# 四刚体人体行走模型及其人行荷载分析

李永甫1,吴斌1,旬 字1,杨浩文2

(1.武汉理工大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070; 2.哈尔滨工业大学土木工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150090)

摘要: 为模拟人体行走过程中的力学行为,运用多刚体模型对人体进行简化建模,建立了四刚体-四自由度的人体动力学模型。运用欧拉-拉格朗日方程的方法推导了动力系统摆动阶段动力学方程。为了使四刚体模型的行走具有拟人性,使用贝塞尔曲线对驱动自由度的运动轨迹进行了规划,从而将多自由度的运动方程简化为求解单自由度常微分方程的边界值问题。将数值模拟结果与试验和荷载模型进行对比,验证了所建立模型的可行性。

**关键词:**多刚体人体步行模型;运动轨迹规划;反馈控制;步行荷载;人体-结构相互作用中图分类号: TU312<sup>+</sup>.1 文献标志码: A 文章编号: 1004-4523(2022)04-0903-09 DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.04.014

# 引言

在建筑中,人体完成步行、跳跃、奔跑、屈伸、上下楼梯等动作时,施加于结构上的动力作用可引起工程结构的振动,严重时会影响结构的正常使用<sup>[1-3]</sup>。例如英国伦敦千禧桥,由于结构设计时未重视人致荷载对结构的影响<sup>[4]</sup>,低估了人与结构间的相互作用<sup>[5]</sup>,在开放3天后桥梁就因为严重的人致振动问题而不得不关停。

以往对结构进行动力响应分析时,一般将人体看作外部动荷载或附加质量<sup>[1]</sup>。但大量的试验数据表明,即便是静止人体,对结构的作用也不能单纯等效为静荷载。土木工程结构中人不仅作为外部荷载激励结构,同时能够改变所在结构的频谱特性<sup>[6]</sup>。Nimmen等<sup>[7]</sup>发现人体对结构动力特性的影响与姿态有关;刘泽龙等<sup>[8]</sup>采用IDA方法对教学楼进行地震动响应分析,指出相较于空载和静止人群工况,结构在运动人群工况下动力响应最大。在设计人群密集的建筑结构时,需要对人与结构相互作用进行充分考虑,确定一个合理的人体动力模型愈发重要。

基于人体行走时的物理特性所建立的运动模型能反映人与结构间的相互作用。学者们对单质点、倒立摆、多刚体等模型进行过研究。Bocian等<sup>19</sup>使用倒立摆模型进行人行桥系统动力计算,与测力跑步机上实测足底力结果吻合较好;Qin等<sup>[10]</sup>

为支撑杆件添加时变刚度阻尼,得到可用于结构分析的倒立摆模型。前述模型通过直接定义人体动力属性代替行走过程中各体段姿态改变对运动的影响,进而固定了模型的运动形式。其中经典的倒立摆模型,刚性杆件无法产生变形,使得质心的运动轨迹与实际值相差较大,进而造成了受力性能存在较大差异。

人体正常运动时,骨骼以及附属肌肉颤动对运动影响有限。将人体骨骼及外部组织视为刚体,人体可划分为多个刚体组成的运动系统。多刚体模型可以很好地再现人体运动轨迹。张梦诗等[11]通过实测步行轨迹,利用十五刚体模型对人步行进行轨迹重构并对比实测步行荷载,验证了多刚体模型模拟步行荷载的可行性;Mazzoleni等[12]使用此类模型完成人体跳跃荷载的重构。上述刚体模型通过代入实测轨迹,得到拟合结果较好的步行荷载曲线,研究思路与时域力荷载模型类似,但未建立模型动力方程。

基于此,本文拟建立简化人体多刚体模型,类比人体行走驱动模式,在各关节施加扭矩,并利用反馈线性化控制方法调节模型扭矩输入,使模型能完成拟人行走。模型忽略人体运动时变化幅度较小的躯干,采用四刚体建模,对象分别为下肢的大小腿。并建立摆动阶段的动力方程,求解模型行走时程。从模型行走轨迹和力学性能出发,判断模型行走拟人程度,并验证模型对不同身高、体重人体的适用性。

# 1 模型建立

## 1.1 动力学方程

正常人体行走单个步行周期为一侧下肢完成从 足跟着地到再次落地的过程,包括该下肢的支撑相 与摆动相。在忽略人体行走左右腿区别后,模型单 个行走周期定义为单腿完成一次摆动与碰撞切换过 程。将人体沿矢状面简化为平面内多刚体模型,以 描述人正常行走。

本文对人体进行简化,躯干及以上简化成单个质点,大腿和小腿简化为四个均匀分布的刚性杆,编号为  $1\sim4$ ,四个刚性杆之间以及支撑点与地面之间连接为铰接,驱动力简化为集中在连接节点① $\sim3$ 处的力矩。各物理量定义如图 1 所示,其中大腿与小腿等长,长度为 l,质量分别为 m, m, 集中于刚体质心,躯干与髋关节的集中质量为 m1。根据欧拉-拉格朗日方程,建立模型摆动阶段运动方程如下:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q}_{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{1}(q, \dot{q}) \\ h_{2}(q, \dot{q}) \end{bmatrix} = Bu \qquad (1)$$

式中  $q = [\theta, q_2, q_3, q_4]^T$  为角位移,以逆时针转动为正; $\theta$ 表示髋关节节点③与模型触地点连线相对于y轴的角度,为欠驱动自由度; $q_a = [q_2, q_3, q_4]^T$ ,分别为刚性杆j(j=2,3,4)相对于刚性杆j-1的转动角度,为驱动自由度; $M(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$  为惯性矩阵, $M_{11}$  为惯性矩阵中第一个元素; $h_1(q,\dot{q}) \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ , $h_2(q,\dot{q}) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 包含方程中离心力、科氏力和重力,其表达式见附录,以及文献[13]; $u = [u_1, u_2, u_3]^T$ 为模型各关节处独立驱动力矩; $B \in \mathbb{R}^{4 \times 3}$ 为外力矩位置矩阵,其数值根据广义力定义求得:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

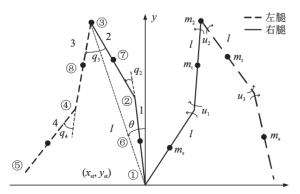


图1 人体简化模型及扭矩作用形式

Fig. 1 Four rigid body model and torque action form for human walking

### 1.2 碰撞切换

多刚体系统发生碰撞过程时,常以模型碰撞后的角速度作为未知量,假定碰撞前后模型位形不变,根据冲量定理建立方程。但是这种方法计算量大,且迭代不易收敛。实际上人作为一种智慧生物,其在支撑腿蹬地与摆动腿足部完全触地过程中存在着复杂的机制以使人体能够稳定地切换到下一步态。模拟人体这种生物力学机制大大超出了本文的范围,作者更关心切换的目标,即触地碰撞后任意一肢的速度等于另外一肢的上一步初始速度。本文假定这个目标能实现,不讨论如何实现这个目标。

# 2 模型行走

区别于传统结构动力学已知外界激励求解结构响应的问题,行走模型运动方程(1)中驱动力矩 u并不能预先知道,并且随意假定 u 也不能使模型完成拟人行走,甚至可能导致数值模拟失败。为了克服这个困难,本文提出如下方法:对驱动自由度 qa在整个摆动阶段的时程进行规划(在文中称为规划轨迹 qa,d),代入式(1)可得对应此规划轨迹驱动力 u 的时程(此后称为规划力矩 ud);考虑人与结构相互作用以及人运动过程中可能受到的外部扰动(例如结构振动、地震作用等),模型实际轨迹 qa与规划轨迹 qa,d之间可能产生误差,因此需要反馈线性化控制方法对驱动力矩 u 进行动态调整,以此完成模型行走仿真。

#### 2.1 步态规划

为使多刚体模型进行拟人行走,首先需对系统进行步态规划。本文使用劳斯规约法进行步态规划。劳斯规约法是一种几何降维法,针对对称性循环动力系统,采用单个运动周期内具有单调特性的循环变量作为系统基本变量,降低系统维度以达到简化求解目的 $^{[14]}$ 。双足行走动力系统进行向前行走行为时,支撑腿与地面间夹角 $^{0}$ 在单行走周期内具有单调递减性,如图 $^{0}$ 1所示。利用此特性,将平面内行走的多变量运动系统用 $^{0}$ 进行描述。

对于模型平面步行的摆动阶段,将驱动自由度  $q_a$ 时程假定为变量 $\theta$ 的函数,通常采用如下形式的 0 塞尔函数.

$$q_{a,d}(s) = \sum_{k=0}^{n=3} \alpha_{a,k} \frac{3!}{k!(3-k)!} s^k (1-s)^{3-k}$$
 (3)

与初始定义的  $q_a$ 相区分,式中 d 表示规划量;  $\alpha_{a,k}$ 为规划系数,控制轨迹形状。以  $q_{2,d}$ 为例,  $q_{3,d}$ ,  $q_{4,d}$ 形式可类比:

$$q_{2,d}(s) = \alpha_{2,0}(1-s)^3 + 3\alpha_{2,1}s(1-s)^2 + 3\alpha_{2,2}s^2(1-s) + \alpha_{2,3}s^3$$
 (4)

式中  $s = \frac{\theta - \theta_i}{\theta_i - \theta_i}$ 为关于 $\theta$ 归一化的自变量,在单个步行周期内满足 $0 \le s \le 1$ ;下标i,f表示一步的初始和结束状态,下同。 $\alpha_{2,k}$ 为贝塞尔曲线系数,k=0~3。将式(4)对时间求导可得:

$$\dot{q}_{2,d} = \frac{\dot{\theta}}{\theta_{f} - \theta_{i}} \left[ 3(\alpha_{2,1} - \alpha_{2,0})(1 - s)^{2} + 6(\alpha_{2,2} - \alpha_{2,1})(s - s^{2}) + 3(\alpha_{2,3} - \alpha_{2,2})s^{2} \right]$$
(5)

式中 s=0 和 s=1 对应模型周期的初始和终止时刻,对 $q_s$ 的边界条件有:

$$q_{2,d}|_{s=0} = q_{2i}; q_{2,d}|_{s=1} = q_{2f}$$
 (6)

$$|\dot{q}_{2,d}|_{s=0} = \dot{q}_{2i}; \ \dot{q}_{2,d}|_{s=1} = \dot{q}_{2f}$$
 (7)

由式(4)~(7)可得:

$$\begin{cases}
\alpha_{2,0} = q_{2i} \\
\alpha_{2,1} = q_{2i} + \frac{\theta_{f} - \theta_{i}}{3} \frac{\dot{q}_{2i}}{\dot{\theta}_{i}} \\
\alpha_{2,2} = q_{2f} - \frac{\theta_{f} - \theta_{i}}{3} \frac{\dot{q}_{2f}}{\dot{\theta}_{f}} \\
\alpha_{2,3} = q_{2f}
\end{cases}$$
(8)

将驱动自由度规划轨迹  $q_{a,d}$ 代入式(1)后,可得到关于变量 $\theta$ 的单自由度运动方程:

$$M_{11}\ddot{\theta} + M_{12}\ddot{q}_{a,d}(\theta,\dot{\theta},\ddot{\theta}) + h_1(\theta,\dot{\theta}) = 0$$
 (9)  
注意,以上方程不仅需要满足初始条件,即:

$$\theta \big|_{t=0} = \theta_{i}; \; \dot{\theta} \big|_{t=0} = \dot{\theta}_{i} \tag{10}$$

还须满足模型单个行走周期的终止条件:

$$\theta \big|_{t=t_{\rm f}} = \theta_{\rm f}; \ \dot{\theta} \big|_{t=t_{\rm f}} = \dot{\theta}_{\rm f} \tag{11}$$

式中 *t*<sub>1</sub>为常微分方程(9)求解的终止时刻,其判断依据为摆动腿末端与地面发生接触。

## 2.2 单步行走状态

摆动腿末端判定与地面接触后,多刚体模型当前行走周期结束,模型碰撞前的状态即为此行走周期的终止状态  $[q_i,\dot{q}_i]^T$ 。摆动腿触地判定条件为 $y_s(q)=0,\dot{y}_s(q,\dot{q})<0,y_s$ 为摆动腿末端的y坐标(刚体4端点)。如图 2所示,摆动腿触地后,支撑腿与摆动腿互换,相应的位形坐标转换关系可表示为:

$$\mathbf{q}_{\mathfrak{i}(n+1)} = T\mathbf{q}_{\mathfrak{f}n} \tag{12}$$

其中:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 (13)

假定人体以稳定的周期步态行走,即下一周期 内运动轨迹与上一周期的轨迹相同,各个行走周期

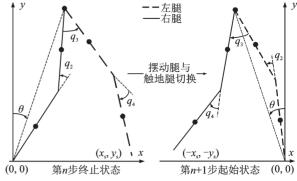


图 2 前后步位形切换

Fig. 2 Shape between front and rear steps

的起始状态间也存在对应关系,可表述为:

$$\mathbf{q}_{\mathbf{i}(n+1)} = \mathbf{q}_{\mathbf{i}n} \tag{14}$$

由式(12)和(14)可得单个行走周期内终止位形和初始位形的关系:

$$\boldsymbol{q}_{\mathrm{f}n} = T^{-1} \boldsymbol{q}_{\mathrm{i}n} \tag{15}$$

单个行走周期内,模型的起始位形与终止位形需满足式(15)。由于变量  $q_a$ 与  $\theta$ 间引入式(3)规划的轨迹关系,原四刚体行走模型微分方程组简化为仅关于  $\theta$ 的常微分方程(9)。求解式(9)可得欠驱动角度  $\theta$ 的轨迹,归一化后代入式(3)得到此解对应驱动自由度规划轨迹。根据贝塞尔曲线性质,驱动自由度  $q_a$ 初始与终止条件能自动满足,无需进行验证。但是, $q_a$ 的轨迹与欠驱动初始和终止状态相关。

变量 $\theta$ 的初始与终止位形须满足式(15),本文假定已知欠驱动初始角度,按式(15)确定欠驱动终止角度。将 $\dot{\theta}_i$ 和 $\dot{\theta}_i$ 列为未知量,以按方程(9)计算得到的终止值与预设终止值相等为目标进行迭代,从而得到满足初始和终止边界条件的欠驱动角位移时程,进而根据贝塞尔函数式(3)得到驱动自由度角位移的规划时程 $q_{a,d}$ 。

至此欠驱动行走步态规划可转化为如下问题。 在给定的 $[\theta_i, \theta_f]^T$ 下,寻找特定的关于 $\theta$ 的起始与终 止速度量 $[\dot{\theta}_i, \dot{\theta}_f]^T$ ,使方程(9)存在满足边界条件的 可行解,并能同时满足一系列关于行走的不等式约 束:包括欠驱动角速度始终小于零,即 $\dot{\theta}$ <0;以及支 撑足与地面不发生滑动,即 $|\tan \theta|$ < $\mu$ ,上述约束能 保证多刚体模型行走时符合日常观测。

#### 2.3 反馈线性化控制

人体在静止地面上行走时,若外界环境不存在扰动,则其能稳定地进行周期性行走。但实际上,人体行走时存在受到外界扰动的可能性,尤其是在人-结构相互作用体系中,结构的动力响应会影响到人体行走行为。在这种情形下,动力方程组(1)右侧存在扰动力项,即关于欠驱动自由度θ的动力方程(9)右侧存在

扰动力。对人体行走这一动力系统引入控制器,动态调整系统的输入扭矩 u,以减小各驱动自由度与预设的规划轨迹间因外部扰动导致的误差。

如图 3 所示为模型控制器的设计思路,动力系统的输出为误差函数  $y = q_a - q_{a,d}$ 。由于输出 y与输入 u 间的强非线性,本文使用反馈线性化方法,将 u 设计为由规划轨迹相关的前馈项,以及与 y 相关的反馈项构成,使系统的实际输出与规划轨迹的误差 y,关于 y 的一阶、二阶导数均为零,详见文献[15]。

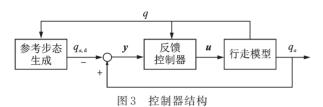


Fig. 3 Controller structure

## 2.4 人-结构相互作用

本文的目的是建立人体行走的多刚体模型,人与结构相互作用并不是本文的研究重点,但本文的基本方法可以直接考虑人与结构的相互作用。下面仅从概念上对人与结构相互作用进行讨论。以地面为绝对坐标系建立动力学方程,可得到人与结构耦合的运动方程:

$$\begin{cases} M_{\mathrm{s}}\ddot{x} + C_{\mathrm{s}}\dot{x} + K_{\mathrm{s}}x = F_{\mathrm{h}} \\ M_{\mathrm{h}}\ddot{q} + H(q, \dot{q}) = Bu + \frac{\partial r_{\mathrm{st}}}{\partial q} (-F_{\mathrm{h}}) + \sum_{i=1}^{n=5} \frac{\partial r_{i}}{\partial q} F_{i} \end{cases}$$

式中  $M_s$ ,  $C_s$ ,  $K_s$ , 分别表示结构质量、阻尼和刚度矩阵列; x表示人致荷载作用下结构动力响应;  $F_h$ 为模型行走足底力, 作用点为人体与结构接触处; 足底力的反作用力转化为广义力后变为零,即模型运动方程右侧第二项为零。结构发生振动时,人体模型相对坐标系原点运动,模型作为运动于结构上物体,各质心处存在由结构产生的惯性力,  $F_i = [F_{xi}, F_{yi}]^T$ 表示模型所受惯性力,  $i = 1, 2, \cdots, 5$ , 更具体的可见文献[13]。结构的振动将会影响到模型的实际行走轨迹,同时会改变四刚体模型对楼面的作用力,体现了人一结构间的相互作用。

## 3 模型仿真

步行是人通过下肢双足的交替动作移动机体的活动。步态分析利用生理学知识和力学概念等,对不同人步行时的姿态、行为特征进行分析对比。常用的步态分析参数包括行走时间参数如行走频率、行走时间、双足支撑期占比;时空参数如下肢关节运

动角度时程,行走步长;动力学参数如人行激励力、关节输入扭矩等。通常针对人与结构行为进行力学分析时,更关注人致荷载在建筑结构中可能引起的共振现象,对人行走频率更为敏感。相应地,在建立荷载模型时,其模型参数也表达为以人行频率作为自变量的函数。因此,本文进行模型行走轨迹和力学性能的结果验证时,同样以人行频率作为自变量。

对四刚体双足行走模型进行仿真验证,行走模型参数如表1所示。设定模型质量参数时,参考中国男性青年人体体段质心位置<sup>[16]</sup>,以及中国男性青年质量分布<sup>[17]</sup>。为保持模型质心位置与正常人体一致,参考二自由度行走模型<sup>[10]</sup>,将大小腿长度定为0.6 m,模型行走时质心位于1.02 m附近,详见图1。表2展示步速为1.12 m/s时,一种可行的初始和终止状态值。

表 1 模型物理参数

Tab. 1 Parameters of four rigid body model

参数	单位	数值
大(小)腿长1	m	0.6
上部人体质量 $m_1$	kg	45
大腿质量 m <sub>t</sub>	kg	9
小腿质量 $m_s$	kg	3
总质量	kg	69

表 2 步速 1.12 m/s 的初始和终止状态值

Tab. 2 Initial and terminal state values of walking speed at 1.12 m/s

变量	单位	初值	终值
θ	rad	0.314	-0.294
$q_2$	rad	0.019	0.224
$q_3$	rad	-0.506	0.506
$q_4$	rad	-0.224	-0.019
$\dot{ heta}$	rad/s	-1.087	-1.2
$\dot{q}_{2}$	rad/s	5.837	5.9
$\dot{q}_3$	rad/s	1.213	-3
$\dot{q}_{4}$	rad/s	-8.105	2

#### 3.1 模型仿真步态对比

图 4 为多刚体模型在其行走周期内的运动轨迹。为与人体步行轨迹进行对比分析,图中展示了多刚体模型两个行走周期。可以看出,与实际人行走时运动轨迹相比,多刚体模型能够较好地模拟人体的运动特征:右膝屈曲角度增加至最大值,左腿完成抬腿动作;右膝屈曲角度逐渐减小,此时模型质心位于右腿上方;在右腿站立相后期,大腿与小腿间相对角度接近于零,摆动腿左腿接近触地;摆动腿切换后,右腿迈步相开始,其膝关节屈曲角度变大,并加

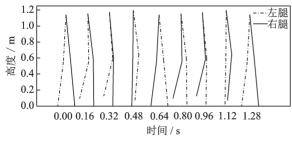


图 4 逐帧人体模型行走图

Fig. 4 Schematic drawing of human walking during one cycle frame by frame

速向前摆动;右肢达到膝关节最大屈曲位置,此时摆动腿右腿刚与支撑腿左腿发生交错;摆动相后期,髋关节达到最大屈曲角度,右腿触地。

图 5 为各自由度在单个行走周期内的时程,与事先约定的相同,欠驱动角度  $\theta$  在仿真时呈现出单调性; $q_2$ 形状类似于正弦曲线; $q_3$ 为两大腿间相对角度,在行走时,摆动腿向前,则  $q_3$ 角逐步增大,在触地前摆动腿回落,此时  $q_3$ 角减小; $q_4$ 始终小于零。

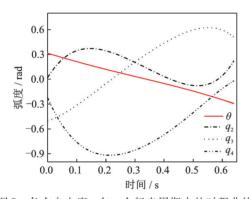


图 5 各个自由度 q 在一个行走周期内的时程曲线 Fig 5 Time history for rotation angle of each degree

Fig. 5 Time history for rotation angle of each degreeof-freedom q given a walking cycle

建模时对人体步态进行若干简化,实际上多刚体模型的行走在忽略了左右腿区别后,周期为实际人体行走周期的一半。图6展示了通过捕捉髋关节、膝关节处标记点运动轨迹,利用图像识别技术得

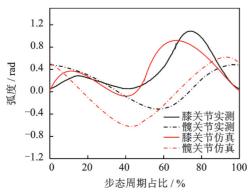


图 6 周期行走角度时程对比

Fig. 6 Periodic walking angle comparison

到支撑腿的完整周期角度时程。对比多刚体模型行走时的时程曲线,证实了模型行走轨迹的拟人性。

上述表达为针对人行走步态的主观描述,表3为模型步态量化指标。以一名青年男性为受试对象,在平整且大小合适的鞋底放置测力鞋垫,对人体周期行走时的力学性能进行测试,更详细的方案见文献[18]。在步态参数的描述中,步长、步频、步速满足两种数据即说明当前步态与对应实测人行走步态拟合较好。荷载峰值因子由荷载时程峰值与人体自重计算得到,表征模型力学性能,观察到刚体模型与实测和荷载模型在相同频率情况下吻合较好。

表 3 步态参数对比

Tab. 3 Gait parameter comparison

步态参数	刚体 模型	实测 <sup>[18]</sup>	荷载模型[19]
步长/m	0.7151	0.695	-
步频/Hz	2.03	2	2
步速/( m·s <sup>-1</sup> )	1.453	1.39	=
竖向荷载峰值因子	1.234	1.285	1.245

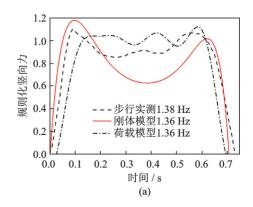
#### 3.2 模型足底力验证

许多学者尝试直接对人行足底力进行测量,本文 采用文献[19]中由中国人体步行数据拟合得到的傅 里叶级数荷载模型,来表示单步步行竖向荷载曲线:

$$f_{x,y}(t) = G \left[ \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \sin(\frac{2\pi i}{T} t + \varphi_i) \right]$$
 (17)

式中 n为模型阶数; $\alpha_n$ , $\varphi_n$ 称为第n阶动载因子和相位角,详见文献[19]。

如图 7 所示为在给定四种不同步行频率的情况下,单步行走的竖向荷载规则化时程曲线的对比。可以观察到,刚体模型的步频与步长能较好地与实测模型吻合,且竖向荷载曲线呈现出"M"型,与实测差距较小,总体在可接受范围内。竖向荷载峰值与两类模型对比吻合较好,但后续的峰谷及第二峰值有一定差距。以图 7(a)为例,对比实测值数据,竖向荷载峰值相差在 10% 以内,图中峰谷相差 25%,



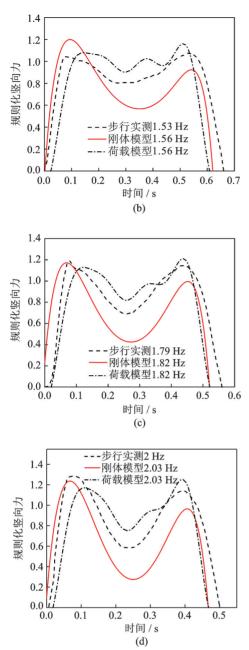


图 7 不同步频竖向力时程对比

Fig. 7 Comparison of vertical forces at different walking frequencies

第二峰值相差5%。

## 3.3 模型参数化分析

为观察人体身高体重对行走荷载时程的影响,进行模型的不确定性仿真。选取 1.56 Hz 时模型的初始与终止状态,对杆长与各集中质量进行参数摄动,观察模型完成十步周期行走的仿真结果。

图 8 分别展示模型杆长与质量变化对行走力学性能的影响。在相同初始与终止状态下,杆长改变会影响行走步频,而步频变化导致竖向力与水平力大小发生变化。在相同的步态规划和质量分布情况下,呈比例更改体重对规则化地面接触力影响较小。

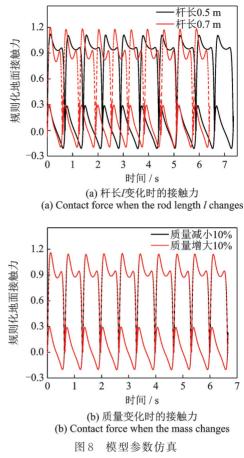


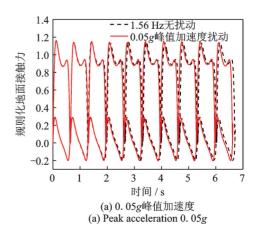
Fig. 8 Model parametric simulation

## 3.4 模型扰动分析

在模型上施加 EL Centro 波竖向分量,比较 0.1g, 0.05g 峰值加速度时模型荷载响应,动力方程 如下:

$$M\ddot{q} + H(q, \dot{q}) = Bu + \frac{\partial r}{\partial q} F_{E}$$
 (18)

式中  $F_E$ 为地震作用,各质心处地震作用为 $F_{Ei}$ = $-m_i\ddot{x}_s$ ; r表示地震作用定位向量, $r_i$ 为模型质心处坐标。图 9 为模型存在竖向扰动时,模型地面接触力的变化。对比无扰动时的仿真结果,可观察到在 0.1g峰值加速度情况下,竖向地面接触力规则化峰值增大 3%, 在一定大小竖向扰动下模型能稳定行走。



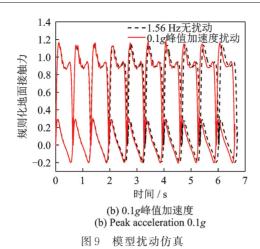


Fig. 9 Model perturbation simulation

# 4 结 论

本文通过将人体沿矢状面进行简化,建立四刚体行走模型,对人行走这一行为进行模拟。结果显示,模型行走行为符合日常经验,竖向规则化力基本能够反映人的行走力学性能,峰值大小与试验结果吻合较好,可运用于人与结构相互作用数值模拟计算中。

## 参考文献:

- [1] 樊健生,李泉,李全旺,等.考虑人-结构相互作用的楼盖振动控制研究[J].振动与冲击,2010,29(11):230-236+264-265.
  - Fan Jiansheng, Li Quan, Li Quanwang, et al. Floor vibration control considering human-structure interaction [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(11): 230-236+264-265.
- [2] 孙利民,闫兴非.人行桥人行激励振动及设计方法[J]. 同济大学学报(自然科学版),2004(8):996-999+1060. Sun Limin, Yan Xingfei. Human walking induced footbridge vibration and its serviceability design[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2004(8): 996-999+1060.
- [3] 冯鹏,金飞飞,叶列平,等.人行天桥结构振动舒适度 定量化与振动特性实测研究[J].振动工程学报,2013, 26(4):545-553.
  - Feng Peng, Jin Fei-fei, Ye Lie-ping, et al. Quantification of pedestrian's comfort level and dynamic properties of footbridge vibration based on in-situ measurement [J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26 (4): 545-553.
- [4] Pimentel R L, Pavic A, Waldron P. Evaluation of design requirements for footbridges excited by vertical [J].

- Canadian Journal of Civil Engineering, 2001, 28(5): 769-777.
- [5] Brownjohn J M W. Vibration serviceability of footbridges[A]. Proceedings of the 2nd International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation [C], 2004; 419-423.
- [6] 陈建英,方之楚.人-结构相互作用动力学建模研究 [J].振动与冲击,2007(6):10-13+25+179.
  - Chen Jianying, Fang Zhichu. Study on modeling of human occupants-structure dynamic interaction [J]. Journal of Vibration and Shock, 2007(6): 10-13+25+179.
- [7] Nimmen K V, Lombaert G, Roeck G D, et al. The impact of vertical human-structure interaction on the response of footbridges to pedestrian excitation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 402: 104-121.
- [8] 刘泽龙,汪梦甫,廖飞.考虑人行激励影响的钢筋混凝土框架教学楼动力性能研究[J].湖南大学学报(自然科学版),2017,44(7):86-96.
  - Liu Zelong, Wang Mengfu, Liao Fei. Research on dynamic performance of reinforced concrete frame teaching building considering the influences of pedestrian incentive load [J]. Journal of Hunan University (Natural Science), 2017, 44(7): 86-96.
- [9] Bocian M, Macdonald J H G, Burn J F. Biomechanically inspired modelling of pedestrian-induced forces on laterally oscillating structures [J]. Journal and Sound and Vibration, 2012, 331; 3914-3929.
- [10] Qin J W, Law S S, Yang Q S, et al. Pedestrian-bridge dynamic interaction, including human participation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(4): 1107-1124.
- [11] 张梦诗,陈隽,彭怡欣,等.基于动作捕捉与刚体动力学的步行荷载重构与仿真[J].应用基础与工程科学学报,2013,21(5):961-972.
  - Zhang Mengshi, Chen Jun, Peng Yixin, et al. Reproduction and simulation of walking induced load via motion capture technique and inverse dynamics of rigid body models[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2013, 21(5): 961-972.
- [12] Mazzoleni P, Zappa E. Vision-based estimation of vertical dynamic loading induced by jumping and bobbing crowds on civil structures [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 33: 1-12.
- [13] 李永甫. 人与结构相互作用体系中的多刚体模型[D]. 武汉:武汉理工大学,2021.
- [14] Marsden J E, Scheurle J. Lagrangian reduction and the double spherical pendulum [J]. Ztschrift Für Angewandte Mathematik Und Physik Zamp, 1993, 44(1): 17-43.

- [15] 王珊,周亚丽,张奇志.带躯干变刚度双足机器人的周期行走控制[J].工程力学,2019,36(12):235-246. Wang Shan, Zhou Yali, Zhang Qizhi. Periodic walking control of biped robots with torso using variable stiffness actuation[J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(12): 235-246.
- [16] 苏略,石岫昆,陈野,等.中国男性青年人体体段质心位置及测算方法的研究[J].吉林大学学报(医学版), 2002(4):443-444.

  Su Lüe, Shi Xiukun, Chen Ye, et al. Research on the centroid position and calculation method of Chinese male youth body segment[J]. Journal of Jilin University (Medicine Edition), 2002(4): 443-444.
- [17] 田宏,石岫昆,石秀权,等.我国男性青年人体质量的 分布[J].第四军医大学吉林军医学院学报,2001(3):

127-128.

Tian Hong, Shi Xiukun, Shi Xiuquan, et al. The mass distribution of Chinese young males [J]. Journal of Jilin Medical University, 2001(3): 127-128.

- [18] Yang H W, Wu B, Li J P, et al. A spring-loaded inverted pendulum model for analysis of human-structure interaction on vibrating surfaces [J]. Journal of Sound and Vibration, 2022,522:116727.
- [19] 陈隽,彭怡欣,王玲.基于步态分析技术的三向单足落 步荷载曲线试验建模[J].土木工程学报,2014,47(3): 79-87.

Chen Jun, Peng Yixin, Wang Ling. Experimental investigation and mathematical modeling of single footfall load using motion capture technology [J]. China Civil Engineering Journal, 2014, 47(3): 79-87.

# Four rigid-body model for human walking and its walking load analysis

LI Yong-fu<sup>1</sup>, WU Bin<sup>1</sup>, BAO Yu<sup>1</sup>, YANG Hao-wen<sup>2</sup>

(1.School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China; 2.School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150090, China)

**Abstract:** In order to simulate the mechanical behavior of the human body during walking, the multiple-rigid-body model was used to simplify the human bipedal walking behavior, and a four-rigid body, four-degrees-of-freedom human body dynamic model was established. The dynamic equation of motion during the swing phase of the dynamic system was derived using Euler-Lagrange equation. In order to mimic the real human locomotion behavior, the Bézier curve was used to plan the trajectory of the driving degree-of-freedom, and the multiple degrees-of-freedom equations of motion was simplified into a single degree-of-freedom system which was solved as a boundary value problem. The numerical simulation results were compared with the actual test and the load model, reasonable feasibility was verified.

**Key words:** multi-rigid human body walking model; motion trajectory planning; feedback control; pedestrian load; human-structure interaction

作者简介: 李永甫(1998—),男,硕士研究生。E-mail: 280232@whut.edu.cn。

**通讯作者:** 吴 斌(1970—),男,博士,教授,博士生导师。E-mail: wub@whut.edu.cn。

### 附 录

M矩阵以及 $h_1$ 和 $h_2$ 表达式,如果直接用变量q表示方程组(1)中的M,h项,公式将过于复杂。令p=Aq

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

则  $M(q) = A^{\mathsf{T}}D(p)A$ ,  $h(q,\dot{q}) = A^{\mathsf{T}}H(p,\dot{p})A$ , D 矩阵与M 矩阵均为对称阵,仅列出一半。关于D 矩阵内各元素为:

$$\begin{split} d_{11} &= \left(m_1 + 2m_{\rm t} + \frac{5}{4} m_{\rm s}\right) l^2, d_{12} = \left(m_1 + \frac{3}{2} m_{\rm t} + m_{\rm s}\right) l^2 \cos\left(p_1 - p_2\right), \\ d_{13} &= -\left(\frac{1}{2} m_{\rm t} + m_{\rm s}\right) l^2 \cos\left(p_1 - p_3\right), \\ d_{14} &= -\frac{1}{2} m_{\rm s} l^2 \cos\left(p_1 - p_4\right), d_{22} = \left(m_1 + \frac{5}{4} m_{\rm t} + m_{\rm s}\right) l^2, d_{23} = -\left(\frac{1}{2} m_{\rm t} + m_{\rm s}\right) l^2 \cos\left(p_2 - p_3\right), \\ d_{24} &= -\frac{1}{2} m_{\rm s} l^2 \cos\left(p_2 - p_4\right), d_{33} = \left(\frac{1}{4} m_{\rm t} + m_{\rm s}\right) l^2, d_{34} = -\frac{1}{2} m_{\rm s} l^2 \cos\left(p_3 - p_4\right), d_{44} = \frac{1}{4} m_{\rm s} l^2. \end{split}$$

H矩阵内各元素为:

$$\begin{split} H_{1}(\mathbf{p},\dot{\mathbf{p}}) = & \left(m_{1} + \frac{3}{2}m_{1} + m_{s}\right)\dot{p}_{2}^{2}l^{2}\sin\left(p_{1} - p_{2}\right) - \left(\frac{1}{2}m_{1} + m_{s}\right)\dot{p}_{3}^{2}l^{2}\sin\left(p_{1} - p_{3}\right) - \frac{1}{2}m_{s}l^{2}\dot{p}_{4}^{2}\sin\left(p_{1} - p_{3}\right) - p_{3}l^{2}\dot{p}_{4}^{2}\sin\left(p_{1} - p_{3}\right) - p_{3}l^{2}\dot{p}_{4}^{2}\dot{p}_{4}$$

$$\begin{split} H_{2}(\mathbf{p},\dot{\mathbf{p}}) &= -m_{1}l^{2}\dot{p}_{1}^{2}\sin\left(p_{1}-p_{2}\right) - \frac{1}{2}m_{1}l^{2}\left[3\dot{p}_{1}^{2}\sin\left(p_{1}-p_{2}\right) + \dot{p}_{3}^{2}\sin\left(p_{2}-p_{3}\right)\right] - \\ &= \frac{1}{2}m_{s}l^{2}2\left[\dot{p}_{1}^{2}\sin\left(p_{1}-p_{2}\right) + 2\dot{p}_{3}^{2}\sin\left(p_{2}-p_{3}\right) + \dot{p}_{4}^{2}\sin\left(p_{2}-p_{4}\right)\right] - lg\left(m_{1} + \frac{3}{2}m_{1} + m_{s}\right)\sin p_{2}, \\ H_{3}(\mathbf{p},\dot{\mathbf{p}}) &= \frac{1}{2}m_{1}l^{2}\dot{p}\left[\frac{1}{2}\sin\left(p_{1}-p_{3}\right) + \dot{p}_{2}^{2}\sin\left(p_{2}-p_{3}\right)\right] + \frac{1}{2}m_{s}l^{2}\left[2\dot{p}_{1}^{2}\sin\left(p_{1}-p_{3}\right) + 2\dot{p}_{2}^{2}\sin\left(p_{2}-p_{3}\right) - \dot{p}_{4}^{2}\sin\left(p_{3}-p_{4}\right)\right] + lg\left(\frac{1}{2}m_{1} + m_{s}\right)\sin p_{3}, \end{split}$$

$$H_{4}(p,\dot{p}) = -\frac{1}{2}m_{s}l^{2}[\dot{p}_{1}^{2}\sin(p_{1}+p_{4})+\dot{p}_{2}^{2}\sin(p_{2}+p_{4})+\dot{p}_{3}^{2}\sin(p_{3}-p_{4})] + \frac{1}{2}m_{s}lg\sin(p_{4}+p_{4})$$