

双腔室空气弹簧动刚度理论模型与实验研究

郭明宇, 李雪冰, 尹 航, 吕靖成, 危银涛

(清华大学车辆与运载学院, 北京 100084)

摘要: 空气弹簧目前越来越多地用于高端车辆和高铁的隔振,但其动刚度的精确模型不够完善。提出了一种基于热力学的多腔室空气弹簧动刚度理论模型,以适用于乘用车空气悬架控制的精确算法。该动刚度公式综合考虑了外界热交换产生的等效阻尼特性、空气气囊的气腔刚度特性以及气囊阻尼特性,给出各贡献项明确的物理意义及精确的数学表达。与传统空气弹簧模型相比,本模型未对气腔内部气体变化过程加以约束,故具有较强的普适性。示功实验验证了提出的空气弹簧动刚度理论在大行程下的精确性(与实验值相对误差在 0.5% 以内)和普适性。

关键词: 空气弹簧; 动刚度; 热力学; 滞回特性; 示功实验

中图分类号: U463.33⁺4.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)04-0834-07

DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.04.006

1 概 述

带附加气室的空气弹簧以其优良的隔振性能,已经在车辆领域(乘用车、地铁、高速铁路等)得到了普遍应用^[1]。对于乘用车来说,空气弹簧具有可调高度、质量较轻、承载能力高、可有效抑制噪声等优点^[2]。图 1 展示了乘用车的带附加气室膜式空气弹簧系统初始状态及定质量工作过程原理图,该系统主要包括主要承载力的空气气囊、用于调节刚度的附加气室、充气用的储气罐以及相关管路等零部件。在过去的半个世纪对车辆用空气弹簧动力学研究层出不穷,主要方法有几何学法、等效力学模型、热力学等。

Bruni 等^[3]对空气弹簧的动力学模型进行详细

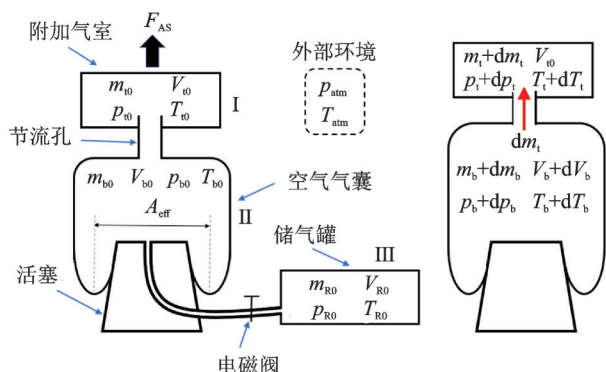


图 1 空气弹簧充放气及定质量工作原理图

Fig. 1 The working principle diagram of air spring

总结。典型的动力学模型包括在一定频率下适用的 Nishimura model^[4], Simpack model^[5], 考虑平方阻尼项的 Vampire model^[6], 考虑摩擦单元与速度指数项相关阻尼的 Berg model^[7]以及一些相应的改进模型^[2,8]。Quaglia 等^[9]推导出一个非线性模型,分析了该模型的频率特性和阶跃响应,并利用线性模型讨论悬架刚度特性。Zhu 等^[10]推导出了带附加气室的空气弹簧的动态刚度,并通过实验进行了理论验证。LIU 等^[11]研究了空气弹簧受谐波位移激励时动态刚度随腔室之间连接孔面积的变化,并进行仿真和实验验证。Li 等^[12]基于几何学对铁路用空气弹簧进行垂向刚度建模,并进行实验分析和参数讨论。除此之外, Li 等^[13]还将气体变化过程假设成多变过程并进行仿真分析,为后续深入了解空气气囊气体变化过程提供了一定的思路。Lee 等^[14]基于 Harris 等^[15]和 Bryan^[16]的工作,利用热力学、连接管路模型建立双腔室空气弹簧动力学特性,并分析气体的振荡过程,为后续热力学建模提供了一定的思路和参考。Facchinetti 等^[17]研究了空气弹簧剪切和侧倾变形之间的准静态耦合效应对车轮/铁路接触力的影响,对行驶安全性和平顺性提升有一定指导意义。Docquier^[18]基于多体动力学和气体动力学对铁路用空气悬架系统进行建模,并进行了悬架的结构优化。除此之外, Docquier 等^[19]对热交换过程进行敏感性分析,并深入研究了双腔室空气弹簧内部的多变过程,研究表明车辆的动力学特性与热交换率有很强的相关性,对后续建模有一定指导意义。Yin 等^[20]提出了一种结构空气弹簧,利用气体多变过程推导出动力

学模型并以实验进行验证。李芾等^[21]对空气弹簧动力学参数进行分析,得出不同参数对空气弹簧动力学特性的影响。陈俊杰等^[22]利用线性模型以及试验参数辨识方法对空气弹簧关键设计参数进行标定研究。目前对空气弹簧动刚度研究主要是基于气体多变或绝热假设进行推导,而没有从热力学角度出发推导考虑能量耗散的带附加气室空气弹簧的动刚度公式。本文基于热力学第一定律,应用空气动力学、结构动力学理论推得一套适用于双腔室空气弹簧的动力学模型,并给出各项明确的物理意义及数学表达。

本文结构主要分为以下三个方面。首先,基于热力学第一定律、空气动力学、结构动力学提出了一组考虑能量耗散的多腔室空气弹簧动力学方程及具有物理特性的抽象模型;其次,针对连接孔较大(不考虑连接孔阻尼)情况进行了理论简化并设计实验;最后,利用仿真方法进行了线性刚度、非线性刚度、考虑阻尼特性的动刚度公式与实验结果的对比。结果表明,本文提出的动刚度公式能在大行程范围内很好地拟合空气弹簧的动力学行为,解释空气弹簧刚度非线性及其滞回特性。

2 带附加气室空气弹簧动刚度模型

带附加气室的空气弹簧动刚度模型主要基于热力学第一定律推导出各气室的能量交换方程;结合空气动力学理论给出气室间连接孔的质量流量方程;最后结合四分之一悬架动力学方程进行合理假设和傅里叶变换,给出动刚度各部分贡献项的物理意义及数学表达。

2.1 热力学方程

带附加气室空气弹簧气动图如图1所示,在结束充放气后空气弹簧内部气体质量就确定了。这里首先对全文参数及正方向进行定义: m, p, V, T 分别代表质量、压强、体积和热力学温度,下标b, t, R代表空气气囊、附加气室和储气罐。压强为绝对压强;气体质量流量以流入附加气室为正;气体压强、温度、质量、体积变化量以变大为正;位移、力向上为正。对空气取理想气体状态常数 $R = 287 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$,比热容比 $\gamma = 1.4$ 。并有气体状态方程及其全微分恒成立,热力学第一定律恒成立,分别以从外界吸热、外界对气体做功和内能增加为正。即:

$$\begin{cases} pV = mRT \\ \frac{\dot{p}}{p} + \frac{\dot{V}}{V} = \frac{\dot{m}}{m} + \frac{\dot{T}}{T} \\ Q + W = \Delta U \end{cases} \quad (1)$$

根据气动图建立附加气室和空气气囊部分的热

力学第一定律方程。对I(附加气室)列写热力学公式,由于附加气室体积不变,故外界对附加气室做功为零。根据气体流向正方向定义,对附加气室内能部分第一项取值代入热力学第一定律方程(1)中,并除以时间步长 dt ,得到:

$$K_t(T_{\text{atm}} - T_t) = -\dot{m}_t C_p T_t + \dot{m}_t C_v T_t + m_t C_v \dot{T}_t \quad (2)$$

式中 K_t 为与外界热交换系数, T_{atm} 为外界大气温度, C_p 为定压比热容, C_v 为定容比热容。

结合式(2)与气体状态方程微分形式(1)消去该气室温度的导数,根据热力学定律得出的气体质量流量表达式为:

$$\dot{m}_t = \frac{V_t \dot{p}_t}{\gamma R T_t} + \frac{K_t}{C_p} \left(\frac{T_t - T_{\text{atm}}}{T_t} \right) \quad (3)$$

同理,假设连接在附加气室与气囊之间的管道很短,无质量滞后。对II(气囊)列写热力学公式,消去温度随时间的导数得:

$$0 = \dot{m}_t + \frac{K_b}{C_p} (T_b - T_{\text{atm}}) + \frac{1}{R} \left(\frac{\dot{p}_b V_b}{\gamma} + p_b \dot{V}_b \right) \quad (4)$$

带附加气室的空气弹簧热力学方程由式(3), (4)进行表述。需要说明的是,该方程在进行推导的时候未规定附加气室腔室个数,故对多腔室的空气弹簧仍适用。下面根据空气动力学理论推导出连接孔两侧压强与质量流量之间的关系。

2.2 空气动力学方程

根据空气动力学理论^[14]对小孔流动的描述以及气体状态方程,并且考虑对连接孔的有效面积进行系数修正,对不同压强根据气体流向正方向定义得出质量流量为:

当 $p_t < p_b$ 时,

$$\dot{m}_t = \begin{cases} \mu_b A_c p_b \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{RT_b}} \left[\left(\frac{p_t}{p_b} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_t}{p_b} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right], & p_t/p_b > 0.5283 \\ \mu_b A_c p_b \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1} \frac{1}{RT_b}}, & p_t/p_b \leq 0.5283 \end{cases} \quad (5a)$$

当 $p_t > p_b$ 时,

$$\dot{m}_t = \begin{cases} -\mu_t A_c p_t \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{RT_t}} \left[\left(\frac{p_b}{p_t} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_b}{p_t} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right], & p_b/p_t > 0.5283 \\ -\mu_t A_c p_t \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1} \frac{1}{RT_t}}, & p_b/p_t \leq 0.5283 \end{cases} \quad (5b)$$

为了使后续建模的过程中避免对不同腔室之间的气体进行分类讨论,本文引入一些假设,在不改变空气动力学本质的基础上通过数学技巧进行模型化简。首先根据实际情况,双腔室空气弹簧气囊与附加气室之间的压强比应当大于0.5283。并取 $\alpha = \min\{p_b, p_t\} / \max\{p_b, p_t\} \leq 1$ 。进而做假设如下:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = \mu_t = \mu_b \\ \sqrt{T_{b,t}} = \sqrt{T_{atm} + \Delta T_{b,t}} = \sqrt{T_{atm}} \left(1 + \frac{\Delta T_{b,t}}{T_{atm}}\right)^{\frac{1}{2}} \approx \\ \sqrt{T_{atm}} \left(1 + \frac{\Delta T_{b,t}}{2T_{atm}}\right) \approx \sqrt{T_{atm}} = \sqrt{T_t} = \\ \sqrt{T_b} = \sqrt{T_0} \end{array} \right. \quad (6)$$

式中 T_0 为初始状态温度。

将式(6)代入(5),进而可以用一个等式来表示不同情况下空气气囊与附加气室之间的气体质量流量公式:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{m}_t = (p_t - p_b) \frac{\mu}{\sqrt{T_0}} \delta(\alpha) \\ \delta(\alpha) = \frac{A_c}{\alpha - 1} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{1}{R} \left(\alpha^{\frac{2}{\gamma}} - \alpha^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\right)} < 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

在确定了附加气室与空气气囊之间连接孔的面积之后, $\delta(\alpha)$ 就是压强比的函数。利用该公式可以将需要分类讨论的两种情况进行合并分析。下面结合动力学模型进行带附加气室空气弹簧模型的构建。

2.3 动力学模型

如前所述,在充放气过程结束后,整个空气弹簧带附加气室内部气体总质量就确定了,下面根据前述热力学方程及空气动力学方程推导出四分之一空气悬架的动力学模型。图2为根据车辆四分

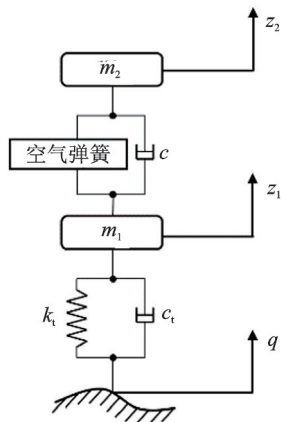


图2 四分之一空气悬架模型

Fig. 2 One-quarter air suspension model

之一悬架简化后的模型,空气弹簧视为弹性元件。

首先需要指出的是,空气悬架系统具有高度可调的特性,理论上来说可以在任何初始位置保持平衡状态。这是区别于传统被动弹簧的重要特征。也是由于这个特征,在列写动力学方程式的时候就不能用结构动力学的一般方法(如牛顿第二定律或拉格朗日第二定律等)以重力导致的静止状态为初始平衡位置列写动力学方程。所以,本文中对空气悬架系统动力学方程的建立均建立在考虑所有重力的基础上。由结构动力学知识可知,对图2所示二自由度动力学系统,其动力学方程组为:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_2 \ddot{z}_2 = c(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + F_{AS} - m_2 g \\ m_1 \ddot{z}_1 = k_t(q - z_1) + c_t(\dot{q} - \dot{z}_1) - \\ F_{AS} - c(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) - m_1 g \\ F_{AS} = (p_b - p_{atm}) A_{eff} \end{array} \right. \quad (8)$$

需要注意的是式(8)中空气弹簧传递的力特性公式是显然成立的。其全微分为:

$$dF_{AS} = dA_{eff}(p_b - p_{atm}) + A_{eff}dp_b \quad (9)$$

由此看出有效面积变化以及压强变化均会对力学传递特性有重要影响。后文先基于有效面积不变假设展开,在最后给出考虑有效面积变化时的动刚度公式。

通过式(3),(4),(7)以及(8),将流经节流孔的气体质量流量消去。又因为空气气囊与外界接触面积比附加气室大,故不考虑附加气室与外界的热量交换(或者可以考虑此热量通过空气气囊与空气进行热交换)。得到:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu \sqrt{T_0} \delta(p_t - p_b) = \frac{V_t \dot{p}_t}{\gamma R} \\ 0 = \mu \sqrt{T_0} \delta(p_t - p_b) + \frac{K_b}{C_p} (T_b - T_{atm}) + \\ \frac{1}{R} \left[\frac{\dot{p}_b A_{eff}(z_2 - z_1)}{\gamma} + p_b A_{eff}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \right] \end{array} \right. \quad (10)$$

再对空气气囊温度与外界大气温度差、压强与空气气囊速度耦合项、空气悬架系统的行程倒数与原初始高度倒数进行假设:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_b - T_{atm} = \frac{p_b V_b}{m_b R} - \frac{p_{b0} V_{b0}}{m_{b0} R} \approx \\ \frac{p_b - p_{atm}}{m_{b0} R} A_{eff}(z_2 - z_1) = \frac{F_{AS}}{m_{b0} R} (z_2 - z_1) \\ p_b(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = p_{b0}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \\ \frac{1}{z_2 - z_1} = \frac{1}{h_0} = \frac{A_{eff}}{V_{b0}} \end{array} \right. \quad (11)$$

式中 z_1 为簧下位置位移, z_2 为簧上位量位移, h_0 为初始状态悬架高度,下标0表示初始状态。

将式(11)代入(10)中得到简化后的空气弹簧参数间的微分关系:

$$\begin{cases} R\gamma\mu\sqrt{T_0}\delta(p_t - p_b) = V_t\dot{p}_t \\ 0 = R\mu\gamma\sqrt{T_0}\delta(p_t - p_b)\frac{1}{V_{b0}} + \\ \frac{K_b}{C_V}\frac{F_{AS}}{m_{b0}A_{eff}} + \dot{p}_b + \frac{\gamma p_{b0}A_{eff}}{V_{b0}}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \end{cases} \quad (12)$$

在式(12)中有时域变量: $p_t, p_b, (z_2 - z_1)$ 和 F_{AS} , 对时域变量进行傅里叶变换。又基于式(8)力学传递特性的傅里叶变换及悬架动行程 $Z(\omega) = Z_1(\omega) - Z_2(\omega)$, 式(12)变为:

$$\begin{cases} R\gamma\mu\sqrt{T_0}\delta[P_t(\omega) - P_b(\omega)] = V_tP_t(\omega)j\omega \\ 0 = R\mu\gamma\sqrt{T_0}\delta[P_t(\omega) - P_b(\omega)]\frac{1}{V_{b0}} + \\ \frac{K_b}{C_V}\frac{P_b(\omega)}{m_{b0}} + P_b(\omega)j\omega + \frac{\gamma p_{b0}A_{eff}}{V_{b0}}Z(\omega)j\omega \end{cases} \quad (13)$$

消去附加气室压强傅里叶变换可得附加气室与悬架动行程之间的频域关系。根据动力学系统的正方向定义,结合式(13),带附加气室的空气弹簧总动刚度计算公式可以表示为:

$$\begin{aligned} K(\omega) &= -\frac{dF_{AS}}{dz} = -\frac{\dot{F}_{AS}}{\dot{z}} = -\frac{\dot{F}_{AS}}{\dot{p}_b} \frac{\dot{p}_b}{\dot{z}} = \\ &= -A_{eff} \frac{P_b(\omega)}{Z(\omega)} = \frac{\frac{\gamma p_{b0}A_{eff}^2}{V_{b0}}}{1 + \frac{K_b}{C_V m_{b0}j\omega} + \frac{V_t/V_{b0}}{1 - \frac{V_t}{R\gamma\mu\sqrt{T_0}\delta}j\omega}} \end{aligned} \quad (14)$$

观察式(14),拟将其整理成具有物理意义的刚度公式。为此,对其进行简单数学变换如下:

$$K(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{c_1j\omega} + \frac{1}{k_2 + c_2j\omega}} \quad (15)$$

式中 ω 为激励圆频率, j 为虚数单位,

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\gamma p_{b0}A_{eff}^2}{V_{b0}}, \quad c_1 = \frac{C_V m_{b0}}{K_b} \frac{\gamma p_{b0}A_{eff}^2}{V_{b0}}, \\ k_2 &= \frac{\gamma p_{b0}A_{eff}^2}{V_t}, \quad c_2 = \frac{p_{b0}A_{eff}^2}{-R\mu\sqrt{T_0}\delta} \end{aligned} \quad (16)$$

在等效完之后的动刚度表达式中,从动力学等效角度可以将其视为如下三项的串联形式:弹簧 k_1 、阻尼器 c_1 、弹簧 k_2 和阻尼器 c_2 的并联系统。仍然要强调的是,上述推导并未考虑有效面积的变化以及其变化对空气弹簧等效动刚度的影响,因为有效面积的变化对空气气囊体积的计算影响很小。但根据式(9)可以得知有效面积变化量对刚度的直接影响较大,设由有效面积变化产生的等效刚度为 k_A ,则有:

$$k_A = -\frac{dF_{AS,2}}{dz} = -(p_b - p_{atm}) \frac{dA_{eff}}{dz} \quad (17)$$

式中 $F_{AS,2}$ 代表由有效面积变化对空气弹簧力学传递特性的影响。至此,根据热力学、空气动力学、结构动力学推导出的多腔室空气弹簧的动力学模型可以直观表示,如图3所示。

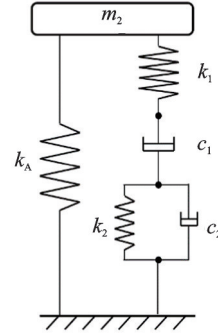


图3 双腔室空气弹簧等效力学模型

Fig.3 Equivalent mechanical model of dual-chamber air spring

所以空气弹簧的等效动刚度可分为假设有效面积不变化时由于热力学、空气动力学影响的部分与有效面积变化时对刚度的影响部分。结合式(15)和(17),动刚度总表达式为:

$$K(\omega) = k_A + \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{c_1j\omega} + \frac{1}{k_2 + c_2j\omega}} \quad (18)$$

需要注意的是,该模型仅为悬架系统中空气弹簧部件的等效动刚度公式,实际悬架还存在阻尼器,本文主要聚焦于空气弹簧的模型建立。

下面对推导出的多腔室空气弹簧的等效刚度公式(18)进行讨论。其中由有效面积变化产生的刚度变化部分为 k_A ;由空气气囊部分产生的刚度和阻尼项为 k_1 与 c_1 ,两部分串联;由附加气室产生的等效刚度和等效阻尼为 k_2 和 c_2 ,与空气气囊部分串联。根据式(16)的 c_1 项可知,由空气气囊产生的阻尼项中的参数 K_b 主要是由空气气囊、附加气室、空气气囊的阻尼项三个因素共同影响产生的。这里忽略了由橡胶气囊产生的刚度部分,因为该部分影响十分小^[12],故做忽略的假设是合理的。

本节中推导的创新点主要在于明确了多腔室空气弹簧等效力学模型中各个元件的物理意义及影响因素,给出了各部件的明确数学表达式。并且基于热力学第一定律综合考虑了由附加气室、空气气囊以及橡胶-帘线材料产生的阻尼特性导致的滞回特性。

3 模型简化及实验设计

3.1 不考虑连接孔阻尼的空气弹簧力学特性简化

为了证明本文中提出的带附加气室空气弹簧动

力学模型具有普适性,现对其进行简化,假设附加气室与空气气囊之间的连接孔很大,以至于可以不考虑其阻尼特性^[14]。这也与实际情况相符,因为本文的主要对象是乘用车使用的空气弹簧,其大部分形式为膜式空气弹簧。单腔室空气弹簧的动力学分析与双腔室空气弹簧类似,仅为除去小孔和附加气室产生的影响^[12]。则式(18)变为:

$$K(\omega) = k_A + \frac{1}{\frac{1}{\frac{\gamma p_{b0} A_{\text{eff}}^2}{V_{b0}} + \frac{1}{\frac{C_V m_{b0}}{K_b} \frac{\gamma p_{b0} A_{\text{eff}}^2}{V_{b0}} j\omega}}} = k_A + \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{c_1 j\omega}} \quad (19)$$

空气气囊动刚度公式的刚度部分与Li等^[12]得出的结论相符。但是从本文中可以看出实际的动刚度应该是动刚度的模,也就是说由于热交换、气囊的等效阻尼会使得实际的动刚度比单纯考虑气体的刚度低。下面针对式(19)进行讨论分析。根据Quaglia等^[9]的工作,本文将有效面积随高度的变化简化为线性,则可推得由有效面积变化产生的动刚度表达式为:

$$k_A = -(p_b - p_{\text{atm}}) \frac{dA_{\text{eff}}}{dz} = \lambda(p_b - p_{\text{atm}}) \quad (20)$$

需要指出的是,式(19)对任意空气弹簧平衡位置处及小振幅情况下均适用。根据此结论,可以将式(19)进行适当扩展。下面考虑将阻尼仍看不随高度、有效面积变化的常数。将弹性项 k_1 看不随有效面积变化而变化,但与当前状态下压强和气室体积有关的变化量,即:

$$K(\omega) = \lambda(p_b - p_{\text{atm}}) + \frac{1}{\frac{1}{\frac{\gamma p_b A_{\text{eff}}^2}{V_b} + \frac{1}{c_1 j\omega}}} \quad (21)$$

本文主要关心单腔室空气弹簧的动力学特性及力学传递特性,故针对式(21)构造出单腔室空气弹簧的动力学等效力学模型及原理图如图4所示。

由图4可以列出其力学传递特性微分方程:

$$\begin{cases} F_{AS} = k_A z_1 + k_1 z_m \\ k_1 z_m = c_1 (\dot{z}_1 - \dot{z}_m) \end{cases} \quad (22)$$

针对式(22),如果假设 k_1 不变,即为最常见的线性模型;如果将其泰勒展开成高度的一阶形式则为非线性模型,即:

$$k_1 = \frac{\gamma p_{b0} A_{\text{eff}}^2}{V_{b0}} (1 + \kappa z_m) \quad (23)$$

本文提出的基于非线性刚度和考虑阻尼滞回特性的模型称为精确解。

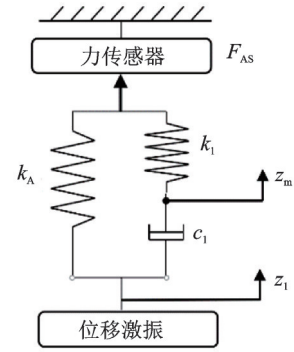


图4 单腔室空气弹簧等效力学模型

Fig. 4 Equivalent mechanical model of single-chamber air spring

3.2 实验设计

本文搭建了MTS示功实验平台,并采用国内某车型使用的后轴空气弹簧设计工装以及实验流程。图5展示了MTS及空气弹簧实验设备,连接管路采用 $\Phi 6$ mm管。利用高压气源将空气弹簧充气,达到工作的力值后通过减压阀进行压强控制。读出此时的压强值并约束管长进行实验。

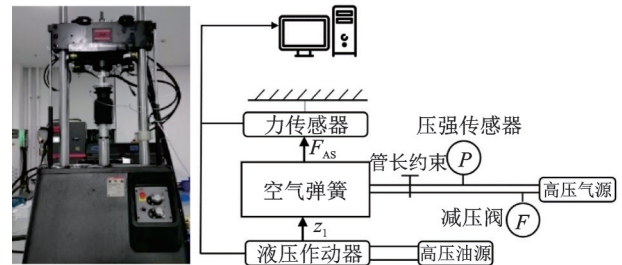


图5 空气弹簧MTS实验及原理图

Fig. 5 MTS test bench and schematic diagram

实验数据由MTS传感器读取,包括固定采样频率的力传感器值、液压作动器位移、作动器速度、记录时间等数据。下面进行实验对比及数据分析。

4 实验对比及数据分析

本次实验采用的参数与空气弹簧结构参数如表1所示,利用MTS设备产生正弦激励波,其表达式为:

$$z_1 = A \sin(2\pi ft) \quad (24)$$

根据表1及公式(16)可以得到线性模型、非线性模型,利用Simulink将本文中提出的考虑滞回特性的精确解进行仿真并与实验进行对比,结果如图6所示。

可以看出,线性刚度公式在一定小振动幅度范围内(约 ± 5 mm左右)可以较好地拟合空气弹簧动力学行为,但是随着振幅加大,拟合效果逐渐变差。

表 1 实验参数及取值			
Tab. 1 Experimental parameters and values			
参数/单位	取值	参数/单位	取值
T_0/K	298	$K_b/(\text{J}\cdot\text{K}^{-1})$	1.039
$A_{\text{eff}}/\text{m}^2$	0.01079	z_0/m	0.1303
$p_{b0}/(\text{N}\cdot\text{m}^{-2})$	9×10^5	$C_v/[\text{J}\cdot(\text{K}\cdot\text{kg})^{-1}]$	717.5
V_{b0}/m^3	2.45×10^{-3}	κ/m^{-1}	6.6061
m_{b0}/kg	0.02578	A/m	0.026
f/Hz	0.2		

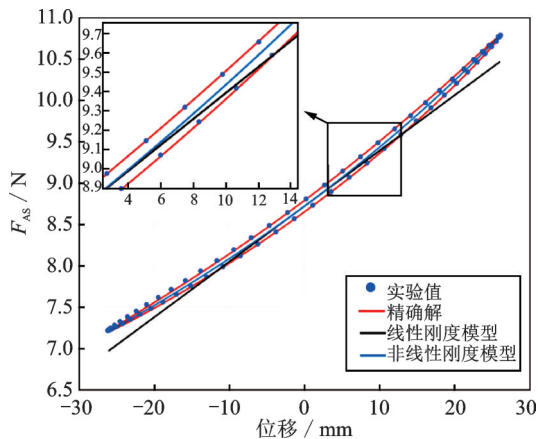


图 6 实验结果与理论对比

Fig. 6 Comparison of experimental and theoretical results

非线性刚度公式可以在较大振幅范围内对空气弹簧的动力学行为进行描述,但是其缺点是无法反映空气弹簧加载卸载的滞回特性。不同设计或工况下空气弹簧的滞回特性可能十分显著,本例中取实验值在初始坐标范围附近,其加载、卸载的差值约为 150 N,如果忽略此差值可能会对后续动力学模型及整车动力学行为的仿真造成影响。从本文提出的考虑空气弹簧热交换、橡胶阻尼的精确解曲线可以看出其能精确描述空气弹簧在运动过程中的滞回特性及动力学行为,与实验吻合程度较高。下面针对不同理论公式与实验结果进行比较,并给出误差量化指标的计算公式。本文中采用的是不同模型与实验的相对误差的绝对值,其计算公式为:

$$Error_{\text{model}} = \frac{|F_{\text{model}} - F_{\text{exp}}|}{F_{\text{exp}}} \times 100\% \quad (25)$$

三种模型的理论解与实验值的比较及合理外推值如图 7 所示。

可以看出线性模型的误差最大,在振幅最大值时预测误差超过 3%;非线性模型比线性模型精度高,且在中间位置误差较大,振幅最大值处误差较小;本文给出的精确解精度最高,不论位移大小其相对误差均可以控制在 0.5% 以内。故可以得出结论,本文提出的多腔室空气弹簧动刚度解析计算公式具有较高的精确性,可以适用于空气悬架的精确控制。

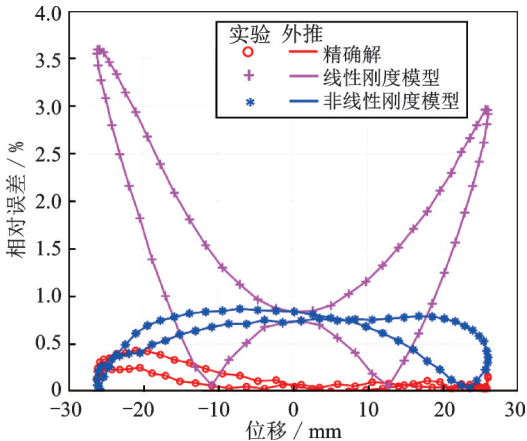


图 7 不同模型相对误差比较

Fig. 7 Comparison of relative errors of different models

5 结 论

提出了一种考虑空气气囊热交换与阻尼滞回特性的多腔室空气弹簧动力学模型,并进行了实验验证;给出了对应等效力学模型的各部分明确的物理意义及数学表达式,论文结论如下:

- 1) 所提出的多腔空气弹簧模型推导过程中未限制气体状态变化,故具有较强的普适性;
- 2) 搭建了空气弹簧动态特性试验台架,实验比较了线性模型、非线性模型、和本文的精确解,证实了考虑滞回特性的精确解模型可以很好地反映空气弹簧的动力学特性,在大行程下与实验值的相对误差小于 0.5%。

本文提出的多腔室空气弹簧动刚度模型对后续悬架精确控制及整车仿真和实验验证提供了很好的基础。

参考文献:

[1] Garcia I M, Negrete N G, Mallabiabarrena A P, et al. A survey on the modelling of air springs-secondary suspension in railway vehicles[J/OL]. Vehicle System Dynamics, [2020-10-28], DOI: 10.1080/00423114.2020.1838566.

[2] Zhu H, Yang J, Zhang Y, et al. A novel air spring dynamic model with pneumatic thermodynamics, effective friction and viscoelastic damping[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 408:87-104.

[3] Bruni S, Vinolas J, Berg M. Modelling of suspension components in a rail vehicle dynamics context[J]. Vehicle System Dynamics, 2011, 49(7):1021-1072.

[4] Oda N, Nishimura S. Vibration of air suspension bogies and their design[J]. Bulletin of JSME, 1970, 13(55): 43-50.

[5] Presthus M. Derivation of air spring model parameters for train simulation [D]. Lulea: Lulea University of

- Technology, 2002.
- [6] Eickhoff B, Evans J R, Minnis A J. A review of modelling methods for railway vehicle suspension components [J]. *Vehicle System Dynamics*, 1995, 24 (6-7) : 469-496.
- [7] Berg M. A three-dimensional air spring model with friction and orifice damping[J]. *Vehicle System Dynamics*, 1999, 33(Sup1):528-539.
- [8] Zhu H, Yang J, Zhang Y, et al. Nonlinear dynamic model of air spring with a damper for vehicle ride comfort[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 89(4):1-24.
- [9] Quaglia G, Sorli M. Air suspension dimensionless analysis and design procedure[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2001, 35(6):443-475
- [10] Zhu S, Wang J, Ying Z. Research on theoretical calculation model for dynamic stiffness of air spring with auxiliary chamber[C]. *IEEE Vehicle Power & Propulsion Conference*. Harbin, 2008.
- [11] Liu H, Lee J C. Model development and experimental research on an air spring with auxiliary reservoir[J]. *International Journal of Automotive Technology*, 2011, 12(6):839-847.
- [12] Li X, Li T. Research on vertical stiffness of belted air springs[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2013, 51(11): 1655-1673.
- [13] Li X, Wei Y, He Y. Simulation on polytropic process of air springs[J]. *Engineering Computations*, 2016, 33 (7):1957-1968.
- [14] Lee J H, Kim K J. Modeling of nonlinear complex stiffness of dual-chamber pneumatic spring for precision vibration isolations[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 301(3-5):909-926.
- [15] Harris C M, Crede C E. *Shock and Vibration Handbook* [M]. New York: McGraw-Hill, 1976.
- [16] Bryan D B. Design of laminar flow restrictors for damping pneumatic vibration isolators [J]. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 1984, 33(1):351-356.
- [17] Facchinetti A, Mazzola L, Alfi S, et al. Mathematical modelling of the secondary air spring suspension in railway vehicles and its effect on safety and ride comfort [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2010, 48 (Sup1) : 429-449.
- [18] Docquier N. Multiphysics modelling of multibody systems- application to railway pneumatic suspensions [D]. Louvain-la-Neuve: Université Catholique de Louvain, 2010.
- [19] Docquier N, Fisette P, Jeanmart H. Influence of heat transfer on railway pneumatic suspension dynamics[C]. *21st International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks (IAVSD'09)*, Stockholm, Sweden, 2009: 1-11.
- [20] Yin Z, Guo K. A new pneumatic suspension system with independent stiffness and ride height tuning capabilities [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2012, 50 (12) : 1735-1746.
- [21] 李芾, 付茂海, 黄运华. 空气弹簧动力学特性参数分析[J]. *西南交通大学学报*, 2003, 38(3):276-281.
Li Fu, Fu Maohai, Huang Yunhua. Analysis of dynamic characteristic parameters of air springs[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2003, 38(3):276-281.
- [22] 陈俊杰, 殷智宏, 何江华, 等. 带节流阻尼孔和附加气室的空气弹簧系统建模和动态特性研究[J]. *机械工程学*, 2017, 53(8):166-174.
Chen Junjie, Yin Zhihong, He Jianghua, et al. Research on modeling and dynamic characteristics of air spring system with throttle orifice and additional air chamber[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2017, 53(8): 166-174 .

Theoretical model and experimental research on dynamic stiffness of dual-chamber air spring

WU Ming-yu, LI Xue-bing, YIN Hang, LÜ Jing-cheng, WEI Yin-tao

(School of Vehicle and Mobility, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Air springs are currently increasingly used for vibration isolation of high-class vehicles and high-speed railways, but the precise model of their dynamic stiffness is not perfect enough. This paper proposes a thermodynamic-based multi-chamber air spring dynamic stiffness theoretical model, which is suitable for the accurate algorithm of passenger car air suspension control. The dynamic stiffness formula comprehensively considers the equivalent damping characteristics generated by the external heat exchange, the air chamber stiffness characteristics of the air bag, and the air bag damping characteristics. Furthermore, the clear physical meanings and precise mathematical expressions of each contribution part are presented. Compared with the traditional air spring model, this model does not restrict the gas change process inside the air chamber, so it has strong universality. The power indicator experiment verifies the accuracy (within 0.5% relative error of the experimental value) and universality of the air spring dynamic stiffness theory proposed in this paper under large strokes, and provides guidance for the theoretical modeling of multi-chamber air springs.

Key words: air springs; dynamic stiffness; thermodynamics; hysteretic characteristics; indicator experiment

作者简介: 邬明宇(1996—),男,博士研究生。电话:18017169919; E-mail: wu-my18@mails.tsinghua.edu.cn。

通讯作者: 危银涛(1971—),男,教授。电话:18610679909; E-mail: weiyt@tsinghua.edu.cn。