

导管架式海上升压站初始条件下瞬态响应频域计算方法研究

袁建平^{1,2}, 孙震洲^{1,2}, 陈杰峰², 卢洪超³

(1. 浙江省深远海风电技术研究重点实验室, 浙江 杭州 311122; 2. 中国电建集团华东勘测设计研究院有限公司, 浙江 杭州 311122; 3. 华南理工大学土木与交通学院, 广东 广州 510641)

摘要: 导管架式海上升压站的瞬态响应分析依赖时域积分法, 初始条件引起的瞬态响应中阶次较高的振动成分, 必须取足够小的计算时间步长才能得到较准确的结果。针对海上升压站的瞬态响应分析, 提出一种基于 Laplace 变换的频域计算方法。该方法通过振动系统的特征值分析得到传递函数的极点和零点, 进而计算传递函数的极值和留数, 同时将初始条件考虑到瞬态响应的极值和留数中, 经 Laplace 逆变换得到时域瞬态响应。分别采用四自由度系统和导管架式海上升压站数值模型对此方法进行验证, 并与 Newmark- β 法进行对比, 结果表明该方法计算的瞬态响应与 Newmark- β 法计算结果吻合较好, 并能够避免 Newmark- β 法由于时间步长较大引起的误差, 说明了该方法的正确性。

关键词: 结构振动; 海上升压站; 瞬态响应; Laplace 变换; 极值-留数

中图分类号: O327; P752 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)02-0342-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.02.009

引言

中国海上风电项目近年来得到大规模发展, 海上升压站作为电力汇集和输送的枢纽, 其上搭载的精密设备需要较稳定的工作环境。在服役期间, 海上升压站除了会受风浪流等各种环境荷载的影响, 还会不可避免地受到运维船、交通船的靠船激励, 甚至受到不可控的船舶撞击荷载^[1]。巨大船舶撞击力给定导管架升压站平台振动的初始速度, 同时叠加非平衡状态下的初始位移, 可能引起较大幅度的结构振动, 从而使升压站上电气设备面临风险。因此, 导管架式海上升压在初始条件下的瞬态响应分析, 对评估船舶碰撞危害具有重要意义。

对于外荷载作用下海洋结构的动力响应分析, 计算方法主要包括时域法和频域法。时域法为数值积分方法, 能够处理各种工况条件下海洋结构的动力响应, 因此得到广泛的研究和应用。Klose 等^[2]采用时域积分法分析浪荷载作用下, 海上风机导管架支撑结构的动力响应, 并基于动力响应进行结构的疲劳分析。王勖成等^[3]对中心差分法、Newmark- β 和 Wilson- θ 法等常用的数值方法进行了详

细介绍, 时域方法能够分析初始条件引起的瞬态响应, 但逐步迭代求解计算量较大, 并且存在计算收敛问题。传统的频域方法通过傅里叶变换, 在频域内求解海洋结构的动力响应, 具有较高的计算效率, 但只能计算结构的稳态响应。为了结合频域分析方法计算效率较高的优点, 学者们开展大量关于频域内计算初始条件引起瞬态响应的研究。Velet-sos 等^[4-5]基于傅里叶变换提出一种通过稳态响应对激励进行周期性扩展的方法, 从而求解线性单自由度系统的瞬态响应。Mansur 等^[6-7]利用伪力概念在频域内考虑初始条件, 并将计算结果与 Newmark- β 法进行对比, 得到较一致的结果。Lee 等^[8]提出了一种基于傅里叶变换的谱方法, 用于分析线性离散动态系统非零初始条件引起的瞬态响应, 与龙格-库塔方法进行对比, 结果表明该方法能够得到较准确的结果, 并具有较高的计算效率。Xia 等^[9]通过有界参数区间初始条件分析结构的动力响应, 提出了一种确定结构动力响应上下界的新方法。Liu 等^[10]对作用于结构的外荷载进行 Prony 分解, 根据 Laplace 变换与傅里叶变换的关系, 并将结构的初始条件作为输入转化到频域, 再通过傅里叶逆变换得到时域响应, 计算结构初始条件引起的瞬

收稿日期: 2020-07-22; **修订日期:** 2021-03-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52001126); 浙江省自然科学基金资助项目(LQ21E090010); 中国电建集团华东勘测设计研究院有限公司科技项目(KY2018-XNY-14)。

态响应,但受傅里叶逆变换的影响,该方法在计算时域瞬态响应时,初始阶段的振动会出现一定偏差。通过对传统频域方法的改进,能够在频域内分析海洋结构初始条件引起的瞬态响应。然而这些改进算法大多基于傅里叶变换,无法避免傅里叶变换能量泄漏、漏频及周期性假设等局限。

针对以上不足,本文提出一种在 Laplace 域内求解海上升压站瞬态响应的分析方法,该方法首先对升压站结构振动方程进行 Laplace 变换,然后基于特征值分析计算升压站结构传递函数的极点和零点,并结合初始条件得到升压站结构瞬态响应的极值和留数,最后通过 Laplace 逆变换分析海上升压站的瞬态响应。通过将本文方法应用于四自由度系统和导管架式海上升压站平台数值模型,分析初始条件引起的瞬态响应,并与 Newmark- β 法计算结果进行对比,检验本文方法的有效性。

1 Newmark- β 方法

导管架式海洋结构进行振动响应分析时,其振动控制方程常采用下式进行描述^[11]:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad (1)$$

式中 M 为质量矩阵, C 为阻尼矩阵, K 为刚度矩阵; $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$ 分别为结构各自由度的位移、速度和加速度; $f(t)$ 为作用于海洋结构的外荷载。

Newmark- β 法是求解导管式海洋结构振动方程的常用方法,该方法具备良好的稳定性,因此在动力响应分析中得到广泛应用。采用该方法时,导管架式海洋平台在某一时刻的平衡方程为:

$$M\ddot{x}_j + C\dot{x}_j + Kx_j = f_j \quad (2)$$

式中 x_j , \dot{x}_j , \ddot{x}_j 分别为时刻 $t = t_j = j\Delta t$ 的位移、速度和加速度, Δt 为时间间隔; f_j 为 t_j 时刻的外荷载。

通过对平均加速度法和线性加速度法的递推公式进行归纳,得到 Newmark- β 法速度和加速度的递推公式分别为:

$$\dot{x}_j = \frac{\alpha}{\beta\Delta t} x_j - \frac{\alpha}{\beta\Delta t} x_{j-1} + (1 - \frac{\alpha}{\beta}) \dot{x}_{j-1} + [(1 - \frac{\alpha}{2\beta})\Delta t] \ddot{x}_{j-1} \quad (3)$$

$$\ddot{x}_j = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} x_j - \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} x_{j-1} - \frac{1}{\beta\Delta t} \dot{x}_{j-1} - (\frac{1}{2\beta} - 1) \ddot{x}_{j-1} \quad (4)$$

位移增量通过下式求解:

$$\bar{K}x_j = F_j \quad (5)$$

其中

$$\bar{K} = M \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} + C \frac{\alpha}{\beta\Delta t} + K \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_j = & f_j + [M \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} + C \frac{\alpha}{\beta\Delta t}] x_{j-1} + \\ & [M \frac{1}{\beta\Delta t} + C(\frac{\alpha}{\beta} - 1)] \dot{x}_{j-1} + [M(\frac{1}{2\beta} - 1) + \\ & C(\frac{\alpha}{2\beta} - 1)\Delta t] \ddot{x}_{j-1} \end{aligned} \quad (7)$$

式(3)~(7)为 Newmark- β 法时间增量计算格式,由初始时刻的位移 x_0 、速度 \dot{x}_0 、加速度 \ddot{x}_0 及外荷载 f_0 即可得到后续时刻的振动响应。对于瞬态响应分析, Newmark- β 法中外荷载 $f_j = 0$, 振动响应可通过初始位移和速度进行迭代计算。

2 瞬态响应频域算法

2.1 振动微分方程 Laplace 变换

传统的导管架式海洋结构频域分析方法基于傅里叶变换,无法考虑初始速度和初始位移引起的瞬态响应,只能得到海洋结构在外荷载作用下的稳态解。为了在频域内求解导管式海洋结构的瞬态响应,对式(1)进行 Laplace 变换^[12]:

$$M[s^2 X(s) - sx_0 - v_0] + C[sX(s) - x_0] + KX(s) = F(s) \quad (8)$$

式中 $X(s)$ 为位移向量 $x(t)$ 的 Laplace 变换; x_0 和 v_0 分别为初始位移和初始速度; $F(s)$ 为外荷载 $f(t)$ 的 Laplace 变换。

将导管架式海洋结构看作一个输入-输出系统,其阻抗函数为:

$$Z(s) = Ms^2 + Cs + K \quad (9)$$

对应的传递函数为:

$$H(s) = \frac{1}{Z(s)} \quad (10)$$

对于一个线性输入-输出系统,其传递函数可以用有理多项分式进行表示。导管架式海洋结构系统描述的 k 自由度输入、 j 自由度输出的传递函数可以表示为:

$$H_{jk}(s) = \frac{P_{jk}(s)}{Q_{jk}(s)} = \frac{p_{jk,m}s^m + p_{jk,m-1}s^{m-1} + \dots + p_{jk,1}s + p_{jk,0}}{s^n + q_{jk,n-1}s^{n-1} + \dots + q_{jk,1}s + q_{jk,0}} \quad (11)$$

式(11)的极值为 $s^n + q_{jk,n-1}s^{n-1} + \dots + q_{jk,1}s + q_{jk,0} = 0$ 的根,对于 N 自由度系统,其极值的个数为 $2N$ 。令 $s = \lambda_{jk,l}$ ($l = 1, 2, \dots, 2N$) 为 $Q_{jk}(s) = 0$ 的根,则海洋结构的传递函数 $H_{jk}(s)$ 可以表示为极值-

留数的形式:

$$H_{jk}(s) = \sum_{l=1}^{2N} \frac{\gamma_{jk,l}}{s - \lambda_{jk,l}} \quad (12)$$

式中 $\gamma_{jk,l}$ 为传递函数极值 $\lambda_{jk,l}$ 对应的留数, 通过如下极限公式进行求解:

$$\gamma_{jk,l} = \lim_{s \rightarrow \lambda_{jk,l}} (s - \lambda_{jk,l}) H_{jk}(s) \quad (13)$$

2.2 传递函数极值、留数计算

传递函数极值和留数可以通过多项式 $P_{jk}(s)$ 和 $Q_{jk}(s)$ 的系数进行计算, 其系数与海洋结构的质量矩阵 M 、阻尼矩阵 C 和刚度矩阵 K 有关。然而, 导管架式海洋结构为多自由度系统, 其振动方程的矩阵结构复杂, 直接通过振动系统的矩阵计算传递函数有理分式的系数难以实现。为了计算传递函数的极值和留数, 不考虑式(8)中的初始条件, j 自由度响应的 Laplace 变换可以通过 Cramer 法则进行计算:

$$X_j(s) = \frac{D_j(s)}{D(s)}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

式中 $D_j(s)$ 为阻抗函数 $Z(s)$ 第 j 列换成 $F(s)$ 后矩阵的行列式; $D(s)$ 为阻抗函数 $Z(s)$ 的行列式。

通过代数余子式计算式(14)中的 $D_j(s)$, 得到:

$$X_j(s) = \sum_{k=1}^N \frac{D_{jk}(s)}{D(s)} F_j(s) \quad (15)$$

式中 $D_{jk}(s)$ 为 $D(s)$ 的代数余子式, 即 $D_{jk}(s) = (-1)^{j+k} D_{jk}^+(s)$, $D_{jk}^+(s)$ 为 $Z(s)$ 删除第 j 行和第 k 列后 $N-1$ 阶方阵的行列式; $F_j(s)$ 为 $F(s)$ 的第 j 个元素。

由式(15)可知, 导管架式海洋平台的传递函数可以通过 $D_{jk}(s)$ 和 $D(s)$ 计算, 并进一步表示为零点和极点形式^[13]:

$$H_{jk}(s) = \frac{D_{jk}(s)}{D(s)} = \kappa \tilde{H}_{jk}(s) \quad (16)$$

其中

$$\tilde{H}_{jk}(s) = \frac{\prod_{l=1}^{2N-2} (s - \tau_{jk,l})}{\prod_{m=1}^{2N} (s - \lambda_{jk,m})} \quad (17)$$

式中 $\tau_{jk,l}$ ($l = 1, 2, \dots, 2N-2$) 为零点, 即 $D_{jk}(s) = 0$ 的根; $\lambda_{jk,m}$ ($m = 1, 2, \dots, 2N$) 为极点, 即极值; κ 为比值系数。

对于多自由度导管架式海洋结构振动系统, 方程 $D(s) = 0$ 的根难以直接求解。为了得到传递函数的极点, 将海洋结构的振动方程转化为等价的状态空间模型, 其系统矩阵为^[14]:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (18)$$

系统矩阵 A 的特征值对应传递函数的极点, 因此对系统矩阵 A 进行特征值分析, 即可得到极值

$\lambda_{jk,m}$ ($m = 1, 2, \dots, 2N$)。

对于传递函数的零点 $\tau_{jk,l}$, 同时可得到行列式 $D_{jk}(s)$ 对应的系统矩阵:

$$A_{jk} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_{(N-1) \times (N-1)} \\ -\mathbf{M}_{jk}^{-1}\mathbf{K}_{jk} & -\mathbf{M}_{jk}^{-1}\mathbf{C}_{jk} \end{bmatrix} \quad (19)$$

式中 \mathbf{M}_{jk} 、 \mathbf{C}_{jk} 、 \mathbf{K}_{jk} 分别为质量矩阵 M 、阻尼矩阵 C 、刚度矩阵 K 删除第 j 行和第 k 列后的 $N-1$ 阶方阵。对式(19)进行特征值分析, 对应的特征值即为传递函数的零点 $\tau_{jk,l}$ ($l = 1, 2, \dots, 2N-2$)。

将传递函数的极点和零点代入式(16)和(17), 并令 $s = 0$, 可以得到:

$$H_{jk}(0) = \frac{D_{jk}(0)}{D(0)} \quad (20)$$

和

$$\tilde{H}_{jk}(0) = \frac{\prod_{l=1}^{2N-2} (-\tau_{jk,l})}{\prod_{m=1}^{2N} (-\lambda_{jk,m})} \quad (21)$$

式中 $D_{jk}(0) = |\mathbf{K}_{jk}|$, $D(0) = |\mathbf{K}|$ 。

将式(20)和(21)代入到式(16)中, 得到传递函数零点-极点表达式中的系数为:

$$\kappa = (-1)^{j+k} \frac{H_{jk}(0)}{\tilde{H}_{jk}(0)} \quad (22)$$

将式(16)和(22)代入式(13)即可得传递函数的留数 $\gamma_{jk,l}$, 从而将传递函数表示为极值-留数的和式形式。

2.3 导管架式海洋结构瞬态响应分析

对导管架式海洋结构进行瞬态响应分析, 不考虑其外荷载, 此时海洋结构瞬态响应的 Laplace 变换为:

$$\mathbf{X}(s) = \mathbf{H}(s)(s\mathbf{M}\mathbf{x}_0 + \mathbf{M}\mathbf{v}_0 + \mathbf{C}\mathbf{x}_0) \quad (23)$$

将式(12)代入式(23)中, 第 k 自由度上的初始条件引起第 j 自由度上瞬态响应的 Laplace 变换为:

$$X_{jk}(s) = H_{jk}(s)(A_k s + B_k) = \left(\sum_{l=1}^{2N} \frac{\gamma_{jk,l}}{s - \lambda_{jk,l}} \right) (A_k s + B_k) \quad (24)$$

其中

$$A_k = \sum_{l=1}^N M_{kl} x_{0l} \quad (25)$$

$$B_k = \sum_{l=1}^N (M_{kl} v_{0l} + C_{kl} x_{0l}) \quad (26)$$

式中 M_{kl} 、 C_{kl} 分别为质量矩阵 M 和阻尼矩阵 C 的元素; x_{0l} 、 v_{0l} 分别为初始位移向量 $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$ 和初始速度向量 $\mathbf{v}_0 = \dot{\mathbf{x}}(0)$ 的元素。

通过式(17)可知, 传递函数 $H_{jk}(s)$ 的分子 $P_{jk}(s)$ 为 $2N-2$ 次多项式, 分母 $Q_{jk}(s)$ 为 $2N$ 次多项式, 从

而式(24)的分子为 $2N-1$ 次多项式,分母为 $2N$ 次多项式,因此式(24)对应的有理分式可以化为极值-留数的形式:

$$X_{jk}(s) = \sum_{l=1}^{2N} \frac{\nu_{jk,l}}{s - \mu_{jk,l}} \quad (27)$$

式中 $\mu_{jk,l}$ 为瞬态响应 $X_{jk}(s)$ 的极值; $\nu_{jk,l}$ 为对应的留数。

对比式(24)和(27),导管架式海洋平台瞬态响应的极值为:

$$\mu_{jk,l} = \lambda_{jk,l}, \quad l = 1, 2, \dots, 2N \quad (28)$$

对应的留数通过下面极限公式求解:

$$\nu_{jk,l} = \lim_{s \rightarrow \lambda_{jk,l}} (s - \lambda_{jk,l}) X_{jk}(s) = \gamma_{jk,l} (A_k \lambda_{jk,l} + B_k), \quad N = 1, 2, \dots, 2N \quad (29)$$

$\nu/(s - \mu)$ 与 $ve^{\mu t}$ 刚好为一对 Laplace 变换对,对式(27)进行 Laplace 逆变换,得到 k 自由度上的初始条件引起 j 自由度上时域瞬态响应为:

$$x_{jk}(t) = \sum_{l=1}^{2N} \nu_{jk,l} e^{\mu_{jk,l} t} \quad (30)$$

从而,导管架式海洋平台 j 自由度的瞬态响应为:

$$x_j(t) = \sum_{k=1}^N x_{jk}(t) \quad (31)$$

式(31)为导管架式海洋平台在初始条件下瞬态响应的解析解,不同于传统解耦方法获得的解析解,本文方法无需假设质量矩阵和刚度矩阵为正定矩阵以及阻尼矩阵为经典阻尼。

3 数值算例

为了验证本文算法,分别选取四自由度系统和导管架式海上升压站模型,采用本文方法进行瞬态响应分析,并与传统 Newmark- β 数值算法的计算结果进行对比,探讨本文算法的正确性和特点。

3.1 四自由度系统

3.1.1 传递函数计算

本部分采用的四自由度系统不代表任何实际结构,作为一个简单数值模型用于验证本文算法。该

数值模型具备振动系统的所有数学性质,其质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵分别为:

$$M = \begin{bmatrix} 600 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 425 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2060 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 62500 \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$C = \begin{bmatrix} 24000 & -10000 & 0 & 0 \\ -10000 & 12000 & -9000 & -76750 \\ 0 & -9000 & 18000 & 0 \\ 0 & -76750 & 0 & 1309700 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$K = 10^8 \times \begin{bmatrix} 0.1550 & -0.0050 & 0 & 0 \\ -0.0050 & 0.0350 & -0.0300 & -0.2559 \\ 0 & -0.0300 & 0.0600 & 0 \\ 0 & -0.2559 & 0 & 4.3656 \end{bmatrix} \quad (34)$$

对四自由度系统进行模态分析,得到其模态频率分别为 3.1415, 10.7181, 18.4249, 25.2981 Hz, 阻尼比为 0.046874, 0.10251, 0.17527, 0.13114。由式(18)和(19)可知,振动系统传递函数的极点(值)是共用的,传递函数矩阵每个位置的零点各不相同。为了简化对比分析的过程,选取本文方法得到传递函数 $H_{44}(s)$ 与传统频域方法得到的 $H_{44}(i\omega)$ 进行对比。传统频域方法通过傅里叶变换将振动方程转化到频域,进而在频域内得到系统输入与输出的比值,即 $H_{44}(i\omega)$ 。将四自由度系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵代入式(18)和(19)进行特征值分析,得到传递函数 $H_{44}(s)$ 的零点和极点,进而计算传递函数的极值和留数。传递函数 $H_{44}(s)$ 的极点(值)、零点和留数列于表1中。

将表1中极值和留数代入式(12)中,通过关系式 $s = i\omega$, 设置 ω 的取值范围为 0~100 rad/s, 采样间隔为 $\Delta\omega = 0.0628$ rad/s, 得到的传递函数与传统傅里叶变换计算的传递函数理论值对比如图1所示。从图中可以看出,本文方法通过极值和留数计算的传递函数与传统频域方法计算得到的实部和虚部都吻合较好,说明本文方法得到的极值和留数能够代表传递函数,并可用于下一步振动系统瞬态响应分析。

表1 四自由度系统传递函数 $H_{44}(s)$ 的极点(值)、零点和留数

Tab. 1 Pole, zero and residue of transfer function of four degrees of freedom system

极点(值)	零点	留数
$-20.8451 \pm i157.5802$	$-20.8850 \pm i157.7678$	$-1.5975 \times 10^{-8} \pm i1.8316 \times 10^{-8}$
$-20.2904 \pm i113.9750$	$-15.3079 \pm i98.2174$	$-4.7108 \times 10^{-8} \mp i2.5745 \times 10^{-8}$
$-6.9034 \pm i66.9893$	$-2.2937 \pm i37.3928$	$6.7494 \times 10^{-8} \mp i5.4615 \times 10^{-8}$
$-0.9252 \pm i19.7172$		$-1.8789 \times 10^{-8} \mp i7.2553 \times 10^{-8}$

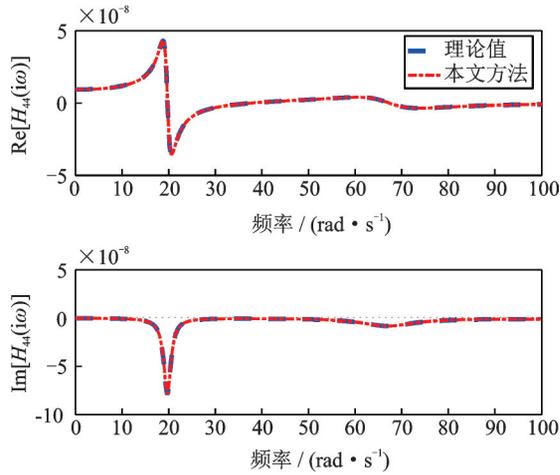


图1 传递函数对比

Fig. 1 Transfer function comparison

3.1.2 瞬态响应分析

传统导管架式海洋结构的频域分析方法只能分析结构的稳态振动,对于结构的瞬态响应,只能通过时域积分方法进行计算。本文提出在Laplace域内求解瞬态响应的极值和留数,进而通过Laplace逆变换得到海洋结构的瞬态响应,从而在理论上解决频域方法无法计算结构瞬态响应的问题。为了验证本文提出的瞬态响应分析方法的正确性,采用Newmark- β 法对本文方法计算结果进行验证。实施瞬态响应分析时,分别设置以下三个工况进行讨论:(1)初始速度条件下结构瞬态响应;(2)初始位移条件下结构瞬态响应;(3)初始速度和初始位移共同作用下结构瞬态响应。

(1) 初始速度条件下结构瞬态响应

进行初始速度条件下四自由度系统瞬态响应分析时,给定第4自由度的初始速度为0.2 m/s,其他自由度的速度为零。为了便于分析,选取第4自由度的瞬态响应进行对比分析。初始速度工况为单点输入,第4自由度输入引起第4自由度的输出即为第4自由度的响应,即式(31)中 $x_4(t) = x_{44}(t)$ 。将系统初始速度向量代入式(23)中,通过本文方法得到第4自由度输入引起第4自由度输出的瞬态响应极值为 $-20.8451 \pm i157.5802$, $-20.2904 \pm i113.9750$, $-6.9034 \pm i66.9893$, $-0.9252 \pm i19.7172$,留数为 $-1.9968 \times 10^{-7} \pm i2.2895 \times 10^{-6}$, $-5.8885 \times 10^{-6} \mp i3.2181 \times 10^{-4}$, $8.4368 \times 10^{-6} \mp i6.8268 \times 10^{-4}$, $-2.3486 \times 10^{-6} \mp i9.0691 \times 10^{-4}$ 。

将得到的极值和留数代入式(30)中,采用时间间隔 $\Delta t = 0.001$ s,即可得到此初始速度条件下第4自由度的响应。作为对比,采用Newmark- β 法计算四自由度系统的瞬态响应时,选取的参数分别为 $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$ 。本文方法与Newmark- β 法计算结果对比如图2所示。从对比图可以看出,当 $\Delta t =$

0.001 s,本文方法计算得到的瞬态响应与Newmark- β 法分析结果存在一定差异。

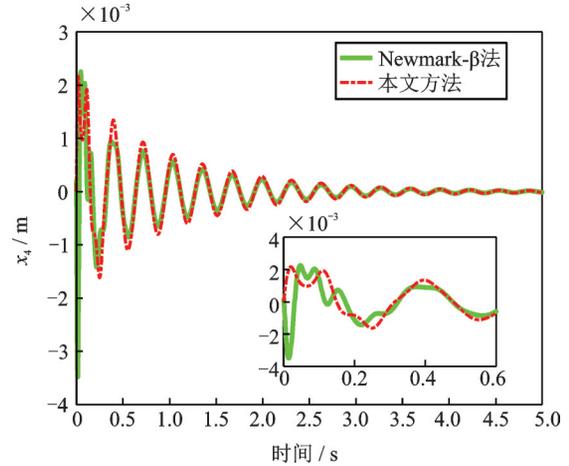


图2 初始速度条件下瞬态响应分析对比

Fig. 2 Analysis and comparison of transient response under initial velocity

(2) 初始位移条件下结构瞬态响应

进行初始位移条件下四自由度瞬态响应分析时,1~4自由度的初始位移分别为0.002, 0.004, 0.006, 0.008 m。将初始位移代入式(23),计算各自由度上的初始位移引起瞬态响应的极值和留数,并通过式(30)和(31),即可得到四自由度系统在该工况下的瞬态响应。采用本文方法和Newmark- β 法计算第4自由度的瞬态响应时,计算时间步长为 $\Delta t = 0.001$ s,两种方法计算结果的对比如图3所示,结果表明两者吻合较好。

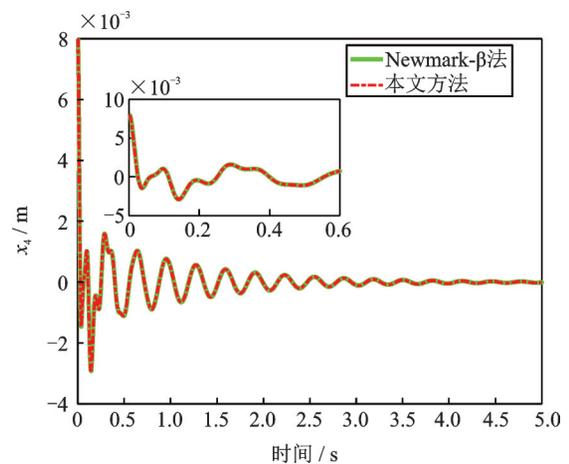


图3 初始位移条件下瞬态响应分析对比

Fig. 3 Analysis and comparison of transient response under initial displacement

(3) 初始速度和初始位移共同作用下结构瞬态响应

在前两个工况的基础上,采用本文方法计算初始速度和初始位移共同作用下四自由度系统的瞬态

响应。初始速度施加在第 4 自由上,大小为 0.2 m/s; 初始位移施加于 1~4 自由度上,位移依次为 0.002,0.004,0.006,0.008 m。分别运用本文方法和 Newmark-β 法计算四自由度系统在该工况下的瞬态响应,计算时间步长为 $\Delta t=0.001$ s。两种方法计算得到第 4 自由度的瞬态响应对比如图 4 所示。从对比图可以看出,本文方法和 Newmark-β 法计算结果存在差异,综合考虑前两种工况的计算结果及线性系统叠加原理,可以推测此误差是由初始速度的瞬态响应引起的。

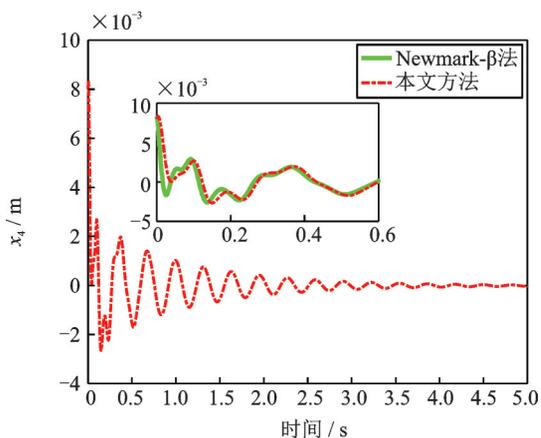


图 4 初始速度和初始位移条件下瞬态响应分析对比
Fig. 4 Comparison of transient response analysis under initial velocity and initial displacement

3.1.3 误差及计算效率分析

Newmark-β 法为时域积分法,由此可知该方法计算结果的准确性依赖于计算时间步长,积分步长越短,得到的积分结果越接近真实值。为了讨论初始速度条件下本文方法与 Newmark-β 法计算结果存在差异的原因,需要以更准确的计算结果作为参考。分别取 $\Delta t=0.01,0.001$ 和 0.00001 s,采用 Newmark-β 法计算四自由度系统初始速度条件下的瞬态响应,其结果如图 5 如示。理论上 $\Delta t=0.00001$ s 对应的计算结果最接近真实值,随着时间步长的增大,Newmark-β 法计算结果逐渐偏离真实值。

以 $\Delta t=0.00001$ s 时 Newmark-β 法计算结果作为新的参考,分别采用本文方法在 $\Delta t=0.01$ s 和 $\Delta t=0.001$ s 条件下,计算初始速度引起四自由度系统的瞬态响应,第 4 自由度瞬态响应的对比如图 6 所示。从图中可以看出,本文方法在 $\Delta t=0.01$ s 和 $\Delta t=0.001$ s 时计算结果都与 Newmark-β 法计算结果吻合较好,说明上文的误差是由 Newmark-β 法引起的,同时表明本文方法对时间步长不敏感,较大的时间步长也能得到较准确的结果。

为了对比本文方法与 Newmark-β 法的计算效率,分别计算不同时间步长、四自由度系统在初始速

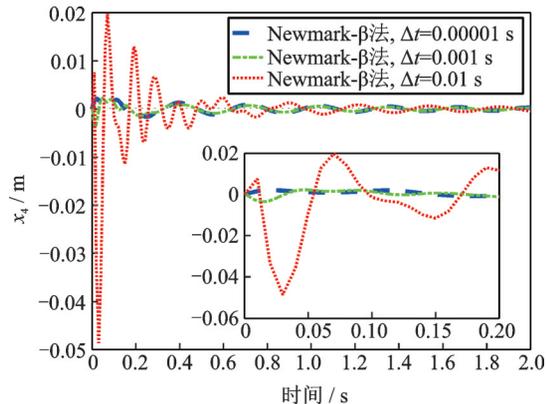


图 5 不同时间步长 Newmark-β 法计算结果对比
Fig. 5 Comparison of calculation results of Newmark-β method with different time steps

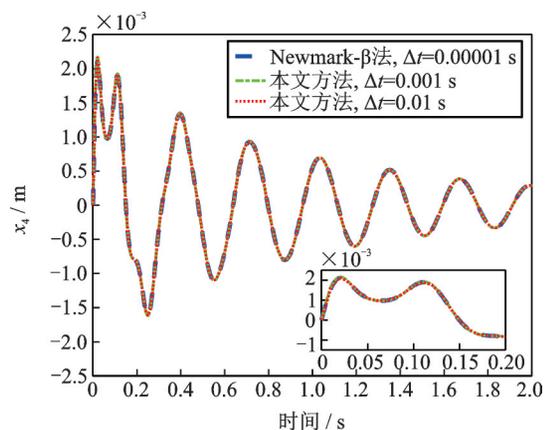


图 6 不同时间步长本文方法与 Newmark-β 法计算结果对比
Fig. 6 Comparison of the calculation results between this method and Newmark-β method in different time steps

度条件下的瞬态响应,并记录 CPU 耗时。采用的计算机 CUP 型号为 Intel Core i7-8700,主频为 3.2 GHz,内存为 16 GB,瞬态响应分析耗时列于表 2 中。从表 2 的对比结果可以看出本文方法能够大大提高计算效率。

表 2 不同时间步长 Newmark-β 法与本文方法计算耗时
Tab. 2 CPU time of Newmark-β method and proposed method with different time steps

Newmark-β 法	本文方法		
	$\Delta t=0.00001$ s	$\Delta t=0.001$ s	$\Delta t=0.01$ s
21.7813 s	3.0625 s	0.01563 s	0.03125 s

3.2 导管架式海上升压站平台

为了进一步验证本文方法,将本文方法应用于更复杂的四桩腿导管架式海上升压站平台的瞬态响应分析。该升压站平台由 48 根管单元构成,包含 4 根桩腿和 32 个横撑/斜撑单元,每个桩腿被离散为 4 个杆单元,如图 7 所示^[15]。桩腿的外直径为 1.2 m,

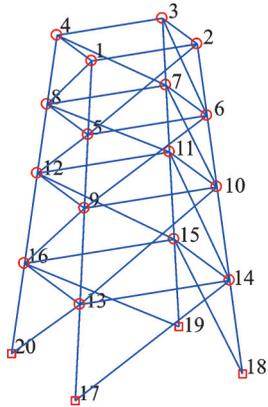


图7 导管架式海上升压站平台
Fig. 7 Jacket offshore substation platform

$$K_{eq} = 10^5 \times \begin{bmatrix} 61.920 & -0.235 & 1.734 & 0.0339 & 4.625 & -0.466 \\ -0.235 & 60.95 & 1.831 & -4.544 & -0.0347 & 0.458 \\ 1.734 & 1.831 & 78.671 & 0.451 & -0.459 & 0.000804 \\ 0.0339 & -4.544 & 0.451 & 0.628 & 0.145 & 1.377 \\ 4.625 & -0.0347 & -0.459 & 0.145 & 0.646 & 1.376 \\ -0.466 & 0.458 & 0.000804 & 1.377 & 1.376 & 14.273 \end{bmatrix} \quad (35)$$

首先,通过有限元方法计算导管架式升压站的质量矩阵 M 和刚度矩阵 K ,采用 Rayleigh 阻尼模型估计结构的阻尼矩阵,取 $C = 10^{-3} K$ 。得到导管架式海上升压站的质量矩阵 M 、刚度矩阵 K 和阻尼矩阵 C ,即可进行结构的瞬态响应分析。通过式(12)和(16)计算海上升压站结构传递函数的极值和留数,根据得到的极值和留数求解频域传递函数,并与理论值进行对比,如图8所示。结果表明二者吻合较好,说明得到的极值和留数能够代表升压站结构振动系统。

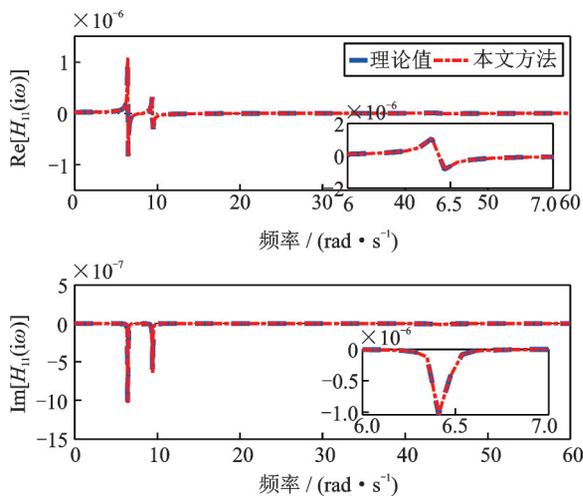


图8 传递函数对比
Fig. 8 Transfer function comparison

上文四自由度系统的瞬态响应分析结构表明, Newmark- β 法进行初始速度引起的瞬态响应分析时,受计算时间步长影响较大。对于海上升压站结构的瞬态响应分析,由于无法得到理论解,同样采用

壁厚为 0.028 m,横撑/斜撑的外直径为 0.7 m,壁厚为 0.022 m。导管架式升压站包括四层结构,桩腿固定于海底,从下到上层高依次为 8.5, 8.5, 6.5 和 6.5 m。导管架式升压站为钢质材料制作,弹性模量为 2.1×10^{11} Pa,泊松比为 0.3,密度为 7850 kg/m^3 。导管架式海上升压站上部组块的质量 1800 t,服役在位期间由四根桩提供固定约束,桩径 1.0 m,桩入泥约 60 m,持力层为砂土层。由 SACS 软件中 PSI 模块,依据实际工程地质参数及桩几何参数,对桩基进行线性等效弹性支撑处理,可得到桩头超单元刚度矩阵,即:

Newmark- β 法的计算结果作为本文方法的参考。在节点 9 和 12 的 x 方向施加 1 m/s 的初始速度,用于模拟船舶撞击引起的初始速度。分别取计算时间步长 $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ 和 $\Delta t = 0.0001 \text{ s}$, Newmark- β 法在这两个计算时间步长下,计算初始速度引起结构的瞬态响应,得到升压站结构节点 1 的 x 方向的瞬态响应对比如图 9 所示。从图中可以看出,在此工况下, $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ 计算结果与 $\Delta t = 0.0001 \text{ s}$ 计算结果对比出现较大偏差,说明 Newmark- β 法在结构瞬态响应分析时对计算时间步长依赖较大,因此采用 $\Delta t = 0.0001 \text{ s}$ 的计算结果作为验证本文方法的参考值。

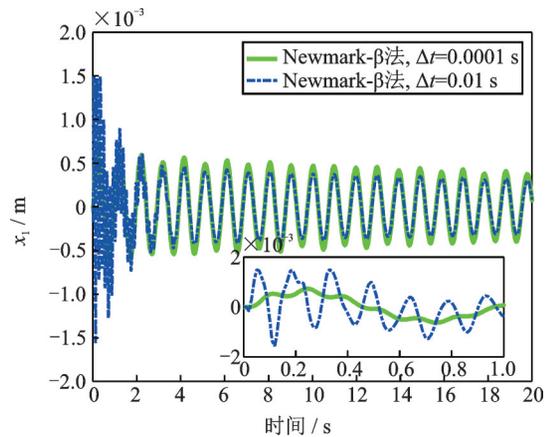


图9 不同时间间隔 Newmark- β 法计算结构对比
Fig. 9 Comparison of Newmark- β method in different time intervals

采用本文方法计算初始速度工况下升压站结构的瞬态响应,取 $\Delta t = 0.01 \text{ s}$ 的计算结果与 $\Delta t = 0.0001 \text{ s}$ 采用 Newmark- β 法计算结果对比如图 10 所

示。从图中可以看出二者吻合较好,本文方法采用较大的计算时间步长即可得到较准确的结果,表现出本文算法的优越性。采用Newmark- β 法分析结构瞬态响应,要想得到较准确的结果,必须取足够小的计算时间步长,从而大大消耗了计算资源,本文方法很好弥补了这些不足。

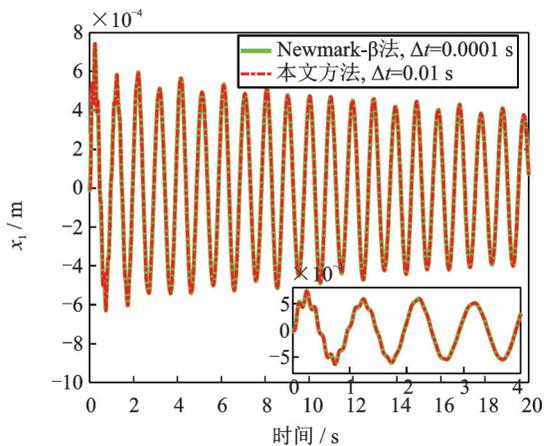


图10 本文方法与Newmark- β 法计算结果对比

Fig. 10 Comparison between the results of this method and Newmark- β method

本文算法的提出旨在准确分析海上升压站结构的瞬态响应,为了进一步验证本文方法的正确性,采用更具一般性的初始条件。不失一般性,海上升压站的初始位移和初始速度取随机数进行模拟,其中初始位移服从 $0\sim 0.01$ 的均匀分布,初始速度服从 $0\sim 1$ 的均匀分布,对海上升压站平台进行瞬态响应分析时,各自由度的初始位移和初始速度如图11所示。

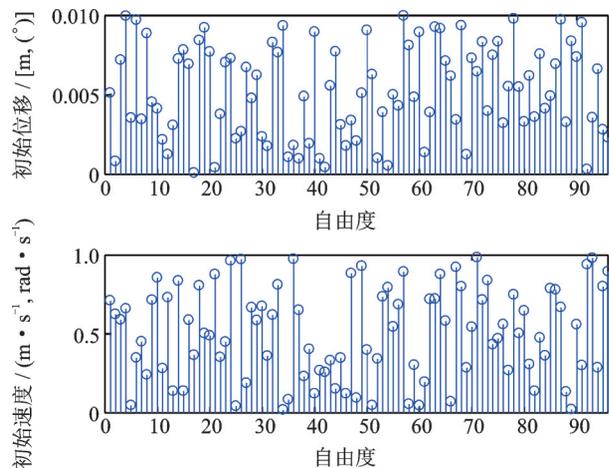


图11 导管架式海洋平台各自由度初始速度和初始位移

Fig. 11 Initial velocity and initial displacement of jacket offshore platform in each degree of freedom

为了得到较准确的参考值,采用Newmark- β 法分析随机初始条件下海上升压站平台的瞬态响应时,取计算时间步长 $\Delta t = 0.0001$ s。将随机初始位

移和初始速度代入本文方法中,取计算时间间隔 $\Delta t = 0.01$ s,计算海上升压站平台的瞬态响应,并与Newmark- β 法的计算结果进行对比,如图12所示。对比结果表明,本文方法与Newmark- β 法计算结果一致,说明本文方法取较大时间间隔情况下,能够准确计算随机初始条件下海上升压站的瞬态响应。

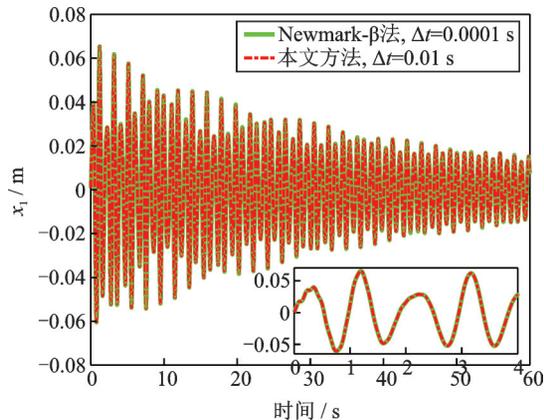


图12 初始速度和初始位移条件下海洋结构瞬态响应

Fig. 12 Transient response of offshore structures under initial velocity and initial displacement

4 结 论

本文从Laplace域的角度提出了一种新的海上升压站瞬态响应分析方法,该方法通过对结构振动微分方程进行Laplace变换,在Laplace域求解瞬态响应的极值和留数,进而根据极值和留数计算海上升压站平台的时域瞬态响应。本文方法解决了海洋结构瞬态响应无法通过传统频域法进行计算的难题,拓展了结构瞬态响应分析的思路。

文中对四自由度系统和导管架式海上升压站平台数值模型进行瞬态响应分析,分别采用本文方法和Newmark- β 法计算结构在初始位移、初始速度及两者共同作用下的瞬态响应。对比结果表明:(1)本文方法计算结果与Newmark- β 法计算结果吻合较好,验证了本文方法的正确性;(2)Newmark- β 法分析初始速度引起的瞬态响应时,要求计算时间步长较小才能得到较准确结果,而本文方法对时间步长不敏感;(3)本文方法在较大时间步长条件下,也能得到与Newmark- β 法较小时间步长一致的计算结果,能够节省计算资源,提高计算效率。

参考文献:

- [1] 李艳贞, 胡志强, 邹早建. 海上风电站遭遇船舶侧向撞击时的结构动力响应分析[J]. 振动与冲击, 2010, 29(10):122-126.

- Li Y Z, Hu Z Q, Zou Z J. Structural dynamic response analysis of an offshore wind turbine stricken by a ship in lateral direction [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2010, 29(10):122-126.
- [2] Klose M, Dalhoff P, Argyriadis K. Integrated load and strength analysis for offshore wind turbines with jacket structures[C]. *Proc. 17th ISOPE*, 2007.
- [3] 王勳成, 邵敏. 有限元单元法基本原理和数值方法[M]. 北京:清华大学出版社, 1997.
- [4] Veletsos A S, Ventura C E. Efficient analysis of dynamic response of linear systems[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1984, 12: 521-536.
- [5] Veletsos A S, Ventura C E. Dynamic analysis of structures by the DFT method[J]. *Journal of Structural Engineering*, 1985, 111: 2625-2642.
- [6] Mansur W J, Carrer J A M, Ferreira W G, et al. Time-segmented frequency-domain analysis for non-linear multi-degree-of-freedom structural systems [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 237 (3): 457-475.
- [7] Mansur W J, Soares Jr D, Ferro M A C. Initial conditions in frequency-domain analysis: the FEM applied to the scalar wave equation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 270 (4-5): 767-780.
- [8] Lee U, Kim S, Cho J. Dynamic analysis of the linear discrete dynamic systems subjected to the initial conditions by using an FFT-based spectral analysis method [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 288 (1-2): 293-306.
- [9] Xia Y Y, Qiu Z P, Friswell M I. The time response of structures with bounded parameters and interval initial conditions [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329 (3): 353-365.
- [10] Liu F S, Li H J, Wang W Y, et al. Initial-condition consideration by transferring and loading reconstruction for the dynamic analysis of linear structures in the frequency domain [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 336:164-178.
- [11] Craig R R, Kurdila A J. *Fundamentals of Structural Dynamics*[M]. 2nd ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2006.
- [12] 卢洪超. 基于复指数分解的海洋工程结构动力响应分析方法及试验研究[D]. 青岛: 中国海洋大学, 2019. Lu H C. A Numerical and experimental study of dynamic responses of offshore structures based on a complex exponential decomposition technique [D]. Qingdao: Ocean University of China, 2019.
- [13] Kreyszig E. *Advanced Engineering Mathematics* [M]. 10th ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2011.
- [14] Hu S L J, Liu F S, Gao B, et al. Pole-residue method for numerical dynamic analysis [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2016, 142(8): 04016045.
- [15] Liu F S, Li H J, Li W, et al. Lower-order modal parameters identification for offshore jacket platform using reconstructed responses to a sea test [J]. *Applied Ocean Research*, 2014, 46: 124-130.

Frequency domain calculation method for transient response of a jacket offshore substation

YUAN Jian-ping^{1,2}, SUN Zhen-zhou^{1,2}, CHEN Jie-feng², LU Hong-chao³

(1. Key Laboratory of Far-shore Wind Power Technology of Zhejiang Province, Hangzhou 311122, China;

2. Power China Huadong Engineering Corporation Limited, Hangzhou 311122, China;

3. School of Civil Engineering & Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: The transient response analysis of a jacket offshore substation is based on the time domain integration method. The transient response caused by the initial conditions usually contains higher order vibrating components, which requires that the time domain method has to take a sufficiently small calculation time step to get the accurate results. In this paper, a frequency domain calculation method based on Laplace transform is proposed for the transient response analysis of an offshore substation. In this method, the poles and residues of the transfer function are obtained by eigenvalue analysis of the vibration system. Then, the poles and zeros of the transfer function are calculated. Meanwhile, the initial conditions are considered in the pole and residue of the transient response, and the time-domain transient response is obtained by Laplace transformation. The results show that the transient response calculated by the method is in good agreement with that calculated by the Newmark- β method. Besides, the error caused by large time step of the Newmark- β method can be avoided.

Key words: structural vibration; offshore substation platform; transient response; Laplace transformation; pole and residue

作者简介: 袁建平(1987—),男,高级工程师。电话:(0571)56628112; E-mail: yuan_jp@ecidi.com。

通讯作者: 卢洪超(1988—),男,助理研究员。电话:(020)87111030; E-mail: luhclhc@scut.edu.cn。