输包装产品上关注点的响应分析

为得到运输包装产品上关注点的响应,本文引入以下假设:

(a) 运输包装材料和几何结构均处于线性弹性状态;

(b) 三轴振动激励是平稳高斯激励。

这个假设作为初步研究是合理的,也与实际运输包装经历的大多数振动是较为吻合的。当减振性能较差的车辆行驶于较差路面时,车辆会经历少量冲击信号,使得运输包装激励加速度信号出现非高斯特征,运输包装变形也较大,偏离线性假设。但极端冲击信号可以从实际运输信号中分离出来,在实验室单独进行冲击实验。这样的话,实际运输包装经历的振动部分基本符合上述假设。

目前,运输包装加速振动试验一般在单轴随机振动激励下完成,近期已发展到三轴随机振动激励下完成。考虑如图1所示运输包装在三轴随机振动激励下产品上关注点的响应。用 \ddot{X} , \ddot{Y} 和 \ddot{Z} 分别表示运输包装受到的相互独立的三轴随机加速度激励,相应的功率谱分别记为 $S_{\ddot{X}}(\omega)$, $S_{\ddot{Y}}(\omega)$ 和 $S_{\ddot{Z}}(\omega)$, 则激励加速度功率谱矩阵 $S_{\ddot{a}}(\omega)$ 可写为:

$$S_{\ddot{a}}(\omega) = \text{diag}(S_{\ddot{X}}(\omega), S_{\ddot{Y}}(\omega), S_{\ddot{Z}}(\omega)) \quad (6)$$

总的激励加速度均方根值 $G_{\ddot{a}, \text{rms}}$ 与三轴激励加速度均方根值 $G_{\ddot{X}, \text{rms}}$, $G_{\ddot{Y}, \text{rms}}$ 和 $G_{\ddot{Z}, \text{rms}}$ 有如下关系:

$$(G_{\ddot{a}, \text{rms}})^2 = (G_{\ddot{X}, \text{rms}})^2 + (G_{\ddot{Y}, \text{rms}})^2 + (G_{\ddot{Z}, \text{rms}})^2 \quad (7)$$

应用有限元方法,可获得产品上任一关注点的应力响应功率谱与运输包装激励加速度功率谱的关系,这一关系可写为^[15-16]:

$$S_{\sigma}(\omega) = \tilde{H}_{\sigma}^*(\omega)^T S_{\ddot{a}}(\omega) \tilde{H}_{\sigma}(\omega) \quad (8)$$

式中 $\tilde{H}_{\sigma}(\omega)$ 为 3×6 矩阵,为频响函数、振型、材料特性、有限元形函数等的综合反应, $\tilde{H}_{\sigma}^*(\omega)$ 为其共轭矩阵。

用 von Mises 等效应力 σ_{eq} 来描述关注点的损伤,其功率谱为^[1]:

$$S_{\sigma_{\text{eq}}}(\omega) = \text{Tr}(S S_{\sigma}(\omega)) \quad (9)$$

式中 Tr 表示求迹运算。 S 为 von Mises 等效应力的系数矩阵:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & 1 & -1/2 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 & -1/2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

关注点的 von Mises 等效应力的均方根值为:

$$\sigma_{\text{eq}, \text{rms}} = \sqrt{\int_0^{+\infty} S_{\sigma_{\text{eq}}}(\nu) d\nu} = \sqrt{\text{Tr}(S \int_0^{+\infty} S_{\sigma}(\nu) d\nu)} \quad (11)$$

将式(8)代入式(11),得:

$$\sigma_{\text{eq}, \text{rms}} = \sqrt{\text{Tr}(S \int_0^{+\infty} \tilde{H}_{\sigma}^*(\nu)^T S_{\ddot{a}}(\nu) \tilde{H}_{\sigma}(\nu) d\nu)} \quad (12)$$

上式展开并利用积分中值定理,可简化为:

$$\sigma_{\text{eq}, \text{rms}} = \sqrt{\alpha(G_{\ddot{X}, \text{rms}})^2 + \beta(G_{\ddot{Y}, \text{rms}})^2 + \gamma(G_{\ddot{Z}, \text{rms}})^2} \quad (13)$$

式中 α, β 和 γ 代表 $\tilde{H}_{\sigma}(\nu)$ 和激励谱型对 von Mises 等效应力的影响。当运输包装、产品上关注点和激励谱型一旦确定后,它们是常数。当然关注点不同,常数也不同。

若运输包装仅受 Y 向单轴振动激励,则有:

$$\sigma_{\text{eq}, \text{rms}} = \sqrt{\beta} G_{\ddot{Y}, \text{rms}} \quad (14)$$

在“简单尺度加速振动”条件下,从式(13), (14)和(1)可以看出,实验室模拟振动状态下关注点等效应力均方根值放大了 $\sqrt{K_{sp}}$ 倍。

3 $G_{\text{rms}}-T$ 曲线

运输包装产品上关注点的损伤和疲劳可用该点材料的 $\sigma-N$ 曲线描述。在随机振动情况下, $\sigma-N$ 曲线表达为 von Mises 等效应力均方根与正向零穿越次数之间的关系。产品是由多种不同材料组成的复杂结构,金属材料的损伤和疲劳通常符合 Basquin 模型,但许多工程材料的损伤和疲劳并不适合于用 Basquin 模型描述。为此,讨论两类工程上常用的损伤和疲劳模型,即 Basquin 型(幂函数型)和指数函数型,其表达式为:

$$\text{Basquin 型: } (\sigma_{\text{eq}, \text{rms}})^b N^{(\sigma_{\text{eq}})} = C_0 \quad (15)$$

$$\text{指数函数型: } e^{b\sigma_{\text{eq}, \text{rms}}} N^{(\sigma_{\text{eq}})} = C_0 \quad (16)$$

式中 b 为材料常数; $N^{(\sigma_{\text{eq}})}$ 为 von Mises 等效应力 σ_{eq} 的正向零穿越总次数,也可用振动时间 T 代替。

将式(13)代入式(15)和(16),式(15)和(16)可分别写成如下形式:

Basquin 型:

$$[\alpha(G_{\ddot{X}, \text{rms}})^2 + \beta(G_{\ddot{Y}, \text{rms}})^2 + \gamma(G_{\ddot{Z}, \text{rms}})^2]^{b/2} T = C \quad (17)$$

指数函数型:

$$e^{b\sqrt{\alpha(G_{\ddot{X}, \text{rms}})^2 + \beta(G_{\ddot{Y}, \text{rms}})^2 + \gamma(G_{\ddot{Z}, \text{rms}})^2}} T = C \quad (18)$$

从产品上关注点角度看,损伤和疲劳可由式(15)和(16)表达;从运输包装角度看,产品上关注点的损伤和疲劳可由式(17)和(18)表达,即:当运输包装和产品上关注点确定后,运输包装的损伤和疲劳(对应于关注点的损伤和疲劳)可用运输包装受到的三轴激励加速度均方根值 $G_{\ddot{X}, \text{rms}}$, $G_{\ddot{Y}, \text{rms}}$, $G_{\ddot{Z}, \text{rms}}$ 和振动时间 T 描述,相应地也可分为 Basquin 型和指数函数型。所以,可将式(17)和(18)称为运输包装随机振动疲劳曲线($G_{\text{rms}}-T$ 曲线)。

从上述推导过程还可以看出:

(1) 运输包装 $G_{\text{rms}}-T$ 曲线和关注点 $\sigma-N$ 曲线中的指数 b 是同一材料常数;

(2) 若将“运输包装”改为“产品或部件”, 式(17)和(18)仍然适用, 此时称为产品或部件随机振动疲劳曲线。

4 加速随机振动试验时间压缩比

4.1 基于关注点材料 $\sigma-N$ 曲线的加速随机振动时间压缩比

从产品上关注点 von Mises 等效应力出发, 使实际运输(r)和实验室模拟振动(s)两种状态下运输包装产品上关注点的损伤等效, 由式(15)得到:

$$(\sigma_{\text{eq,rms}}^{(r)})^b N_{(r)}^{(\sigma_{\text{eq}})} / C_0 = (\sigma_{\text{eq,rms}}^{(s)})^b N_{(s)}^{(\sigma_{\text{eq}})} / C_0 \quad (19)$$

考虑到 $N^{(\sigma_{\text{eq}})} = N_0^{(\sigma_{\text{eq}})} T$ 以及两种状态下等效应力的正向零穿越率保持不变, 由式(19)便可得到加速随机振动时间压缩比为:

Basquin 型:

$$\frac{T_s}{T_r} = \left(\frac{\sigma_{\text{eq,rms}}^{(r)}}{\sigma_{\text{eq,rms}}^{(s)}} \right)^b \quad (20)$$

式中 T_s 和 T_r 分别为实验室模拟振动时间和实际运输时间。同样, 由式(16)可得:

指数函数型:

$$\frac{T_s}{T_r} = e^{b(\sigma_{\text{eq,rms}}^{(r)} - \sigma_{\text{eq,rms}}^{(s)})} \quad (21)$$

如产品上关注点处材料 $\sigma-N$ 曲线已知, 则可从式(20)或式(21)计算加速随机振动的时间压缩比。

4.2 基于运输包装 $G_{\text{rms}}-T$ 曲线的加速随机振动时间压缩比

从运输包装随机振动疲劳曲线($G_{\text{rms}}-T$ 曲线)出发, 考虑两种状态下损伤等效, 由式(17)和(18)可得到加速随机振动时间压缩比为:

Basquin 型:

$$\frac{T_s}{T_r} = \left[\frac{\alpha(G_{X,\text{rms}}^{(r)})^2 + \beta(G_{Y,\text{rms}}^{(r)})^2 + \gamma(G_{Z,\text{rms}}^{(r)})^2}{\alpha(G_{X,\text{rms}}^{(s)})^2 + \beta(G_{Y,\text{rms}}^{(s)})^2 + \gamma(G_{Z,\text{rms}}^{(s)})^2} \right]^{b/2} = \left(\frac{1}{K_{sr}} \right)^{b/2} \quad (22)$$

指数函数型:

$$\frac{T_s}{T_r} = \frac{e^{b\sqrt{\alpha(G_{X,\text{rms}}^{(r)})^2 + \beta(G_{Y,\text{rms}}^{(r)})^2 + \gamma(G_{Z,\text{rms}}^{(r)})^2}}}{e^{b\sqrt{\alpha(G_{X,\text{rms}}^{(s)})^2 + \beta(G_{Y,\text{rms}}^{(s)})^2 + \gamma(G_{Z,\text{rms}}^{(s)})^2}}} = e^{-b(\sqrt{K_{sr}} - 1)\sqrt{\alpha(G_{X,\text{rms}}^{(r)})^2 + \beta(G_{Y,\text{rms}}^{(r)})^2 + \gamma(G_{Z,\text{rms}}^{(r)})^2}} \quad (23)$$

如运输包装 $G_{\text{rms}}-T$ 曲线已知, 则可从式(22)或(23)计算加速随机振动的时间压缩比。

若运输包装仅受 Y 向单轴振动激励, 则其 $G_{\text{rms}}-T$ 曲线和加速随机振动时间压缩比为:

Basquin 型:

$$(\sqrt{\beta} G_{Y,\text{rms}})^b T = C \quad (24)$$

$$\frac{T_s}{T_r} = \left(\frac{G_{Y,\text{rms}}^{(r)}}{G_{Y,\text{rms}}^{(s)}} \right)^b \quad (25)$$

指数函数型:

$$e^{b\sqrt{\beta} G_{Y,\text{rms}}} T = C \quad (26)$$

$$\frac{T_s}{T_r} = \frac{e^{b\sqrt{\beta} G_{Y,\text{rms}}^{(r)}}}{e^{b\sqrt{\beta} G_{Y,\text{rms}}^{(s)}}} = e^{-b\sqrt{\beta} (\sqrt{K_{sr}} - 1) G_{Y,\text{rms}}^{(r)}} \quad (27)$$

5 有限元分析验证

5.1 产品有限元模型

以下通过有限元算例的数值分析进一步证实运输包装 $G_{\text{rms}}-T$ 曲线与关注点处材料 $\sigma-N$ 曲线的一致性。

考虑由两个脆弱部件(悬臂件和短柱件)和产品本体(外框)组成的产品受到基础加速度随机激励振动, 有限元模型、网格划分和关注点 A1, A2, A3 和 A4 选取如图 2 所示, 产品尺寸和材料参数设定如表 1 所示, 阻尼系数设为 0.02。设定产品外框与基础为绑定接触。首先在 solidworks 中建立三维实体模型, 然后将模型导入 ANSYS 中进行随机振动分析。

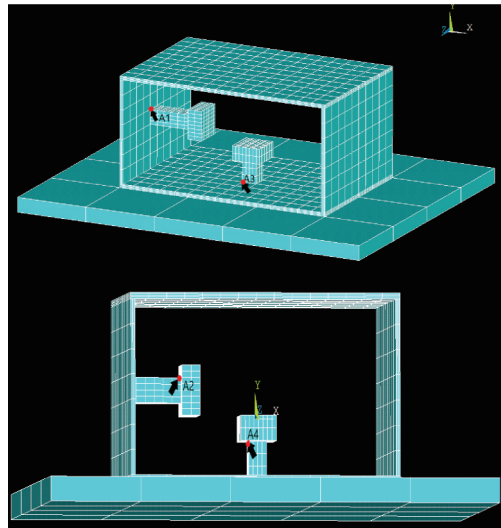


图 2 产品有限元模型及关注点

Fig. 2 Finite element model of product and concerned points

表1 产品尺寸和材料参数

Tab. 1 Product dimensions and material parameters

材料	长/宽/高/mm	厚度/mm	密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	泊松比	弹性模量(X/Y/Z方向)/MPa
产品外框	300/200/150	5	1130	0.34	2320
悬臂部分	60/20/20	-	1140	0.28	8300
短柱部分	20/20/30	-	1140	0.28	8300
悬臂和短柱重块	20/40/40	-	7850	0.3	200000
基础	500/350/20	-	7850	0.3	200000

产品材料的 $\sigma-N$ 曲线和产品的 $G_{\text{rms}}-T$ 曲线一般通过实验事先获得,两者间有关联。这里,假定产品关注点A1,A2,A3和A4处材料 $\sigma-N$ 曲线具有式(15)或(16)的形式,产品 $G_{\text{rms}}-T$ 曲线具有式(17)或

(18)的形式。式(17)或(18)中的参数 α,β 和 γ 可通过单轴随机振动疲劳试验获得,这里通过有限元方法获取。该产品的前9阶振型和固有频率如图3所示。

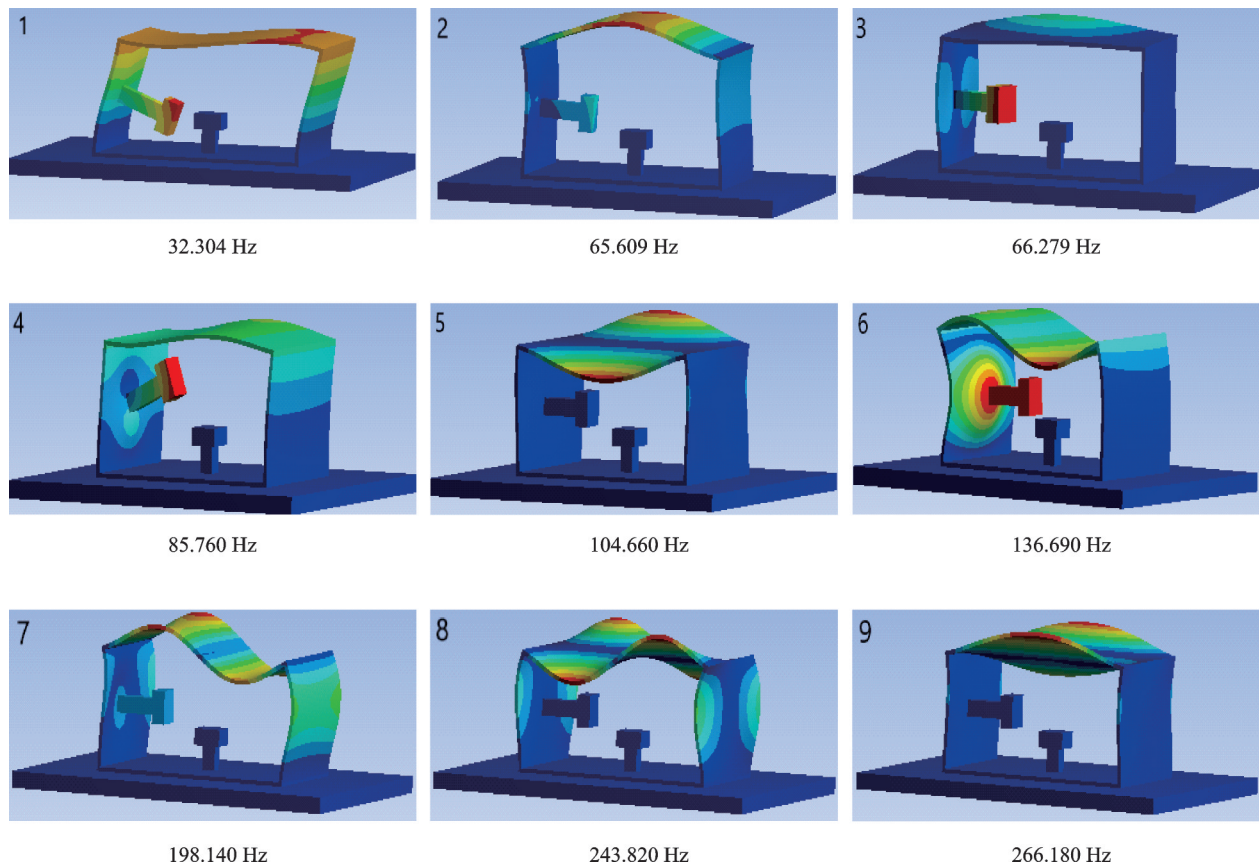


图3 前9阶振型和固有频率

Fig. 3 First 9 modes and natural frequencies

5.2 限带白噪声激励结果

考虑产品分别受到X,Y和Z向30~300 Hz的单轴限带白噪声加速度激励,通过有限元分析可得产品各关注点等效应力响应与单轴激励间的关系,如图4所示。可以看出,单轴激励下各关注点等效应力与激励加速度均方根值成线性比例关系。通过拟合,可获得参数 α,β 和 γ 如表2所示,拟合度均为1.0000。

对产品进行三轴5个等级的限带白噪声加速度

激励,Y轴方向为主激励,功率谱如表3所示,X和Z轴方向激励功率谱为Y轴激励的1/5。将等级1看成是实际运输状态的加速度激励,将等级2,3,4和5看成是实验室加速振动的加速度激励。从两方面计算加速随机振动时间压缩比:一方面由有限元分析获得各关注点等效应力响应,从关注点等效应力角度出发,采用材料 $\sigma-N$ 曲线,基于式(20)或(21)计算时间压缩比;另一方面,从产品随机振动疲劳曲线 $G_{\text{rms}}-T$ 出发,基于式(22)或(23)计算时间压缩比。

表2 限带白噪声激励下参数 α, β 和 γ ($R^2 = 1.0000$)

Tab. 2 Parameters α, β and γ ($R^2 = 1.0000$) under band-limited white noise excitation

关注点位置	α	β	γ	$\alpha/\beta/\gamma$
悬臂件位置 A1	2.1761	2.1870	1.4751	1/1.0050/0.6779
悬臂件位置 A2	4.1060×10^{-2}	2.6790×10^{-3}	7.4711×10^{-4}	1/0.0653/0.0182
短柱件位置 A3	6.6741×10^{-3}	8.3069×10^{-4}	6.2850×10^{-3}	1/0.1245/0.9417
短柱件位置 A4	2.7058×10^{-7}	2.2014×10^{-7}	2.5997×10^{-7}	1/0.8136/0.9608

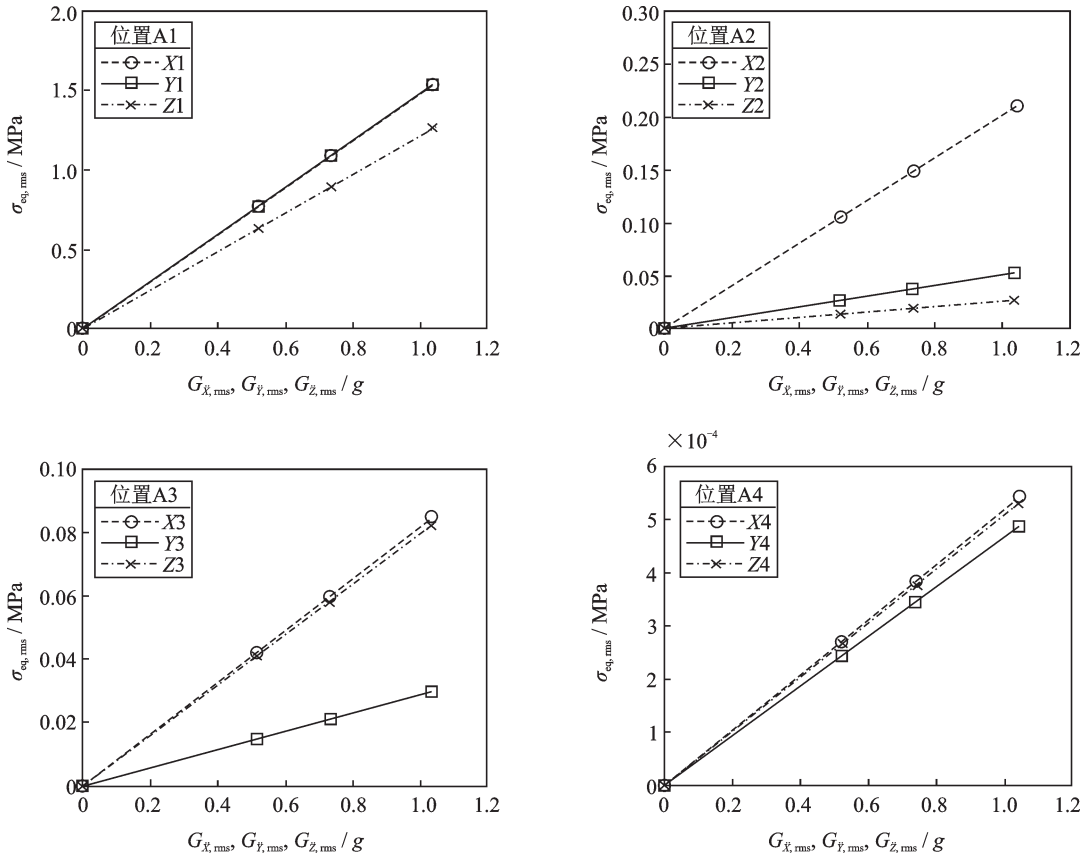


图4 各关注点等效力响应与限带白噪声单轴激励间的关系

Fig. 4 Relationship between the equivalent stress response of concerned points and the uniaxial excitation of band-limited white noise

表3 限带白噪声加速度激励功率谱

Tab. 3 Power spectrum density of band-limited white noise acceleration excitation

等级	功率谱密度/($g^2 \cdot Hz^{-1}$)	$G_{\bar{y},rms}/g$
1	0.001	0.5196
2	0.002	0.7348
3	0.003	0.9000
4	0.004	1.0392
5	0.005	1.1619

计算了 $b = 2 \sim 6$ 各情况下的时间压缩比, 两种方法计算结果都十分一致。表4给出了 $b = 4$ 时的计算结果比较, 表中 T_1 为等级1(实际运输)振动时间, T_s ($s = 2, 3, 4, 5$) 分别为等级2, 3, 4和5(实验室加

速)振动时间。

5.3 车辆谱激励结果

考虑产品分别受到 X, Y 和 Z 向 1~200 Hz 的单轴车辆谱加速度激励, 车辆谱参数如表5所示。图5给出了各关注点等效力响应与单轴激励间的关系, 各关注点等效力与单轴激励加速度均方根值成线性比例关系。表6给出了拟合参数 α, β 和 γ , 拟合度均为 1.0000。

对产品进行三轴5个等级的车辆谱加速度激励, Y轴方向功率谱如表5所示, X和Z轴方向激励功率谱为Y轴激励的1/5。计算了不同指数 b 情况下的时间压缩比, 同样, 两种方法计算结果十分一致。表7给出了 $b = 4$ 时的计算结果比较。

表 4 限带白噪声激励下 $b=4$ 时两种方法计算的时间压缩比

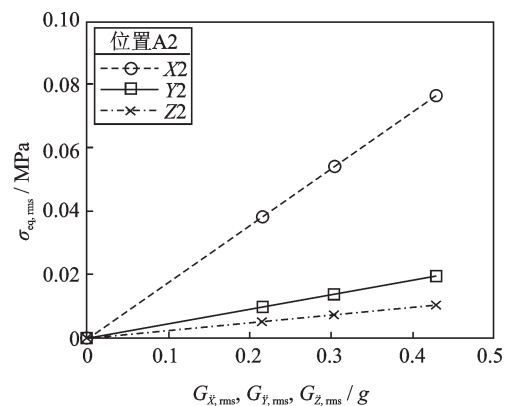
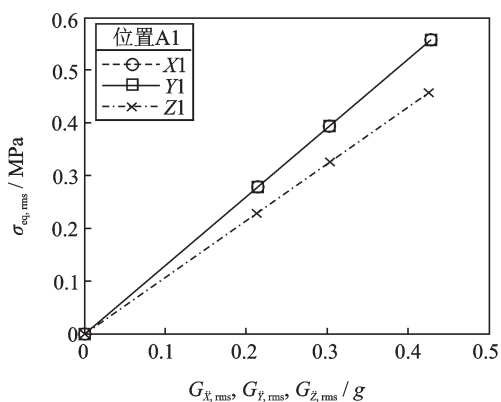
Tab. 4 Time compression ratio for $b=4$ calculated by two kinds of methods under band-limited white noise excitation

关注点位置	疲劳类型	疲劳模型	时间压缩比 T_s/T_1 ($s=2,3,4,5$)			
			T_2/T_1	T_3/T_1	T_4/T_1	T_5/T_1
悬臂件位置 A1	幂函数	基于基础 G_{rms}	0.2500	0.1111	0.0625	0.0400
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.2500	0.1111	0.0625	0.0400
	指数函数	基于基础 G_{rms}	0.2298	0.0744	0.0287	0.0124
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.2298	0.0744	0.0287	0.0124
悬臂件位置 A2	幂函数	基于基础 G_{rms}	0.2500	0.1111	0.0625	0.0400
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.2501	0.1111	0.0625	0.0400
	指数函数	基于基础 G_{rms}	0.9135	0.8522	0.8038	0.7634
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.9136	0.8522	0.8038	0.7634
短柱件位置 A3	幂函数	基于基础 G_{rms}	0.2500	0.1111	0.0625	0.0400
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.2499	0.1110	0.0625	0.0400
	指数函数	基于基础 G_{rms}	0.9508	0.9148	0.8855	0.8604
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.9508	0.9147	0.8855	0.8604
短柱件位置 A4	幂函数	基于基础 G_{rms}	0.2500	0.1111	0.0625	0.0400
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.2500	0.1111	0.0625	0.0400
	指数函数	基于基础 G_{rms}	0.9995	0.9991	0.9988	0.9985
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.9995	0.9991	0.9988	0.9985

表 5 车辆加速度激励功率谱

Tab. 5 Power spectrum density of vehicle acceleration excitation

Frequency/Hz	功率谱密度等级/ $(g^2 \cdot Hz^{-1})$				
	等级 1	等级 2	等级 3	等级 4	等级 5
1	0.00000625	0.0000125	0.000025	0.00005	0.0001
4	0.00125	0.0025	0.005	0.01	0.02
16	0.00125	0.0025	0.005	0.01	0.02
40	0.000125	0.00025	0.0005	0.001	0.002
80	0.000125	0.00025	0.0005	0.001	0.002
200	0.00000125	0.0000025	0.000005	0.00001	0.00002
$G_{\bar{y},rms}/g$	0.2144	0.3032	0.4288	0.6064	0.8575



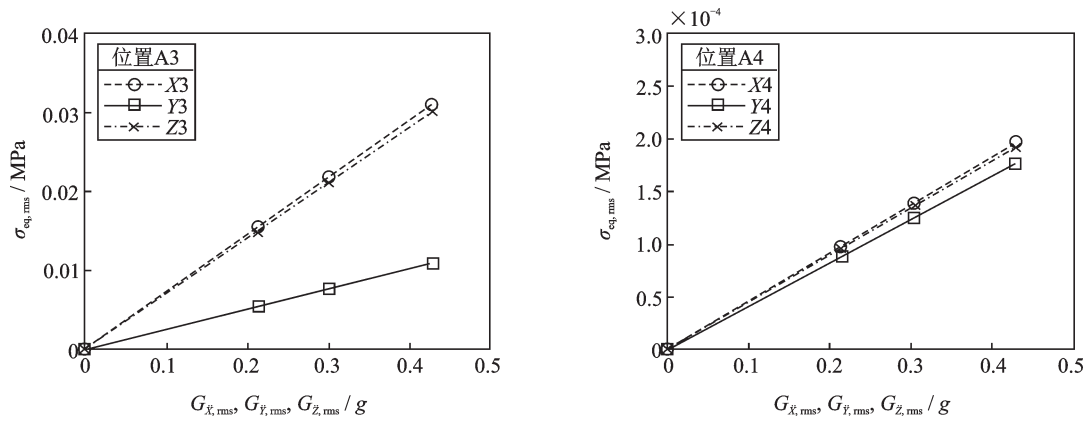


图5 各关注点等效应力响应与ASTM路谱单轴激励间的关系

Fig. 5 Relationship between the equivalent stress response of concerned points and the uniaxial excitation of ASTM spectrum

表6 车辆谱激励下参数 α, β 和 γ ($R^2=1.0000$)

Tab. 6 Parameters α, β and γ ($R^2=1.0000$) under vehicle spectrum excitation

关注点位置	α	β	γ	$\alpha/\beta/\gamma$
悬臂件位置 A1	1.6859	1.6943	1.1428	1/1.0050/0.6779
悬臂件位置 A2	3.1811×10^{-2}	2.0775×10^{-3}	5.7881×10^{-4}	1/0.0653/0.0182
短柱件位置 A3	5.1707×10^{-3}	6.4357×10^{-4}	4.8692×10^{-3}	1/0.1245/0.9417
短柱件位置 A4	2.0963×10^{-7}	1.7055×10^{-7}	2.0141×10^{-7}	1/0.8136/0.9608

表7 车辆谱激励下 $b=4$ 时两种方法计算的时间压缩比

Tab. 7 Time compression ratio for $b=4$ calculated by two kinds of methods under vehicle spectrum excitation

关注点位置	疲劳类型	疲劳模型	时间压缩比 T_s/T_1 ($s=2, 3, 4, 5$)			
			T_2/T_1	T_3/T_1	T_4/T_1	T_5/T_1
悬臂件位置 A1	幂函数	基于基础 G_{rms}	0.2500	0.0625	0.0156	0.0039
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.2500	0.0625	0.0156	0.0039
	指数函数	基于基础 G_{rms}	0.5862	0.2755	0.0947	0.0209
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.5863	0.2755	0.0947	0.0209
悬臂件位置 A2	幂函数	基于基础 G_{rms}	0.2500	0.0625	0.0156	0.0039
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.2500	0.0625	0.0156	0.0039
	指数函数	基于基础 G_{rms}	0.9677	0.9237	0.8650	0.7882
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.9677	0.9237	0.8650	0.7882
短柱件位置 A3	幂函数	基于基础 G_{rms}	0.2500	0.0625	0.0156	0.0039
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.2500	0.0625	0.0156	0.0039
	指数函数	基于基础 G_{rms}	0.9819	0.9568	0.9224	0.8759
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.9819	0.9568	0.9224	0.8759
短柱件位置 A4	幂函数	基于基础 G_{rms}	0.2500	0.0625	0.0156	0.0039
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.2500	0.0625	0.0156	0.0039
	指数函数	基于基础 G_{rms}	0.9998	0.9996	0.9992	0.9987
		基于关注点 $\sigma_{eq,rms}$	0.9998	0.9996	0.9992	0.9987

6 结论

本文推导了运输包装三轴随机振动激励下产品

上关注点的 von Mises 等效应力与激励加速度均方根值的关系,进而给出了运输包装随机振动疲劳曲线($G_{rms}-T$ 曲线)和基于该曲线的加速随机振动时间压缩比。主要结论如下:

(1) 运输包装随机振动疲劳损伤可由关注点的材料 σ - N 曲线描述,也可由运输包装的 G_{rms} - T 曲线描述,两者对应和等价,且指数 b 是同一材料常数。

(2) 运输包装加速随机振动试验可按基于运输包装 G_{rms} - T 曲线推导的时间压缩比进行,与基于关注点材料 σ - N 曲线得到的时间压缩比一致。产品模型有限元算例进一步验证了此一致性。

(3) 本文结论对于产品或部件加速随机振动试验同样适用。

相对于应力而言,加速度易于分析和测量,因此,基于 G_{rms} - T 曲线的运输包装加速随机振动试验技术具有潜在的应用价值和进一步研究发展空间。需要指出,本文结果受制于线性运输包装和平稳高斯激励条件。对于非平稳、非高斯激励下的运输包装加速振动试验,需描述其激励特征,并在本文方法基础上进一步研究发展。

参考文献:

- [1] Allegri G, Zhang X. On the inverse power laws for accelerated random fatigue testing[J]. International Journal of Fatigue, 2008, 30(6): 967-977.
- [2] 程军圣,袁毅,喻镇涛,等.一般尺度法的振动疲劳强化系数分析[J].噪声与振动控制,2014,34(1): 47-51.
CHENG Junsheng, YUAN Yi, YU Zhentao, et al. Analysis of vibration fatigue strength coefficient based on general scaling law[J]. Noise and Vibration Control, 2014, 34(1): 47-51.
- [3] 李奇志,陈国平,王明旭,等.振动加速因子试验方法研究[J].振动、测试与诊断,2013,33(1): 35-39.
Li Qizhi, Chen Guoping, Wang Mingxu, et al. Test method of vibration acceleration factor[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(1): 35-39.
- [4] Jiang Y, Yun G J, Zhao L, et al. Experimental design and validation of an accelerated random vibration fatigue testing methodology[J]. Shock and Vibration, 2015, Article ID 147871. doi:10.1155/2015/147871.
- [5] Jiang Y, Tao J Y, Zhang Y A, et al. Fatigue life prediction model for accelerated testing of electronic components under non-Gaussian random vibration excitations[J]. Microelectronics Reliability, 2016, 64(SI): 120-124.
- [6] 张方,周凌波,姜金辉,等.基于频域法的随机振动疲劳加速试验设计[J].振动、测试与诊断,2016,36(4): 659-664.
ZHANG Fang, ZHOU Lingbo, JIANG Jinhui, et al. Random vibration fatigue acceleration test design based on frequency domain method[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2016, 36(4): 659-664.
- [7] Quang T S, Mohammad A G, Aaron J S, et al. Accelerated vibration reliability testing of electronic assemblies using sine dwell with resonance tracking[J]. Journal of Electronic Packaging, 2018, 140(4), Paper No: EP-17-1062, doi: 10.1115/1.4040923.
- [8] Griffiths K, Shires D, White W, et al. Correlation study using scuffing damage to investigate improved simulation techniques for packaging vibration testing[J]. Packaging Technology and Science, 2013, 26(7): 373-383.
- [9] Wang Zhi-Wei, Fang Ke. Dynamic performance of stacked packaging units[J]. Packaging Technology and Science, 2016, 29(10): 491-511.
- [10] Fang Ke, Wang Zhi-Wei. The statistical characteristics of maxima of contact force in stacked packaging units under random vibration[J]. Packaging Technology and Science, 2018, 31(5): 261-276.
- [11] 王志伟,戚德彬.两层计算机堆码包装动力学试验研究[J].机械工程学报,2017,53(3): 90-99.
WANG Zhiwei, QI Debin. Experimental study of dynamic response of two layers stacked packaging units of computers[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(3): 90-99.
- [12] 孙君,王志伟.啤酒瓶周转箱随机振动响应的实验研究[J].振动工程学报,2018,31(5): 37-49.
SUN Jun, WANG Zhiwei. Experimental investigation of dynamic response of beer bottle-turnover boxes in random vibration[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(5): 37-49.
- [13] 林深伟,王志伟.两层堆码包装单元的随机振动响应[J].包装学报,2017,9(4):10-19.
LIN Shenwei, WANG Zhiwei. Response of two layer stacked packaging unit in random vibration[J]. Packaging Journal, 2017, 9(4): 10-19.
- [14] Wang Zhi-Wei, Zhong Lin-Lin. Finite element analysis and experimental investigation of beer bottle-turnover boxes transport unit under random vibration excitation[J]. Packaging Technology and Science, 2020, DOI: 10.1002/pts.2498.
- [15] Wang Zhi-Wei, Wang Li-Jun. On accelerated random vibration testing of product based on component acceleration RMS-life curve[J]. Journal of Vibration and Control, 2018, 24(15): 3384-3399.
- [16] Wang Zhi-Wei, Wang Li-Jun. Accelerated random vi-

- bration testing of transport packaging system based on acceleration PSD [J]. Packaging Technology and Science, 2017, 30 (10): 621-643.
- [17] Wang Zhi-Wei. Principle, method and practice of accelerated random vibration test of packaged product [C]. Proceedings of the 28th IAPRI Symposium on Packaging, Lausanne, Switzerland, 2017.
- [18] Wang Zhi-Wei, Sun Yu-Cheng. Experimental investigation on bending fatigue failure of corrugated paperboard [J]. Packaging Technology and Science, 2018, 31 (9): 601-609.
- [19] Wang Li-Jun, Lai Yang-Zhou, Wang Zhi-Wei. Fatigue failure and G_{rms} - N curve of corrugated paperboard box [J]. Journal of Vibration and Control, 2020, DOI: 10.1177/1077546319891322.
- [20] Wang Li-Jun, Wang Zhi-Wei, Vincent Rouillard. Investigation on vibration scuffing life curves [J]. Packaging Technology and Science, 2018, 31 (8): 523-531.

Random vibration fatigue curve and accelerated vibration test technology of transport package

WANG Zhi-wei^{1,2,3,4}, LIU Bo^{1,2,3,4}, WANG Li-jun^{1,2,3,4}

(1.Packaging Engineering Institute, Jinan University, Zhuhai 519070, China;

2.MOE Key Laboratory of Disaster Forecast and Control in Engineering, Jinan University, Guangzhou 510632, China;

3.Key Laboratory of Product Packaging and Logistics of Guangdong Higher Education Institutes, Jinan University, Zhuhai

519070, China; 4.Zhuhai Key Laboratory of Product Packaging and Logistics, Jinan University, Zhuhai 519070, China)

Abstract: In this paper, the relation between the von Mises equivalent stress at the concerned point and the root mean square of the excitation acceleration on the transport package under triaxial random vibration excitation is derived. The equivalence between the stress fatigue curve (σ - N curve) at the concerned point and the vibration fatigue curve (G_{rms} - T curve) of the transport package is certificated. For the two types of damage and fatigue models commonly used in engineering, that is, the Basquin type (power function type) and the exponential function, the corresponding G_{rms} - T equations are obtained. The time compression ratio of accelerated random vibration test for transport package is given based on the G_{rms} - T curve, and its validity is verified by the finite element analysis of product model. As the acceleration is easy to analysis and measurement, the accelerated random vibration test technology for transport package based on the G_{rms} - T curve has application and development potential for further researches.

Key words: random vibration; accelerated vibration test; transport package; vibration fatigue curve

作者简介: 王志伟(1963—),男,博士,教授,博士生导师。E-mail:wangzw@jnu.edu.cn。