

地铁车致隧道与土体振动的高效时-频混合 预测方法

王力东^{1,2}, 朱志辉³, 韩艳^{1,2}, 张迅¹, 陈得良^{1,2}

(1. 长沙理工大学土木工程学院, 湖南长沙 410114; 2. 长沙理工大学南方地区桥梁长期性能提升技术国家地方
工程实验室, 湖南长沙 410114; 3. 中南大学土木工程学院, 湖南长沙 410075)

摘要: 提出了一种地铁列车引起的隧道与土体振动的高效时-频混合预测方法。该方法基于两步法开展。通过建立车辆-轨道-隧道-土体 2D 多体动力学/有限元模型, 在时域中获取轨-隧相互作用力; 将转化后的作用力施加在 2.5D 有限元-最佳匹配层模型上, 在频域-波数域中求解隧道-土体系统的动力响应。同时, 为提高频域-波数域计算效率, 提出了波数范围随激励频率变化的高效波数采样方案。数值算例中, 依次通过与时域 3D 有限元方法和传统固定波数域采样方案对比, 对所提方法的准确性和高效性进行了验证。结果表明, 采用时-频混合方法计算的观测点竖向振动速度时程曲线在波形和幅值上与时域 3D 有限元方法计算结果吻合较好。就振动速度级而言, 时-频混合方法的计算结果略小于时域方法, 但两种方法计算结果的相对误差小于 3%。同时, 所提出的高效波数采样方案能较好地预测不同频率荷载下的有效波数范围。除 2 Hz 以下低频振动外, 高效波数采样方案与传统采样方案计算的观测点竖向振动速度 1/3 倍频曲线几乎吻合。就计算效率而言, 高效波数采样方案计算时间为固定波数域采样方案计算时间的 3/5。

关键词: 环境振动; 地铁列车; 时-频混合方法; 波数采样方案; 2.5D FEM-PML

中图分类号: U211.3; TB535 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)02-0359-10

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.02.011

引言

在过去的几十年里, 城市地铁线路在世界各地都有了相当大的扩张。虽然地铁在改善城市交通状况方面有许多优势, 但地铁运行产生的振动和噪声不仅对人们的生活和工作环境产生影响, 而且还可以通过地层向外传播, 诱发地面建(构)筑物的二次振动。目前, 环境振动已成为国际公认的七大环境公害之一^[1]。

列车诱发土体振动的机理一般包括两部分, 即振动的产生和传播^[2]。在早期的预测中, 人们并未考虑列车与轨道间的动力相互作用, 而将车辆荷载简化为移动恒力或简谐力^[3-4]。之后, 部分学者假设轨道纵向一致且无限长, 建立了簧上质量车辆模型^[3]、四分之一车辆模型^[5]、二分之一车辆模型^[6]或整车模型^[7], 研究了列车与轨道以及下部土体之间

的动力相互作用。Gupta 等^[8]利用 Floquet 变换建立了具有周期离散支撑特性的轨道-隧道-土体模型。上述车辆-轨道(-隧道)-土体模型^[3, 5-8]的建立通常采用基于频域的柔度矩阵法, 具有较高的计算效率, 但却存在难以考虑轨道的离散支撑特性以及由局部缺陷(如钢轨接头、道岔、轨道损伤)引起的环境振动问题。事实上, 如果采用时域计算方法, 对于车辆与轨道间动力相互作用的模拟将变得十分简便。通过建立轨道有限元模型, 可以有效地实现轨枕和钢弹簧的离散支承、钢轨局部缺陷以及列车-轨道系统的非线性特性等^[9]。

为模拟隧道-土体中振动波的传播, 目前发展了多种模型, 包括解析模型^[4]、半解析模型^[7]和数值模型^[10]。虽然解析/半解析模型的计算效率较高, 但其适用性和准确性受多种简化假设的限制。数值模型包括有限元(FEM)模型^[11]、边界元(BEM)模型^[12]、FEM-BEM^[13]等, 此类模型更常用, 数值模型同样也

收稿日期: 2020-06-17; **修订日期:** 2020-10-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52078498, 51822803, 51678576); 国家重点研发计划资助项目(2017YFB1201204); 湖南省杰出青年基金资助项目(2018JJ1027); 南方地区桥梁长期性能提升技术国家地方工程实验室开放基金项目(19KE03)。

包含时域模型^[11]和频域模型^[12-13]。虽然时域模型的适用性很强,但其通常需要扩大模型计算范围以减少边界振动波的反射,导致计算效率低下。通常轨道交通引起的土体动应变为 10^{-5} 量级或更小,此时土体模型可以假定为线弹性^[4]。此外,多数情况下,可以假设隧道-土体系统的几何和材料特性沿隧道延伸方向保持不变。在这种情况下,可以采用2.5维(2.5D)方法在频域中高效获取三维(3D)系统的动力响应。基于2.5D方法分析框架,目前已发展了多种振动波传播模型,包括2.5D FEM-IEM(无限元)^[2]、2.5D FEM-BEM^[13]、2.5D FEM-PML(最佳匹配层)^[6]等。

综上所述,若能建立一种时-频混合分析方法,即列车-轨道耦合振动在时域内求解、隧道-土体振动在频域内求解,是一种适用性强且高效的分析方法。Triepaischajonsak等^[14]提出了一种混合模拟方法,其中轮对/轨道相互作用在时域计算,地面振动在频域计算。Connolly等^[15]提出了一种2.5D时-频建模方法,用于模拟钢轨局部缺陷引起的轨道振动及其在土体和临近建筑物中的传播。然而,上述研究^[14-15]主要集中于时-频混合方法在车辆-轨道-土体耦合振动预测中的适用性研究,针对混合方法求解效率上的研究较少。

本文提出了一种预测地铁列车引起的隧道及周围土体竖向振动的高效时-频混合分析方法。该方法基于两步法开展。第一步是通过建立车辆-轨道-隧道-土体二维多体动力学/有限元模型(2D MBS/FEM)模型,在时域中获取轨道与隧道的竖向相互作用力(简称轨-隧相互作用力);第二步是将第一步获取的轨-隧相互作用力时程从时域转换至频域,并施加在2.5D FEM-PML模型上,在频域-波数域中求解隧道-土体的动力响应。同时,为了提高频域-波数域部分求解效率,提出了一种高效的波数采样方案。最后,依次通过与时域3D有限元方法和传统固定波数域采样方案对比,对本文方法的准确性和高效性进行了验证。

1 基于时域直接耦合法的轨-隧相互作用力

本节通过建立地铁车辆-轨道-隧道-土体系统的MBS/FEM模型,获取下一节中2.5D隧道-土体模型动力响应求解所需的轨-隧相互作用力输入。由于当地铁列车在直线轨道上运行时,地面振动以竖向振动为主^[11],因此本节所建立的地铁列车-轨道-隧道-土体模型仅考虑2D,如图1所示。

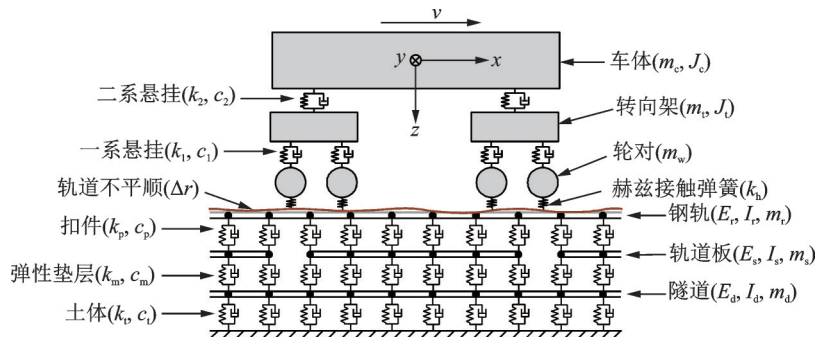


图1 地铁列车-轨道-隧道-土体2D MBS/FEM模型

Fig. 1 2D MBS/FEM model of the subway train-track-tunnel-soil

1.1 地铁列车-轨道-隧道-土体2D模型耦合振动方程

通常地铁列车可视为由一系列相同的四轴车辆组成,每节车辆包含1个车体、2个转向架、4个轮对、4个一系悬挂装置和2个二系悬挂装置,如图1所示。基于达朗贝尔原理,可建立列车子系统动力方程如下:

$$M_v \ddot{U}_v + C_v \dot{U}_v + K_v U_v = F_{vs} \quad (1)$$

式中 M_v 、 C_v 和 K_v 分别为列车的质量、阻尼和刚度矩阵; U_v 、 \dot{U}_v 和 \ddot{U}_v 分别为列车的位移、速度和加速

度向量; F_{vs} 为作用于列车的轮轨相互作用力向量。

考虑隧道振动和土体弹性支承对轨道振动的影响,本文选用三层弹性地基梁FEM模型模拟轨道-隧道-土体系统,如图1所示。其中,钢轨、轨道板和隧道采用欧拉梁模拟;扣件、弹性垫层和土体的弹性支撑作用采用离散支撑的弹簧-阻尼器单元模拟。最后,基于直接刚度法可建立轨道-隧道-土体子系统的动力方程如下:

$$M_s \ddot{U}_s + C_s \dot{U}_s + K_s U_s = F_{sv} \quad (2)$$

式中 M_s 、 C_s 和 K_s 分别为轨道-隧道-土体子系统的

质量、阻尼和刚度矩阵; U_s 、 \dot{U}_s 和 \ddot{U}_s 分别为轨道-隧道-土体子系统的位移、速度和加速度向量; F_{sv} 为轨道-隧道-土体子系统所受轮轨相互作用力向量。

基于线性轮轨赫兹接触模型^[16],联立车辆动力方程(1)和轨道-隧道-土体动力方程(2),可建立车辆-轨道-隧道-土体系统的耦合时变动力方程如下:

$$\begin{bmatrix} M_v & 0 \\ 0 & M_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{U}_v \\ \ddot{U}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_v & 0 \\ 0 & C_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_v \\ \dot{U}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{vs} & K_{sv} \\ K_{sv} & K_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_v \\ U_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_v \\ F_s \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 K_{vs} 和 K_{sv} 为系统刚度矩阵的耦合部分,表征车辆子系统和轨道-隧道-土体子系统的耦合相互作用; F_v 和 F_s 表示由车辆重力和轨道不平顺引起的两个子系统的作用力向量。

对于由移动质量引起的结构动力响应问题,目前主要有两种求解方法,即直接耦合法(LCM)和分离迭代法(SCM)。LCM独立求解两个子系统(列车子系统和轨道-隧道-土体子系统)动力方程,并通过迭代计算使得两个子系统在轮轨接触处满足力的平衡和位移协调条件。LCM虽然容易考虑轮轨之间的非线性接触,但受收敛时间积分步长控制(小于 2×10^{-4} s),其计算效率较低。相反,SCM通过在每一时间步形成系统整体动力方程并求解,避免了时间积分步长限制,计算效率较高。因此,本文选取SCM进行求解,具体计算过程参考文献[16]。

1.2 轨-隧相互作用力

在地铁列车-轨道-隧道-土体2D MBS/FEM模型中,弹性垫层是由一系列弹簧-阻尼器单元模拟的。因此,需要计算弹性垫层弹簧-阻尼器单元的内力时程,以获取轨-隧相互作用力。假定第 j 个弹性垫层弹簧-阻尼器单元的刚度系数和阻尼系数分别为 k_{mj} 和 c_{mj} ,则第 j 个弹簧-阻尼器单元的内力可以写成:

$$f_j(t) = k_{mj}u_{mj}(t) + c_{mj}\dot{u}_{mj}(t) \quad (4)$$

式中 u_{mj} 和 \dot{u}_{mj} 分别为第 j 个弹簧-阻尼器单元上下两端的竖向相对位移和相对速度,可以写成:

$$u_{mj} = u_{sj} - u_{dj}, \quad \dot{u}_{mj} = \dot{u}_{sj} - \dot{u}_{dj} \quad (5)$$

式中 u_{sj} 和 u_{dj} 分别为第 j 个弹簧-阻尼器单元上端和下端的竖向位移; \dot{u}_{sj} 和 \dot{u}_{dj} 分别为上端和下端的竖向速度。

假设在轨道-隧道-土体2D模型中,轨道板和隧道之间有 M 个弹簧-阻尼器单元,且第 j 个单元距左端第一个单元的距离为 a_j ,则轨-隧相互作用力可以写成:

$$f(x, t) = \sum_{j=1}^M f_j(t) \delta(x - a_j) \quad (6)$$

2 隧道-土体振动响应的频域-波数域求解

如前文所述,对于几何和材料特性具有纵向不变性结构的动力响应,可以采用2.5D方法进行高效求解。2.5D方法仅需对模型的横截面进行网格划分,通过波数离散实现振动波在纵向的传播。本文采用2.5D FEM-PML方法建立隧道-土体模型。其中PML具有吸收任意方向入射波而不产生虚拟反射的功能,PML区域内波的衰减如图2所示。

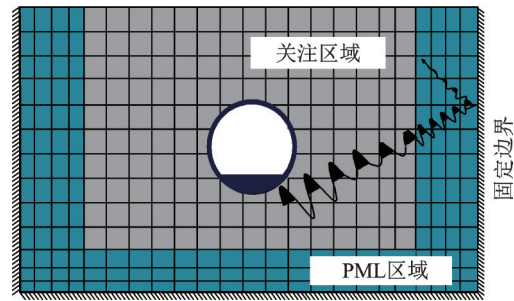


图2 PML区域内波的衰减示意图

Fig.2 Schematic representation of the wave attenuation inside a PML layer

基于有限元法的基本原理,关注区域和PML区域都是用2.5D方法表示的,所以运动方程是通过对两种区域进行离散来获得的。按照有限元法的一般步骤,可以推导出2.5D区域的平衡方程如下:

$$\{ \mathbf{K}_{FEM}^g(k_x) + \mathbf{K}_{PML}^g(k_x, \omega) - \omega^2 [\mathbf{M}_{FEM}^g + \mathbf{M}_{PML}^g(k_x, \omega)] \} \mathbf{u}_n(k_x, \omega) = \mathbf{p}_n(k_x, \omega) \quad (7)$$

式中 k_x 为波数(rad/m); ω 为圆频率(rad/s); \mathbf{u}_n 为变换域中节点的位移向量, \mathbf{p}_n 为变换域中节点的外载荷向量; \mathbf{K}_{FEM}^g 和 \mathbf{K}_{PML}^g 分别为FEM区域和PML区域的整体刚度矩阵; \mathbf{M}_{FEM}^g 和 \mathbf{M}_{PML}^g 为对应的整体质量矩阵。

基于有限元法基本原理,采用平面壳单元离散之后,2.5D FEM区域的整体刚度矩阵和质量矩阵可以表示为:

$$\mathbf{K}_{FEM}^g = \int_z \int_y \mathbf{B}^T(-k_x) \mathbf{D} \mathbf{B}(k_x) dy dz \quad (8)$$

$$\mathbf{M}_{FEM}^g = \int_z \int_y \mathbf{N}^T \rho \mathbf{N} dy dz \quad (9)$$

式中 \mathbf{D} 为应变-应力矩阵; \mathbf{N} 为形函数矩阵; \mathbf{B} 为形函数的导数矩阵; ρ 为质量密度。以上矩阵的具体表达式可参考文献[6]。

对于PML区域,可以遵循相同的过程,其中基

于拉伸方程形成的 2.5D PML 单元具有吸收任意方向的波而不产生虚拟反射的功能。需要指出的是,关注区域之外的地方需连续地满足相同的微分方程。因此,在 2.5D PML 区域中, y 和 z 坐标被扩展到复数域。原始坐标和变换坐标存在以下关系:

$$\bar{y} = \int_0^y \lambda_y(y) dy \quad (10)$$

$$\bar{z} = \int_0^z \lambda_z(z) dz \quad (11)$$

式中 λ_y 和 λ_z 分别为 y 和 z 方向的拉伸方程。同时,它们的导数为:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{y}} = \frac{1}{\lambda_y(y)} \frac{\partial}{\partial y} \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{\lambda_z(z)} \frac{\partial}{\partial z} \quad (13)$$

关于拉伸方程的详细描述参考文献[6]。

由于 PML 区域与关注区域的解满足相同的微分方程,式(7)中的坐标变化同样适用于 2.5D PML 单元。将式(10)~(13)引入 Garlekin 方程,对于 PML 区域,可以推导出 $K_{\text{PML}}^{\text{e}}$ 和 $M_{\text{PML}}^{\text{e}}$ 的表达式如下:

$$K_{\text{PML}}^{\text{e}} = \int_z \int_y B^{\text{T}}(-k_x) DB^*(k_x) \lambda_y \lambda_z dy dz \quad (14)$$

$$M_{\text{PML}}^{\text{e}} = \int_z \int_y N^{\text{T}} \rho N \lambda_y \lambda_z dy dz \quad (15)$$

通常, B^* 是由微分算子 L^* (在变换域和拉伸域中) 和 N 的乘积导出的。将 PML 区域的矩阵组装到关注域后,施加 Dirichlet 和 Neumann 边界条件,即完成了隧道-土体系统 2.5D FEM-PML 模型的建立。

在 1.2 小节中,已给出了时域中轨-隧相互作用力的表达式,如式(6)所示。通过双重傅里叶变换之后,式(6)的频率-波数域表达式如下:

$$\hat{f}(k_x, \omega) = \sum_{j=1}^M \hat{f}_j(\omega) e^{-ik_x a_j} \quad (16)$$

式中 $\hat{f}_j(\omega)$ 为 $f_j(t)$ 的傅里叶变换式,可通过快速傅里叶变换技术(FFT)获得。

结合式(16)中给出的荷载函数,由轨-隧相互作用力引起的隧道-土体系统振动的控制方程可以表示为:

$$\{K_{\text{FEM}}^{\text{e}}(k_x) + K_{\text{PML}}^{\text{e}}(k_x, \omega) - \omega^2 [M_{\text{FEM}}^{\text{e}} + M_{\text{PML}}^{\text{e}}(k_x, \omega)]\} u_n(k_x, \omega) = \bar{\Gamma} \hat{f}(k_x, \omega) \quad (17)$$

式中 $\bar{\Gamma}$ 为系统中受激励自由度的定位矩阵。最后,通过对波数 k_x 和频率 ω 的双重傅里叶逆变换,即可获得空间-时间域的解。

3 高效波数采样方案

2.5D FEM-PML 模型在频域中的计算效率很

大程度上取决于所使用的波数采样方案,包括确定各激励频点下波数范围和采样点的数量。目前,人们利用 2.5D 方法进行振动波传播模拟时大都采用简单的固定波数域采样方案^[6]。该方案为获得逆傅里叶变换所需的足够采样点而花费大量的计算时间,因为每个采样点都需要求解等式(17)所示的线性方程组。因此,有必要提出更加有效的采样方案来降低计算成本。

在求解方程(17)时,激励频域通常被离散成一系列频点。对于每个频点,方程(17)又逐个波数地求解,然后将所有 2D 解通过逆傅里叶变换转换到空间域。因此关于波数的逆傅里叶变换可以表示为:

$$\bar{u}_n(x, y, z, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} u_n(k_x, y, z, \omega) e^{-ik_x x} dk_x \quad (18)$$

式中 \bar{u}_n 表示空间域中轨道-隧道-土体系统的节点位移向量。

在 k_x 无穷大的情况下求解式(18)是不切实际的。文献[17]给出了临界波数 k_c^l 和 k_c^u , 当 $k_x > k_c^u$ 或 $k_x < k_c^l$ 时,振动波数很快衰减到零,特别是当车速 v 小于瑞利波速 c_R 时。基于此,本文将激励频率 ω 下波数域的下限波数 k_x^l 和上限波数 k_x^u 确定如下:

$$k_x^l = -\sqrt{\frac{\omega}{c_s - v}}, \quad k_x^u = \sqrt{\frac{\omega}{c_s + v}} \quad (19)$$

式中 c_s 为横波波速。如果 $v > c_s$, 则 $k_x^l = 0$ 。因此,式(18)可以被重写为:

$$\bar{u}_n(x, y, z, \omega) \approx \frac{1}{2\pi} \int_{k_x^l}^{k_x^u} u_n(k_x, y, z, \omega) e^{-ik_x x} dk_x \quad (20)$$

此外,振源附近的振动波通常呈指数衰减。为减小振源附近观测点的计算误差,需要扩大波数范围。这里,将 αk_x^u 和 αk_x^l 分别设置为上限和下限波数,其中 α 为放大系数,与观测点距振源的距离有关。考虑到模型的几何特性(如隧道埋深、隧道直径)和材料特性(如土体弹性模量、密度)在实际应用中有所不同, α 的取值需要根据实际情况确定。因此,为了保证所提出的采样方案的准确性和效率,应进行数值试验来检验 α , 从而确定合适的 α 值。

波数采样方案的另一方面是采样点数量的确定。采样点数量对 2.5D 方法的计算效率有很大影响。采用不同的数值积分方法将导致不同的波数域离散策略,主要包括均匀离散策略和不均匀离散策略^[18]。由于无法事先准确预测隧道-土体系统动力响应波数域解的振荡特性,本文选择均匀离散策略。因此,式(20)可以被重写为:

$$\bar{u}_n(x, y, z, \omega) \approx \frac{\Delta k_x}{2\pi} \sum_j u_n(k_x^j, y, z, \omega) e^{-ik_x^j x} \quad (21)$$

式中 Δk_x 为波数的增量, k_x^j 为波数域 $[\alpha k_x^l, \alpha k_x^u]$ 的第 j 个波数点。

4 数值算例

4.1 模型介绍

本研究选择单线行车隧道,如图 3 所示。隧道中心位于地下 13.0 m 深度处,隧道内径为 6.0 m,衬砌厚度 $e=0.4$ m。隧道由混凝土制成,杨氏模量 $E_d=32.5$ GPa,密度 $\rho_d=2500$ kg/m³,泊松比 $\nu_d=0.2$,阻尼比 $\xi_d=0.02$ 。导轨由轨距为 1.5 m 的两根 UIC60 钢轨组成,且沿轨道延伸方向由间距为 0.625 m 的扣件支撑。轨道结构采用纵连板式无砟轨道,轨道板高 0.4 m、宽 2.5 m,轨道板与隧道之间设置弹性垫层。隧道周围为均质半空间土体,土壤横波波速 $c_s=170$ m/s,纵波波速 $c_p=318$ m/s,密度 $\rho_c=2000$ kg/m³,泊松比 $\nu_c=0.3$,阻尼比 $\xi_c=0.05$ 。

由于隧道-土体系统的对称性,FEM-PML 模型仅离散了半个区域,并在对称轴位置施加对称边界,如图 4 所示。其中,FEM 区域为 30 m×30 m,外围区域为 1 m 宽的 PML 单元。两个区域均采用 8 节点平面壳单元离散,单元尺寸小于 0.6 m。隧道和土体的材料特性如图 3 所示。

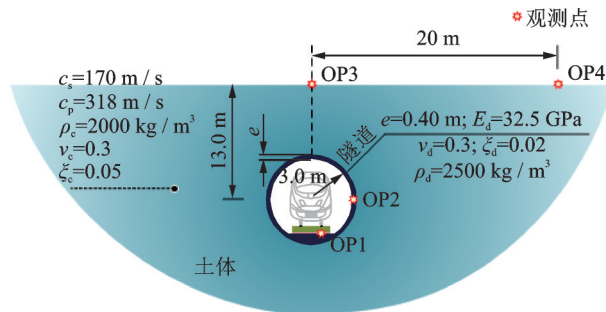


图 3 隧道-土体系统几何参数和材料特性

Fig. 3 Geometry and properties of the tunnel-soil system

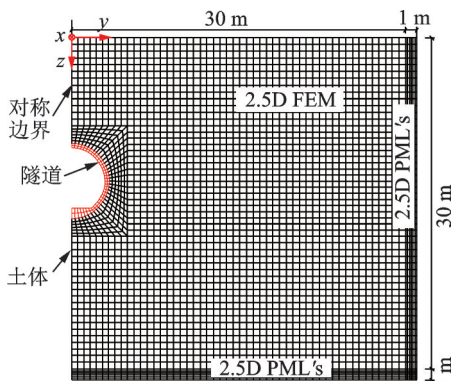


图 4 隧道-土体系统 2.5D FEM-PML 模型

Fig. 4 2.5D FEM-PML meshes adopted for modeling the tunnel-soil system

4.2 确定轨道-隧道-土体 2D FEM 模型参数

轨道-隧道-土体 2D FEM 模型的参数是通过对比 2D 解析模型和 2.5D 模型的钢轨柔度系数来确定的。为了与 2.5D 模型中采用的纵向不变性假设保持一致,本小节采用 2D 三层弹性地基梁解析模型对轨道-隧道-土体系统进行模拟,其动力方程详见文献 [10]。在 2D 轨道-隧道-土体解析模型中,轨道、轨道板和隧道的截面面积和截面惯性矩可以通过有限元软件(如 ANSYS)建立相应的截面获得。对于扣件、弹性垫层和土体弹簧-阻尼器单元参数的确定,采用文献 [19] 提出的方法,即调整解析模型中弹簧-阻尼器单元参数并计算钢轨柔度系数,直到与 FEM-PML 模型的计算结果在零频率位置保持一致。其中,采用 FEM-PML 模型计算时直接在图 4 所示模型中增加轨道模型。通过上述方法确定的轨道-隧道-土体 2D FEM 模型参数如表 1 所示,对应的钢轨柔度曲线如图 5 所示。从图 5 可以看出,由解析模型和 FEM-PML 模型计算得到的钢轨柔度曲线在 0~80 Hz 范围内吻合良好,两者计算结果的最大相对误差为 2.11%,说明采用上述方法确定的轨道-隧道-土体 2D 模型参数能较好反映 3D 土体支撑特性。

表 1 轨道-隧道-土体 2D FEM 模型参数

Tab. 1 Parameters of the track-tunnel-soil 2D FEM model

参数	单位	取值
钢轨抗弯刚度	N·m ²	1.36×10 ⁷
钢轨单位长度质量	kg	120.89
钢轨梁单元长度	m	0.3125
扣件弹簧-阻尼器刚度系数	N/m	4.00×10 ⁷
扣件弹簧-阻尼器阻尼系数	N·s/m	7.06×10 ⁴
轨道板抗弯刚度	N·m ²	4.67×10 ⁸
轨道板单位长度质量	kg	2.50×10 ³
轨道板梁单元长度	m	0.625
垫层弹簧-阻尼器刚度系数	N/m	2.4×10 ⁸
垫层弹簧-阻尼器阻尼系数	N·s/m	2.64×10 ⁶
隧道抗弯刚度	N·m ²	1.61×10 ¹²
隧道单位长度质量	kg	2.34×10 ⁴
隧道梁单元长度	m	0.625
土体弹簧-阻尼器刚度系数	N/m	4.2×10 ⁹
土体弹簧-阻尼器阻尼系数	N·s/m	6×10 ³

4.3 与 3D FEM 模型计算结果的对比

本节通过与 3D FEM 模型计算结果的对比验证所提出的时-频混合分析方法的正确性。为此,建立了轨道-隧道-土体系统 3D FEM 模型,如图 6 所示,

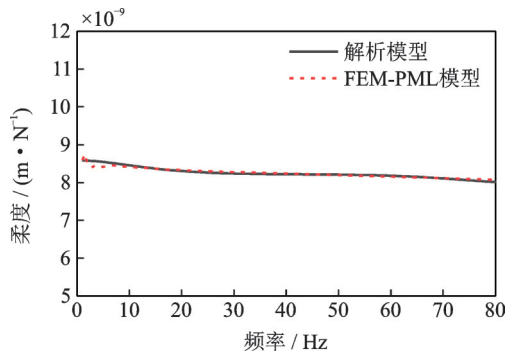


图5 轨道-隧道-土体模型钢轨柔度曲线

Fig. 5 Rail receptance curves of the track-tunnel-soil system

其中隧道的几何参数和截面特性与图3一致。与图4所示的2.5D模型类似,3D FEM模型也只模拟了

关注域的一半。3D模型的尺寸为80 m(纵向)×50 m(横向)×50 m(竖向),并在模型的前后两端各建立了25 m长的轨道-隧道-土体2D模型来模拟列车到达和离开关注域时的运动状态。3D模型的横截面网格划分包含两个区域:一个是隧道周围30 m×30 m的规则网格区域,如图6(a)中白线所示区域,该区域单元尺寸在横向和竖向均为0.5 m;其余为不规则网格区域,网格尺寸随距隧道中心距离的增加而增大,最大单元尺寸不大于2.3 m。沿列车运行方向,梁单元和实体单元的网格尺寸分别为0.3125和0.625 m。整个FEM模型包含762036个单元、751091个节点和2180353个自由度。图6(b)给出了模型中各组成部分的单元类型。

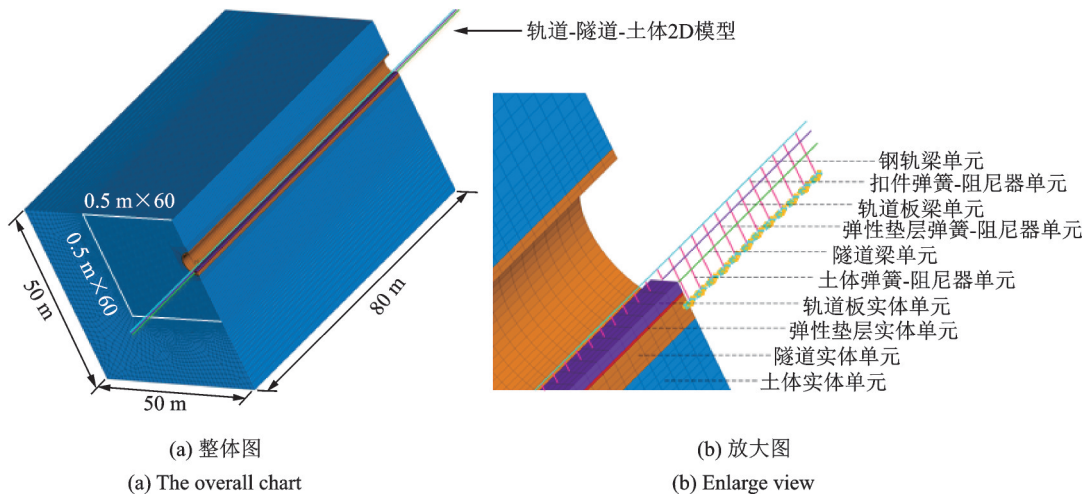


图6 轨道-隧道-土体系统3D FEM模型

Fig. 6 3D FEM model of the track-tunnel-soil system

地铁列车假设由6节相同的车辆组成,运行速度为70 km/h(19.44 m/s),其中车辆参数参考文献[10]。轨道不平顺波长范围取0.2~100 m,其中1~100 m中长波部分采用美国6级轨道谱模拟生成,而0.2~1 m的短波部分则采用Sato提出的短波不平顺谱模拟生成^[20]:

$$S(k) = \frac{A}{k^3} \left[\text{m}^2 / (\text{rad}/\text{m}) \right] \quad (22)$$

式中 k 为粗糙度波数, A 为轮轨表面粗糙度系数, $A=4.15 \times 10^{-8} \sim 5.0 \times 10^{-7}$, 本文取 3.15×10^{-7} 。3D FEM模型的阻尼考虑为瑞利阻尼,阻尼比为0.05。对于时域求解,计算时间范围取[0, 12] s,积分步长为 6×10^{-3} s;对于频域-波数域求解,波数范围取[-2.56, 2.56] rad/m,积分步长为0.01 rad/m。

根据上述参数,分别采用3D FEM时域方法和本文提出的时-频混合分析方法计算了隧道-土体系统的车致振动响应。同时,为考查隧道与地表的振动响应情况,选取4个观测点OP1,OP2,OP3,OP4,

如图3所示。其中OP1位于钢轨正下方隧道上表面,OP2位于隧道壁1/2高度位置,OP3位于隧道中心线正上方地表位置,OP4位于距OP3点直线距离为20 m的地表位置。图7给出了两种方法预测的各观测点的竖向振动速度时程曲线。从图7可以看出,采用本文提出的时-频混合方法计算各观测点的竖向振动速度在波形和幅值上与3D FEM时域方法计算结果吻合较好。对于位于隧道内的观测点OP1和OP2,两种方法均很好地预测到了高频振动以及由轮对经过时引起的冲击作用,但就速度峰值而言,时域方法的计算结果略大于时-频混合方法。这是因为,三层弹性地基梁模型会低估轨道-隧道-土体3D模型的高频振动特性。就地表观测点而言,时-频混合方法预测结果与3D FEM结果在波形和幅值上表现出良好的一致性,但前者的预测结果包含了更高频的分量。一种可能的解释是因为3D FEM采用瑞利阻尼模型,该模型具有很强的频率相关性,会在较高频率范围内引起振幅的强烈衰减。

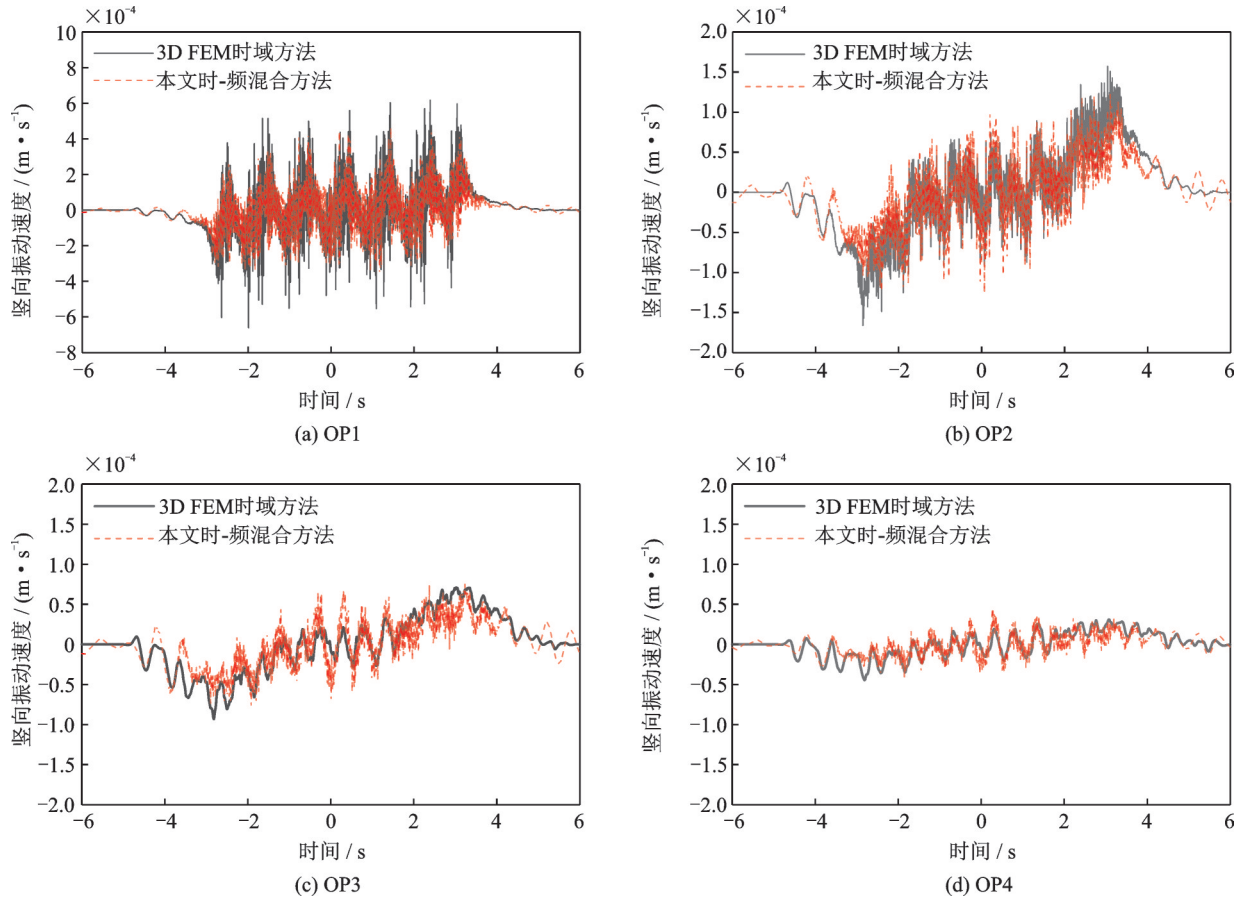


图7 观测点竖向振动速度时程曲线

Fig. 7 Time history curves of vertical vibration velocity of the observation points

为进一步说明本文提出的时-频混合方法的准确性,对两种方法计算的各观测点竖向振动速度级进行了比较。其中,计算振动速度级所采用的公式如下:

$$V_{\text{dB}} = 20 \lg \frac{v_{\text{rms}}}{v_0} \quad (23)$$

式中 V_{dB} 为振动速度级 (dB); v_{rms} 为均方根速度 (m/s); v_0 为参考速度,取 1×10^{-9} m/s。采用 3D FEM 时域方法和本文时-频混合方法计算的观测点 OP1~OP4 的竖向振动速度级分别为 104.99 和 102.46 dB, 94.99 和 93.52 dB, 91.27 和 90.31 dB, 84.66 和 83.41 dB。虽然时-频混合方法计算的观测点振动速度级小于 3D FEM 方法,但两者的计算结果仍十分接近。OP1~OP4 竖向振动速度级的相对误差分别为 2.41%, 1.55%, 1.05% 和 1.48%。上述结果同样说明了本文提出的时-频混合方法具有足够的计算精度。

4.4 与固定波数域采样方案的对比

本节通过与固定波数域采样方案的对比,验证本文提出的采样方案的计算效率。通常,固定波数域采样方案并不考虑有效波数域随激励频率的改变,而统一采用同一确定波数域。事实上,有效波数

域与激励频率之间存在相关关系。图 8 给出了 10 和 40 Hz 轨-隧相互作用力激励下观测点 OP1 和 OP4 的竖向振动传递函数 $H(i\omega)$ 。从图中可以看出,有效波数域随激励频率的增大而增大。例如,当激励频率为 10 Hz 时,OP1 点的有效波数范围约为 $[-0.75, 0.7]$ rad/m;而当激励频率增大至 40 Hz 时,有效波数范围增大至约 $[-1.3, 1.1]$ rad/m。同时,从图 8 还可以看出,取 $\alpha=1$ 时,本文提出的采用方案能较好地预测不同频率下有效波数范围。10 和 40 Hz 荷载下预测的有效波数范围分别为 $[-0.65, 0.58]$ rad/m 和 $[-1.29, 1.15]$ rad/m,预测范围与实际有效范围接近。

为进一步说明采用本文提出的采样方案得到的计算结果的准确性,图 9 给出了传统固定波数域采样方案和本文提出的高效采样方案获取的各观测点竖向振动速度 1/3 倍频曲线。从图 9 可以看出,除 2 Hz 以下低频振动外,其余部分几乎吻合。同时,0~2 Hz 分布图中靠近振源的 OP1 观测点较其他观测点吻合度差,这是因为当采用本文提出的方案对有效波数域进行预测时,未能完全准确预测实际有效波数范围。超出预测范围的波数主要对 2 Hz 以下低频振动影响显著。同时,愈靠近振源,有效波数范

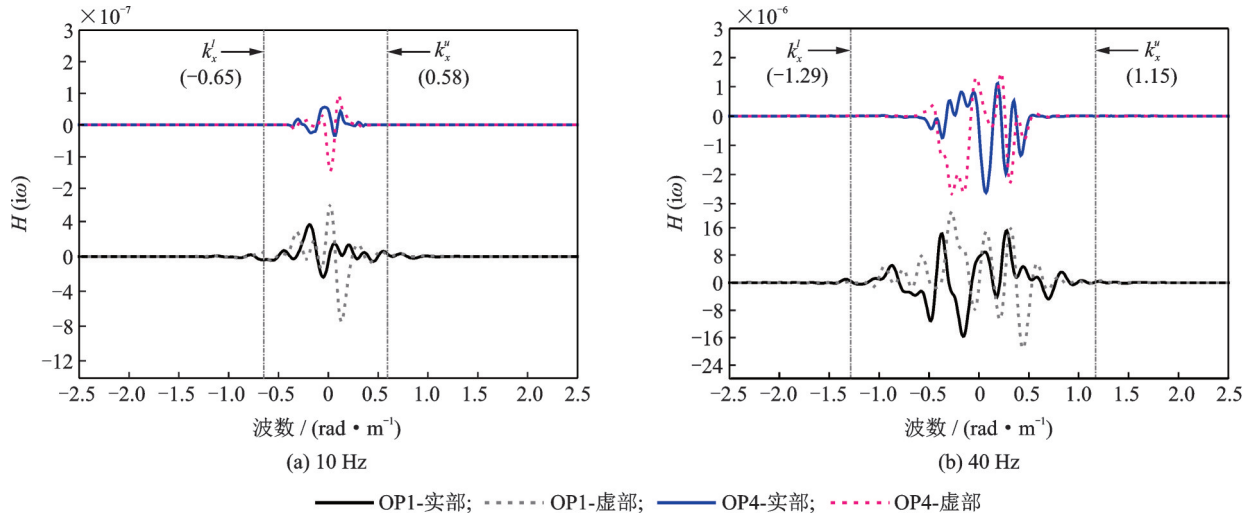


图8 不同频率荷载下观测点OP1和OP4的竖向振动传递函数
 Fig. 8 Vertical transfer functions of OP1 and OP4 under different frequency loads

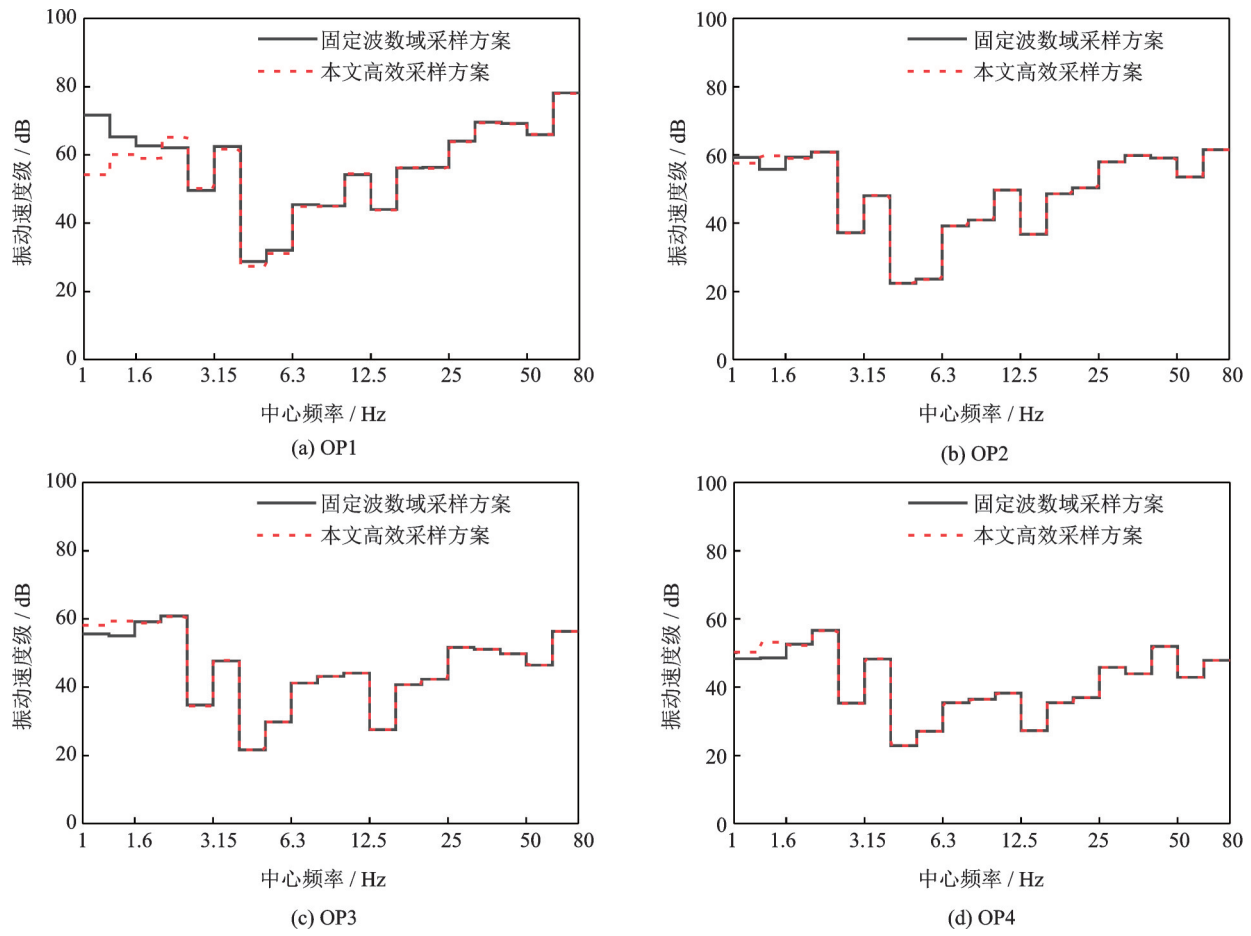


图9 观测点竖向振动速度1/3倍频曲线
 Fig. 9 One-third octave curves of vertical vibration velocity of the observation points

围愈广。因此,若关心2 Hz以下低频振动或振源附近的振动响应,可通过增大 α 值来提高波数预测范围。就计算效率而言,采用固定波数域采样方案计算单个工况所需时间为49 h,而采用本文提出的高效采样方案计算单个工况所需时间为30 h,计算效率有较大提高。

综上所述,本文提出的波数采样方案在保证计

算精度的同时,能较大幅度提高计算效率。

5 结论

本文针对地铁列车引起的隧道及周围土体竖向振动问题,提出了一种时-频混合预测方法。该方法基于两步法开展,即在时域内求解车辆-轨道-隧道-

土体 2D 模型获取轨-隧相互作用力,然后将转换后的作用力施加在 2.5D FEM-PML 模型上,并在频域-波数域中求解隧道-土体的动力响应。同时,为提高频域-波数域的计算效率,提出了高效波数采样方案。基于本文数值计算结果,可得出以下结论:

(1)采用本文提出的时-频混合方法计算的隧道及地表观测点竖向振动速度在波形和幅值上与 3D FEM 时域方法计算结果吻合较好。对于隧道上的观测点,两种方法均很好地预测到了高频振动以及由轮对经过时引起的冲击作用,但就振动速度峰值而言,时域方法的计算结果略大于时-频混合方法。

(2)就地表观测点而言,时-频混合方法预测结果与 3D FEM 结果在波形和幅值上表现出良好的一致性,但前者的预测结果包含了更高频的分量。一种可能的原因是因为 3D FEM 采用瑞利阻尼模型,该模型具有很强的频率相关性,会在较高频率范围内引起振幅的强烈衰减。

(3)采用本文时-频混合方法计算的观测点竖向振动速度级略小于 3D FEM 时域方法,但两者的计算结果仍十分接近。观测点 OP1~OP4 竖向振动速度级的相对误差分别为 2.41%,1.55%,1.05% 和 1.48%。

(4)本文提出的波数采样方案能较为准确地预测不同频率荷载下的有效波数范围。除 2 Hz 以下低频振动外,高效波数采样方案计算的观测点竖向振动速度 1/3 倍频曲线几乎吻合。就计算效率而言,高效波数采样方案计算时间为固定波数域采样方案计算时间的 3/5。

参考文献:

- [1] 黄强,黄宏伟,张冬梅.移动荷载作用下离散支承浮置板轨道振动响应研究[J].振动与冲击,2018,37(19):190-197.
HUANG Qiang, HUANG Hongwei, ZHANG Dongmei. Vibration response of discretely supported floating slab track under a moving load [J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(19): 190-197.
- [2] Yang Y B, Liang Xujie, Hung Hsiao-Hui, et al. Comparative study of 2D and 2.5D responses of long underground tunnels to moving train loads [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, 97:86-100.
- [3] 谢伟平,王国波,于艳丽.移动荷载作用下双层 Euler 梁模型土动力响应分析[J].地震工程与工程振动,2004,24(1):82-86.
XIE Weiping, WANG Guobo, YU Yanli. Analysis of dynamic responses of soil with double Euler beam under moving load [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2004, 24(1): 82-86.
- [4] 曹艳梅,夏禾.基于 Betti-Rayleigh 动力互易定理求解移动荷载引起的地基土振动[J].岩石力学与工程学报,2009,28(7):1467-1476.
CAO Yanmei, XIA He. Solution of foundation soil vibrations induced by moving loads based on Betti-Rayleigh dynamic reciprocal theorem [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(7): 1467-1476.
- [5] 高广运,李绍毅.列车运行引起的 CFG 桩复合路基动力响应分析[J].振动与冲击,2015,34(24):135-143.
GAO Guanyun, LI Shaoyi. Dynamic response of CFG pile composite subgrade induced by moving train loadings [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(24): 135-143.
- [6] Patrícia Lopes, Alves Costa P, Ferraz M, et al. Numerical modeling of vibrations induced by railway traffic in tunnels: from the source to the nearby buildings [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2014, 61-62: 269-285.
- [7] 冯青松,张运来,陈艳明,等.减振扣件对地铁隧道-地表振动特性影响分析[J].铁道工程学报,2020,37(1):101-108.
FENG Qingsong, ZHANG Yunlai, CHEN Yanming, et al. Analysis of influence of damping fasteners on vibration characteristics of metro tunnel-surface [J]. Journal of Railway Engineering Society, 2020, 37(1): 101-108.
- [8] Gupta S, Degrande G. Modelling of continuous and discontinuous floating slab tracks in a tunnel using a periodic approach [J]. Journal of Sound and Vibration, 2010, 329(8): 1101-1125.
- [9] 翟婉明.车辆-轨道耦合动力学[M].4版.北京:科学出版社,2014.
- [10] Zhu Zhihui, Wang Lidong, Costa Pedro Alves, et al. An efficient approach for prediction of subway train-induced ground vibrations considering random track unevenness [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 455:359-379.
- [11] Wang Lidong, Zhu Zhihui, Bai Yu, et al. A fast random method for three-dimensional analysis of train-track-soil dynamic interaction [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2018, 115:252-262.
- [12] Giuliano Belinassi, Alfredo Goldman, Gubitoso Marco Dimas, et al. Vibration soil isolation analysis based on a 3-D frequency domain Direct Boundary Element implementation: GPGPU acceleration [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2019, 105:178-187.
- [13] 何超,周顺华,狄宏规,等.饱和土-隧道动力响应的 2.5 维有限元-边界元耦合模型[J].力学学报,2017,49(1):126-136.
HE Chao, ZHOU Shunhua, DI Honggui, et al. A

- 2.5D coupled FE-BE model for the dynamic interaction between tunnel and saturated soil [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017, 49(1): 126-136.
- [14] Triepaischajonsak N, Thompson D J. A hybrid modeling approach for predicting ground vibration from trains [J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 335: 147-173.
- [15] Connolly D P, Galvín P, Olivier B, et al. A 2.5D time-frequency domain model for railway induced soil-build-up vibration due to railway defects [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, 120:332-344.
- [16] 朱志辉, 龚威, 王力东, 等. 列车-轨道-桥梁耦合系统动力方程求解方法对计算精度和效率的影响 [J]. 中国铁道科学, 2016, 37(5): 17-26.
ZHU Zhihui, GONG Wei, WANG Lidong, et al. Influence of solution method for dynamics equation of train-track-bridge coupled system on calculation precision and efficiency [J]. China Railway Science, 2016, 37(5): 17-26.
- [17] Hung Hsiao-Hui, Yang Y B. Analysis of ground vibrations due to underground trains by 2.5D finite/infinite element approach [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2010, 9(3): 327-335.
- [18] Zhou Bing, Stewart Greenhalgh, Mark Greenhalgh. Wavenumber sampling strategies for 2.5-D frequency-domain seismic wave modelling in general anisotropic media [J]. Geophysical Journal International, 2012, 188(1): 223-238.
- [19] Ghangale D, Romeu J, Arcos R, et al. Study of the validity of a rectangular strip track/soil coupling in railway semi-analytical prediction models[C]. Numerical Methods in Geotechnical Engineering IX, Volume 1: Proceedings of the 9th European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering (NUMGE 2018), Porto, Portugal, 2018:407-414.
- [20] Sato Y. Study on high frequency vibration in track operation with high speed trains [J]. Quarterly Reports of the Railway Technical Research Institute, 1977, 18(3): 109-114.

Efficient time-frequency hybrid method for predicting the subway train induced vibrations of tunnel and ground

WANG Li-dong^{1,2}, ZHU Zhi-hui³, HAN Yan^{1,2}, ZHANG Xun¹, CHEN De-liang^{1,2}

(1.School of Civil Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China; 2.National-Local Joint Laboratory of Engineering Technology for Long-Term Performance Enhancement of Bridges in Southern District, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114, China; 3.School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: This paper presents an efficient time-frequency hybrid method for predicting the tunnel and ground vibrations caused by subway trains. This method contains two steps. Firstly, a 2D multibody system/finite element model of subway train-track-tunnel-soil is established to obtain the track-tunnel interaction forces in the time domain. Secondly, the transformed forces are applied to the 2.5D finite element method-perfectly matched layers model to solve the dynamic response of the tunnel-soil system in the frequency-wavenumber domain. Moreover, to improve the efficiency of frequency-wavenumber domain computation, an efficient wavenumber sampling scheme is proposed. In numerical examples, the accuracy and efficiency of the proposed method are verified by comparing with the time-domain 3D finite element method and the traditional fixed wavenumber domain sampling scheme, respectively. The results show that the time histories of vertical velocity of the observation points calculated by the time-frequency hybrid method are in good agreement with the 3D finite element method. The vertical velocity levels of the observation points calculated by the time-frequency hybrid method are slightly smaller than those by the time-domain 3D finite element method, but the relative error of the two methods is less than 3%. Furthermore, the proposed wavenumber sampling scheme can well predict the effective wavenumber ranges of different frequency loads. In addition to the low-frequency vibration below 2 Hz, the 1/3 octave curves of the vertical velocity calculated by the proposed wavenumber sampling scheme is almost consistent with those by the traditional sampling scheme. In terms of computational efficiency, the CPU time of the proposed wavenumber sampling scheme is 3/5 of that of the fixed wavenumber domain sampling scheme.

Key words: environmental vibration; subway train; time-frequency hybrid method; wavenumber sampling scheme; 2.5D FEM-PML

作者简介: 王力东(1990—),男,讲师。电话:15874853751;E-mail:wangld@csust.edu.cn。

通讯作者: 朱志辉(1979—),男,教授。电话:13875805860;E-mail:zzhh0703@csu.edu.cn。