

面向桥梁结构健康监测的压缩感知动力响应信号重构

张笑华, 肖兴勇, 方圣恩

(福州大学土木工程学院, 福建 福州 350108)

摘要: 为了解决桥梁结构健康监测中采集海量数据带来数据传输和存储成本大的问题, 引入压缩感知理论, 优化常规观测矩阵, 以增加观测矩阵和稀疏基的不相关性, 用少量的动力响应信号采样数据恢复较为准确的原始信号。用吉安大桥的现场环境振动试验数据验证了基于压缩感知的桥梁动力响应重构方法的可行性和有效性。研究结果包括: 压缩感知重构信号在时域里与原始信号吻合良好, 当压缩比在 20% 以上时, 重构信号相对误差在 10% 以下, 优化观测矩阵重构的信号精度高于初始观测矩阵重构的信号, 尤其是在低压缩比情况下, 有利于减少数据的采集量; 观测矩阵优化后重构信号的频谱与原始信号的频谱更加吻合, 频谱出现的几个峰值均能准确对应, 相比之下, 初始观测矩阵重构信号的频谱出现较多峰值的误判, 且有些峰值未能识别; 观测矩阵优化方法可以适用于随机高斯矩阵、伯努利矩阵和稀疏随机矩阵, 具有较广泛的适用范围。研究结果表明基于压缩感知的桥梁结构动力响应信号重构方法是实现用少量采样数据恢复较为准确的原始信号的有效方法。

关键词: 结构健康监测; 环境振动; 动力响应信号重构; 压缩感知; 观测矩阵优化

中图分类号: TU311.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)03-0699-08

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.03.020

引言

桥梁结构是运输业的重要交通通道, 随着其服役期的增长, 在各种荷载及自然灾害作用下, 不可避免地出现结构损伤与性能退化, 严重时甚至产生结构破坏导致灾难性事故发生。因此, 在这些结构上建立桥梁健康监测系统, 进行服役期间的安全监测, 为桥梁管理者实时掌握桥梁的健康状况, 具有重要的意义。

桥梁结构健康监测是结构工作期间, 在环境激励下, 通过传感器系统对结构的响应进行实时采集, 再利用数据传输系统输送动力响应信号至中央处理器进行存储和数据处理分析, 提取对结构损伤比较敏感的特征信息, 进而运用各种损伤诊断技术, 评估桥梁结构目前的健康状况, 分析其剩余寿命^[1]。由此可见, 结构动力响应是结构健康监测的基础和依据。传统的结构动力响应信号采集需要遵循 Nyquist 采样定理, 即采样频率需大于原始信号最大频次的两倍以上, 以避免信号恢复过程中的损耗。由于监测系统的长时性, 按 Nyquist 采样定理采集的数据往往是海量的, 从而增加了数据传输和存储的成

本, 而且海量的数据给结构参数的识别带来很大的困难。近些年, Donoho 和 Candès 提出了压缩感知 (Compressed Sensing) 理论^[2-3], 数据的采样可不遵循 Nyquist 采样定理, 为信号采集和分析带来了全新的思路。其核心思想是只要信号具备可压缩性和稀疏性或者在某个变换域有稀疏性, 则可以用一个与变换基不相关的观测矩阵将该信号投影到一个低维空间上, 然后通过求解非凸优化问题用这些少量的投影数据重构出原始信号^[4]。压缩感知理论与传统的 Nyquist 采样定理相比, 优势在于它可以实现用少量的采样数据恢复较为准确的原始信号。国内外针对压缩感知理论开展了大量的研究, 应用领域涉及图像重构^[5]、图像优化^[6]、光学成像^[7]、数据通信^[8]、无线传感网络^[9]、结构损伤识别^[10]等。

土木工程结构的动力响应时程在频域、小波域和在其他变换域上具有近似稀疏的特性, 符合压缩感知理论对信号的特性要求。压缩感知理论为解决结构健康监测海量数据问题提供了新的途径。Mascarenas 等^[11]通过传感器获得的测量值对数据进行重构, 发现实际工程的动力响应在稀疏变换基内的稀疏性较差, 当测量值较大时才能实现高精度重构。Ji 等^[12]则是通过对 LF-21 航空防锈铝板进行结

构损伤识别试验,表明在无线传感器网络中,出现数据丢失也能用压缩感知的方法来重构响应信号,且能实现损伤的准确识别。Bao等^[13]提出了基于机器学习的压缩感知数据重构方法,将求解过程化为一个标准的有监督学习任务,并通过数值算例和一座悬索桥的实测无线数据验证该方法的有效性。O'Connor等^[9]将压缩感知用在无线传感器中进行长期监测,表明使用压缩感知能实现功耗和数据传输的减少;Jiang等^[14]将超声层析成像技术与压缩感知理论相融合,通过对钢管板的结构损伤监测表明该技术比传统的超声层析成像技术更为高效。康杰等^[15]提出了基于Polar插值改进的结构振动信号压缩采样正交匹配追踪恢复算法,解决了离散傅里叶原子的频率与信号实际频率不匹配的问题,提高了信号重构的精度。吴贤国等^[16]提出了基于传感器网络的压缩感知重构算法,解决了运营隧道健康监测系统中多节点传感器网络下高频采样带来的大数据存储和传输问题,当压缩比为60%以上时,重构信号误差在20%以下。这些研究成果表明压缩感知理论可以运用在动力响应信号重构和结构损伤识别上,但这些研究主要集中在重构算法上。而压缩感知信号重构的精度不仅与重构算法有关,还依赖于稀疏基和观测矩阵的选择。

本文引入压缩感知理论,降低桥梁结构健康监测数据的采集量,针对桥梁环境振动测量信号具有稀疏性差和噪声干扰大的特点,优化观测矩阵,增加观测矩阵和稀疏基的不相关性,改善动力响应信号压缩感知重构的精度,解决桥梁结构健康实时监测海量数据造成存储和传输成本高的问题。

1 压缩感知基本理论

压缩感知理论的核心思想是只要信号具备可压缩性和稀疏性或者在某个变换域有稀疏性,则可以用一个与变换基不相关的观测矩阵将该信号投影到一个低维空间上,然后通过求解非凸优化问题用这些少量的投影数据重构出原始信号。具体的基本理论阐述如下。

一维离散时域信号 $x \in \mathbb{R}^n$, 根据信号稀疏分解理论,在 $n \times n$ 的标准正交基 $\Psi = [\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n]$ 下可以表达为:

$$x = \sum_{i=1}^n \psi_i \alpha_i \quad \text{或} \quad x = \Psi \alpha \quad (1)$$

式中 α 为信号 x 在 Ψ 基下的 K 稀疏表示, x 中非零元素的个数最多为 K , 且 $K \leq n$ 。稀疏基是应用压缩感知理论的前提。常用的稀疏基有傅里叶变换

基、余弦变换基和小波变换基等。傅里叶变化基构造简单,稀疏化信号过程复杂度低,因此后续的实例分析中选择傅里叶变化基。

使用观测矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ($m \ll n$) 对原始信号 x 进行观测,即将 x 投影到 Φ 上,得到观测信号 $y \in \mathbb{R}^m$ 为:

$$y = \Phi x \quad (2)$$

将式(1)代入式(2):

$$y = \Phi \Psi \alpha = D \alpha \quad (3)$$

式中 $D \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 为感知矩阵。式(2)中若知道 y 和 D 就可以求解 α , 再通过式(1)的稀疏反算即可重构原始信号 x 。由于 $m \ll n$, 式(2)是欠定方程组,没有确定解,重构原始信号 x 是一个病态的逆向问题。在压缩感知理论里,信号 x 是可压缩的和稀疏的或者在某个变换域具有稀疏性或近似稀疏性,且观测矩阵 Φ 满足约束等距性条件(Restricted Isometry Property, RIP), 则式(2)的求解可以转化为L1范数的优化问题^[17]:

$$\min \|\hat{\alpha}\|_1 \quad \text{s.t.} \quad y = D \hat{\alpha} \quad (4)$$

式中 $\hat{\alpha}$ 为估计的 K 稀疏表示。

求解式(4)的算法有基于L1的正则化算法^[18]和贪婪迭代算法^[19]。基于L1的正则化算法的信号重构精度较好,但需要大量的观测数据,计算耗时长。基于贪婪迭代思想的算法重构复杂度低,对于中小维度的重构问题运算速度快。基于贪婪迭代思想的常用算法有匹配追踪算法^[20]、正交匹配追踪算法^[21]、分段正交匹配追踪算法^[19]等。正交匹配追踪算法具有收敛速度快、算法简单的特点,因此,文中的重构优化算法选用正交匹配追踪算法。

2 观测矩阵的优化

实现压缩感知的关键要素之一是观测矩阵 Φ 需满足RIP条件。已有文献证明RIP的等价条件是观测矩阵与稀疏基不相关^[22], 定义相关系数:

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{n} \cdot \max \left| \langle \varphi_i, \psi_k \rangle \right| \quad (5)$$

式中 $\mu \in [1, \sqrt{n}]$ 为相关系数, φ_i 为观测矩阵行向量, ψ_k 为稀疏变换矩阵的列向量, $1 \leq i, k \leq n$ 。 μ 越小,观测矩阵与稀疏基越不相关,说明观测信号包含的特征信息越多,则经过算法重构得到的信号精度越高。

目前,已有学者通过优化观测矩阵,尽量提高 Φ 和 Ψ 的不相关性,以改善压缩感知信号重构的精度^[23-24]。Cao等^[25]利用代数和组合方法提出了三种确定性结构的观测矩阵,具有低相关性的优点,性能

优于高斯随机矩阵。彭玉楼等^[26]对随机观测矩阵进行奇异值分解,通过均值算法修改矩阵的特征值,达到提高重构精度的目的。Xu等^[27]以互相干性最小为目标,基于等角紧框架设计,采用交替极小化方法,优化投影矩阵。王海艳等^[28]提出了K-L变换观测矩阵优化算法,减小观测矩阵与稀疏基之间的相关性,提高信号重构的精度。汪博峰等^[29]利用循环位移构造一个类似托普利兹结构矩阵,以优化观测矩阵在低频段的采样,达到降低 Φ 和 Ψ 的相关性的目的。这种优化观测矩阵的方法具有简单易用的优点。但桥梁结构环境激励下的动力响应信号不可避免地受到噪声干扰,在变换域里无法完全稀疏,且结构信号在非低频段仍具有一定能量,若直接用该类类似托普利兹结构矩阵优化观测矩阵,重构误差较大。因此文中利用移动窗技术,改进了文献[29]提出的优化观测矩阵方法。改进的观测矩阵优化方法适用于土木工程结构非完全稀疏性的动力响应信号压缩感知重构。

首先构造一个与观测矩阵 Φ 维数相同的矩阵 $U \in \mathbf{R}^{m \times n}$, U 矩阵所有元素均为1。再构造一个 $i \times j$ 的构造矩阵 K ,其结构如下:

$$K = \begin{bmatrix} a & a & \cdots & a & a \\ b & a & \cdots & a & a \\ \vdots & b & \ddots & \cdots & \vdots \\ b & \vdots & \cdots & a & a \\ b & b & \cdots & b & a \end{bmatrix}_{i \times j} \quad (6)$$

矩阵中 a 和 b 是一对互质的参数,能够保证构造矩阵 K 中的任意两列不相关;另外要求 $j \leq i \leq m$ 以降低列向量之间的相关性。可令 $i=j=m$,然后用矩阵 K 替换矩阵 U 中的前 m 列元素得到矩阵 U_1 ,再将 U_1 与观测矩阵 Φ 点乘得到新的观测矩阵 Φ_1 。跟原始观测矩阵 Φ 相比, Φ_1 矩阵第1至 m 列的系数增大,优化了该部分的采样,同时增加列向量之间的不相关性。这种观测矩阵优化方法适用于要采样的特征值主要集中在前半部分的信号,即能量集中在低频部分,例如一些图像信号。而桥梁结构动力响应信号在非低频段仍具有一定能量,直接用该方法优化观测矩阵再用于原始信号重构,会导致误差很大。

因此,文中利用移动窗技术改进该观测矩阵优化方法。将窗长设置为 m ,将 K 矩阵按照窗长移动依次替换 U 矩阵中对应的列,再优化观测矩阵并用于后续的信号重构,每次迭代结束后留下窗对应的重构信号。当然,计算过程中由于使用了移动窗技术,导致计算时间有所增加。

3 基于压缩感知的动力响应信号重构算法步骤

基于压缩感知的动力响应信号重构算法步骤总结如下:

步骤1:确定稀疏基 Ψ 、初始观测矩阵 Φ ,以及观测信号 y ,令 $x_{rec} = []$;

步骤2:构造一个矩阵 $U^{m \times n}$,所有元素皆为1;

步骤3:确定一对互质的参数 a 和 b ,然后构造矩阵 K ;

步骤4:矩阵 K 按照窗长移动第 i 次($i=0, 1, 2, \dots, \text{round}(n/m) + 1$),替换 U 矩阵中第 $1+i \times m$ 到 $m \times (i+1)$ 列得到新矩阵 U_1 ,将 U_1 与观测矩阵 Φ 点乘得到新的观测矩阵 Φ_1 ;

步骤5:将优化后的观测矩阵代入公式(4),用正交匹配追踪算法计算公式(4),得到 \hat{a} ;

步骤6:按下式重构原始信号,留用第 $1+i \times m$ 到 $m \times (i+1)$ 时刻信号替换 x_{rec} 中的第 $1+i \times m$ 到 $m \times (i+1)$ 列

$$x'_{rec} = \Psi \hat{a} \quad (7)$$

步骤7:重复步骤4,直到迭代次数为 $\text{round}(n/m) + 1$ 次,得到原始信号 x_{rec} 。

4 实例分析

4.1 吉安大桥简介及试验概况

采用吉安大桥的现场环境振动试验数据验证基于压缩感知的桥梁动力响应重构的可行性和有效性。该环境振动测试采集了加速度响应,但文中提出的压缩感知动力响应重构方法适用于其他类型的动力响应压缩感知重构,只要该动力响应时程信号具有或者在其他变换域上具有稀疏或者近似稀疏的特性。

吉安大桥位于江西省吉安市,是钢管混凝土中承式拱桥,如图1所示。桥全长536 m,跨径为36



图1 吉安大桥

Fig. 1 Ji'an Bridge

m+138 m+188 m+138 m+36 m,桥面总宽 28 m。桥面的竖向振动测试试验测点一共有 176 个,传感器的布置如图 2 所示,桥面两侧各 88 个传感器,分别位于桥吊杆和立柱处的上下游桥面上。传感器采用中国地震局工程力学研究所生产的 941-B 型伺服加速度传感器。传感器测得的环境振动加速度信号通

过放大器放大并滤波,再由 32 通道东方科卡数据采集仪采集,同时将采集到的数据记录在电脑硬盘上,采样频率为 200 Hz。该桥的一阶竖向频率为 0.623 Hz,一阶扭转频率为 1.039 Hz,二阶竖向频率为 1.057 Hz^[30]。



图 2 竖向加速度传感器测点布置平面图(单位:m)

Fig. 2 Vertical accelerometers placement (Unit: m)

4.2 信号重构及数据分析

以中跨上侧测点 U81 采集的信号为例,用文中提出的方法进行响应压缩重构。信号压缩比定义为:

$$\frac{M}{N} \times 100\% \quad (8)$$

式中 M 为压缩信号的长度,用数据个数来表示, N 代表原始信号的长度。

重构算法采用正交匹配追踪法,稀疏基为傅里叶正交变换基。初始观测矩阵选取随机高斯矩阵。定义重构信号与原始信号的相对误差 ξ 来衡量重构信号精度:

$$\xi = \frac{\|x - x_{rec}\|_2}{\|x\|_2} \quad (9)$$

ξ 越小,表明重构的精度越高。

首先 a/b 分别选取 3/2, 19/17, 51/47 和 101/97 四组数值,研究互质参数 a/b 取值不同时对压缩感知响应重构精度的影响。同时也分别用 10%, 20%, 30%, 40%, 50% 和 60% 六种压缩比进行信号压缩得到观测信号。对于每组 a/b 数值,分别用这 6 种压缩比的观测信号进行原始信号重构。信号重构相对误差如图 3 所示。相同压缩比时,重构相对误差随着 a/b 取值的增大而减小,尤其是在低压缩比的情况下,这种情况更加明显,但当 a/b 值大到一定程度时,继续增加 a/b 值,重构误差减少有限,反而增加计算负担。随着压缩比的不断增加,四个情况的 a/b 取值对重构误差的影响趋于一致,表明在压缩比较大时, a/b 取值对重构误差的影响不大。原因是低压缩比下,信号特征值丢失较多,较大的 a/b 能够增加观测矩阵与稀疏基的不相关性,较为明显

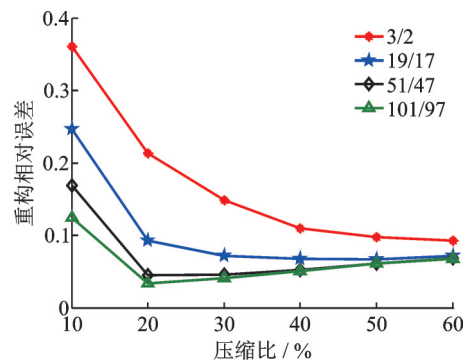
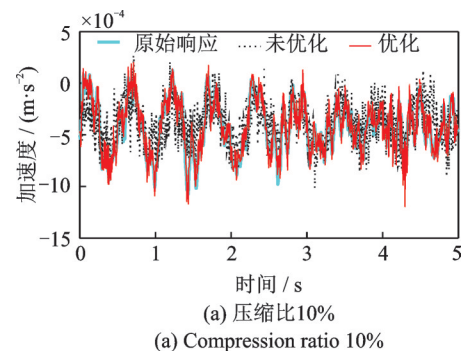


图 3 互质参数 a 和 b 取值不同时信号重构误差对比

Fig. 3 Comparison of reconstruction error in different a/b

地改善原始信号重构的精度,而高压缩比下,这种改善不明显。此外,从图中还可以看出,压缩比从 10% 增大至 20%,重构误差会出现显著降低,这是因为压缩比为 10% 时,压缩后的数据量过少。文献 [26] 指出压缩信号的长度 M , 稀疏度 k , 和原始信号长度 N 三者之间的关系需满足 $M \geq k \times \lg(N/k)$, 才能较高精度地重构原始信号。稀疏度取值 56, 当压缩比为 10% 时,观测信号的数据长度小于 $k \times \lg(N/k)$, 而压缩比为 20% 时,压缩后的数据量已经能满足该条件。

以 a/b 取值 51/47 为例,图 4 展示了不同压缩比



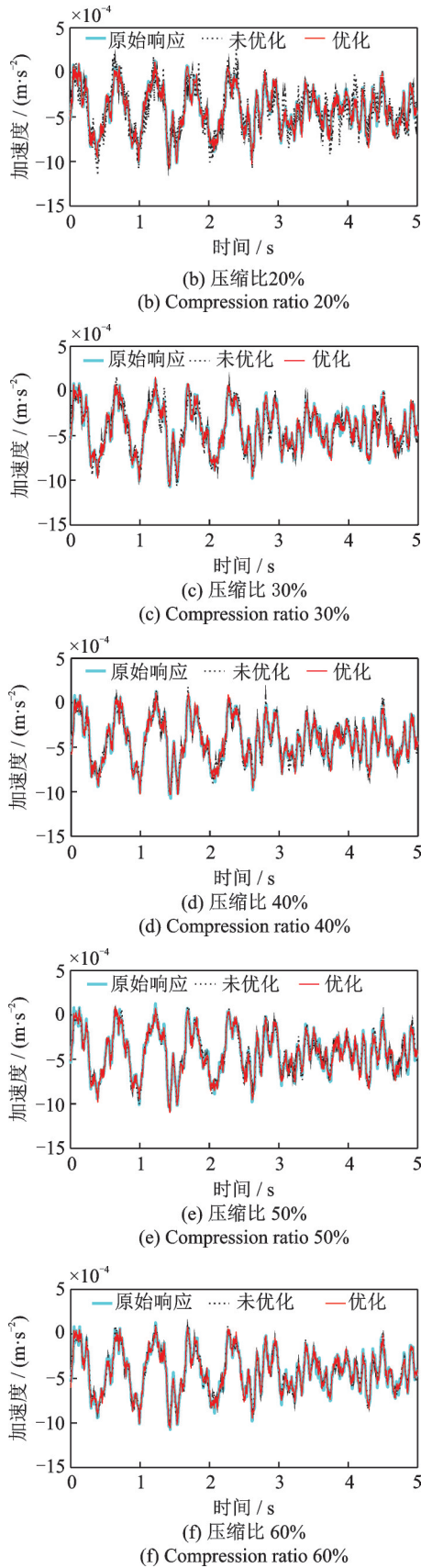


图 4 响应信号时程对比(随机高斯矩阵)

Fig.4 Comparison of responses time history (random Gaussian matrix)

下原始信号、未优化观测矩阵重构信号和优化观测矩阵重构信号的时程对比。表 1 则对比了观测矩阵

优化前后的信号重构相对误差。从图 4 和表 1 可见,当压缩比在 20% 以上时,重构信号与原始信号均吻合良好;且在不同信号压缩比下,优化观测矩阵重构的信号精度高于初始观测矩阵重构的信号,这种优势在低压缩比情况下更加明显。

表 1 观测矩阵优化前后的重构误差

Tab.1 Reconstruction errors before and after measurement matrix optimization

压缩比/%	优化前	优化后
10	0.4501	0.1690
20	0.2762	0.0451
30	0.1707	0.0460
40	0.1245	0.0526
50	0.1107	0.0613
60	0.1037	0.0684

为了测试算法稳定性,信号重构计算了 100 次,得到随机高斯矩阵优化前后的信号重构误差标准差,如表 2 所示。利用优化观测矩阵进行压缩感知信号重构的计算结果更加稳定。

表 2 重构误差标准差对比

Tab.2 Comparison of standard deviation of reconstruction errors

压缩比/%	优化前	优化后
10	0.0383	0.0169
20	0.0290	0.0029
30	0.0159	0.0024
40	0.0085	0.0026
50	0.0049	0.0026
60	0.0036	0.0027

以 a/b 取值 51/47,以及压缩比 20% 和 40% 为例,图 5 展示了观测矩阵优化前后的重构信号以及原始信号的傅里叶谱。从图中可见,观测矩阵经过优化后,压缩比不论是 20% 还是 40%,均能很好地识别到结构的一阶竖向频率 0.623 Hz、一阶扭转频率 1.039 Hz 和二阶竖向频率 1.057 Hz,跟原始信号的频谱吻合良好,频谱出现的其他几个峰值均能准确对应。相比之下,观测矩阵未经优化,重构信号的频谱出现较多峰值的误判;当压缩比为 20% 时,未能识别到一阶竖向频率、一阶扭转频率和二阶竖向频率;当压缩比为 40% 时,识别精度虽有改善,能捕捉到一阶扭转频率和二阶竖向频率,但一阶竖向频率的识别存在误差。

a/b 取值 51/47,观测矩阵分别改用伯努利矩阵和稀疏随机矩阵,验证优化观测矩阵方法的适用性。图 6 为使用这两种观测矩阵,优化后和未优化进行

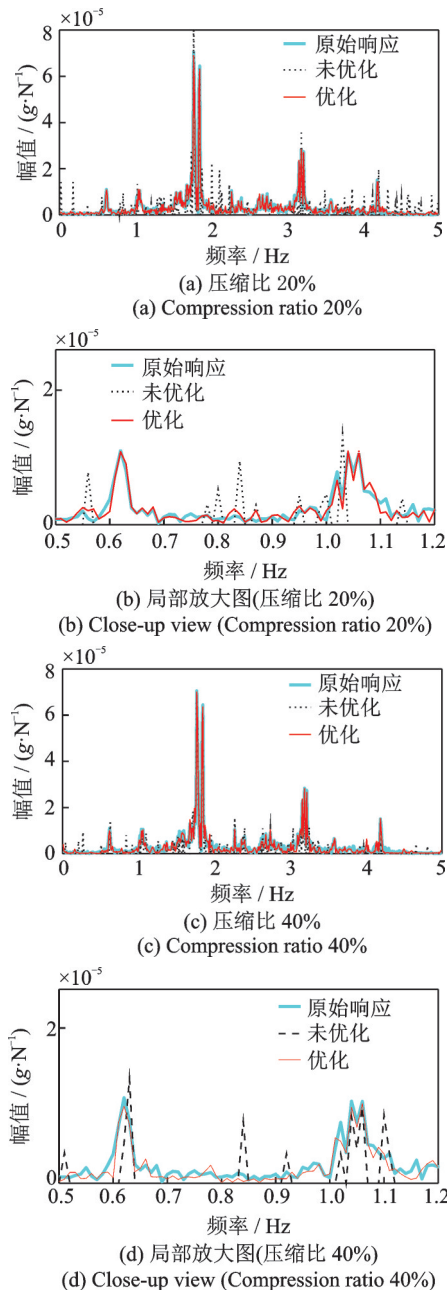


图5 傅里叶谱(随机高斯矩阵)

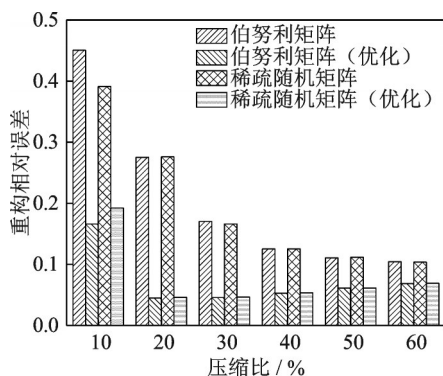


图6 不同观测矩阵优化前后的重构误差

Fig. 6 Reconstruction errors of different measurement matrix

压缩感知信号重构的相对误差对比。从图中可见,不论观测矩阵是伯努利矩阵还是稀疏随机矩阵,观

测矩阵经过优化后,信号重构的精度均高于未优化的重构结果,且压缩比大于20%后,重构相对误差在0.1以下,结论与前面观测矩阵采用随机高斯矩阵一致。

5 结论

本文引入压缩感知理论,降低桥梁结构健康监测数据的采集量,针对桥梁环境振动测量信号具有稀疏性差和噪声干扰大的特点,优化观测矩阵,增加观测矩阵和稀疏基的不相关性,改善动力响应信号压缩感知重构的精度,解决桥梁结构健康监测采集海量数据带来数据传输和存储成本大的问题,用少量的采样数据恢复较为准确的原始信号。论文的主要工作和结论总结如下:

(1)构造了一个列向量不相关的优化矩阵,采用移动窗技术优化观测矩阵,并用于后续的压缩感知信号重构;

(2)采用吉安大桥的现场环境振动试验数据验证基于压缩感知的桥梁动力响应信号重构的可行性和有效性。研究表明压缩感知重构信号不论在时域还是频域均能与原始信号吻合良好;

(3)利用优化观测矩阵重构的信号精度高于初始观测矩阵重构的信号,尤其是在低压压缩比情况下;

(4)观测矩阵优化方法可以适用于随机高斯矩阵,伯努利矩阵和稀疏随机矩阵,具有较大的适用范围。

参考文献:

- [1] 李惠,周文松,欧进萍,等.大型桥梁结构智能健康监测系统集成技术研究[J].土木工程学报,2006,39(2):46-53.
LI Hui, ZHOU Wen-song, OU Jin-ping, et al. A study on system integration technique of intelligent monitoring systems for soundness of long-span bridges [J]. China Civil Engineering Journal, 2006, 39(2): 46-53.
- [2] Donoho D L. Compressed sampling[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [3] Cande's E J. Compressive sampling [C]. In Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Madrid, Spain. 2006, 3: 1433-1452.
- [4] Donoho D L, Elad M. Optimally sparse representation in general (nonorthogonal) dictionaries via l^1 minimization [J]. Proceedings of the National Academy of Sciences-PNAS, 2003, 100(5): 2197-2202.
- [5] 方红,王年,章权兵,等.基于稀疏贝叶斯学习的图像重建方法[J].中国图像图形学报,2009,14(6):1064-1069.

- FANG Hong, WANG Nian, ZHANG Quan-bing, et al. Approach of image reconstruction based on sparse Bayesian learning [J]. *Journal of Image Graphics*, 2009, 14(6):1064-1069.
- [6] 王钢,周若飞,邹映琨.基于压缩感知理论的图像优化技术[J].*电子与信息学报*,2020,42(1):222-233.
- WANG Gang, ZHOU Ruo-fei, ZOU Yi-kun. Research on image optimization technology based on compressed sensing [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2020, 42(1):222-233.
- [7] 柯钧,张临夏,周群.压缩感知在光学成像领域的应用[J].*光学学报*,2020,1:98-123.
- KE Jun, ZHANG Lin-xia, ZHOU Qun. Applications of compressive sensing in optical imaging [J]. *Acta Optica Sinica*, 2020, 1:98-123.
- [8] 赵小虎,王刚,宋泊明,等.基于压缩感知的设备多源信息传输与分类算法[J].*通信学报*,2020,41(2):13-24.
- ZHAO Xiao-hu, WANG Gang, SONG Bo-ming, et al. Multi-source information transmission and classification algorithm for equipment based on compressed sensing [J]. *Journal on Communications*, 2020, 41(2):13-24.
- [9] O'Connor S M, Lynch J P, Gilbert A C. Compressed sensing embedded in an operational wireless sensor network to achieve energy efficiency in long-term monitoring applications [J]. *Smart Materials and Structures*, 2014, 23(8): 85014.
- [10] Zhang C D, Xu Y L. Comparative studies on damage identification with Tikhonov regularization and sparse regularization [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2016, 23(3): 560-579.
- [11] Mascarenas D, Cattaneo A, Theiler J, et al. Compressed sensing techniques for detecting damage in structures [J]. *Structural Health Monitoring-An International Journal*, 2013,12(4): 325-338.
- [12] Ji S, Sun Y J, Shen J. A method of data recovery based on compressive sensing in wireless structural health monitoring [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, 2014:1-9.
- [13] Bao Y Q, Tang Z Y, Li H. Compressive-sensing data reconstruction for structural health monitoring: a machine-learning approach [J]. *Structural Health Monitoring*, 2020,19(1): 293-304.
- [14] Jiang B, Jia P, Zhao W, et al. The application of compressive sampling in rapid ultrasonic computerized tomography (UCT) technique of steel tube slab (STS) [J]. *PloS One*, 2018,13(1): e190281.
- [15] 康杰,段忠东.基于Polar插值改进的结构振动信号压缩采样正交匹配追踪恢复算法[J].*振动工程学报*,2020,33(3):450-458.
- KANG Jie, DUAN Zhong-dong. An improved OMP algorithm with Polar interpolation for structural vibration signals recovery by compressed measurements[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2020, 33(3):450-458.
- [16] 吴贤国,邓婷婷,陈彬,等.面向运营隧道结构健康监测系统大数据压缩感知研究[J].*隧道建设(中英文)*,2021,41(4):674-683.
- WU Xian-guo, DENG Ting-ting, CHEN Bin, et al. Research on compressed sensing of big data for structural health monitoring system of operating tunnel [J]. *Tunnel Construction*, 2021, 41(4): 674-683.
- [17] Candes E J, Tao T. Decoding by linear programming [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51: 4203-4215.
- [18] Hale E T, Yin W, Zhang Y. Fix-point continuation for l_1 -minimization: methodology and convergence[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2008, 19(3): 1107-1130.
- [19] Donoho D L, Tsai Y, Drori I, et al. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stage wise orthogonal matching pursuit [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2012, 58(2):1094-1121.
- [20] Mallat S G, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [21] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [22] Baraniuk R G. Compressive sensing [lecture notes][J]. *IEEE Transactions on Signal Processing Magazine*, 2007, 24(4):118-121.
- [23] Yu L, Barbot J P, Zheng G, et al. Compressive sensing with chaotic sequence [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2010,17(8): 731-734.
- [24] Do T T, Tran T D, Lu Gan. Fast compressive sampling with structurally random matrices[C]. 2008 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Washington D.C., USA, 2008: 3369-3372.
- [25] Cao X W, Luo G J, Xu G K. Three deterministic constructions of compressed sensing matrices with low coherence[J]. *Cryptography and Communications*, 2020, 12:547-558.
- [26] 彭玉楼,何怡刚,林斌.基于奇异值分解的压缩感知噪声信号重构算法[J].*仪器仪表学报*,2012,33(12):2655-2660.
- PENG Yu-lou, HE Yi-gang, LIN Bin. Noise signal recovery algorithm based on singular value decomposition in compressed sensing [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012,33(12): 2655-2660.
- [27] Xu J P, Pi Y M, Cao Z J. Optimized projection matrix for compressive sensing[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2010, 2010(11): 560349.

- [28] 王海艳, 佟岐, 连志鹏, 等. K-L 变换观测矩阵优化算法 [J]. 计算机工程与应用, 2018, 54(19): 186-190.
Wang H Y, Tong Q, Lian Z P, et al. K-L transform optimization algorithm for measurement matrix [J]. Computer Engineering and Applications, 2018, 54(19): 186-190.
- [29] 汪博峰, 曹汉强. 一种基于离散小波基的压缩传感测量矩阵优化方法 [J]. 小型微型计算机系统, 2013, 34(9): 2193-2196.
WANG Bo-feng, CAO Han-qiang. Optimization method for compress sensing projection matrix based on discrete wavelets datums [J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2013, 34(9): 2193-2196.
- [30] 张笑华. 结构环境振动模态参数识别随机子空间方法与应用 [D]. 福州: 福州大学, 2006.
ZHANG Xiao-hua. Stochastic subspace identification and application of structures under ambient vibration [D]. Fuzhou: Fuzhou University, 2006.

Dynamic response reconstruction for bridge structural health monitoring based on compressed sensing

ZHANG Xiao-hua, XIAO Xing-yong, FANG Sheng-en

(College of Civil Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China)

Abstract: High data transmission and storage cost caused by massive data collected is a critical problem in bridge structural health monitoring. Thus the compressed sensing theory is introduced in this paper to reduce the sampling. The conventional measurement matrix is optimized to reduce the coherence between the measurement matrix and sparse basis, which is benefit for accurately reconstructing the original dynamic responses with a limited sampling data. The field test data under ambient vibration of Ji'an Bridge is utilized to verify the feasibility and effectiveness of the proposed structural dynamic response reconstruction method for bridges based on compressed sensing. The studied results include: the reconstructed response based on compressed sensing agrees well with the original response in time domain; when the compression ratio is more than 20%, the relative errors of the reconstructed response maintain less than 10%; the reconstructed responses using optimized measurement matrix provide higher accuracy than those using initial measurement matrix, especially in the case of lower compression ratio, resulting in reduction of data collection; the spectrum of the reconstructed response using optimized measurement matrix is smoother and matches well with the original response spectrum, and the peaks of the spectrum can be picked accurately; in contrast, the spectrum of the reconstructed response without optimization of the measurement matrix has more misjudgment of peaks, and some peaks even cannot be identified; the measurement matrix optimization method can be applied to random Gaussian matrix, Bernoulli matrix and sparse random matrix. The results demonstrate that the proposed structural dynamic response reconstruction method for bridges based on compressed sensing is an effective way to accurately reconstruct original dynamic response with a limited sampling data.

Key words: structural health monitoring; ambient vibration; dynamic response reconstruction; compressed sensing; optimized measurement matrix

作者简介: 张笑华(1980—),女,博士,副教授。电话:(0591)22865382;E-mail:cexhzhang@fzu.edu.cn。