

# 滚动轴承压缩故障信号的特征代理与凸优化重构算法

林慧斌, 邓立发

(华南理工大学机械与汽车工程学院, 广东 广州 510640)

**摘要:** 压缩采样可以有效缓解机械状态监测数据存储和传输的压力, 但是压缩数据的感知重构一直是个难点。针对滚动轴承压缩信号的故障特征提取问题, 提出一种基于特征代理与凸优化算法的故障信号重构方法。分析了滚动轴承局部故障信号的稀疏和卷积特性, 学习得到故障冲击模式。对压缩得到的轴承观测信号, 构造包含冲击时刻特征的特征代理, 并对代理建立目标优化函数, 采用快速迭代收缩阈值算法(Fast Iterative Shrinkage Threshold Algorithm, FISTA)直接从代理提取出稀疏系数, 将学习模式与稀疏系数卷积重构出故障信号。与直接利用 FISTA 从压缩信号中提取冲击特征相比, 所提方法在不降低求解精度的同时降低了计算复杂度。相比于常用的贪婪类重构算法, 所提方法无需预先估计信号的稀疏度, 且能得到全局最优解。通过滚动轴承仿真和实验信号进一步验证了所提方法的有效性。

**关键词:** 故障诊断; 滚动轴承; 压缩感知; 特征重构

**中图分类号:** TH165<sup>+</sup>.3; TH133.33 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)02-0434-12  
**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.02.019

## 引言

滚动轴承被广泛应用于旋转机械中, 对其状态进行监测对于设备稳定运行至关重要。当滚动轴承发生局部故障时, 由传感器采集到的振动信号将包含滚动轴承故障特征, 但受机械结构复杂背景噪声的干扰, 采集到的振动信号中包含大量的噪声, 给特征提取带来很大难度<sup>[1]</sup>。一般而言, 传感器采集的机械状态信息越多, 越有利于获取故障特征, 然而, 大量采集的振动响应信号也给数据存储和传输造成巨大的压力。

近些年来在稀疏表示理论上发展起来的压缩感知(Compressed Sensing, CS)<sup>[2-4]</sup>可以在远低于奈奎斯特采样定理的情况下对信号进行观测, 然后通过合适的算法进行信号重构。尽管该理论已经成功用于图像处理等领域, 但受机械信号复杂噪声成分的影响, 如何对机械故障信号进行感知重构的研究还处于起步阶段。文献[5]基于压缩感知理论, 利用自适应字典学习和贪婪算法进行齿轮箱冲击故障诊断。文献[6]对滚动轴承故障信号进行分块压缩感知, 并提出一种改进自适应分块匹配追踪算法提高重构效果。文献[7]提出多次压缩匹配追踪方法, 增强了压缩感知的抗噪性能, 有效提取轴承与齿轮

冲击故障特征。文献[8]采用双稀疏字典稀疏表示机械振动信号, 并结合正交匹配追踪对故障信号进行感知重构。文献[9]以子空间匹配追踪对信号包络特征进行不完全重构, 用于风力发电机的滚动轴承故障特征提取。文献[10]基于振动信号能在频域稀疏表示的先验知识, 以交替方向乘子法对压缩特征进行识别, 实现了风电齿轮箱中冲击特征与谐波特征的识别。文献[11]以提出的一种改进的快速迭代收缩阈值算法作为压缩感知的重构算法, 诊断出齿轮磨损故障。从文献可知, 现有的故障信号感知重构算法大致可分为两大类: 一类是计算效率较高的贪婪类算法, 但此类算法往往需要提前预估信号的稀疏度<sup>[12]</sup>; 另一类是具备全局最优解的凸优化算法, 但该类算法常涉及较复杂的矩阵运算, 求解效率低下<sup>[13]</sup>。

针对现有重构方法中存在的不足, 本文提出一种基于特征代理与凸优化算法的滚动轴承压缩故障信号重构方法。不同于现有重构方法直接由观测信号重构冲击特征, 所提方法在分析故障信号的卷积和稀疏特性基础上, 借用贪婪类算法中的代理思想, 对观测信号构造包含冲击时刻信息的特征代理, 通过凸优化算法提取冲击时刻信息, 最终实现冲击特征的重构。与现有的凸优化算法相比, 所提方法在保证求解精度的同时能极大地提高运算效率, 与贪

贪婪算法相比则无需预估稀疏度且能重构出更多的冲击特征。

## 1 理论基础

在压缩感知理论中,信号的稀疏表示是信号可以被压缩和重构的保证,而选择不同的字典会导致信号稀疏度的不同<sup>[14]</sup>,进而导致压缩和重构的效果存在较大差异。以下对滚动轴承故障冲击信号的稀疏特性和压缩感知基本原理进行分析。

### 1.1 滚动轴承故障冲击信号的卷积和稀疏特性

当滚动轴承发生局部故障时,故障表面与其他表面会因碰撞而产生周期性的冲击力,导致系统发生结构共振。因此,由局部故障引起的滚动轴承振动响应信号常写作如下形式<sup>[15]</sup>:

$$x(t) = x_0(t) + n(t) = \sum_i A_i h(t - iT + \Delta t_i) + n(t) \quad (1)$$

$$h(t) = \exp(-2\pi\xi f_a t / \sqrt{1 - \xi^2}) \sin(2\pi f_a t) \quad (2)$$

式中  $x_0 \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  表示故障激起的幅值呈指数衰减的冲击序列,  $n(t)$  表示均值为零的高斯噪声,  $A_i$  表示第  $i$  个冲击振幅,  $f_a$  表示固有频率,  $\xi$  表示阻尼比,  $T$  表示冲击时间间隔,  $\Delta t_i$  表示滚动体的随机滑动量。

由式(1)和(2)易知故障冲击信号  $x_0$  由一系列振幅不同的冲击响应组成,在时域具有稀疏性,且可以表示为一个不随时间变化的冲击模式  $\psi \in \mathbb{R}^{L \times 1}$  与包含冲击响应发生时刻和冲击幅值信息的稀疏系数  $\theta \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  的卷积,即  $x_0 = \psi * \theta$  (\* 为卷积运算符)。当冲击模式  $\psi$  与稀疏系数  $\theta$  已知时,冲击信号可由两者卷积获得,如图 1 所示。若将冲击模式  $\psi$  作补零处理并时移,则可以构造出如图 2 所示的循环矩阵  $\Psi \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ,该矩阵为每个原子包含一个冲击模式的移不变字典,则滚动轴承故障冲击信号  $x_0$  也可以由图 2 中移不变字典  $\Psi$  稀疏表示,即  $x_0 = \psi * \theta = \Psi \theta$ 。此种字典构造方法的最大优点是每个冲击只需用一个原子来表示,从而使冲击信号的稀疏度  $k$  简单易求,即信号的稀疏度  $k$  为分析时长内出现的冲击响应数目。

获取冲击模式的方法可以采用解析法或学习法获得<sup>[16]</sup>,采用解析法需提前确定故障信号的固有频率和阻尼比,相比之下,学习法可以根据信号自身的特点自适应地获取故障冲击模式。因此,本文以文献[17]提出的移不变 K-SVD(Shift Invariant K-Singular Value Decomposition)来提取冲击模式,构造移不变字典来对轴承冲击信号进行稀疏表示。

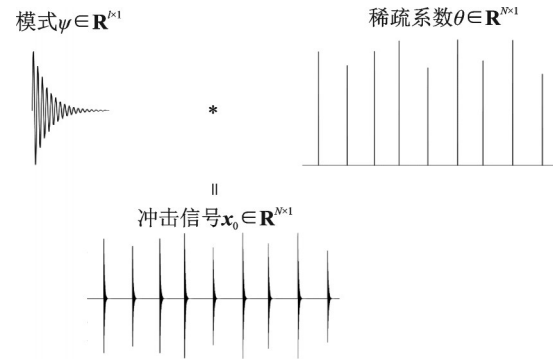


图 1 冲击信号的移不变稀疏特性

Fig. 1 Shift invariant sparse characteristic of impulse signal

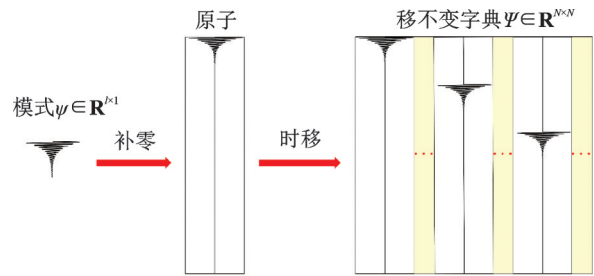


图 2 移不变字典示意图

Fig. 2 Diagram of shift invariant dictionary

### 1.2 压缩感知理论

根据压缩感知理论<sup>[2]</sup>,在某个变换域能稀疏表示的信号,可以通过观测矩阵来获得压缩后的观测信号。对于上述含有噪声的轴承故障信号  $x \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ ,压缩观测信号  $y \in \mathbb{R}^{M \times 1}$  可以由下式获得:

$$y = \Phi(x + n) = \Phi\Psi\theta + \Phi n \quad (3)$$

式中 信号长度  $M \ll N$ ,  $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$  称为观测矩阵,  $\Psi \in \mathbb{R}^{N \times N}$  是用于稀疏表示故障信号的移不变字典,  $A = \Phi\Psi \in \mathbb{R}^{M \times N}$  称为感知矩阵,是观测矩阵与移不变字典的乘积。此时,信号的压缩率定义为  $\delta = M/N$ 。为能从观测信号中成功恢复冲击信号,观测矩阵  $\Phi$  需满足约束等距条件(Restricted Isometry Property, RIP)<sup>[18]</sup>,若观测矩阵与稀疏字典高度不相关,感知矩阵将以较高概率满足 RIP 性质,进而可以从观测信号中以较高概率重构出冲击信号。常见的随机矩阵如高斯随机矩阵与大部分稀疏字典不相关<sup>[19]</sup>,因此本文以高斯随机矩阵作为观测矩阵。

由观测信号重构冲击信号的过程可通过求解下式实现:

$$\min \|\theta\|_0, \quad \text{s.t.} \|\mathbf{y} - A\theta\|_2^2 \leq \epsilon \quad (4)$$

式中  $\epsilon$  为由噪声决定的误差限,  $\|\cdot\|_0$  为向量的  $l_0$  范数,  $\|\cdot\|_2^2$  为向量  $l_2$  范数的平方,式(4)是一个 NP-hard 问题,一种方法是由贪婪类算法<sup>[6-9,12]</sup>进行求解,其求解效率高,但需要预设重构信号的稀疏度  $k$ ,而信号

的真实稀疏度往往是未知的,需要依赖先验信息预估信号的稀疏度。

另一种方法是将 $l_0$ 范数转化为 $l_1$ 范数<sup>[20]</sup>,通过引入正则化参数 $\lambda$ ,上述问题可转化为凸优化问题求解<sup>[21]</sup>:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \|y - A\theta\|_2^2 + \lambda \|\theta\|_1 \quad (5)$$

式中 $\|\cdot\|_1$ 为向量的 $l_1$ 范数,采用凸优化算法能保证获得全局最优解,且能有效抑制噪声的干扰,但凸优化算法在迭代过程不可避免地涉及较多复杂的矩阵运算,求解效率要低于贪婪类算法。

## 2 基于特征代理与凸优化算法的压缩信号重构方法

为了克服常见贪婪类算法需要预知信号稀疏度,而凸优化类算法计算复杂度高的缺点,本文提出一种借助贪婪类算法常用的代理思想来简化凸优化算法求解复杂度的压缩信号重构方法。

### 2.1 特征代理的作用及其噪声

对采用1.1节所述的移不变字典 $\Psi$ 稀疏表示的含噪轴承信号 $x$ ,采用高斯随机矩阵 $\Phi$ 进行观测,得到压缩观测信号 $y$ ,将感知矩阵 $A$ 按列归一化,定义代理 $p = A^T y$ 。将式(3)代入,则代理 $p$ 可以写成:

$$p = A^T \Phi (x_0 + n) = I\theta + (A^T A - I)\theta + A^T \Phi n \quad (6)$$

由列归一化后感知矩阵的转置 $A^T$ 与 $A$ 自身相乘得到的矩阵 $A^T A$ 被称为Gram矩阵<sup>[22]</sup>,其主对角元素均为1,反映的是感知矩阵每列元素的自相关性,非对角元素则小于1,反映感知矩阵中任意两列的互相关性。式(6)的右侧包含三项:第一项 $I\theta$ 为包含冲击时刻信息的稀疏系数,其中 $I \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为单位矩阵;第二项 $(A^T A - I)\theta$ 可以看成Gram矩阵对角线以外的非零元素引入的噪声;第三项 $A^T \Phi n$ 则是信号本身的噪声分量引入的。显然,当原始信号没有噪声时,第三项为0,此时代理 $p$ 的前 $k$ 个极值与稀疏系数 $\theta$ 中的前 $k$ 个极值的位置一一对应。这也是常见的贪婪类算法采用代理 $p$ 来定位稀疏系数 $\theta$ 中前最大的 $k$ 个分量的原因。

进一步分析式(6)中Gram矩阵的元素分布,将观测矩阵 $\Phi$ 与移不变字典 $\Psi$ 代入Gram矩阵有 $A^T A = \Psi^T \Phi^T \Phi \Psi$ ,由于高斯观测矩阵 $\Phi$ 的任意两列间独立同分布,因此反映其任意两列间相关性的矩阵 $\Phi^T \Phi$ 除对角线元素均为1外,非对角线元素均较小。Gram矩阵的元素分布主要受移不变字典 $\Psi$

各列间相关性的影响,本文以对模式补零时移的方式构造字典,字典相邻若干列间的相关性较高<sup>[14]</sup>,进而在对应的Gram矩阵对角线两侧引入较大非零元素。由上分析可知,Gram矩阵多数绝对值较小的非零元素散布在Gram矩阵各处,而绝对值较大的非零元素则分布在主对角线两侧的一个窄带中。受到Gram矩阵非零元素分布规律的影响,在代理中的 $k$ 个极值两侧及整个向量中将受到不同程度噪声影响,此外,实际中振动信号本身不可避免存在的噪声项 $n$ 也通过 $A^T \Phi n$ 存在于代理中,随着噪声能量的增加,较强的噪声将导致代理 $p$ 中的冲击时刻特征信噪比降低。

由以上分析可知,代理 $p$ 中包含着稀疏系数 $\theta$ 的信息,若能对代理进行有效降噪,则可以通过代理提取冲击时刻特征。由于凸优化算法在求解时能获得全局最优解并且具有抑制噪声的作用<sup>[23]</sup>,因此提出利用凸优化方法提取代理中的冲击时刻特征的方法。

### 2.2 稀疏系数的提取方法

代理 $p$ 中既包含着冲击时刻的信息又存在着噪声,为了利用凸优化算法对代理进行降噪,提取代理中包含的冲击时刻特征,建立目标函数:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \|p - I\theta\|_2^2 + \lambda \|\theta\|_1 \quad (7)$$

式中 $\hat{\theta}$ 为使目标函数最小的稀疏系数, $\lambda$ 为平衡重构误差和稀疏度的正则化参数。目标函数第一项是重构误差项,以保证 $\hat{\theta}$ 尽可能多地保留代理中的冲击时刻特征;第二项是控制 $\hat{\theta}$ 稀疏度的正则项,以保证提取出的冲击时刻特征尽可能的稀疏。

式(7)所示的是一个去噪问题,该目标函数为一凸函数<sup>[24]</sup>,可通过交替方向乘子法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)<sup>[25]</sup>或FISTA<sup>[21]</sup>等凸优化类算法进行求解,由于ADMM需设置较多的参数且计算过程步骤较多,本文利用FISTA算法对式(7)进行求解,具体流程如表1所示。表中Lipschitz常量 $L = \lambda_{\max}(I^T I)$ , $L$ 为矩阵 $I^T I$ 的最大特征值,易知 $L=1$ , $\nabla f(z^{(j)}) = I^T (Iz^{(j)} - p) = z^{(j)} - p$ 为梯度, $T_{\lambda/L}(\cdot)$ 为软阈值函数,sign函数、max函数以及乘法运算 $\otimes$ 均对向量的每一个元素做处理。FISTA算法经过一定次数的迭代后能保证提取出的稀疏系数有较高的精度,因此本文设置一个较小的迭代终止阈值 $e = 10^{-4}$ ,当相邻两次迭代所得 $q$ 之差的 $l_2$ 范数小于等于阈值 $e$ 时终止迭代。



表1 稀疏系数提取的算法流程

Tab. 1 Flow of sparse coefficient extraction algorithm
输入:代理 $\boldsymbol{p}$ ,单位矩阵 $\mathbf{I}$ ,正则化参数 $\lambda$ ,常量 $L = \lambda_{\max}(\mathbf{I}^T \mathbf{I})$ ,迭代终止阈值 $\epsilon$
输出:稀疏系数 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$
初始化:辅助变量 $\boldsymbol{z}^{(1)} = \boldsymbol{q}^{(0)} \in \mathbb{O}^{N \times 1}, t^{(1)} = 1$ ,迭代次数 $j=1$
Repeat
(1)更新 $\boldsymbol{q}$
$\boldsymbol{q}^{(j)} = T_{\lambda/L}(\boldsymbol{z}^{(j)} - \nabla f(\boldsymbol{z}^{(j)})/L)$
$T_{\lambda/L}(\cdot) = \text{sign}(\cdot) \otimes \max(0,  \cdot  - \lambda/L)$
$\nabla f(\boldsymbol{z}^{(j)}) = \mathbf{I}^T (\mathbf{I} \boldsymbol{z}^{(j)} - \boldsymbol{p})$
(2)更新 $t$
$t^{(j+1)} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4t^{(j)^2}}}{2}$
(3)更新 $\boldsymbol{z}$
$\boldsymbol{z}^{(j+1)} = \boldsymbol{q}^{(j)} + (\boldsymbol{q}^{(j)} - \boldsymbol{q}^{(j-1)}) \frac{t^{(j)} - 1}{t^{(j+1)}}$
$j = j + 1$
Until $\ \boldsymbol{q}^{(j)} - \boldsymbol{q}^{(j-1)}\ _2 \leq \epsilon$
$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{q}^{(j)}$

### 2.3 所提方法具体步骤

由前文分析可知,在获取冲击模式 $\boldsymbol{\psi}$ 及提取出稀疏系数 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 后,可通过两者的卷积重构出冲击特征。表2给出所提方法的流程。

表2 所提方法流程

Tab. 2 Flow of the proposed method
输入:信号 $\boldsymbol{x}$ ,观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ ,冲击模式长度 $l$ ,正则化参数 $\lambda$
输出:重构特征 $\hat{\boldsymbol{x}}$
(1)构造移不变字典
移不变K-SVD方法学习模式 $\boldsymbol{\psi}$ ,补零时移为移不变字典 $\boldsymbol{\Psi}$
(2)计算代理
观测信号 $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{x}$ ,感知矩阵 $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Psi}$ ,代理 $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{y}$
(3)FISTA提取稀疏系数
$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \ \boldsymbol{p} - \mathbf{I} \boldsymbol{\theta}\ _2^2 + \lambda \ \boldsymbol{\theta}\ _1$
(4)卷积重构特征
$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{\psi} * \hat{\boldsymbol{\theta}}$

由表2可见,所提方法主要包括四个步骤,首先,以移不变K-SVD对传感器采集到的轴承振动信号进行学习,得到包含冲击响应的模式 $\boldsymbol{\psi}$ ,构造每个原子包含一个冲击模式的移不变字典 $\boldsymbol{\Psi}$ ;其次,由列归一化感知矩阵 $\boldsymbol{A}$ 及压缩观测信号 $\boldsymbol{y}$ 得到代理 $\boldsymbol{p}$ ;再次,利用代理 $\boldsymbol{p}$ 构造约束方程(7),以FISTA对代理 $\boldsymbol{p}$ 进行降噪,提取包含冲击时刻特征的稀疏系数 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ;最后,将学习到的模式 $\boldsymbol{\psi}$ 与求得的稀疏系数 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 卷积重构冲击特征。

另外由表2可知,所提方法需要选取的参数有

冲击模式长度 $l$ 以及正则化参数 $\lambda$ 。冲击模式长度要能足够刻画冲击响应的衰减又不能因太长而将较多噪声引入模式中,这里参考文献[26]的做法,以单自由度阻尼系统的自由衰减振动对冲击长度进行估计。由于滚动轴承的固有频率一般不小于2000 Hz,阻尼比通常小于0.2<sup>[27]</sup>,取固有频率 $f_d = 2000$  Hz,阻尼比 $\xi = 0.1$ ,幅值 $\tau = 10^{-3}$ ,按下式(8)估计冲击衰减时长:

$$\tau = \exp(-2\pi\xi f_d t / \sqrt{1 - \xi^2}) \quad (8)$$

得到对应的时长 $\Delta t$ 后,再根据信号的采样频率 $f_s$ ,可得到模式长度 $l$ 的保守估计,考虑到模式中需包含一定长度的过渡带,实际模式长度可在 $l$ 基础上适当调整。

正则化参数 $\lambda$ 用于平衡近似误差与稀疏系数的稀疏度,其取值将直接影响重构信号中冲击特征的信噪比。参考文献[20],正则化参数按推荐值取 $\lambda = \sqrt{2 \lg N} \hat{\sigma}$ ,其中 $N$ 为代理的长度,噪声估计标准差 $\hat{\sigma}$ 可由下式计算<sup>[28]</sup>,其中 $\text{median}(\cdot)$ 为向量的中位数:

$$\hat{\sigma} = \text{MAD}(\boldsymbol{p}) / 0.6745 \quad (9)$$

$$\text{MAD}(\boldsymbol{p}) = \text{median}(|\boldsymbol{p} - \text{median}(\boldsymbol{p})|) \quad (10)$$

### 2.4 讨论

由以上分析可知,所提方法以代理 $\boldsymbol{p}$ 来构造约束方程(7),从而求取稀疏系数。以下通过对比式(7)和(5)的求解复杂度来分析这样做的好处。若以FISTA算法直接由观测信号重构信号,则Lipschitz常量 $L = \lambda_{\max}(\boldsymbol{A}^T \boldsymbol{A})$ ,梯度 $\nabla f(\boldsymbol{z}^{(j)}) = \boldsymbol{A}^T (\boldsymbol{A} \boldsymbol{z}^{(j)} - \boldsymbol{y})$ ,其计算量主要由两部分组成,首先是常量 $L$ 的计算,仅计算矩阵 $\boldsymbol{A}^T \boldsymbol{A}$ 的计算复杂度就为 $O(MN^2)$ ;其次是每次迭代过程中更新 $\boldsymbol{q}$ 的计算量,包括计算复杂度为 $O(2MN)$ 的梯度 $\nabla f(\boldsymbol{z}^{(j)})$ 计算和计算复杂度为 $O(N)$ 的软阈值函数 $T_{\lambda/L}(\cdot)$ ,其计算复杂度为 $O(2MN + N)$ 。可见,当原信号维度 $N$ 以及观测信号维度 $M$ 较大时,计算Lipschitz常量和迭代中更新 $\boldsymbol{q}$ 将花费大量时间。而所提方法利用代理构造的约束方程中,Lipschitz常量可以方便求得,计算量包括代理的计算量 $O(MN)$ <sup>[12]</sup>和每次迭代过程中的更新 $\boldsymbol{q}$ 的计算量 $O(N)$ ,极大地提高了运算效率。

另外,需要指出的是,所提方法不能实现冲击幅值的准确重构。分析原因,1)所提方法是利用代理 $\boldsymbol{p}$ 提取稀疏系数,但代理 $\boldsymbol{p}$ 中误差项的存在不可避免地会放大或缩小稀疏系数的幅值;2)所构造的约束方程(7)中包含误差项和 $l_1$ 正则项,其求解的结果是在合适的正则化参数下达到误差项和正则项的平

衡。而  $l_1$  正则项的存在则会不可避免地低估稀疏系数  $\hat{\theta}$  的幅值<sup>[29]</sup>, 导致部分幅值较小的冲击将被进一步低估。尽管受上述因素的影响所提方法不能准确重构冲击幅值, 但所重构出稀疏系数  $\hat{\theta}$  却很好地保留了冲击发生时刻的特征。

### 3 仿真研究

#### 3.1 仿真结果分析

由式(1)和(2)生成仿真信号, 假设滚动轴承外圈局部故障激起的固有频率  $f_d = 3000$  Hz, 阻尼比为  $\xi = 0.05$ , 信号的采样频率设为  $f_s = 20000$  Hz, 采样时长 0.5 s, 设置冲击周期  $T = 0.0234$  s, 冲击响应的幅值在  $0.5 \sim 1.5$   $\text{m/s}^2$  之间随机分布, 另外在此基础上设置  $\Delta t = 0.05T \times \text{rand}(0, 1)$  的滑移量来模拟滚动轴承中滚动体滑动, 其中  $\text{rand}(0, 1)$  表示均值和标准差分别为 0 和 1 的高斯随机变量, 向仿真信号中添加高斯白噪声, 使其信噪比为  $-5$  dB。所得仿真信号的时域波形如图 3(a) 所示, 仿真信号中包含的冲击响应数目为 21 个, 即信号的理论稀疏度为  $k = 21$ 。由式(8)得到学习模式  $\psi$  长度  $l$  的估计值为 110 个点, 考虑到模式中应包含一定长度的过渡带, 在此基础上将模式长度设置为 150 个点, 由移不变 K-SVD 所得学习模式如图 3(b) 所示, 可知学习与理论模式很接近, 由学习模式  $\psi$  时移补零为移不变字典  $\Psi$ 。

设置压缩率为  $\delta = 20\%$ , 取高斯随机矩阵为观测矩阵  $\Phi$ , 由列归一化的感知矩阵  $A$  可得 Gram 矩

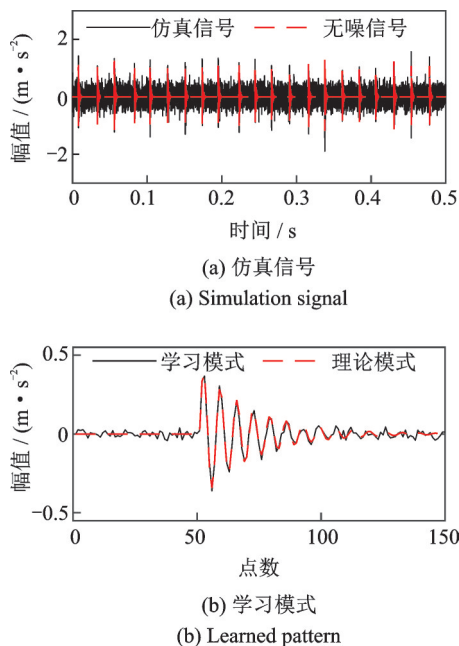


图 3 仿真信号与学习模式

Fig. 3 Simulation signal and learned pattern

阵  $A^T A$ , 其元素分布如图 4 所示, 可知 Gram 矩阵中多数分散在矩阵各处的非零元素绝对值较小, 少部分绝对值较大的非零元素集中在主对角线两侧。图 5 给出 Gram 矩阵非对角元素绝对值的分布直方图, 其中绝大部分元素绝对值小于 0.2, 对应于图 4 中散布的较小非零元素, 绝对值分布在  $[0.5, 1)$  区间内的非零元素则是位于图 4 中主对角线两侧窄带中的元素。本例 Gram 矩阵的分布特点也验证了 2.1 节中的关于代理  $p$  中噪声分布特点的分析。

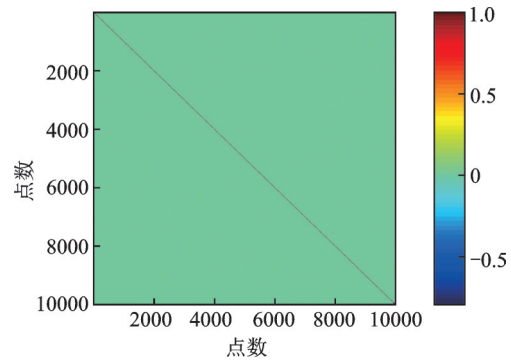


图 4 Gram 矩阵

Fig. 4 Gram matrix

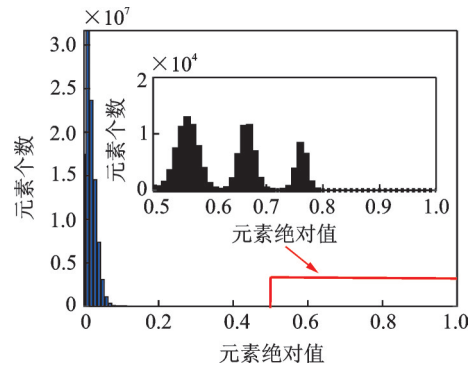


图 5 Gram 矩阵非对角元素绝对值分布直方图

Fig. 5 Absolute value distribution histogram of non-diagonal elements in Gram matrix

随机采样得到的观测信号如图 6(a) 所示, 显然从观测信号中无法直接得出任何与轴承局部故障相关的信息。由式(6)计算得到的代理  $p = A^T y$  如图 6(b) 所示, 对比图 3(a) 可见, 虽然受噪声项  $(A^T A - I)\theta$  和  $A^T \Phi n$  影响, 由于 Gram 矩阵非零元素的分布特点, 代理中可以分辨出较为明显的冲击时刻特征。

按照表 2 中的流程, 以 FISTA 算法提取图 6(b) 中代理中的冲击时刻特征  $\hat{\theta}$ , FISTA 算法的正则化参数按照推荐值  $\lambda = \sqrt{2 \lg N} \hat{\sigma}$  选取, 再将学习得到的模式  $\psi$  与提取的冲击时刻特征  $\hat{\theta}$  卷积, 得到冲击重构信号, 结果示于图 7 中 (红色虚线表示原始信号的理论冲击位置, 下同)。对比图 7 和图 3(a) 可知, 尽管受噪声和  $l_1$  正则化低估幅值影响, 仿真设置的

21个冲击响应中的20个的发生时刻得到很好地恢复,验证了所提算法能有效地从含噪压缩信号中重构故障分量。

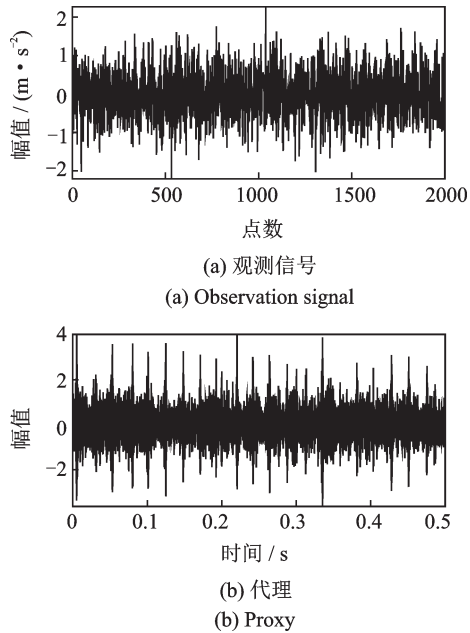


图6 观测信号及代理

Fig. 6 The observation signal and proxy

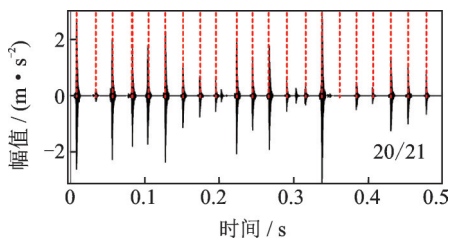


图7 所提方法重构信号

Fig. 7 Reconstructed signal using the proposed method

### 3.2 与其他重构方法对比分析

为说明所提重构方法的有效性,以FISTA算法直接从图6(a)所示的压缩信号中重构冲击特征,采用与所提方法相同的稀疏字典、正则化参数及迭代终止阈值,其重构结果示于图8(a),对比图8(a)与图7可知,FISTA直接重构与所提卷积重构方法均恢复出了20个冲击响应的发生时刻,也均因为 $l_1$ 正则化的影响低估了冲击幅值,但所提方法直接对代理进行处理,极大地提高了计算效率。

同样,以贪婪类算法中的CoSaMP算法<sup>[12]</sup>直接从压缩信号中重构冲击特征,设置算法的稀疏度为理论稀疏度 $k=21$ ,其重构结果示于图8(b)。由图中可见,即使稀疏度设置为理论稀疏度,采用CoSaMP算法仅能重构出了17个冲击响应。对比图7和图8(b)可知,同样采用代理,但所提方法采用凸优化算法对代理求解,不仅无需预估稀疏度,并能有效抑制噪声干扰,重构出更多的冲击响应。CoS-

aMP重构冲击特征时,目标函数(4)高度非凸<sup>[23]</sup>。该方法求解时仅以代理 $p=A^T y$ 绝对值中前 $k$ 个极大值来定位稀疏系数非零分量,但由2.1节的分析可知,较强的噪声将使代理中的冲击时刻特征信噪比降低,进而导致一些幅值较小的冲击响应未能成功重构。而从表1所示的稀疏系数提取流程可知,软阈值降噪 $T_{\lambda L}(\cdot)$ 是以正则化参数 $\lambda$ 对代理 $p=A^T y$ 中的所有分量进行处理,因此所提方法能有效保留大多数与冲击时刻特征相关的信息,进而保证最大程度地重构冲击特征。

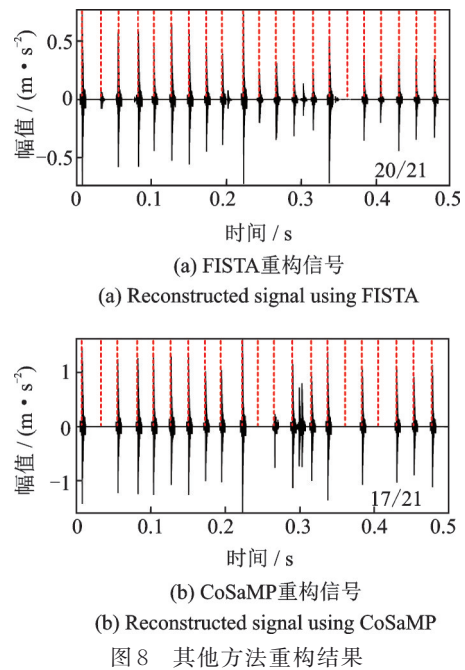


图8 其他方法重构结果

Fig. 8 The reconstructed signals using other methods

在MATLAB版本为R2018b,CPU为Intel Core I5-5200U以及运行内存为8 GB的条件下,记录三种方法重构信号的耗时,其中所提方法重构信号耗时0.2 s,FISTA重构信号耗时7.8 s,CoSaMP重构信号耗时0.4 s。由此可见,所提方法的运算效率与CoSaMP接近,但相比于FISTA直接从压缩信号中重构冲击特征,运算效率得到了极大提升。

### 3.3 所提方法重构性能分析

定义冲击位置重构率 $\eta$ 来评价所提方法重构效果,其表达式如下:

$$\eta = \frac{K_r}{K_o} \times 100\% \quad (11)$$

式中 $K_r$ 为重构信号中位置被准确重构的冲击响应数目, $K_o$ 为原始信号中的冲击响应总数,冲击位置重构率 $\eta$ 越高,表明重构效果越好。

设定压缩率 $\delta$ 从5%增加到100%,增加的步长为5%,以所提方法分别对信噪比为0,-3,-6



和-9 dB的含噪仿真信号进行重构,每种工况进行200次重复实验,由式(11)计算各个信噪比及压缩率下的冲击位置重构率,求得不同压缩率和信噪比下的平均冲击位置重构率,所得结果如图9所示。由图可知,随着噪声水平的增加,同一压缩率下的冲击位置重构率下降,而在同一噪声水平下,随着压缩率的增加,冲击位置重构率也相应增加。不同信噪比下冲击位置重构率均在压缩率 $\delta$ 为[10%,20%]这一区间内增长最快,当压缩率 $\delta \geq 20\%$ 时,所提方法在0,-3 dB噪声水平下可以重构出90%以上的冲击位置,在-6 dB噪声水平下75%以上的冲击位置也能准确重构,而在-9 dB信噪比下则需要40%的压缩率才能重构出75%以上的冲击位置。因此,实际应用中推荐压缩率取 $\delta = 20\%$ ,既能以较小的数据量对原始信号进行观测,又能保证冲击特征的重构效果。

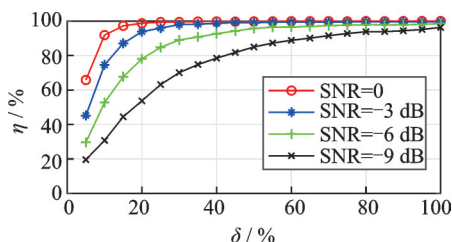


图9 不同压缩率及信噪比下的平均冲击位置重构率

Fig. 9 Average reconstruction ratio of impact position under different compression ratio and signal to noise ratio

## 4 实验研究

### 4.1 外圈实验信号对比分析

以N205M圆柱滚子轴承为被测对象,设定故障轴承所在轴转速为500 r/min,转频 $f_n=8.33$  Hz,根据轴承的结构参数可确定轴承故障特征频率<sup>[26]</sup>,计算得轴承外圈和内圈的特征频率分别为 $f_o=44.90$  Hz和 $f_i=63.43$  Hz,实验在图10所示的实验台上进行,以安装在轴承座上的振动加速度传感器采集振动信号,外圈故障以线切割方式进行加工,故障深度为1 mm,宽度为0.5 mm,振动信号采样频率 $f_s=100$  kHz。

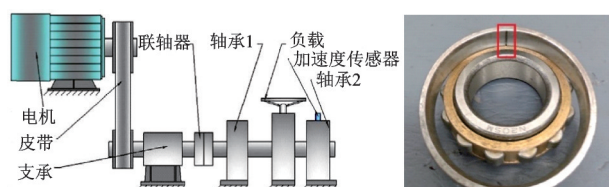
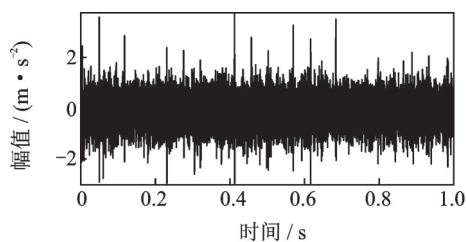


图10 实验台与故障外圈

Fig. 10 The test bench and rolling bearing with an outer race fault

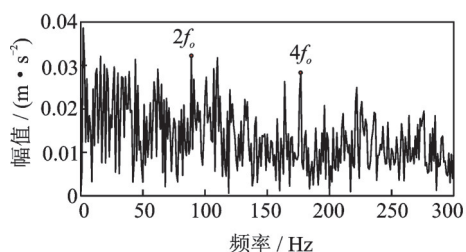
截取由传感器采集到振动信号中时长为1 s的信号段进行分析,所得信号时域波形及解调谱如图11所示。受较强噪声干扰,图11(a)所示振动信号时域中冲击时刻难以分辨,图11(b)解调谱中虽出现故障特征频率 $f_o$ 的2倍及4倍频,但并不明显,难以直接做出诊断。

按照式(8)估计得到的模式长度为 $l=550$ 点,以移不变K-SVD进行模式学习,所得学习模式如图12所示。由图可知所得学习模式较好地反映冲击响应的衰减特性,因此将所得模式补零时移为移不变字典。以20%压缩率对振动信号压缩,得到如图13(a)所示的观测信号,由观测信号无法直接提供故障诊断所需的信息,所得的代理 $p$ 示于图13(b),受振动信号中强噪声分量 $n$ 影响,由式(6)计算所得代理中冲击时刻特征不够明显。



(a) 振动信号时域

(a) Time domain of the vibration signal



(b) 振动信号解调谱

(b) Demodulation spectrum of the vibration signal

图11 外圈故障振动信号时域及解调谱

Fig. 11 Time domain and demodulation spectrum of the vibration signal with an outer race fault

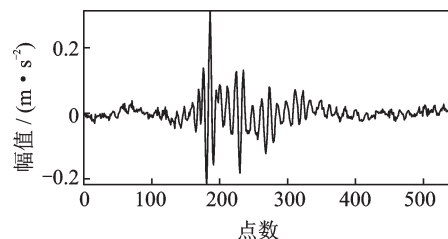


图12 外圈故障信号学习模式

Fig. 12 Learned pattern from the vibration signal with an outer race fault

采用所提方法从图13(b)所示的代理中提取冲击时刻特征,并将所得学习模式与冲击时刻特征卷积,重构出的冲击特征及解调谱如图14所示。由图

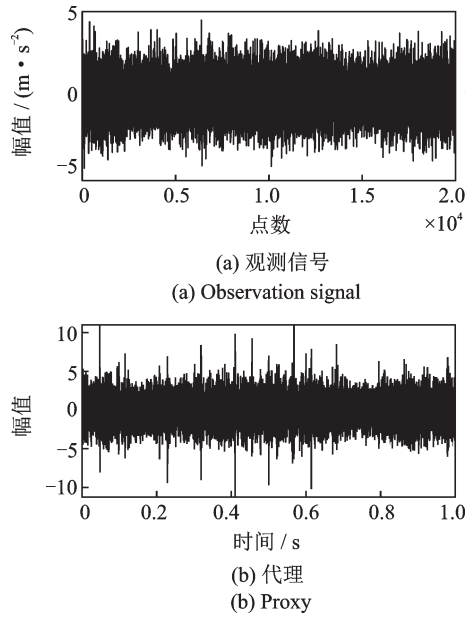


图 13 外圈故障信号观测信号及代理

Fig. 13 The observation signal and proxy of the vibration signal with an outer race fault

14(a)可见,尽管由于代理不可避免地放大或缩小稀疏系数幅值和  $l_1$  正则化低估稀疏系数幅值,所提方法无法准确重构冲击信号的幅值,但重构信号去除了绝大部分的噪声,保留了冲击发生时刻信息。对比图 11(b)与图 14(b)可知,相比于原信号的解调谱,所提方法重构信号的解调谱故障特征十分突出,图 14(b)中能明显地分辨出外圈故障特征频率  $f_o$  的前 5 倍频,且其幅值按规律递减,由此可直接诊断出局部故障发生在轴承外圈。

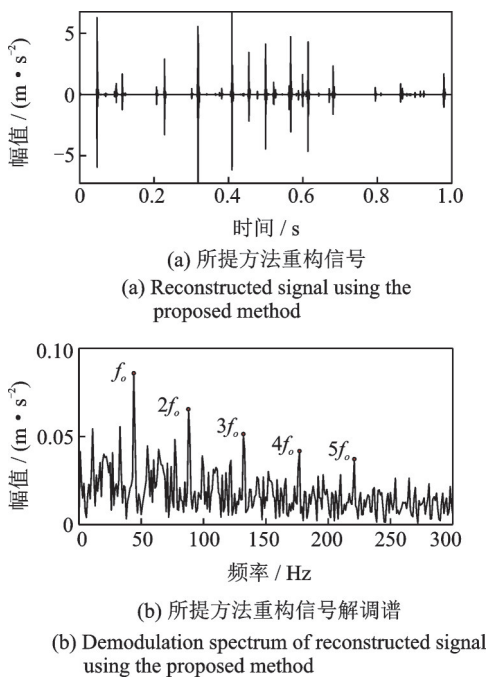


图 14 所提方法外圈故障信号重构结果

Fig. 14 Reconstruction results using proposed method of vibration signal with an outer race fault

以 FISTA 由图 13(a)所示的观测信号直接重构冲击特征,其稀疏字典、正则化参数及迭代终止阈值设置与所提方法保持一致,所得重构冲击特征及解调谱如图 15 所示。对比图 14 和 15 可知,所提方法的特征提取效果与直接从观测信号重构冲击的效果接近,验证了所提方法通过构造特征代理进行冲击特征重构的有效性。

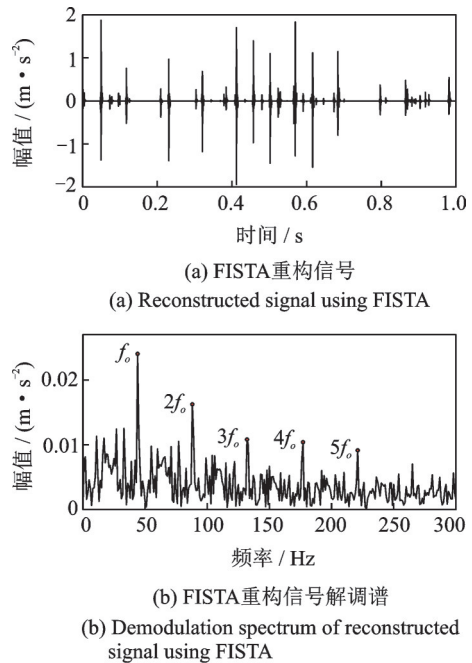


图 15 FISTA 外圈故障信号重构结果

Fig. 15 Reconstruction results using FISTA of vibration signal with an outer race fault

以 CoSaMP 算法直接由图 13(a)的观测信号重构冲击信号。根据外圈故障特征频率  $f_o$  与采样时长设置 CoSaMP 算法的稀疏度为理论值  $k=45$ , 所得重构结果如图 16 所示。从图中可见,由 CoSaMP 算法重构结果受噪声影响则较大,重构的冲击间隔较杂乱,尽管对应的解调谱中也出现了外圈故障特征频率的前 5 倍频,但对比图 14(b)与图 16(b)可知,所提方法重构信号解调谱中各阶倍频更为突出。

以下进一步对比三种方法特征重构时间。由于以 FISTA 算法直接重构图 11(a)中高维振动信号中的冲击特征的计算复杂度非常高,故采用文献[30]中的做法对振动信号分段进行观测与重构来提高运算效率。为便于定量对比三种方法的重构耗时,以下三种方法的耗时均为对该信号分 10 段进行处理得到的结果。在与仿真研究相同的环境下运行程序,所提方法重构信号耗时 0.90 s, FISTA 重构信号耗时 48.37 s, CoSaMP 重构信号耗时 0.94 s。所提方法的重构效果与 FISTA 接近,但其运算效率得到了极大提升;与 CoSaMP 相比,所提方法重构出了



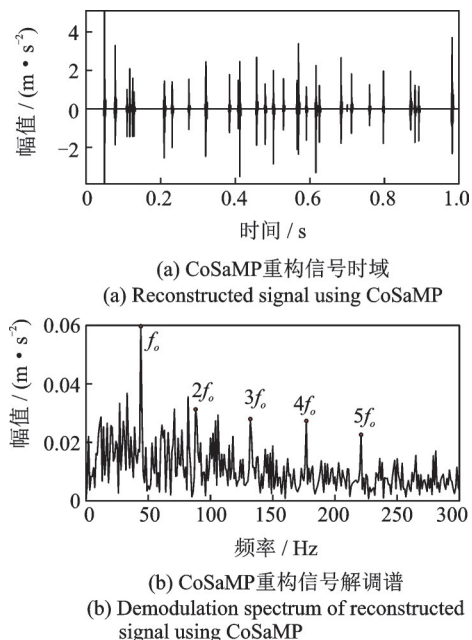


图16 CoSaMP外圈故障信号重构结果  
Fig. 16 Reconstruction results using CoSaMP of the vibration signal with an outer race fault

更多的冲击。

#### 4.2 内圈实验信号对比分析

以安装在车用三轴五挡变速器输出端的NUP311EN圆柱滚子轴承为对象,设定输入轴转速为1500 r/min,负载为45 N·m,将变速器置于二挡,由传动比计算出输出轴转频 $f_n=8.34$  Hz,进而可得轴承的外圈和内圈的特征频率分别为 $f_o=42.73$  Hz和 $f_i=65.69$  Hz,人为设置内圈故障尺寸为1 mm深,0.2 mm宽,内圈故障采用线切割加工,振动加速度传感器安装在靠近故障轴承的壳体上,实验所用变速器、传感器安装位置及故障内圈如图17所示,振动信号采样频率 $f_s=100$  kHz。

截取时长为1 s的信号进行分析,原始振动信号的时域波形及解调谱如图18所示。受噪声影响,图

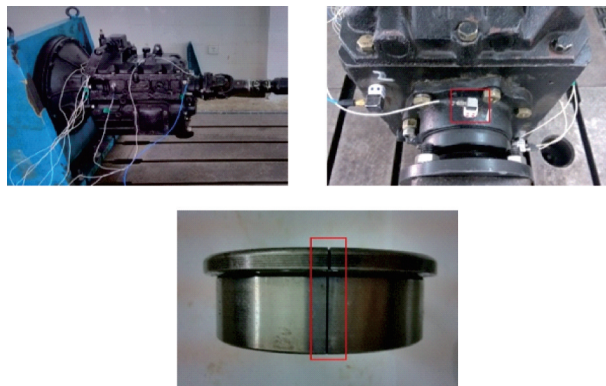


图17 实验变速器、传感器安装位置及内圈故障  
Fig. 17 The tested transmission, sensor's location and inner race fault

18(a)时域中许多冲击响应时刻难以分辨,图18(b)的解调谱中仅内圈故障特征频率 $f_i$ 的2倍频清晰可辨,其余的倍频以及相应的转频调制边带不可分辨,由此无法直接判断故障类型。

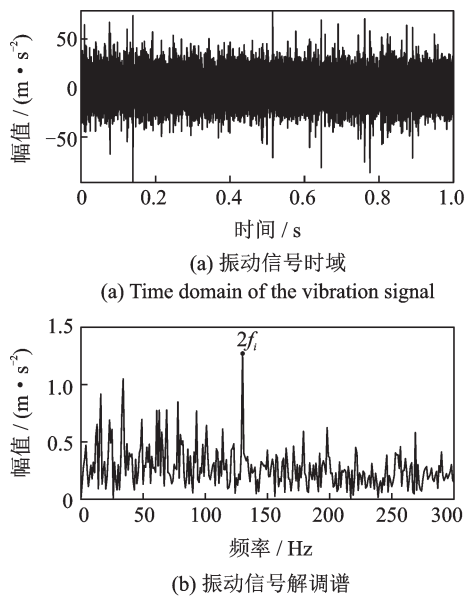


图18 内圈故障振动信号时域及解调谱  
Fig. 18 Time domain and demodulation spectrum of the vibration signal with an inner race fault

采用所提方法对内圈实验信号进行处理,学习得到的模式如图19所示,其包含较明显的冲击信息。仍取20%的压缩率,对应的观测信号及求得的代理如图20(a)和(b)所示,受噪声的影响,代理中并无明显的故障冲击特征。

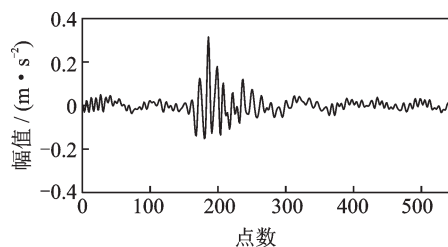


图19 内圈故障信号学习模式  
Fig. 19 Learned pattern from the vibration signal with an inner race fault

对代理建立目标函数并进行降噪求解,最后得到的重构信号及其解调谱如图21所示。显然,与冲击无关的噪声在重构信号中得到较好的抑制,冲击位置信息却得到很好的保留。重构信号解调谱中的转频 $f_n$ ,内圈故障特征频率 $f_i$ 的前4倍频以及相应的调制边带均可清晰分辨,可以直观诊断出轴承内圈故障。

同样以FISTA和CoSaMP方法作为对比,FISTA算法的关键参数与所提方法保持一致,

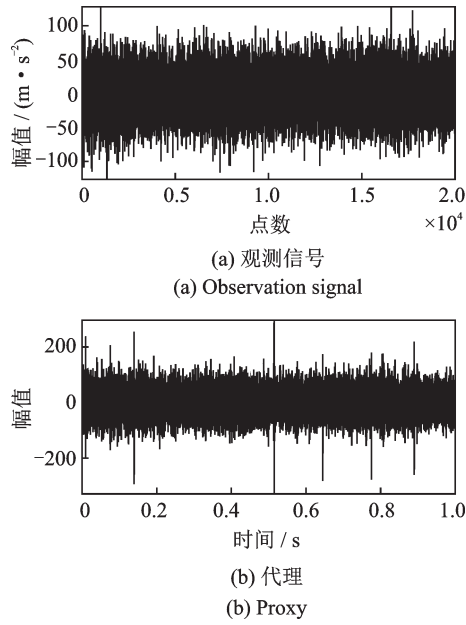
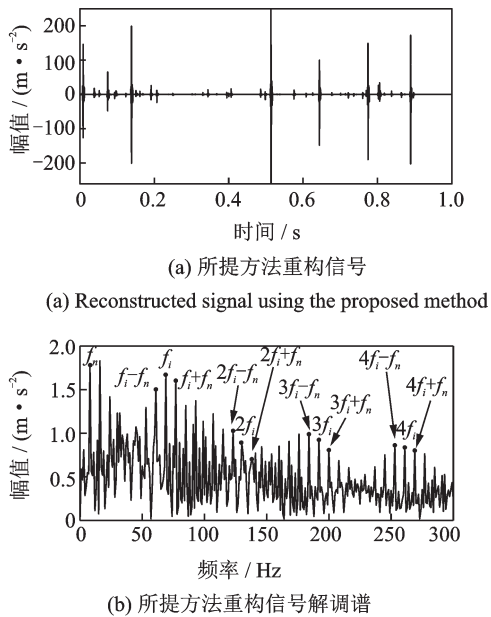


图 20 内圈故障信号的观测信号及代理

Fig. 20 The observation signal and proxy of the vibration signal with an inner race fault



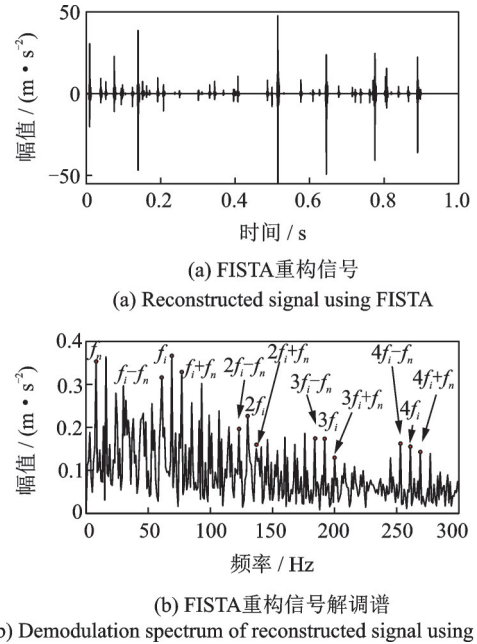
(a) Reconstructed signal using the proposed method  
(b) Demodulation spectrum of reconstructed signal using the proposed method

图 21 所提方法内圈故障信号重构结果

Fig. 21 Reconstruction results using the proposed method of the vibration signal with an inner race fault

CoSaMP 的稀疏度设置为理论值  $k=66$ , 所得结果如图 22 和 23 所示。由图可知, 所提方法与 FISTA 直接重构法均较好地保留了冲击特征。受噪声影响, CoSaMP 方法未能有效地重构出故障特征, 其解调谱尽管出现了故障频率, 并未出现内圈特有的转频调制现象, 且干扰成分多, 无法直接判断出现内圈故障。以上述三种方法对内圈故障信号进行处理时, 信号分段数目仍设置为 10, 所提方法重构信号耗时 1.20 s, FISTA 重构信号耗时 87.22 s,

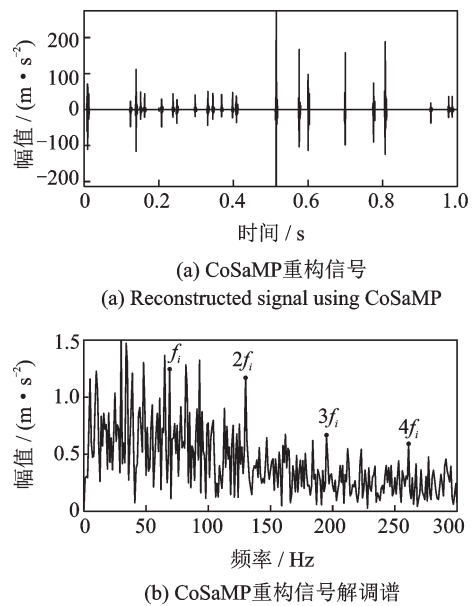
CoSaMP 重构信号耗时 1.01 s。对比分析进一步验证了本文所提方法的有效性。



(a) Reconstructed signal using FISTA  
(b) Demodulation spectrum of reconstructed signal using FISTA

图 22 FISTA 内圈故障信号重构结果

Fig. 22 Reconstruction results using FISTA of the vibration signal with an inner race fault



(a) Reconstructed signal using CoSaMP  
(b) Demodulation spectrum of reconstructed signal using CoSaMP

图 23 CoSaMP 内圈故障信号重构结果

Fig. 23 Reconstruction results using CoSaMP of the vibration signal with an inner race fault

## 5 总 结

提出了基于特征代理与凸优化算法的滚动轴承压缩故障信号重构方法。通过压缩信号与感知矩阵得到包含冲击时刻的代理, 利用 FISTA 算法直接从代理中提取包含冲击时刻信息的稀疏系数, 再将该

稀疏系数与学习得到的故障冲击模式卷积重构出滚动轴承冲击特征。通过仿真信号和轴承内外圈故障实验验证了所提方法的有效性,结果表明:与直接利用FISTA算法从压缩信号中重构信号相比,所提方法在保证了解的全局最优性的同时计算量大大减少,与利用CoSaMP算法重构信号相比,所提方法无需预估信号稀疏度且能重构出更多的冲击。所提方法采用的 $l_1$ 正则化不可避免地低估冲击的幅值,未来将引入非凸正则化来解决这一问题。

#### 参考文献:

- [1] 丁康,黄志东,林慧斌.一种谱峭度和Morlet小波的滚动轴承微弱故障诊断方法[J].振动工程学报,2014,27(1):128-135.  
Ding Kang, Huang Zhidong, Lin Huibin. A weak fault diagnosis method for rolling bearings based on spectral kurtosis and Morlet wavelet [J]. Journal of Vibration Engineering, 2014, 27(1): 128-135.
- [2] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] Candes E J, Romberg J K, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics: A Journal Issued by the Courant Institute of Mathematical Sciences, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [4] Candès E J, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489-509.
- [5] Chen X, Du Z, Li J, et al. Compressed sensing based on dictionary learning for extracting impulse components [J]. Signal Processing, 2014, 96(5): 94-109.
- [6] 孟宗,石颖,潘作舟,等.自适应分块前向后向分段正交匹配追踪在重构滚动轴承故障信号中应用[J].机械工程学报,2020,56(9):91-101.  
Meng Zong, Shi Ying, Pan Zuozhou, et al. Fault diagnosis of rolling bearing based on adaptive block forward and backward stagewise orthogonal matching pursuit algorithm [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(9): 91-101.
- [7] Lin H, Tang J, Mechefske C. Impulse detection using a shift-invariant dictionary and multiple compressions [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 449: 1-17.
- [8] 郭俊锋,石斌,雷春丽,等.基于双稀疏字典模型机械振动信号压缩感知方法[J].机械工程学报,2018,54(6): 118-126.  
Guo Junfeng, Shi Bin, Lei Chunli, et al. Method of compressed sensing for mechanical vibration signals based on double sparse dictionary model [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(6): 118-126.
- [9] 王珂,吕勇,易灿灿.压缩感知框架下的共振解调故障诊断方法[J].中国机械工程,2018,29(16):1907-1911.  
Wang Ke, Lyu Yong, Yi Cancan. Fault diagnosis method of resonance demodulation under compressed sensing frameworks [J]. Chinese Mechanical Engineering, 2018, 29(16): 1907-1911.
- [10] Du Z, Chen X, Zhang H, et al. Feature identification with compressive measurements for machine fault diagnosis [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2016, 65(5): 977-987.
- [11] Wang Q, Meng C, Ma W, et al. Compressive sensing reconstruction for vibration signals based on the improved fast iterative shrinkage-thresholding algorithm [J]. Measurement, 2019, 142: 68-78.
- [12] Needell D, Tropp J A. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(3): 301-321.
- [13] Metzler C A, Maleki A, Baraniuk R G. From denoising to compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2016, 62(9): 5117-5144.
- [14] Sun R B, Yang Z B, Zhai Z, et al. Sparse representation based on parametric impulsive dictionary design for bearing fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 122: 737-753.
- [15] Antoni J, Randall R B. A stochastic model for simulation and diagnostics of rolling element bearings with localized faults [J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2003, 125(3): 282-289.
- [16] 何国林,丁康,林慧斌.基于匹配追踪的齿轮箱耦合调制振动信号分离方法研究[J].机械工程学报,2016,52(1):102-108.  
He Guolin, Ding Kang, Lin Huibin. Matching pursuit method for coupling modulation signal separation of gearbox vibration [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(1): 102-108.
- [17] Maillhé B, Lesage S, Gribonval R, et al. Shift-invariant dictionary learning for sparse representations: extending K-SVD [C]. 16th European Signal Processing Conference, IEEE, 2008: 1-5.
- [18] Candes E J. The restricted isometry property and its implications for compressed sensing [J]. Comptes Rendus Mathématique, 2008, 346(9): 589-592.
- [19] Tsaig Y, Donoho D L. Extensions of compressed sensing [J]. Signal Processing, 2006, 86(3): 549-571.
- [20] Chen S S, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM Review, 2001, 43(1): 129-159.
- [21] Beck A, Teboulle M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems [J]. SIAM



- Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(1): 183-202.
- [22] Elad M. Optimized projections for compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55 (12): 5695-5702.
- [23] Hou F, Chen J, Dong G. Weak fault feature extraction of rolling bearings based on globally optimized sparse coding and approximate SVD [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 111: 234-250.
- [24] Chen P Y, Selesnick I W. Group-sparse signal denoising: non-convex regularization, convex optimization [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62 (13): 3464-3478.
- [25] Boyd S, Parikh N, Chu E. Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers[M]. Now Publishers Inc, 2011.
- [26] Yang H, Lin H, Ding K. Sliding window denoising K-singular value decomposition and its application on rolling bearing impact fault diagnosis [J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 421: 205-219.
- [27] Stevenson J D. Structural damping values as a function of dynamic response stress and deformation levels [J]. Nuclear Engineering and Design, 1980, 60 (2) : 211-237.
- [28] Donoho D L, Johnstone J M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage [J]. Biometrika, 1994, 81 (3) : 425-455.
- [29] Wang S, Selesnick I, Cai G, et al. Nonconvex sparse regularization and convex optimization for bearing fault diagnosis [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(9): 7332-7342.
- [30] He G, Ding K, Lin H. Fault feature extraction of rolling element bearings using sparse representation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 366: 514-527.

## Feature proxy and convex optimization reconstruction algorithm for rolling bearing compressed fault signal

LIN Hui-bin, DENG Li-fa

(School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** Although compressed sampling can relieve the pressure of data storage and transmission in the field of mechanical condition monitoring, the reconstruction of compressed data has always been a challenge. Aiming at the problem of fault extraction from compressed rolling bearing signals, a reconstruction method for fault signal based on the feature proxy and convex optimization algorithm is developed. The sparse and convolutional characteristics of localized bearing fault signal are analyzed, and the fault impact pattern is learned. For the compressed bearing signal, the proxy containing the information of impact occurrence time is constructed. An optimization function is established for the proxy, and the sparse coefficient is extracted from the proxy with the Fast Iterative Shrinkage Thresholding Algorithm (FISTA). Finally, the fault signal is reconstructed by the convolution between the impact pattern and the sparse coefficient. Compared with the direct impact feature extraction from compressed signal using the FITSA, the proposed method reduces the computational complexity while without reducing the accuracy of the solution. When compared with the commonly used greedy reconstruction algorithm, the proposed method does not require the prior estimation of signal sparsity, and can get the global optimal solution. The rolling bearing simulation and experimental analysis further verify the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** fault diagnosis; rolling bearings; compressed sensing; feature reconstruction

作者简介: 林慧斌(1975—),女,副教授。电话:(020)87113220;E-mail: hblin@scut.edu.com。