梯形和三角形波纹夹芯板的声振特性研究

李凤莲，袁文昊，吕　梅

（北京信息科技大学机电工程学院，北京 100192）

摘要：研究了梯形和三角形两种类型波纹夹芯板的声振特性。将波纹芯层等效为各向异性均质体，采用双曲正切抛物线混合变形理论（HTPSDT）建立了四边简支条件下波纹夹芯板的动力学方程和简谐声压激励下的声振耦合控制方程。利用纳维法和流固耦合界面条件进行求解，计算了梯形和三角形波纹夹芯板的固有频率和隔声量，并与有限元模拟结果进行对比，验证了理论模型的正确性，比较了两种波纹夹芯板的振动特点和隔声性能。讨论了波纹芯层结构参数变化对梯形和三角形波纹夹芯板振动和隔声特性的影响。结果表明，波纹倾角、波纹壁厚、波纹芯层高度对梯形和三角形波纹夹芯板的声振特性有着重要的影响，而且对三角形波纹夹芯板的影响更为显著。

关键词：波纹夹芯板；传声损失；固有频率；双曲正切抛物线变形理论

中图分类号：V214.3+5；TB535　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1004-4523(2022)02-0514-13

DOI：10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.02.027

引　言

波纹夹芯板由于其独特的芯层结构，具有高比强度、高比刚度、质量轻、密度小、结构形式简单，制造成本低、承载效率高，承力、隔声和隔热性能好等优良性能[1-3]，被广泛应用在高铁列车、航空航天、房屋建筑、汽车制造、船舶等领域。近年来，有关波纹夹芯板的振动和传声特性的研究日益受到人们的重视，主要是针对大型航空设备，高速列车等在高速运转时产生的剧烈振动和噪声问题。因此如何解决这一问题是当前业界的重要研究方向。

目前，国内外学者已经对波纹夹芯板和其他特殊芯层夹芯板的一些性能展开了研究。在夹芯板的振动特性方面，Bhagat 等[4]采用有限元法计算了梯形、三角形波纹夹芯板和蜂窝夹芯板在热环境下的自由振动和受迫振动特性。赵锐等[5]利用理论和有限元相结合的方法计算了时变温度环境下复合材料夹层板结构的动力学响应。Han 等[6]从理论上研究了泡沫填充波纹夹层板在热载荷作用下的自由振动和屈曲行为。在夹芯板的力学特性方面，Cheon 等[7]提出了一个等效板模型来分析波纹夹芯板在拉伸和弯曲载荷作用下的力学行为。Isaksson 等[8]从理论计算和实验验证方面分析了波纹夹芯板在弯曲和三点弯曲下的力学行为。赵秋红等[9]利用试验和有限元法对波纹夹芯板的波纹方向、构件设计参数及竖向荷载对结构抗侧性能的影响进行了研究。实际应用中，波纹芯层的理论模型都是由均质化方法来建立的。王红霞等[10]和王青伟等[11]推导了考虑波纹拉伸变形的三角形波纹夹芯板的等效弹性参数。Xia 等[12]提出了一种可用于任何波纹形状的均质化波纹夹芯板模型。Zhuang 等[13]根据均质化和分层理论，采用能量法建立了梯形波纹夹层板的气动弹性分析模型。王嘉伟等[14]依据经典层合板理论建立了铺层材料参数与复合板刚度系数间的理论关系，推导出复合板等效刚度的简化计算表达式。在复合材料夹层板的声振特性方面，任树伟等[15]基于 Cosserat 理论与 Hamilton 变分原理建立了考虑尺度效应的微平板结构声振耦合理论模型，系统研究了尺度效应对微平板结构声振耦合特性的影响。张若军等[16]建立了声波激励下四边固支矩形局域共振板的动态响应力学模型，利用模态叠加法推导了结构的传声损失计算公式。唐宇帆等[17]研究了微机电系统微平板结构的声振耦合性能。Qu 等[18]提出了一种半解析方法来分析任意形状的多层旋转壳体在轻、重无界流体中的振动和声学响应。任树伟等[19]采用 Reissner 夹层板理论建立了蜂窝夹层板的声振耦合理论模型，并结合声学边界元法分析了蜂窝夹层板的隔声性能。毛华兵[20]利用 Hoff 理论研究了点阵夹芯结构的振动特性和外载荷激励下的声辐射

收稿日期：2020-07-31；**修订日期：**2021-01-25

基金项目：国家自然科学基金资助项目（11732005，19L2018）；北京市属高校高水平创新团队建设计划资助项目（IDHT20180513）。

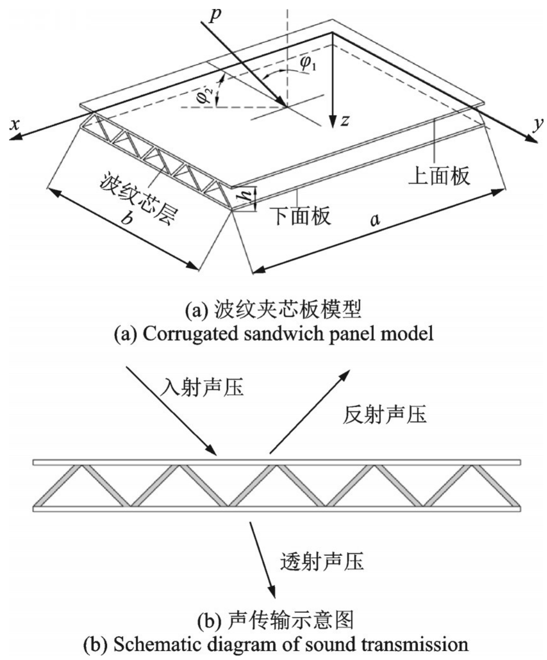
特性。Li等[21]研究了热环境下各向异性夹芯板的振动和声响应。

在夹层板的理论研究中，国内外学者提出了多种理论，如Reissner夹层板理论、Hoff理论、基尔霍夫经典板理论、Reddy一阶剪切变形理论、Reddy高阶剪切变形理论、分层理论和三维弹性理论。除此之外，还发展了正弦型、抛物线型、指数型、双曲型、正切型等高阶剪切理论[6]。研究发现，在预测屈曲载荷和固有频率方面，抛物线型和双曲型剪切变形理论的精度最高[22]，本文将采用一种新型双曲正切抛物线变形理论（HTPDST）来建立波纹夹芯板的理论模型。

综上所述，由于波纹夹芯板的各向异性，目前研究主要针对波纹芯层等效模型的建立，以及波纹夹芯板系统的振动和弯曲特性，而对波纹夹芯板声振特性的研究尚少。鉴于此，本文将采用能精确反映夹层板变形的HTPSDT理论，针对梯形和三角形波纹夹芯板的振动和传声特性展开研究，讨论各种参数变化对波纹夹芯板声振特性的影响，以便更加全面地了解波纹夹芯板的性能。

1 问题描述

波纹夹芯板模型如图1所示，它由均质的上、下面板以及中间波纹芯层组成。在夹芯板中性面x-y上建立坐标系，z轴垂直于x-y面，$z<0$的一侧称为上面板，$z>0$的一侧称为下面板。简谐声波p以入射角φ_1、方位角φ_2入射到波纹夹芯板的上面板，一部分声波经过反射形成反射声压，另一部分声波通过芯层传递到板下方形成透射声压。波纹夹芯板的长度为a，宽度为b，高度为h，芯层高度为h_c，上、下面板厚度为h_f。

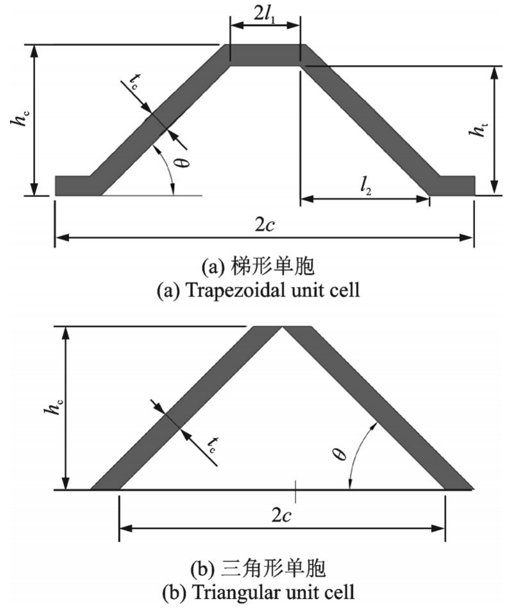


(a) 波纹夹芯板模型
(a) Corrugated sandwich panel model
(b) 声传输示意图
(b) Schematic diagram of sound transmission

图1 波纹夹芯板模型和声传输示意图

Fig. 1 Schematic diagram of corrugated sandwich panel and sound transmission

两种波纹芯层的单胞示意图如图2所示，单胞底边长为$2c$，波纹与下面板的夹角为θ，单胞高度为h_c，壁厚为t_c。对于梯形波纹，上底边长为$2l_1$，下底边长$2c=2(2l_1+l_2)$，梯形高度$h_t=h_c-t_c$；对于三角形波纹，下底边长$2c=2(h_c/\tan\theta)$。在计算中，波纹夹芯板的上、下面板采用各向同性的均质体，波纹芯层等效为一个各向异性均质体，具体的等效公式见附录。



(a) 梯形单胞
(a) Trapezoidal unit cell
(b) 三角形单胞
(b) Triangular unit cell

图2 梯形和三角形单胞示意图

Fig. 2 Schematic diagram of trapezoidal and triangular unit cells

2 理论模型

2.1 振动理论模型

考虑到波纹夹芯板的弯曲、剪切变形，忽略厚度方向的拉伸变形，位移场可表示成如下形式：

$$
\begin{aligned}
u(x,y,z;\,t)&=u_0-z\frac{\partial w_0}{\partial x}+f(z)\phi_x,\\
v(x,y,z;\,t)&=v_0-z\frac{\partial w_0}{\partial y}+f(z)\phi_y,\\
w(x,y,z;\,t)&=w_0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

其中，决定剪切应变形状的函数$f(z)=\frac{h}{2}\tanh\left(2\frac{z}{h}\right)-\frac{4}{3\cosh^2(1)}\frac{z^3}{h^2}$，该理论是一种新型的双曲剪切变形理论[23]，也可称之为双曲正切抛物线变形理论，在板的上、下表面处满足面力自由的边界

条件，计算时不需要考虑剪切修正因子。u_0, v_0, w_0 为波纹夹芯板中面上任意一点的位移，ϕ_x 和 ϕ_y 分别为波纹夹芯板的直法线沿 x 轴和 y 轴的转角。

根据位移-应变关系，应变可表示为：

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial u_0}{\partial x}\\ \dfrac{\partial v_0}{\partial y}\\ \dfrac{\partial u_0}{\partial y}+\dfrac{\partial v_0}{\partial x}\end{Bmatrix}-z\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}\\ \dfrac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}\\ 2\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial x\partial y}\end{Bmatrix}+ f(z)\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial \phi_x}{\partial x}\\ \dfrac{\partial \phi_y}{\partial y}\\ \dfrac{\partial \phi_x}{\partial y}+\dfrac{\partial \phi_y}{\partial x}\end{Bmatrix},\ \begin{Bmatrix}\gamma_{yz}\\ \gamma_{xz}\end{Bmatrix}=f'(z)\begin{Bmatrix}\phi_y\\ \phi_x\end{Bmatrix},$$

$$\varepsilon_{zz}=0 \tag{2}$$

各向异性波纹夹芯板的应力应变关系可以表示为：

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{xx}^{(k)}\\ \sigma_{yy}^{(k)}\\ \tau_{yz}^{(k)}\\ \tau_{xz}^{(k)}\\ \tau_{xy}^{(k)}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11}^{(k)} & Q_{12}^{(k)} & 0 & 0 & 0\\ Q_{21}^{(k)} & Q_{22}^{(k)} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & Q_{44}^{(k)} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & Q_{55}^{(k)} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66}^{(k)}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{yy}\\ \gamma_{yz}\\ \gamma_{xz}\\ \gamma_{xy}\end{Bmatrix} \tag{3}$$

各刚度系数可以表示为：

$$Q_{11}^{(k)}=\frac{E_1^{(k)}}{1-v_{12}^{(k)}v_{21}^{(k)}},\ Q_{12}^{(k)}=\frac{E_1^{(k)}v_{21}^{(k)}}{1-v_{12}^{(k)}v_{21}^{(k)}},$$
$$Q_{22}^{(k)}=\frac{E_2^{(k)}}{1-v_{12}^{(k)}v_{21}^{(k)}},\ Q_{66}^{(k)}=G_{12}^{(k)},\ Q_{44}^{(k)}=G_{23}^{(k)},$$
$$Q_{55}^{(k)}=G_{13}^{(k)},\ Q_{21}^{(k)}=Q_{21}^{(k)} \tag{4}$$

式中 k=1,2,3分别代表波纹夹芯板的上面板、波纹芯层、下面板。$E_1^{(k)}, E_2^{(k)}, G_{12}^{(k)}, G_{13}^{(k)}, G_{23}^{(k)}, v_{12}^{(k)}, v_{21}^{(k)}$ 分别表示波纹夹芯板第 k 层的弹性模量、剪切模量和泊松比。

由能量法，波纹夹芯板的动能、势能和外力势能可以表示为[24]：

$$\delta U=\int_0^a\int_0^b\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}(\sigma_{xx}\delta\varepsilon_{xx}+\sigma_{yy}\delta\varepsilon_{yy}+\sigma_{zz}\delta\varepsilon_{zz}+\tau_{yz}\delta\gamma_{yz}+ \tau_{xz}\delta\gamma_{xz}+\tau_{xy}\delta\gamma_{xy})\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z,$$
$$\delta K=\int_0^a\int_0^b\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\rho(\dot u\delta\dot u+\dot v\delta\dot v+\dot w\delta\dot w)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z,$$
$$\delta V=\int_0^a\int_0^b\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}q\delta w\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \tag{5}$$

式中 $\dot u, \dot v, \dot w$ 为波纹夹芯板在 x, y, z 方向的运动速度，q 为外载荷。

根据哈密顿变分原理[24]，得到波纹夹芯板系统的动力学方程为：

$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial y}=I_0\ddot u_0-I_1\frac{\partial \ddot w_0}{\partial x}+J_1\ddot\phi_x,$$
$$\frac{\partial N_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}=I_0\ddot v_0-I_1\frac{\partial \ddot w_0}{\partial y}+J_1\ddot\phi_y,$$
$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2}+q=I_0\ddot w_0+I_1\frac{\partial \ddot u_0}{\partial x}- I_2\frac{\partial^2 \ddot w_0}{\partial x^2}+K_2\frac{\partial \ddot\phi_x}{\partial x}+I_1\frac{\partial \ddot v_0}{\partial y}-I_2\frac{\partial^2 \ddot w_0}{\partial y^2}+K_2\frac{\partial \ddot\phi_y}{\partial y},$$
$$\frac{\partial H_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial H_{xy}}{\partial y}-Q_x=J_1\ddot u_0-K_2\frac{\partial \ddot w_0}{\partial x}+J_2\ddot\phi_x,$$
$$\frac{\partial H_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial H_{xy}}{\partial x}-Q_y=J_1\ddot v_0-K_2\frac{\partial \ddot w_0}{\partial y}+J_2\ddot\phi_y \tag{6}$$

应力合力和惯性项系数可以表示为：

$$\begin{bmatrix}N_{\xi\eta}\\ M_{\xi\eta}\\ H_{\xi\eta}\end{bmatrix}=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\sigma_{\xi\eta}\begin{bmatrix}1\\ z\\ f\end{bmatrix}\mathrm{d}z,\ Q_\xi=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\sigma_{\xi z}f'\mathrm{d}z,$$

$$[I_0, I_1, I_2, J_1, J_2, K_2]=\sum_{k=1}^{3}\int_{\zeta_k}^{\zeta_{k+1}}\rho^{(k)}[1, z, z^2, f, f^2, zf]\mathrm{d}z \tag{7}$$

式中 ξ, η 可以用 x 或 y 表示，将式(1)～(3)代入式(6)得到偏微分形式的运动控制方程为：

$$A_{11}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2}-B_{11}\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3}+D_{11}\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x^2}+A_{12}\frac{\partial^2 v_0}{\partial x\partial y}- B_{12}\frac{\partial^3 w_0}{\partial x\partial y^2}+D_{12}\frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x\partial y}+A_{66}\left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 v_0}{\partial x\partial y}\right)- 2B_{66}\frac{\partial^3 w_0}{\partial x\partial y^2}+D_{66}\left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x\partial y}\right)=I_0\ddot u_0- I_1\frac{\partial \ddot w_0}{\partial x}+J_1\ddot\phi_x,$$

$$A_{21}\frac{\partial^2 u_0}{\partial x\partial y}-B_{21}\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2\partial y}+D_{21}\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x\partial y}+A_{22}\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2}- B_{22}\frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3}+D_{22}\frac{\partial^2 \phi_y}{\partial y^2}+A_{66}\left(\frac{\partial^2 u_0}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 v_0}{\partial x^2}\right)- 2B_{66}\frac{\partial^3 w_0}{\partial x^2\partial y}+D_{66}\left(\frac{\partial^2 \phi_x}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 \phi_y}{\partial x^2}\right)=I_0\ddot v_0- I_1\frac{\partial \ddot w_0}{\partial y}+J_1\ddot\phi_y,$$

$$B_{11}\frac{\partial^3 u_0}{\partial x^3}-G_{11}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4}+L_{11}\frac{\partial^3 \phi_x}{\partial x^3}+B_{12}\frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2\partial y}- G_{12}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2\partial y^2}+L_{12}\frac{\partial^3 \phi_y}{\partial x^2\partial y}+B_{21}\frac{\partial^3 u_0}{\partial x\partial y^2}-G_{21}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2\partial y^2}+ L_{21}\frac{\partial^3 \phi_x}{\partial x\partial y^2}+B_{22}\frac{\partial^3 v_0}{\partial y^3}-G_{22}\frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4}+L_{22}\frac{\partial^3 \phi_y}{\partial y^3}+ 2\left[B_{66}\left(\frac{\partial^3 u_0}{\partial x\partial y^2}+\frac{\partial^3 v_0}{\partial x^2\partial y}\right)-2G_{66}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2\partial y^2}+\right.$$

$$L_{66}\left(\frac{\partial^3\phi_x}{\partial x\partial y^2}+\frac{\partial^3\phi_y}{\partial x^2\partial y}\right)]+q=I_0\ddot{w}_0+I_1\frac{\partial\ddot{u}_0}{\partial x}-$$

$$I_2\frac{\partial^2\ddot{w}_0}{\partial x^2}+K_2\frac{\partial\ddot{\phi}_x}{\partial x}+I_1\frac{\partial\ddot{v}_0}{\partial y}-I_2\frac{\partial^2\ddot{w}_0}{\partial y^2}+K_2\frac{\partial\ddot{\phi}_y}{\partial y},$$

$$D_{11}\frac{\partial^2u_0}{\partial x^2}-L_{11}\frac{\partial^3w_0}{\partial x^3}+R_{11}\frac{\partial^2\phi_x}{\partial x^2}+D_{12}\frac{\partial^2v_0}{\partial x\partial y}-$$

$$L_{12}\frac{\partial^3w_0}{\partial x\partial y^2}+R_{12}\frac{\partial^2\phi_y}{\partial x\partial y}+D_{66}\left(\frac{\partial^2u_0}{\partial y^2}+\frac{\partial^2v_0}{\partial x\partial y}\right)-$$

$$2L_{66}\frac{\partial^3w_0}{\partial x\partial y^2}+R_{66}\left(\frac{\partial^2\phi_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi_y}{\partial x\partial y}\right)+V_{55}\phi_x=$$

$$J_1\ddot{u}_0-K_2\frac{\partial\ddot{w}_0}{\partial x}+J_2\ddot{\phi}_x,$$

$$D_{21}\frac{\partial^2u_0}{\partial x\partial y}-L_{21}\frac{\partial^3w_0}{\partial x^2\partial y}+R_{21}\frac{\partial^2\phi_x}{\partial x\partial y}+D_{22}\frac{\partial^2v_0}{\partial y^2}-$$

$$L_{22}\frac{\partial^3w_0}{\partial y^3}+R_{22}\frac{\partial^2\phi_y}{\partial y^2}+D_{66}\left(\frac{\partial^2u_0}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2v_0}{\partial x^2}\right)-$$

$$2L_{66}\frac{\partial^3w_0}{\partial x^2\partial y}+R_{66}\left(\frac{\partial^2\phi_x}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2\phi_y}{\partial x^2}\right)+V_{44}\phi_y=$$

$$J_1\ddot{v}_0-K_2\frac{\partial\ddot{w}_0}{\partial y}+J_2\ddot{\phi}_y \tag{8}$$

式中　$[A_{ij},B_{ij},D_{ij},G_{ij},L_{ij},R_{ij},V_{ij}]=\sum_{k=1}^{3}\int_{\zeta_k}^{\zeta_{k+1}}Q_{ij}^{(k)}[1,z,f,z^2,zf,\ f^2,(f')^2]\mathrm{d}z$。

对于四边简支的波纹夹芯板,边界条件表示为:

在 $x=0,a$ 处,$N_{xx}=M_{xx}=v_0=w_0=\phi_y=0$

在 $y=0,b$ 处,$N_{yy}=M_{yy}=u_0=w_0=\phi_x=0$

根据Navier法,满足四边简支边界条件下,各位移分量可以表示为如下形式:

$$\{u_0,\phi_x\}^{\mathrm{T}}=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\{U_{mn},\Phi_{xmn}\}^{\mathrm{T}}\cos(\alpha x)\sin(\beta y)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t},$$

$$\{v_0,\phi_y\}^{\mathrm{T}}=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\{V_{mn},\Phi_{ymn}\}^{\mathrm{T}}\sin(\alpha x)\cos(\beta y)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t},$$

$$w_0=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}W_{0mn}\sin(\alpha x)\sin(\beta y)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \tag{9}$$

式中　$\alpha=\frac{m\pi}{a},\beta=\frac{n\pi}{b}$,$m,n$ 分别为半波数,$\mathrm{j}=\sqrt{-1}$,ω 为系统的圆频率。

不考虑外载荷,将式(9)代入式(8)得系统的特征方程为:

$$K_{i1}U_{mn}+K_{i2}V_{mn}+K_{i3}W_{0mn}+K_{i4}\Phi_{xmn}+K_{i5}\Phi_{ymn}+(M_{i1}U_{mn}+M_{i2}V_{mn}+M_{i3}W_{0mn}+M_{i4}\Phi_{xmn}+M_{i5}\Phi_{ymn})\omega^2=0 \tag{10}$$

式中　$i=1\sim5$,　$K_{11}=\alpha^2A_{11}+\beta^2A_{66}$,$K_{12}=K_{21}=\alpha\beta(A_{12}+A_{66})$,　$K_{13}=-K_{31}=-\alpha^3B_{11}-\alpha\beta^2(B_{12}+2B_{66})$,$K_{14}=K_{41}=\alpha^2D_{11}+\beta^2D_{66}$,$K_{15}=K_{51}=\alpha\beta(D_{12}+D_{66})$,$K_{22}=\beta^2A_{12}+\alpha\beta A_{66}$,$K_{23}=-K_{32}=-\beta^3B_{22}-\alpha^2\beta(B_{21}+2B_{66})$,$K_{24}=K_{42}=\alpha\beta(D_{21}+D_{66})$,$K_{25}=K_{52}=\beta^2D_{21}+\alpha^2D_{66}$,　$K_{33}=-\alpha^4G_{11}-\alpha^2\beta^2(G_{12}+G_{21}+4G_{66})-\beta^4G_{22}$,$K_{34}=-K_{43}=\alpha^3L_{11}+\alpha\beta^2(L_{21}+2L_{66})$,$K_{35}=-K_{53}=\beta^3L_{22}+\alpha^2\beta(L_{12}+2L_{66})$,$K_{44}=\alpha^2R_{11}+\beta^2R_{66}+V_{55}$,$K_{45}=K_{54}=\alpha\beta(R_{12}+R_{66})$,$K_{55}=\beta^2R_{22}+\alpha^2R_{66}+V_{44}$,$M_{11}=M_{22}=-I_0$,$M_{13}=M_{31}=-\alpha I_1$,$M_{14}=M_{41}=M_{25}=M_{52}=-J_1$,$M_{12}=M_{21}=M_{24}=M_{42}=M_{15}=M_{51}=M_{45}=M_{54}=0$,　$M_{23}=-M_{32}=\beta I_1$,$M_{33}=(\alpha^2+\beta^2)I_2+I_0$,$M_{34}=-M_{43}=-\alpha K_2$,$M_{35}=-M_{53}=-\beta K_2$,$M_{44}=M_{55}=-J_2$。

上述特征方程可以简化为:

$$(\boldsymbol{K}-\omega^2\boldsymbol{M})\boldsymbol{\delta}=0 \tag{11}$$

式中　$\boldsymbol{M}$ 和 $\boldsymbol{K}$ 分别为波纹夹芯板系统的质量矩阵和刚度矩阵;$\boldsymbol{\delta}^{\mathrm{T}}=\{U_{mn},V_{mn},W_{0mn},\Phi_{xmn},\Phi_{ymn}\}$ 为系统的振动幅值。求解该代数方程,即可得到波纹夹芯板自由振动时的固有频率。

2.2　隔声理论模型

如图1所示,声波 p 入射到波纹夹芯板的上面板,入射声压可以表示为:

$$p_{\mathrm{i}}(x,y,z,t)=p_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-k_xx-k_yy-k_zz)} \tag{12}$$

式中　p_0 为入射声压的幅值,ω 为声波的圆频率,k_x,k_y,k_z 为在 x,y,z 方向上的波数分量:

$$\begin{cases}k_x=k_0\sin\varphi_1\cos\varphi_2\\ k_y=k_0\sin\varphi_1\sin\varphi_2\\ k_z=k_0\cos\varphi_1\end{cases} \tag{13}$$

式中　$k_0=\omega/c_{\mathrm{p}}$,$c_{\mathrm{p}}$ 为声波在空气中的传播速度。

波纹夹芯板的边界条件是四边简支,因此,反射声压和透射声压可以分别表示为:

$$p_{\mathrm{r}}(x,y,z,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}R_{mn}\psi_{mn}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+k_zz)} \tag{14}$$

$$p_{\mathrm{t}}(x,y,z,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}T_{mn}\psi_{mn}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-k_zz)} \tag{15}$$

式中　$\psi_{mn}=\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}$ 为模态振型,R_{mn} 和 T_{mn} 分别为反射声压和透射声压的幅值。

结合式(8),波纹夹芯板在入射声压、反射声压和透射声压的激励下,声振耦合方程可以表示为:

$$B_{11}\frac{\partial^3u_0}{\partial x^3}-G_{11}\frac{\partial^4w_0}{\partial x^4}+L_{11}\frac{\partial^3\phi_x}{\partial x^3}+B_{12}\frac{\partial^3v_0}{\partial x^2\partial y}-$$

$$G_{12}\frac{\partial^4w_0}{\partial x^2\partial y^2}+L_{12}\frac{\partial^3\phi_y}{\partial x^2\partial y}+B_{21}\frac{\partial^3u_0}{\partial x\partial y^2}-G_{21}\frac{\partial^4w_0}{\partial x^2\partial y^2}+$$

$$L_{21}\frac{\partial^3\phi_x}{\partial x\partial y^2}+B_{22}\frac{\partial^3v_0}{\partial y^3}-G_{22}\frac{\partial^4w_0}{\partial y^4}+L_{22}\frac{\partial^3\phi_y}{\partial y^3}+$$

$$2[B_{66}\left(\frac{\partial^3u_0}{\partial x\partial y^2}+\frac{\partial^3v_0}{\partial x^2\partial y}\right)-2G_{66}\frac{\partial^4w_0}{\partial x^2\partial y^2}+$$

$$L_{66}(\frac{\partial^3\phi_x}{\partial x\partial y^2}+\frac{\partial^3\phi_y}{\partial x^2\partial y})]+p_{\mathrm{i}}(x,y,-\frac{h}{2},t)+$$
$$p_{\mathrm{r}}(x,y,-\frac{h}{2},t)-p_{\mathrm{t}}(x,y,\frac{h}{2},t)=I_0\ddot{w}_0+I_1\frac{\partial\ddot{u}_0}{\partial x}-$$
$$I_2\frac{\partial^2\ddot{w}_0}{\partial x^2}+K_2\frac{\partial\ddot{\phi}_x}{\partial x}+I_1\frac{\partial\ddot{v}_0}{\partial y}-I_2\frac{\partial^2\ddot{w}_0}{\partial y^2}+K_2\frac{\partial\ddot{\phi}_y}{\partial y} \tag{16}$$

为方便方程求解，将式(12)进行傅里叶变换，入射声压表示为：

$$p_{\mathrm{i}}(x,y,z,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}I_{mn}\psi_{mn}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t-k_z z)} \tag{17}$$

式中

$$I_{mn}=\frac{4mn\pi(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_x a}\cos m\pi-1)(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k_y b}\cos n\pi-1)}{[(k_x a)^2-(m\pi)^2][(k_y b)^2-(n\pi)^2]}p_0 \tag{18}$$

在上、下面板的表面处，满足流固耦合条件(速度在法向的分量相等)，即：

$$\begin{cases}\dfrac{\partial(p_{\mathrm{i}}+p_{\mathrm{r}})}{\partial z}=\rho_0\omega^2 w,\ z=-\dfrac{h}{2}\\ \dfrac{\partial p_{\mathrm{t}}}{\partial z}=\rho_0\omega^2 w,\ z=\dfrac{h}{2}\end{cases} \tag{19}$$

式中 ρ_0为空气密度。

将式(8)和式(14)～(19)联立求解，可以得到反射声压和透射声压。

设 W_{i}和 W_{t}分别为入射声功率和透射声功率，波纹夹芯板结构的传声损失STL或隔声量定义为：

$$STL=10\lg(\frac{W_{\mathrm{i}}}{W_{\mathrm{t}}}) \tag{20}$$

其中，

$$W_{\mathrm{i}}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\iint_A P_{\mathrm{i}}v_{\mathrm{i}}^*\mathrm{d}A,$$
$$W_{\mathrm{t}}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\iint_A P_{\mathrm{t}}v_{\mathrm{t}}^*\mathrm{d}A \tag{21}$$

式中 $v_{\mathrm{i}}=p_{\mathrm{i}}/(\rho_0 c)$，$v_{\mathrm{t}}=p_{\mathrm{t}}/(\rho_0 c)$表示流体质点的速度，*表示复数共轭。

3 数值算例

根据建立的振动和隔声理论模型，本节将通过编写程序计算两种波纹夹芯板的固有频率和传声损失，分析两种波纹夹芯板的声振特性，并与有限元仿真结果进行对比，验证理论模型的正确性。然后，通过改变波纹夹芯板芯层的结构参数，研究两种波纹夹芯板的振动和隔声特点。

3.1 固有频率和传声损失的计算

在图1的模型中，两种波纹夹芯板的几何尺寸为：长度 a=280 mm，宽度 b=210 mm，高度 h=12 mm，上、下板厚h_{f}=1 mm。图2所示梯形和三角形波纹单胞中，芯层高度h_{c}=10 mm，波纹倾角θ=45°，壁厚t_{c}=1 mm，梯形波纹胞体的上底边长$2l_1$=6 mm。板结构上、下面板及波纹芯层采用的材料均为铝，其弹性参数为：杨氏模量E_{s}=71 GPa，泊松比v_{s}=0.3，剪切模量$G_{\mathrm{s}}=E_{\mathrm{s}}/2(1+v_{\mathrm{s}})$，密度$\rho_{\mathrm{s}}$=2810 kg/m^3。声学计算中，声波入射时方位角φ_2=0°，声波在空气中的传播速度c_{p}=340 m/s，空气密度ρ_0=1.293 kg/m^3，入射声压幅值p_0=1 Pa。

表1给出了相同板尺寸和波纹倾角的梯形和三角形波纹夹芯板固有频率的理论计算结果与有限元数值模拟结果。不论是梯形还是三角形波纹夹心板，前10阶固有频率的理论解与有限元解的相对误差都控制在±3%以内，由此可见本文所建立的理论模型是正确的。在计算的前10阶固有频率中，由于夹芯板芯层波纹形状的不同，梯形波纹夹芯板的前3阶固有频率值大于三角形波纹夹芯板，其余的4～10阶固有频率值小于三角形波纹夹芯板。

同时，为了验证本文所采用的HTPSDT理论的精确性，采用本文理论及经典板理论(CLPT)和一阶剪切变形理论(FSDT)计算了三角形波纹夹芯板的前5阶固有频率，并与有限元结果进行了对比，如表2所示。可以看出，三种板理论得到的结果在低频处与有限元结果的相对误差都在工程允许范围之内，但随着模态阶次的升高，CLPT的计算结果误差增大。这是由于CLPT夹层板理论没有考虑夹层板的剪切效应，而阶次越高剪应力引起的剪切变形越大，所以CLPT计算结果在高频处误差较大。FSDT虽考虑了夹层板的剪切效应，但是不满足在上、下面板处的面力自由条件，所以计算误差相对也较大。而HTPSDT既考虑了夹层板的剪切效应，又满足面力自由条件，所以计算结果误差较小。这说明采用HTPSDT理论所得的计算结果更加精确。

由前文可知，传声损失是双级数求和的形式，需要选用一定项数来保证计算结果的收敛性。在本文计算中，最高声频率为8000 Hz，因此，只需验证传声损失在该频率下的收敛性即可。表3给出了梯形波纹夹芯板在声波垂直入射时不同级数下的传声损失值。可以看出，在该频率下，当$m=n=100$时，传声损失双级数求和已经收敛，因此在本文计算中选取项数$m=n=100$。

根据已建立的理论模型，对梯形和三角形波纹夹芯板在垂直入射(φ_1=0°)和斜入射(φ_1=30°，φ_1=60°)时的传声损失进行计算，入射声波频率区间设为0～8000 Hz，步长设为1 Hz，并且对其进行了数值模拟，结果如图3所示。可以看出，在0～8000 Hz内，梯形和三角形波纹夹芯板在声波斜入射和垂直

表 1　梯形和三角形波纹夹芯板的固有频率理论解与数值模拟解对比

Tab. 1　Comparisons of theoretical and numerical simulation solutions of natural frequencies of trapezoidal and triangular corrugated sandwich panels

阶次	模态	梯形波纹夹芯板			三角形波纹夹芯板		
		理论结果/Hz	数值模拟/Hz	误差/%	理论结果/Hz	数值模拟/Hz	误差/%
1	(1,1)	1259.03	1261.26	−0.18	1232.17	1244.19	−0.98
2	(2,1)	2569.92	2524.30	1.78	2530.47	2523.08	0.29
3	(1,2)	3408.74	3494.35	−2.51	3386.56	3487.85	−2.99
4	(3,1)	4492.84	4404.37	1.97	4502.19	4475.82	0.59
5	(2,2)	4546.96	4510.12	0.81	4556.70	4540.87	0.35
6	(3,2)	6260.22	6119.87	2.24	6358.94	6244.21	1.80
7	(1,3)	6584.53	6637.53	−0.80	6634.25	6776.70	−2.15
8	(4,1)	6788.55	6664.52	1.83	6949.02	6934.10	0.21
9	(2,3)	7530.68	7467.95	0.83	7647.76	7674.58	−0.35
10	(4,2)	8357.19	8127.88	2.74	8629.04	8532.01	1.12

表 2　几种板理论计算的三角形波纹夹芯板的固有频率理论解与数值模拟解对比

Tab. 2　Comparisons of theoretical and numerical simulation solutions of natural frequencies of triangular corrugated sandwich panels by different plate theories

模态阶次	数值模拟/Hz	CLPT		FSDT		HTPSDT	
		理论结果/Hz	误差/%	理论结果/Hz	误差/%	理论结果/Hz	误差/%
1	1244.19	1264.91	1.67	1213.75	−2.45	1232.17	−0.98
2	2523.08	2693.12	6.74	2559.08	1.43	2530.47	0.29
3	3487.85	3603.52	3.32	3430.12	−1.66	3386.56	−2.99
4	4475.82	5004.66	11.82	4642.11	3.72	4502.19	0.59
5	4540.87	5053.80	11.30	4743.87	4.47	4556.70	0.35

表 3　传声损失双级数求和收敛性

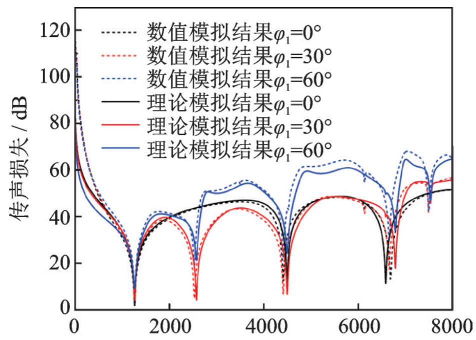
Tab. 3　Convergence of double Fourier series for STL

m	n	传声损失/dB
1	1	54.19
5	5	52.59
10	10	52.72
20	20	52.82
40	40	52.88
60	60	52.89
80	80	52.90
100	100	52.91
120	120	52.91
140	140	52.91

入射时，由于数值模拟过程中的网格尺寸、建模方法等因素，传声损失的理论计算结果与有限元数值模拟结果在较低频和高频时有一些误差，但是理论解和数值解的曲线走势基本吻合，特别是在声波垂直入射及斜入射（$\varphi_1=30°$）时，曲线几乎重合。由此可以验证本文所建立的声振耦合理论模型的正确性。

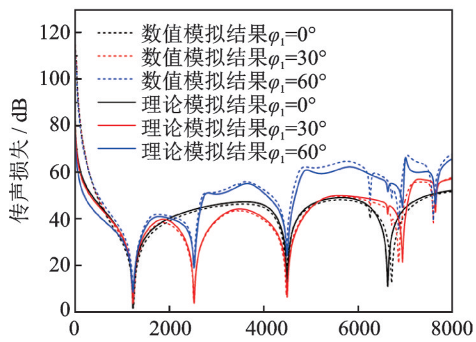
无论是梯形还是三角形波纹夹芯板，在声波垂直入射时，传声损失曲线上出现3个明显的波谷，波谷之间的传声损失曲线比较平缓；在声波斜入射时，传声损失曲线上出现5个波谷，但第5个波谷比较小，而且随着声波入射角的增大，波纹夹芯板的传声损失曲线明显偏高，这说明以较大入射角入射时声波不容易透过波纹夹芯板传播，但是与声波垂直入射情况比，传声损失曲线上的波谷增加，影响隔声性能。另外，两种波纹夹芯板总体隔声性能基本相近，在声波频率小于1000 Hz时，没有出现波谷，隔声性能比较好。

传声损失曲线上出现波谷是由于声振耦合系统的共振模态特性，当声波频率与波纹夹芯板结构的固有频率一致时，波纹夹芯板产生共振，引起结构剧烈运动和变形，大量的声波透过波纹夹芯板传到板的下方，传声损失急剧下降，产生隔声波谷。隔声波谷对应的频率与表1中夹芯板固有频率的对应关系在表4和5中列出。可以看到，梯形和三角形波纹夹芯板在声波垂直入射时在第1,4和7阶固有频率处出现隔声波谷，在声波斜入射时在第1,2,4,8和9阶固有频率处出现隔声波谷。这说明声压载荷并不能激发梯形和三角形波纹夹芯板所有的振动模态，且声波斜入射比垂直入射激发的模态多。



(a) 梯形波纹夹芯板

(a) Trapezoidal corrugated sandwich panels



(b) 三角形波纹夹芯板

(b) Triangular corrugated sandwich panels

图 3 梯形和三角形波纹夹芯板在声波垂直入射($\varphi_1=0^\circ$)和斜入射($\varphi_1=30^\circ$和$\varphi_1=60^\circ$)的传声损失理论与数值解

Fig. 3 Theoretical and numerical results of the trapezoidal and triangular corrugated sandwich panels for vertical incidence ($\varphi_1=0^\circ$) and oblique incidences ($\varphi_1=30^\circ$, $\varphi_1=60^\circ$)

表 4 梯形波纹夹芯板隔声波谷频率与固有频率对比

Tab. 4 Comparisons between STL dip frequency and natural frequency of trapezoidal corrugated sandwich panel

模态阶次	固有频率/Hz	波谷频率/Hz		
		$\varphi_1=0^\circ$	$\varphi_1=30^\circ$	$\varphi_1=60^\circ$
1	1259.03	1259	1259	1259
2	2569.92	-	2570	2569
3	3408.74	-	-	-
4	4492.84	4493	4493	4492
5	4546.96	-	-	-
6	6260.22	-	-	-
7	6584.53	6585	-	-
8	6788.55	-	6788	6788
9	7530.68	-	7531	7531

3.2 波纹夹芯板结构参数对声振特性的影响

波纹夹芯板作为一种复合材料结构,它的优异性能主要取决于其特殊的芯层结构,因此结构的参数尤其是芯层的参数变化直接影响芯层的等效刚度、等效剪切刚度和等效密度,进而改变整个系统的振动和隔声特性。下面将讨论在声压垂直入射时波纹夹芯板结构参数变化对其声振特性的影响。

表 5 三角形波纹夹芯板隔声波谷频率与固有频率对比

Tab. 5 Comparisons between STL dip frequency and natural frequency of triangular corrugated sandwich panel

模态阶次	固有频率/Hz	波谷频率/Hz		
		$\varphi_1=0^\circ$	$\varphi_1=30^\circ$	$\varphi_1=60^\circ$
1	1232.17	1232	1232	1232
2	2530.47	-	2530	2530
3	3386.56	-	-	-
4	4502.19	4502	4502	4502
5	4556.70	-	-	-
6	6358.94	-	-	-
7	6634.25	6634	-	-
8	6949.02	-	6949	6949
9	7647.76	-	7648	7648

3.2.1 波纹与面板的夹角

保持夹芯板其他结构参数不变,取波纹与面板夹角θ为30°~80°,梯形和三角形波纹夹芯板的基频和传声损失随θ的变化分别如图4和5所示。

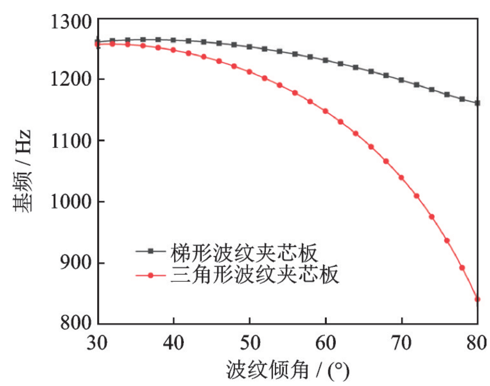


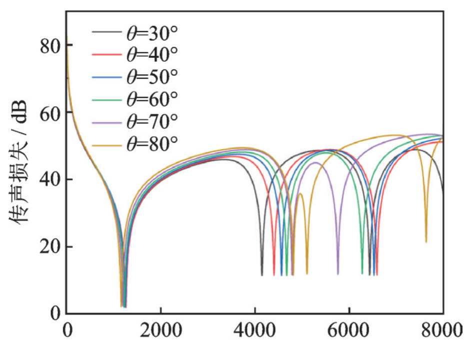
图 4 波纹与面板夹角θ对波纹夹芯板基频的影响

Fig. 4 Influence of the angle θ on the fundamental frequency of corrugated sandwich panels

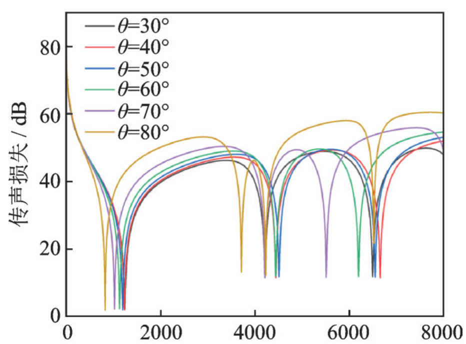
由图4知,在$\theta=30^\circ$时,梯形和三角形波纹夹芯板的基频接近,之后两者的基频差值逐渐增大。但是两者的基频都随夹角的增大而减小,这是由于随着波纹与面板夹角的增大,相同板尺寸的单胞数量会增加,这将导致芯层中空气体积占比减小,芯层的弯曲刚度和质量增大,从而使整个夹芯板的弯曲刚度和质量增大,但是由于质量的变化量要大于弯曲刚度的变化量,所以导致整个板的固有频率持续减小。由于本文对波纹芯层采用均质化等效处理,因此当单胞出现不是整数的情况时,理论模型不能体现出这种现象,而实际这种现象可能会对夹层板的

受力特性产生些许影响,但对整个结构的固有频率影响不大。从图4还可以看出,三角形波纹夹芯板对夹角的变化更敏感,而且θ角越大,三角形波纹夹芯板越接近实体铝板,固有频率越小。由此得知,波纹夹芯的存在可以提高板整体的固有频率。

由图5知,对于三角形波纹夹芯板,当θ增大时,除了较低频外,隔声量曲线升高,隔声性能有一定提升;隔声曲线上第一个隔声波谷向低频移动,与图4基频变化趋势相同。对于梯形波纹夹芯板,随着θ的增大,第一个隔声波谷变化不明显,在高频处隔声波谷变化较大。在计算的频率范围内,当θ=80°时,两种波纹夹芯板的传声损失曲线上多产生了一个隔声波谷,这和频率变化有关。通过对比,波纹与面板的夹角对三角形波纹夹芯板的传声损失影响更大。



(a) 梯形波纹夹芯板
(a) Trapezoidal corrugated sandwich panels

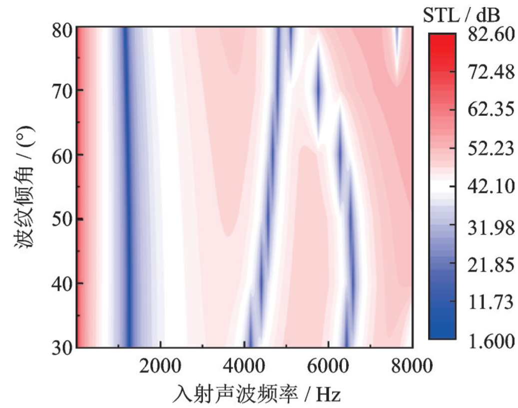


(b) 三角形波纹夹芯板
(b) Triangular corrugated sandwich panels

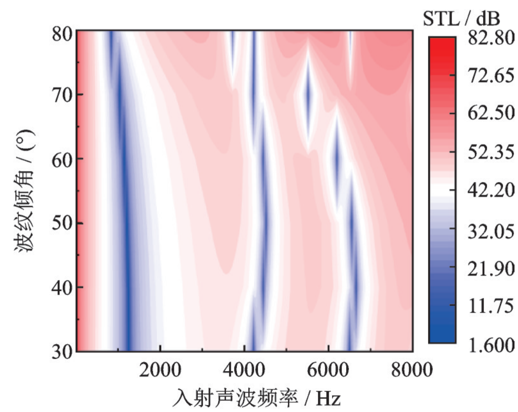
图5　波纹与面板夹角θ对梯形和三角形波纹夹芯板传声损失的影响

Fig. 5　Influence of the angle θ on the STL for the trapezoidal and triangular corrugated sandwich panels

图6为传声损失等高线图,梯形和三角形波纹夹芯板在低频1~200 Hz内,隔声性能最好,在200~900 Hz和2000~3500 Hz区域内没有隔声波谷,在5000~6000 Hz,θ=30°~50°区域内没有隔声波谷,隔声效果稍好,在第一个波谷处传声损失达到最小值,隔声性能最差。



(a) 梯形波纹夹芯板
(a) Trapezoidal corrugated sandwich panels



(b) 三角形波纹夹芯板
(b) Triangular corrugated sandwich panels

图6　梯形和三角形波纹夹芯板随θ变化的传声损失等高线图

Fig. 6　Contour maps of the STL for the trapezoidal and triangular corrugated sandwich panels with the angle θ

3.2.2　波纹壁厚

波纹壁厚t_c也是波纹结构的一个重要参数,取t_c为1~3 mm,其他结构参数保持不变,梯形和三角形波纹夹芯板的基频变化曲线如图7所示。随着波纹壁厚的增加,梯形和三角形波纹夹芯板的基频都呈下降的趋势。因为随着波纹壁厚的增大,波纹芯层的弯曲刚度和质量增大,但质量的变化量要大于刚度的变化量,所以导致固有频率持续减小。而且,三

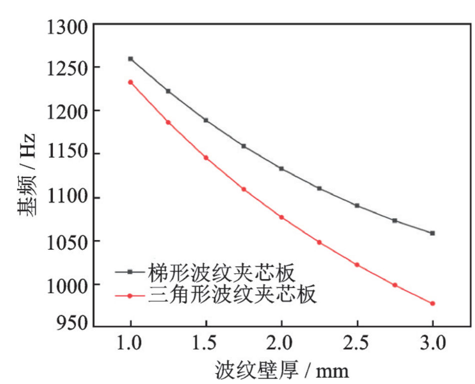
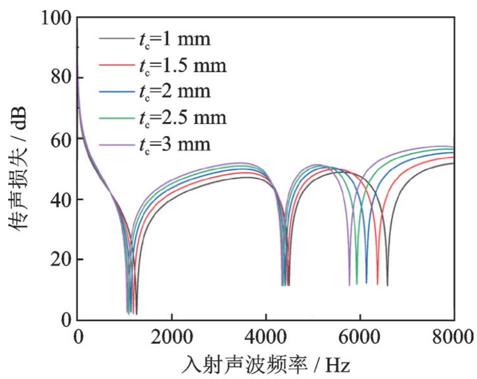


图7　波纹壁厚对波纹夹芯板基频的影响

Fig. 7　Influence of corrugated wall thickness on the fundamental frequency of corrugated sandwich panels

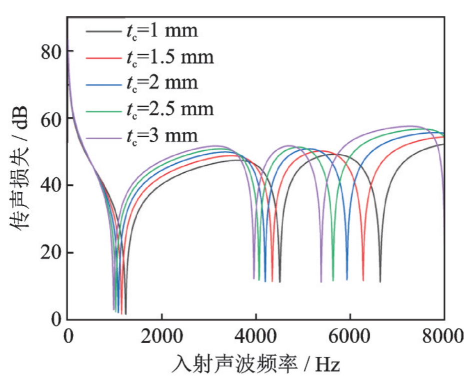
角形波纹夹芯板的基频下降速度要快于梯形波纹夹芯板，导致两者基频差距越来越大。这是由于波纹壁厚的变化对三角形波纹夹芯板等效刚度影响更大。

当波纹壁厚 t_c 为 1，1.5，2，2.5，3 mm 时，两种波纹夹芯板的传声损失曲线如图 8 所示。当声波频率小于 600 Hz 时，两种波纹夹芯板的隔声性能较好，且壁厚对隔声性能影响较小；此后，随着波纹壁厚的增大，梯形和三角形波纹夹芯板的传声损失曲线稍有上升，隔声波谷向低频移动，在高频处变化更加明显；在计算的频率范围内，模态密度增加，隔声性能下降，它们的第一个隔声波谷对应的声波频率变化与图 7 基频变化趋势完全对应。但总体来说，三角形波纹夹芯板的传声损失曲线变化幅度较大，因此，波纹壁厚对三角形波纹夹芯板的隔声性能影响更大。由图 9 可知，在开始的较低频处梯形和三角形波纹夹芯板的隔声性能最好；在 1～600 Hz，1500～4000 Hz 和 7000～8000 Hz 这几个声波频率范围内无传声损失波谷，隔声效果较好。



(a) 梯形波纹夹芯板

(a) Trapezoidal corrugated sandwich panels



(b) 三角形波纹夹芯板

(b) Triangular corrugated sandwich panels

图 8　波纹壁厚对梯形和三角形波纹夹芯板传声损失的影响

Fig. 8　Influence of corrugated wall thickness on the STL for trapezoidal and triangular corrugated sandwich panels

3.2.3　波纹芯层高度

芯层作为连接夹芯板结构上下面板的重要部分，它的高度的改变直接影响夹芯板的等效刚度和等效密度，进而影响夹芯板整体系统的振动和隔声特性。下面研究芯层高度 h_c 为 2～11 mm 时梯形和三角形波纹夹芯板的基频和传声损失的变化。

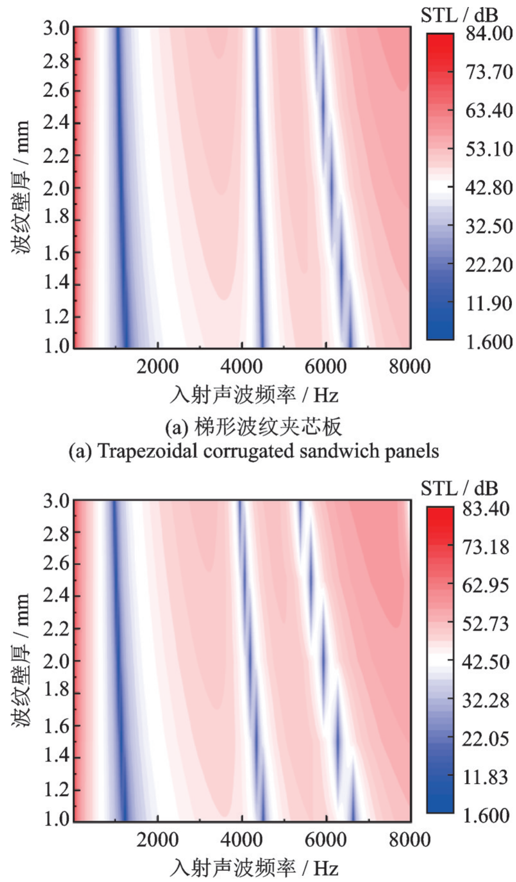


图 9　梯形和三角形波纹夹芯板随波纹壁厚变化的传声损失等高线图

Fig. 9　Contour maps of the STL for the trapezoidal and triangular corrugated sandwich panels with the corrugated wall thickness

由图 10 可知，梯形和三角形波纹夹芯板的基频在 h_c=9 mm 之前呈上升的趋势，在 h_c=9 mm 时达到最大值，梯形波纹夹芯板和三角形波纹夹芯板的

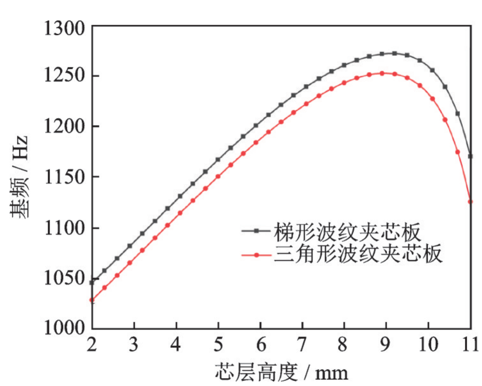


图 10　芯层高度对梯形和三角形波纹夹芯板基频的影响

Fig. 10　Influence of core height on the fundamental frequency of trapezoidal and triangular corrugated sandwich panels

基频最大值约为1271和1252 Hz，之后迅速下降，两者的变化幅度基本相同。不论对于梯形或三角形波纹夹芯板，由于夹层板整体高度保持不变，随着芯层高度的增大，上下面板的厚度是减小的，意味着芯层刚度增大，上、下面板弯曲刚度减小，且整个板的质量是减小的。在芯层高度为2～9 mm的区间内，芯层弯曲刚度的增加量要大于面板弯曲刚度减小量，导致固有频率增大；在芯层高度为9～11 mm的区间内，芯层弯曲刚度的增加量要小于面板弯曲刚度减小量，导致固有频率减小，所以在9 mm时基频达到最大值。

图11给出了不同芯层高度下波纹夹芯板的传声损失随声波频率的变化曲线。可以看出，随着芯层高度的增大，梯形和三角形波纹夹芯板的传声损失降低，隔声性能下降，与图10的基频变化相对应，隔声波谷先向高频移动随后向低频移动，在高频时变化更加明显。由此得知，芯层高度变化对梯形和三角形波纹夹芯板的基频及隔声性能都有着较大的影响。由图12知，梯形与三角形波纹夹芯板在2500～3500 Hz和7000～8000 Hz的声波频率范围内，没有传声损失波谷出现，隔声性能较好；在h_c>6 mm时，传声损失较低，隔声性能下降。

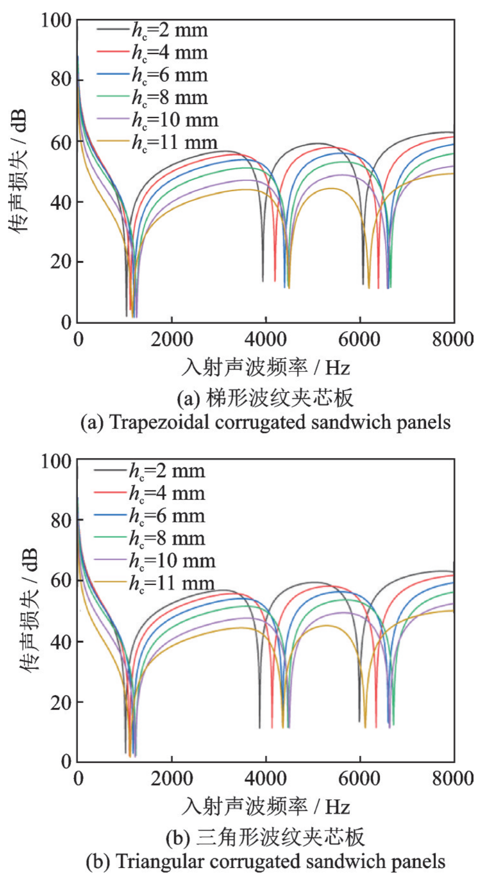


图11　芯层高度对梯形和三角形波纹夹芯板传声损失的影响

Fig. 11　Influence of core height on the STL for the trapezoidal and triangular corrugated sandwich panels

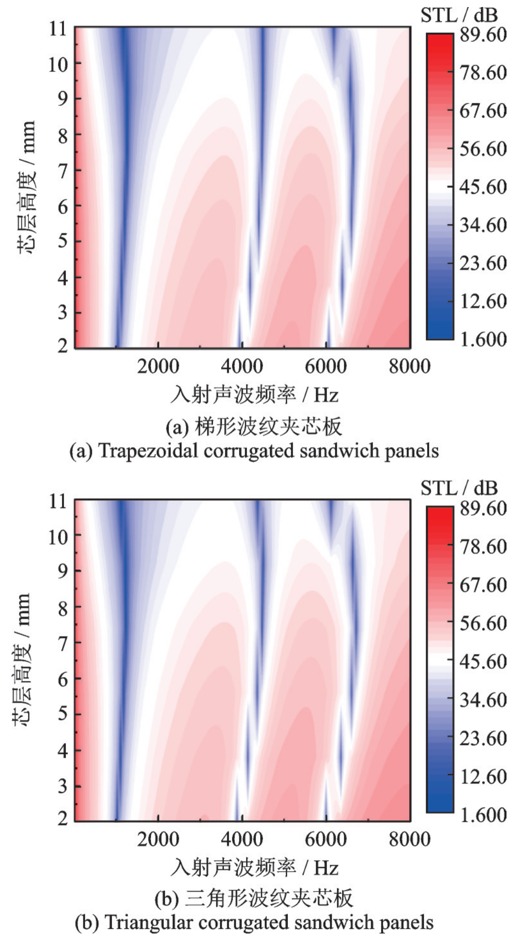


图12　梯形和三角形波纹夹芯板随芯层高度变化的传声损失等高线图

Fig. 12　Contour maps of the STL for the trapezoidal and triangular corrugated sandwich panels with the core height

4　结　论

本文基于一种HTPSDT夹芯板理论建立了波纹夹芯板的振动和隔声理论模型，研究了梯形和三角形两种波纹夹芯板的声振特性，得出的主要结论如下：

（1）基于HTPSDT建立的振动理论模型及声压激励下的声振耦合理论模型的计算结果与有限元数值模拟的结果高度吻合，验证了HTPSDT的适用性和理论模型的正确性。

（2）相同结构参数下，梯形波纹夹芯板在低频处（前3阶）的固有频率要大于三角形波纹夹芯板的固有频率，在中高频处（4～10阶）的固有频率小于三角形波纹夹芯板的固有频率。

（3）相同结构参数下，梯形和三角形波纹夹芯板的隔声性能相近。两种波纹夹芯板在低频处（声波频率小于1000 Hz）隔声性能比较好，没有隔声波谷。在一定频率范围内，声压斜入射比垂直入射可

以激发更多的振动模态，声波更容易透过夹芯板传播。

(4)波纹芯层的结构参数对其声振特性有着重要的影响。随着波纹与面板的夹角或者波纹壁厚的增大，三角形波纹夹芯板和梯形波纹夹芯板的基频都呈下降的趋势，且三角形波纹夹芯板下降的速度要大于梯形波纹夹芯板；两者传声损失曲线上的隔声波谷都向低频移动，且三角形波纹夹芯板的传声损失曲线变化幅度更大；芯层高度的增大对梯形和三角形波纹夹芯板的振动和传声特性影响都比较显著，两者的基频都是先上升后下降，隔声波谷先向低频移动而后向高频移动，且两者传声损失曲线都有一定的提升，隔声性能稍好。

因此，复合材料波纹夹芯板是一种优良、可设计的隔声减振材料，可以通过改变其结构参数来满足工程需要。

参考文献：

[1] Bahabadi H M, Farrokhabadi A, Rahimi G H. Investigation of debonding growth between composite skins and corrugated foam-composite core in sandwich panels under bending loading[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2020, 230: 106987.

[2] Yang J S, Liu Z D, Schmidt R, et al. Vibration-based damage diagnosis of composite sandwich panels with bi-directional corrugated lattice cores[J]. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2020, 131: 105781.

[3] 崔岸，刘芳芳，张晗，等. 车身泡沫填充铝合金波纹夹芯板结构性能分析与优化[J]. 汽车工程，2019，41(10)：1221-1227.
Cui A, Liu F F, Zhang H, et al. Performance analysis and optimization of foam-filled aluminum-alloy corrugated sandwich panel structure for vehicle body[J]. Automotive Engineering, 2019, 41(10): 1221-1227.

[4] Bhagat V, Arunkumar M P, Jebabalan S K. Vibrational characteristics of truss core sandwich panel under thermal environment: effect of core topology[J]. International Journal of Dynamics and Control, 2018, 7(3): 808-822.

[5] 赵锐，于开平，崔乃刚. 时变热环境下复合材料夹层板结构动力学响应分析[J]. 振动工程学报，2018，31(2)：329-335.
Zhao R, Yu K P, Cui N G. Vibration response analysis of a composite sandwich plate under a time-varying thermal environment[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(2): 329-335.

[6] Han B, Qin K K, Zhang Q C, et al. Free vibration and buckling of foam-filled composite corrugated sandwich plates under thermal loading[J]. Composite Structures, 2017, 172: 173-189.

[7] Cheon Y J, Kim H G. An equivalent plate model for corrugated-core sandwich panels[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2015, 29(3): 1217-1223.

[8] Isaksson P, Krusper A, Gradin P A. Shear correction factors for corrugated core structures[J]. Composite Structures, 2007, 80(1): 123-130.

[9] 赵秋红，邱静，郝博超，等. 两边连接竖向波纹钢板剪力墙的抗侧性能[J]. 天津大学学报，2019，52(z2)：46-53.
Zhao Q H, Qiu J, Hao B C, et al. Lateral behavior of vertically-corrugated steel plate shear walls connected with beams only[J]. Journal of Tianjin University, 2019, 52(z2): 46-53.

[10] 王红霞，王德禹，李喆. 三角形夹芯板夹心层的等效弹性常数[J]. 固体力学学报，2007，28(2)：178-182.
Wang H X, Wang D Y, Li Z. Equivalent elastic constants of truss-core sandwich plates[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2007, 28(2): 178-182

[11] 王青伟，赵才其. 三角形桁架夹芯层等效弹性常数研究和夹芯板参数优化设计[J]. 特种结构，2010，27(5)：61-66.
Wang Q W, Zhao C Q. Research of equivalent elastic constants of triangle truss-core sandwich panels and optimization design of constants of core sandwich panels[J]. Special Structures, 2010, 27(5): 61-66.

[12] Xia Y, Friswell M I, Flores E I S. Equivalent models of corrugated panels[J]. International Journal of Solids and Structures, 2012, 49(13): 1453-1462.

[13] Zhuang W Z, Yang C, Wu Z G. Modal and aeroelastic analysis of trapezoidal corrugated-core sandwich panels in supersonic flow[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2019, 157-158: 267-281.

[14] 王嘉伟，黄震宇，纪琳，等. 对称铺设碳纤维复合板振动特性等效建模[J]. 振动工程学报，2020，33(3)：533-539.
Wang J W, Huang Z Y, Ji L, et al. Dynamic modeling of symmetry-ply carbon fiber composite plates based on a new developed equivalent method[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(3): 533-539.

[15] 任树伟，辛锋先，卢天健. 考虑尺度效应的微平板声振耦合特性研究[J]. 中国科学：技术科学，2014，44(2)：201-208.
Ren S W, Xin F X, Lu T J, et al. Vibroacoustic characteristics of micro-plates considering scale effect[J]. SCIENTIA SINICA Technologica, 2014, 44 (2) :

201-208.

[16] 张若军,肖勇,温激鸿,等.四边固支局域共振型板的低频隔声特性研究[J].振动工程学报,2016,29(5):905-912.

Zhang R J, Xiao Y, Wen J H, et al. Analysis of sound transmission through clamped locally resonant plate in low frequency [J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(5): 905-912.

[17] 唐宇帆,任树伟,辛锋先,等.MEMS系统中微平板结构声振耦合性能研究[J].力学学报,2016,48(4):907-916.

Tang Y F, Ren S W, Xin F X, et al. Scale effect analysis for the vibro-acoustic performance of a micro-plate [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2016, 48(4): 907-916.

[18] Qu Y G, Meng G. Vibro-acoustic analysis of multilayered shells of revolution based on a general higher-order shear deformable zig-zag theory [J]. Composite Structures, 2015, 134: 689-707.

[19] 任树伟,辛锋先,卢天健.蜂窝层芯夹层板结构振动与传声特性研究[J].力学学报,2013,45(3):349-358.

Ren S W, Xin F X, Lu T J. Vibroacoustic performance of simply supported honeycomb sandwich panels [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2013, 45(3): 349-358.

[20] 毛华兵.点阵夹芯结构的振动和声辐射研究[D].武汉:华中科技大学,2015.

Mao H B. Research of the vibration and acoustic radiation of lattice sandwich structure [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2015.

[21] Li X Y, Yu K P. Vibration and acoustic responses of composite and sandwich panels under thermal environment [J]. Composite Structures, 2015, 131: 1040-1049.

[22] Aydogdu M. Comparison of various shear deformation theories for bending, buckling, and vibration of rectangular symmetric cross-ply plate with simply supported edges [J]. Journal of Composite Materials, 2006, 40 (23): 2143-2155.

[23] Mahi A, Bedia E A A, Tounsi A. A new hyperbolic shear deformation theory for bending and free vibration analysis of isotropic, functionally graded, sandwich and laminated composite plates [J]. Applied Mathematical Modelling, 2015, 39(9): 2489-2508.

[24] Reddy J N. Mechanics of laminated composite plates and shells[M]. Boca Raton, Florida: CRC Press, 2004.

Vibro-acoustic characteristics of trapezoidal and triangular corrugated sandwich panels

LI Feng-lian, YUAN Wen-hao, LÜ Mei

(College of Mechanical Engineering, Beijing Information Science and Technology University, Beijing 100192, China)

Abstract: The vibro-acoustic characteristics of two types of corrugated sandwich panels are studied, which are trapezoidal corrugated sandwich panel and triangular corrugated sandwich panel. According to the shear effect of the sandwich plate, the dynamic equation of the sandwich plate with four sides simply supported and the vibro-acoustic coupling control equation under the excitation of the simple harmonic pressure are established by using the hyperbolic tangent parabola deformation theory (HTPSDT). The natural frequency of the free vibration of the corrugated sandwich panel and the sound insulation under the sound pressure are obtained by using the Navier method and the fluid-solid coupling interface condition. Based on the established theoretical models, the natural frequency and the sound insulation of trapezoid and triangular corrugated sandwich panels are calculated. By comparing with the finite element simulation results, the correctness of the theoretical model is verified. The vibration characteristics and sound insulation performance of the two types of corrugated sandwich panels are also compared. Finally, the effects of the structural parameters of the corrugated core on the vibration and sound insulation characteristics of trapezoid and triangular corrugated sandwich panels are discussed. The results show that the angle between the corrugation and the panel, the thickness of the corrugated wall and the height of the corrugated core have an important influence on the vibro-acoustic characteristics of trapezoid and triangular corrugated sandwich panels. The influence on the triangular corrugated sandwich panels is more obvious.

Key words: corrugated sandwich panel; sound transmission loss; natural frequency; hyperbolic tangent parabola deformation theory

作者简介: 李凤莲(1979—),女,副教授。电话:(010)82426933;E-mail:lifenglian@126.com。

附 录

梯形波纹夹芯板的等效参数公式根据文献[13]给出,具体的表达式如下:

$$E_1^{(2)}=E_s\frac{t_c L}{l_2 h_t},$$

$$E_2^{(2)}=\frac{cE_s}{2l_1+\dfrac{h_c(C_{11}-C_{13}^2/C_{33})(1-v_s{}^2)}{t_c}}$$

$$G_{12}^{(2)}=G_s\frac{t_c c}{Lh_t},\quad G_{13}^{(2)}=G_s\frac{t_c}{c}\sin\theta,$$

$$G_{23}^{(2)}=\frac{E_s}{1-v_s^2}\frac{h_c t_c}{c}\frac{|\boldsymbol{Cr}|}{|\boldsymbol{C}|},$$

$$v_{21}^{(2)}=\frac{cl_2h_tv_s}{\left[2l_1+\dfrac{h_c(C_{11}-C_{13}^2/C_{33})(1-v_s^2)}{t_c}\right]t_cL},$$

$$v_{12}^{(2)}=v_s,\quad \rho^{(2)}=\rho_s\frac{Lt_c}{ch_c}$$

其中,

$$L=c-\frac{h_t}{\tan\theta}+\frac{h_t}{\sin\theta},$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13}\\ & C_{22} & C_{23}\\ \text{sym.} & & C_{33}\end{bmatrix},\boldsymbol{Cr}=\begin{bmatrix}C_{22} & C_{23}\\ C_{23} & C_{33}\end{bmatrix},$$

$$C_{11}=\frac{4}{t_c^2}\frac{l_2^3\tan^2\theta}{\cos\theta}+l_2\cos\theta+\frac{12(1+v_s)}{5}\frac{l_2\sin^2\theta}{\cos\theta},$$

$$C_{12}=\frac{4}{t_c^2}\frac{l_2^3\tan\theta}{\cos\theta}-l_2\sin\theta+\frac{12(1+v_s)}{5}l_2\sin\theta,$$

$$C_{13}=-\frac{6}{t_c^2}\frac{l_2^2\tan\theta}{\cos\theta},$$

$$C_{22}=\frac{4}{t_c^2}\frac{l_2^3}{\cos\theta}+\frac{l_2\sin^2\theta}{\cos\theta}+\frac{12(1+v_s)}{5}l_2\cos\theta,$$

$$C_{23}=-\frac{6}{t_c^2}\frac{l_2^2}{\cos\theta},\quad C_{33}=\frac{12}{t_c^2}\frac{l_2}{\cos\theta}。$$

式中 当$l_1=0$,$h_c=h_t$时,梯形波纹等效参数公式转化为三角形波纹等效参数公式。