

具有无序尺寸肋骨配置的加筋圆柱壳振动局域化

纪刚¹, 赵鹏¹, 谭路¹, 黄纯文²

(1. 海军工程大学舰船与海洋学院, 湖北 武汉 430033;

2. 湖北交通职业技术学院物流与交通管理学院, 湖北 武汉 430068)

摘要: 为控制周期加筋圆柱壳在通带振动的远距离传播问题, 拟采取肋骨尺寸无序配置的方式实现将振动局限于振源附近, 为此开展了具有肋骨尺寸无序配置的加筋圆柱壳振动局域化研究。为定量预报局域化因子, 将加筋圆柱壳各周向模式振动沿轴向的传播等效为耦合振子链的振动传播问题。以加筋圆柱壳有限元振动分析的结果为输入, 使用结合波数分析的参数辨识技术给出了等效振子固有频率参数和耦合参数, 利用耦合振子链的无序局域化因子公式预报肋骨尺寸无序配置加筋圆柱壳的局域化因子, 用于判断振动局域化的发生。为预报局域化因子所需要的肋骨尺寸无序度参数使用了参考模型辨识技术。针对具有无序尺寸肋骨配置的加筋圆柱壳所开展的振动局域化分析结果表明, 肋骨尺寸变化能导致单元对地刚度发生改变, 从而导致单元固有频率发生改变。因此, 肋骨尺寸无序配置可实现振动局域化, 具体程度同振动模式、肋骨尺寸无序度参数和频率相关。

关键词: 振动控制; 振动衰减; 加筋圆柱壳; 无序结构; 局域化

中图分类号: O328; U661.44 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)05-1138-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.05.011

引言

周期加筋圆柱壳结构是潜艇耐压壳结构、飞机舱室结构等工程结构的原型结构, 其振动特性为结构设计者所关注^[1-5]。无限长周期加筋圆柱壳会存在“通带”^[6-8]: 特定周向模式的振动只能在通带沿圆柱壳轴向传播, 形成模式传导波; 对给定周向模式的模式传导波, 通带可以不止一个, 不同通带之间的间隙频带是“禁带”, 在禁带, 振动只能由振源随传播距离呈指数衰减传播。对受迫振动的有限长周期加筋圆柱壳, 模式传导波会在壳体端部反射, 并同入射波叠加, 在满足协调条件时形成共振。由于模式传导波只能在通带存在, 因而共振频率也将聚集于通带, 形成“模态聚集”现象^[9]。从振动控制角度看, 应当尽可能使激振频率处于禁带, 使振动能量被局限于振源附近, 即振动被“局域化”, 如, 潜艇尾部振源振动会在通带远距离传递, 从而影响安装于首部的声呐使用, 为此, 需通过结构设计避免振动传至艇首。

为控制加筋圆柱壳在通带的振动传递特性, 文献[10]提出了以无序肋骨间距配置控制振动的思想, 并开展了振动局域化研究, 其基本原理是: 通过肋骨间距随机配置的方式形成肋骨间距无序配置结构, 以破坏结构机械属性的周期性, 进而破坏其“通带”特征。无序局域化现象首次由 Anderson 在研究电子传播规律时发现^[11]: 在晶体中掺入杂质后, 电子

传播能力下降。实际上, 针对耦合摆^[12]、耦合振子链^[13-15]、多跨梁^[16-18]、加筋板^[19]和加筋圆柱壳模型^[10, 20]等结构的理论分析、数值仿真和实验研究表明, 无序配置也将使结构振动传递特性发生改变: 在原型周期结构的通带内, 振动传递随传播距离的增加而呈指数衰减, 表现为振动局域化特征。

振动局域化是无序结构的典型特征, 它与波在无序结构中的随机散射相关: 传导波在传播过程中会因介质机械属性的不同而产生无序散射, 即使在通带, 能量也会因反射作用而被限制于激振源附近。从振动波形的空间分布上看, 结构无序性所带来的振动局域化效果类似于结构中因存在阻尼而形成的振动局域化效果, 但无序局域化并非由能量耗散引起, 因而对结构采取无序化设计是一种通过结构设计控制振动传播的措施。

通常使用局域化因子定量表述振动局域化程度, 它定量给出了传播能量沿传播方向的指数衰减率^[17]。文献[10]将加筋圆柱壳肋间壳段的给定周向模式振动比拟为弹簧振子单元振动, 利用实验测量了局域化因子。其测量方案分析表明, 加强筋间距的无序布置将导致肋间壳段长度的无序, 形成单元机械属性的无序, 从而导致振动局域化的发生。

肋骨是圆柱壳的支撑构件, 肋骨尺寸的变化也将导致肋间壳段单元的机械属性发生变化。采取不同尺寸的肋骨沿圆柱壳轴向无序布置, 理应导致振动局域化的发生。为此, 本文将重点针对沿轴向以

无序方式布置不同尺寸肋骨的加筋圆柱壳进行振动局域化研究。以常规潜艇耐压壳为原型的加筋圆柱壳为研究对象,建立定量预报肋骨截面尺寸无序模型局域化因子的方法,对无序模型局域化因子进行预报和检验,获取振动局域化发生的相关规律。为规避针对加筋圆柱壳定量预报局域化因子需进行复杂解析分析的困难,受文献[10]启发,将加筋圆柱壳等效为耦合振子链振动,以有限元分析结果为输入,应用波数分析技术和参数辨识技术获取等效振子参数;最后再利用耦合振子链的无序局域化因子理论公式预报加筋圆柱壳的无序局域化因子。

1 加筋圆柱壳模型

以如图1所示的周期加筋圆柱壳模型为基本模型,然后通过对基本模型的各肋骨尺寸进行随机扰动,形成无序肋骨尺寸配置模型。基本模型的主尺度、板厚、环向加强筋及后续预报中使用的材料参数如表1所示。基本模型采用T型截面肋骨,与截面形状相关的参数符号如图2所示。

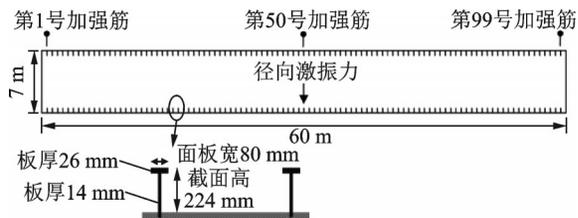


图1 加筋圆柱壳模型

Fig. 1 Framed cylindrical shell model

对肋骨尺寸进行扰动时,仅针对腹板高度进行扰动。为确保肋骨质量不变,在扰动腹板高度的同时,还需遵循截面面积不变的原则,即当腹板高度由 h 变为 ah 后,腹板厚度由 t 变为 t/α 。记腹板高度变化率为 ζ ,则 ζ 同 α 的关系为:

$$\zeta = \alpha - 1 \quad (1)$$

后续将通过对各肋骨腹板高度变化率进行各自独立的无序扰动来形成无序尺寸肋骨配置:圆柱壳第 i 个肋位的肋骨腹板高度变化率 ζ_i 是在 $[-H, H]$ 范围具有均匀分布概率密度的随机变量,显然各 ζ_i 具有相同的随机特征参数值 H 。

后续还将对模型开展有限元频率响应分析,分析中使用的激振力如图1所示:以径向、简谐点力方式作用于圆柱壳中部(第50号加强筋处),圆柱壳自由悬浮。这种激振方式可视为系列周向模式激振力的叠加,用于激发更多的壳体周向模式振动,便于开展不同周向模式振动传递特性的分析。通过变换不同的激振频率参数,可分析获得不同激振频率的响应结果。分析中,将以1 Hz为步长,计算模型从2~

表1 加筋圆柱壳尺寸及材料参数

Tab. 1 Dimension and material parameters of the framed cylindrical model

参数及材料名称	量值
圆柱壳总长/m	60
圆柱壳直径/m	7
圆柱壳板厚/m	0.03
环向加强筋数量/个	99
平均加筋间距/m	0.6
环向加强筋截面形式	T截面梁
环向加强筋截面总高/m	0.224
环向加强筋面板宽/m	0.08
环向加强筋面板厚/m	0.026
环向加强筋腹板厚/m	0.014
壳体及加强筋材料	钢材
钢材密度/($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	7.8×10^3
钢材弹性模量/Pa	2.05×10^{11}
钢材泊松比	0.3

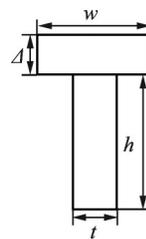


图2 T型截面肋骨的尺寸符号

Fig. 2 Dimension symbols of T-section rib

1200 Hz的频率响应。

2 对地刚度无序耦合振子链的局域化因子

具有无序尺寸肋骨配置的加筋圆柱壳振动将被等效为对地刚度无序的耦合振子链振动,为此,首先需给出对地刚度无序的耦合振子链振动的局域化因子。

具有对地刚度的耦合振子链如图3所示。当耦合弹簧刚度 $k_c=0$ 时,系统退化为系列独立解耦的弹簧振子,各振子的质量均为 m ,第 i 个振子的对地弹簧刚度为 $k_i=k_0+\epsilon_i k_0$, ϵ_i 为小参数,它是在平均对地刚度 k_0 基础上的振子对地刚度变化率。当耦合弹簧刚度 $k_c \neq 0$ 时,整个耦合系统的动力关系可表达为递归形式:

$$\begin{bmatrix} x_i \\ x_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \frac{-m\omega^2 + k_i}{k_c} + 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ x_i \end{bmatrix},$$

$$\text{或: } \mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{T}_i \mathbf{X}_i \quad (2)$$

式中 x_i 代表第 i 个振子的位移复数幅值, ω 为圆频

率, i 为振子序号索引, $i \in (-\infty, +\infty)$, $\mathbf{X}_i = (x_{i-1}, x_i)^\top$ (上标“T”代表“求转置”) 表征了第 i 个单元状态, 它由第 $i-1$ 个振子和第 i 个振子的位移复数幅值共同表征, 第 i 个单元的状态通过状态传递矩阵 T_i 变换为第 $i+1$ 个单元的状态。

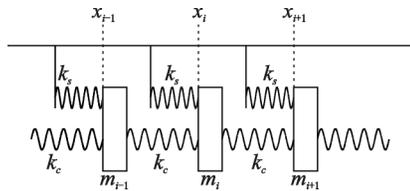


图3 耦合振子链模型

Fig. 3 Coupled oscillator chain model

文献[21]对该问题进行了深入研究, 主要结论为:

当各振子对地刚度相同(即 $\epsilon_i = 0$) 时, 系统是周期系统, 此时, 当圆频率 ω 处于通带内时, 系统对输入的能量以不衰减波的形式沿振子链传播, 其中波数 κ 和圆频率 ω 满足频散关系:

$$1 + \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2V} = \cos \kappa \quad (3)$$

式中 ω_0 为解耦振子的固有圆频率, V 被称为耦合系数, 它们表达为:

$$\begin{cases} \omega_0^2 = \frac{k_s}{m} \\ V = \frac{k_c}{m} \end{cases} \quad (4)$$

通带频率和通带带宽由下式给出:

$$\begin{cases} \left| 1 + \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{2V} \right| \leq 1, \\ D = \sqrt{4V + \omega_0^2} - \omega_0 \end{cases} \quad (5)$$

图4给出了耦合振子链的频散曲线。

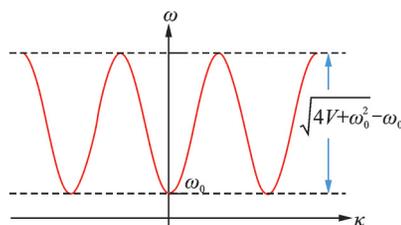


图4 耦合振子链的频散关系

Fig. 4 Dispersion curve of coupled oscillator chain

若各振子对地刚度受到不规则扰动, ϵ_i 是均值为零、方差为 $\sigma^2(\epsilon_i) = \sigma_{\epsilon_i}^2$ 、具有均匀概率分布的随机变量, 则系统是无序非周期系统, 此时系统对输入的能量将以指数衰减形式传播。记第 1 个振子的能量

$$v(\phi, x, f) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} [V^{\cos}(n, k_x, f) \cos(n\phi) + V^{\sin}(n, k_x, f) \sin(n\phi)] e^{jk_x x} dk_x \right\} \quad (8)$$

式中 V^{\cos} 和 V^{\sin} 给出了各行进波分量的复数幅值,

为 B_1 , 传播至第 N 个振子时的能量为 B_N , 则:

$$\gamma_N = -\frac{1}{2N} \ln \left| \frac{B_N}{B_1} \right| \quad (6)$$

式中 γ_N 称为局域化因子, 它反映了非周期无序系统相邻单元对入射波能量的平均指数衰减率。针对 $N \rightarrow \infty$ 情形, 文献[21]给出了局域化因子的近似表达式:

$$\gamma = \lim_{N \rightarrow \infty} \gamma_N \approx \frac{(2V + \omega_0^2)^2 \sigma_{\epsilon_i}^2}{8V^2} \quad (7)$$

式中 $\omega_0 = \sqrt{k_s/m}$ 为周期振子链系统解耦弹簧振子的固有圆频率; 方差为 $\sigma^2(\epsilon_i) = \sigma_{\epsilon_i}^2$, 代表了振子对地刚度增长率的无序度。式(7)说明, 无序局域化因子同耦合系数 V 、振子固有频率参数 ω_0^2 及对地刚度增长率无序度参数 $\sigma_{\epsilon_i}^2$ 相关。

3 无序尺寸肋骨配置模型的局域化因子预报技术

为获取无序尺寸肋骨配置模型的局域化因子, 将加筋圆柱壳振动等效为耦合振子链系统振动。首先针对周期加筋圆柱壳模型(即基本模型)采取参数辨识技术获取等效周期振子链参数, 然后导出基本模型对地刚度变化率随肋骨腹板高度变化率的变化关系, 进而可用肋骨腹板高度变化率的无序度来表示等效对地刚度无序度, 从而可利用耦合振子链的无序局域化因子理论公式预报无序尺寸肋骨配置模型的局域化因子。

等效的实质是将加筋圆柱壳进行周向模式的分解, 将每一周向模式沿轴向的传播比拟为特定振子链系统的振动传播, 利用两者的相似特性进行参数辨识, 给出同振子链各单元相等效的“加筋壳段”机械属性参数。

3.1 等效耦合参数与固有频率参数的辨识

基本模型的等效耦合参数与固有频率参数以有限元分析结果作为输入, 结合波数分析的方法进行参数辨识。

首先针对基本模型进行频率响应分析, 可获得其径向振动速度场, 记作 $v(\phi, x, f)$, 它是圆柱壳轴向位置 x 、周向位置 ϕ 和频率 f 的函数。

然后对径向速度场进行波数分析^[2-3]: 针对每一频率, 将圆柱壳的径向振动场分解为系列行进波的叠加, 用公式表示为:

上标“cos”, “sin”表示相应分量是“对称模式”和“反

对称模式”, f 为频率, k_x 为轴向波数, n 为周向模式阶数。 V^{\cos} 和 V^{\sin} 具体计算为:

$$A(\phi, k_x, f) = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} v(\phi, x, f) e^{-jk_x x} dx,$$

$$V^{\cos}(n, k_x, f) = \frac{1}{q \times \pi} \int_{-\pi}^{\pi} A(\phi, k_x, f) \cos(n\phi) d\phi,$$

$$V^{\sin}(n, k_x, f) = \frac{1}{q \times \pi} \int_{-\pi}^{\pi} A(\phi, k_x, f) \sin(n\phi) d\phi,$$

$$q = \begin{cases} 2, & n = 0 \\ 1, & n = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (9)$$

式中 L 为圆柱壳轴向长度。

记 $W(n, k_x, f)$ 为:

$$W(n, k_x, f) = |V^{\cos}|^2 + |V^{\sin}|^2 \quad (10)$$

则 $W(n, k_x, f)$ 为频率 f 下, 具有截面周向模式 n 和轴向波数 k_x 的行进波分量所具有的振动能量。若将 $W(n, k_x, f)$ 对 k_x 积分:

$$E_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} W(n, k_x, f) dk_x \quad (11)$$

则 $E_n(f)$ 给出了给定频率 f 下圆柱壳截面以周向模式 n 振动的总能量。

此外, 还可给出“给定周向振动模式 n 下的截面振动能量沿轴向的分布”, 表示为:

$$E_x^n(x, f) = \frac{1}{2\pi} \left[\left| \int_{-\infty}^{+\infty} V^{\cos}(n, k_x, f) e^{jk_x x} dk_x \right|^2 + \left| \int_{-\infty}^{+\infty} V^{\sin}(n, k_x, f) e^{jk_x x} dk_x \right|^2 \right] \quad (12)$$

利用 $W(n, k_x, f)$ 可针对各离散的 n 绘制“行进波分量振动能量-轴向波数-频率”色谱图(即 W_n-k_x-f 色谱图), 利用该色谱图可给出等间距加筋圆柱壳的频散曲线。图5是典型的 W_n-k_x-f 色谱图, 图中具有因振动能量较大而呈现的“亮色曲线”, 它们来源于共振, 同壳体模态和自然频率相关, 是圆柱壳截面以 $n=5$ 模式振动时、振动能量沿轴向传播的频散曲线。通常对给定周向模式, 频散曲线不止一根, 说明圆柱壳具有多个通带, 对应于相邻加强筋之间壳体的不同轴向振动模式。每根频散曲线都具有和图4相似的特征, 说明相邻加强筋之间壳体的每一轴向振动模式都可视为单自由度耦合振子链。因此, 可针对各频散曲线逐一辨识给出加筋圆柱壳的等效振子参数: 对某一具体通带, 若频散曲线下限圆频率为 ω_- , 圆频率带宽为 D , 则根据式(3)和(5)的关系可得等效参数为:

$$\omega_0^2 = \omega_-^2 = 4\pi^2 f_-^2,$$

$$V = \frac{D(D + 2\omega_-)}{4} = \frac{\pi D_f (D_f + 2f_-)}{2} \quad (13)$$

式中 f_- 和 D_f 分别为以 Hz 为单位的下限频率和带宽。

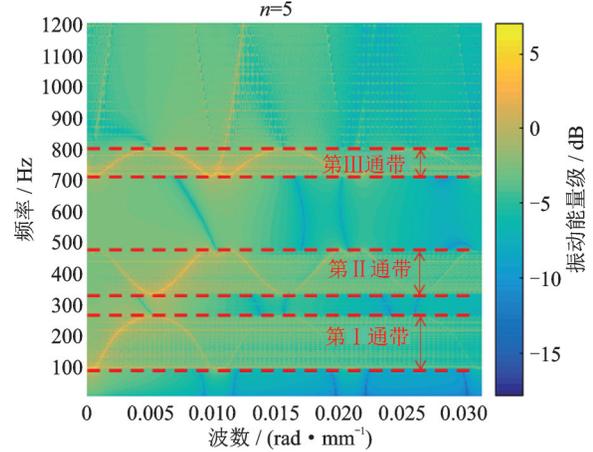


图5 用于获取频散线的 W_n-k_x-f 色谱图

Fig.5 W_n-k_x-f chromatogram used for acquiring dispense curve

为保证参数辨识的操作精度, 还可给出“圆柱壳截面以周向模式 n 振动的总能量随频率的变化”曲线(即 E_n-f 曲线), 如图6所示, 从该曲线可辅助判断 ω_- 和 D 的识别正确性。

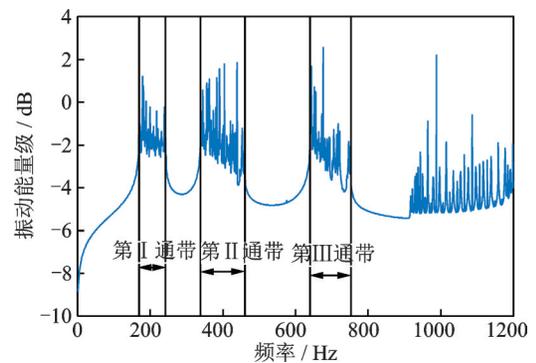


图6 E_n-f 曲线用于提高参数辨识精度

Fig.6 E_n-f curve used to improve the parameter identification

在给出了通带上、下限频率后, 将 $W(n, k_x, f)$ 沿频率进行积分, 如下式:

$$E_n^D(k_x) = \int_{\frac{\omega_-}{2\pi}}^{\frac{\omega_- + D}{2\pi}} W(n, k_x, f) df \quad (14)$$

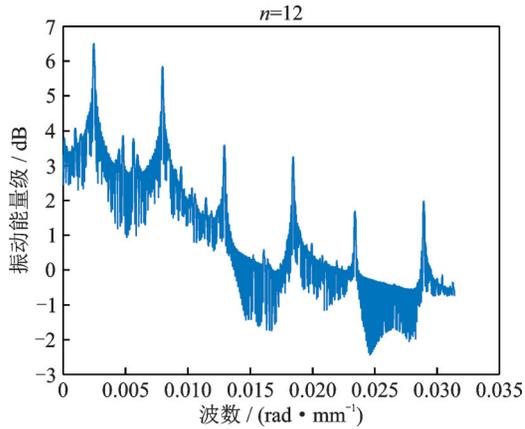
则还可给出该通带振动能量的轴向波数分布特征, 即 $E_n^D-k_x$ 曲线, 如图7所示, 用于识别通带的轴向波数分布特征。

3.2 对地刚度变化率的表达式

为后续能给出无序肋骨尺寸配置模型的无序度参数, 以三个基本假定为前提, 以分析加筋壳段的刚度构成入手, 从工程应用角度给出“肋骨腹板高度变化率”与“加筋壳段对地刚度变化率”间的关系。

①小量假定。

小量假定意味着与小量相关的函数可通过泰勒展开并取一阶近似表示。

图7 典型的 $E_n^D - k_x$ 曲线Fig. 7 Typical $E_n^D - k_x$ curve

最主要的小量是肋骨腹板高度变化率 ζ (见式(1))。对 T 型截面肋骨, 当腹板高度变化率为 ζ 时, 截面相对腹板根部的面积惯性矩为:

$$I_b(\zeta) = \frac{\omega\Delta^3}{12} + \omega\Delta \left[(\zeta+1)h + \frac{\Delta}{2} \right]^2 + (\zeta+1)^3 \frac{th^3}{3} \quad (15)$$

则:

$$I_b(\zeta) \approx I_b(0) + \left. \frac{dI_b}{d\zeta} \right|_{\zeta=0} \times \zeta \quad (16)$$

式中 当 $\zeta=0$ 时, 对应于基本模型, $I_b(0)$ 是基本模型肋骨截面相对腹板根部的面积惯性矩。由式(16)不难得到, 因肋骨腹板高度变化而导致的截面面积惯性矩变化率 ξ 为:

$$\xi = \frac{I_b(\zeta) - I_b(0)}{I_b(0)} \approx \delta\zeta \quad (17)$$

式中:

$$\delta = \left. \frac{dI_b}{d\zeta} \right|_{\zeta=0} I_b^{-1}(0) = \frac{2\omega\Delta \left(h + \frac{\Delta}{2} \right) h + th^3}{\frac{\omega\Delta^3}{12} + \omega\Delta \left(h + \frac{\Delta}{2} \right)^2 + \frac{th^3}{3}} \quad (18)$$

② 肋骨弯曲刚度假定。

加筋壳段等效对地刚度 K_{com} 是圆柱壳段对地刚度 K_{cylin} 和肋骨支撑刚度 K_{beam} 的并联, 表示为:

$$K_{\text{com}}(\zeta) = K_{\text{beam}}(\zeta) + K_{\text{cylin}} = K_{\text{cylin}}(1 + \beta) \quad (19)$$

式中:

$$\beta(\zeta) = K_{\text{beam}}(\zeta) / K_{\text{cylin}} \quad (20)$$

是肋骨支撑刚度-加筋壳段刚度比, K_{beam} 是腹板高度变化率 ζ 的函数, K_{cylin} 为常数。若 K_{beam} 相对 K_{cylin} 很小, 则 β 也是小量。

假定肋骨变形是平面内的变形, 则肋骨对壳体的支撑刚度主要贡献于环向弯曲刚度。由于弯曲刚度同肋骨截面相对壳体中面沿环向转动的面积惯性矩成比例^[6-7], 因此肋骨截面面积惯性矩变化率即为

肋骨支撑刚度变化率, 即:

$$\xi \approx \frac{K_{\text{beam}}(\zeta) - K_{\text{beam}}(0)}{K_{\text{beam}}(0)} \quad (21)$$

结合式(19), (20)和(21)可给出, 由肋骨腹板高度具有变化率 ζ 而导致的加筋壳段对地刚度变化率表达式为:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{K_{\text{com}}(\zeta) - K_{\text{com}}(0)}{K_{\text{com}}(0)} = \frac{\beta(\zeta) - \beta(0)}{1 + \beta(0)} \approx \\ &\frac{\xi\beta(0)}{1 + \beta(0)} \approx \xi\beta(0) \end{aligned} \quad (22)$$

③ 耦合刚度与质量不变假定。

该假定认为, 肋骨尺寸变化引起的加筋壳段对地刚度变化对耦合刚度和加筋壳段质量没有影响。这意味着, 加筋壳段对地刚度变化率即反映了固有频率变化率, 即:

$$\frac{\omega_0^2(\zeta) - \omega_0^2(0)}{\omega_0^2(0)} = \epsilon \approx \xi\beta(0) \quad (23)$$

故有:

$$\beta(0) \approx \left[\frac{\omega_0^2(\zeta)}{\omega_0^2(0)} - 1 \right] \xi^{-1} \quad (24)$$

该式提供了辨识 $\beta(0)$ 的思路: 分别针对基本模型和相对基本模型具有给定腹板高度变化率值的周期加筋圆柱壳模型(简称参考模型)进行固有频率参数辨识, 获得他们的固有频率, 给出两者的固有频率之比, 进而利用式(24)辨识出 $\beta(0)$ 。

综上所述, 具有一般肋骨腹板高度变化率 ζ 的周期加筋圆柱壳模型相对基本模型的加筋壳段单元对地刚度变化率 ϵ 表达为:

$$\epsilon \approx \xi\beta(0) \quad (25)$$

式中 $\beta(0)$ 为基本模型的肋骨支撑刚度-加筋壳段刚度比, 通过基本模型和参考模型辨识给出, ξ 值由式(17)给出。

3.3 无序尺寸肋骨配置模型的局域化因子

当各圆柱壳肋骨腹板高度变化率是独立的随机变量时, 无序肋骨尺寸将引起加筋壳段单元对地刚度无序。

当第 i 个加筋壳段单元的肋骨腹板高度变化率 ζ_i 是在 $[-H, H]$ 范围具有均匀分布概率密度的随机变量时, 利用式(17)和(22)的关系不难给出: 第 i 个加筋壳段对地刚度变化率 ϵ_i 是在 $[-\delta\beta(0)H, \delta\beta(0)H]$ 范围具有均匀分布概率密度的随机变量。根据概率论的知识可知 ϵ_i 的方差为:

$$\sigma_{\epsilon_i}^2 = \frac{\delta^2 \beta^2(0) H^2}{12} \quad (26)$$

将加筋圆柱壳给定周向模式的通带振动类比于

耦合振子链振动,则可直接利用式(7)给出无序尺寸肋骨配置模型的振动局域化因子为:

$$\gamma \approx \frac{(2V + \omega_0^2)^2 \delta^2 \beta^2(0) H^2}{96V^2} \quad (27)$$

4 实例模型的数值分析

为验证前述理论的正确性,研究无序肋骨尺寸配置对振动局域化的影响规律,针对加筋圆柱壳实例进行了数值分析。

4.1 辨识基本模型的肋骨支撑刚度-加筋壳段刚度比

为预报无序肋骨尺寸配置模型的局域化因子,首先需分别针对参比模型和基本模型获得 $\omega_0^2(\zeta)$ 和 $\omega_0^2(0)$,然后利用式(24)计算基本模型的肋骨支撑刚度-加筋壳段刚度比 $\beta(0)$,该结果将作为输入,用来预报局域化因子。本文以 $\zeta=0.5$ 的模型作为参考模型,即所有肋骨腹板高度变为基本模型的1.5倍,同时保持肋骨截面积不变。

由于周期加筋圆柱壳给定周向模式的频散曲线是多条,每条频散曲线都反映了具有特定肋间轴向模式振动的传播特性,因此需要仔细辨认两个模型的对应通带,从而以对应通带所获取的 $\omega_0^2(\zeta)$ 和 $\omega_0^2(0)$ 作为输入计算 $\beta(0)$ 。利用两个模型的 $E_n^D-k_x$ 曲线和 E_n-f 曲线进行对比可判断对应通带。图8给出了周向模式 $n=12$ 时、基本模型和参考模型 $E_n^D-k_x$ 曲线对比。对基本模型,分别列出了由 $W(n, k_x, f)$ 在第一通带和第二通带沿频率积分获得的结果;对参考模型,仅列出了由 $W(n, k_x, f)$ 在第一通带图沿频率积分获得的结果。为清晰识别特征,基本模型第二通带的结果整体减少了5 dB,参考模型第一通带的结果整体增加了5 dB。可以看到:两个模型在第一通带的 $E_n^D-k_x$ 曲线特征相似,与振动能量峰值相对应的轴向波数相当,说明两者的肋间振动模式具有类比特征。图9是基本模型和参考模型的 E_n-f 曲线对比,从中可看出通带频率整体平移的特征,说明肋骨高度增加后将引起加筋壳段单元对地刚度增大,固有频率增加。因此两者的第一通带是对应通带。

由于用于辨识 $\omega_0^2(\zeta)$ 和 $\omega_0^2(0)$ 的频散曲线来源于基于有限元计算和波数分析给出的色谱图,因此也存在通带未覆盖在计算频段内、通带界限辨识不清、无法找到两个对应通带等问题,这将导致辨识失效,这些数据应予以剔除。

图10是针对各周向模式辨识所给出的 $\beta(0)$ 。其中,对给定的周向模式 n ,给出的结果可以是多值

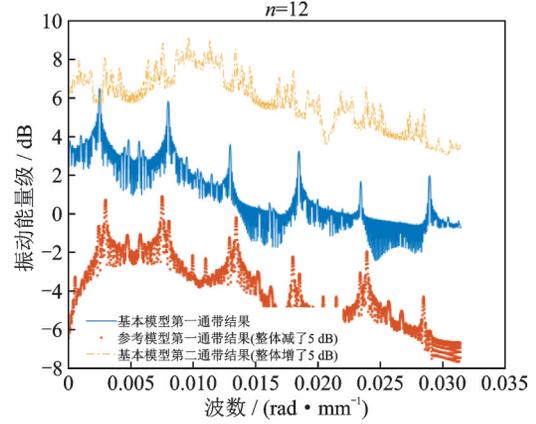


图8 基本模型与参考模型的 $E_n^D-k_x$ 曲线

Fig. 8 $E_n^D-k_x$ curves acquired using basic model and referenced model

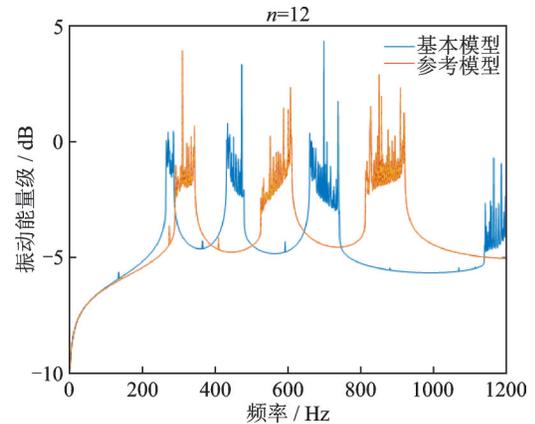


图9 基本模型与参考模型的 E_n-f 曲线对比

Fig. 9 Comparison of E_n-f curves acquired using basic model and referenced model

的,与同一周向模式的不同通带相对应。

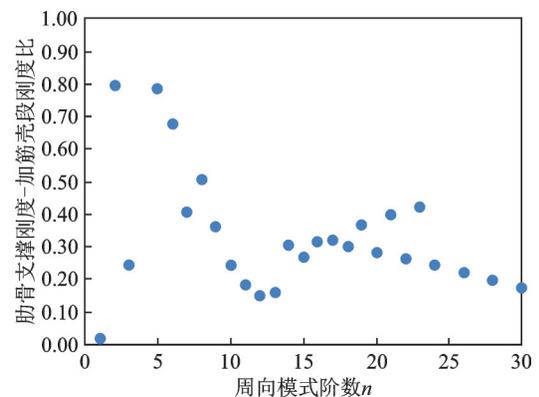


图10 通过参数辨识给出的 $\beta(0)$

Fig. 10 $\beta(0)$ acquired by parameter identification

4.2 无序肋骨尺寸配置模型局域化因子预报

在利用式(27)进一步预报局域化因子的过程中, ω_0^2 及 V 是基本模型的固有频率和耦合参数,已在 $\beta(0)$ 的辨识过程中获取;以基本模型的肋骨尺寸为输入,还可根据式(18)计算 δ 。以腹板高度变化

率的概率分布范围界限参数 H 为输入,可以计算出局域化因子。

图 11 对比给出了 $H=0.2$ 和 $H=0.4$ 两种情况下的无序肋骨尺寸配置模型振动局域化因子预报值。图中横坐标是周向模式阶数 n ,纵坐标是局域化因子预报值 γ ,它是多值的,与振动轴向传播的多通带相对应。由图 11 可见,腹板高度扰动限度值 H 越大,振动局域化因子也越大,该规律从式(27)也可直接得出。

图 11 还可看到局域化因子随周向模式阶数的变化规律:根据本文已辨识的局域化因子数据,周向模式阶数超过 5 的局域化因子更大,具有随周向模式阶数增加而增加的特征。

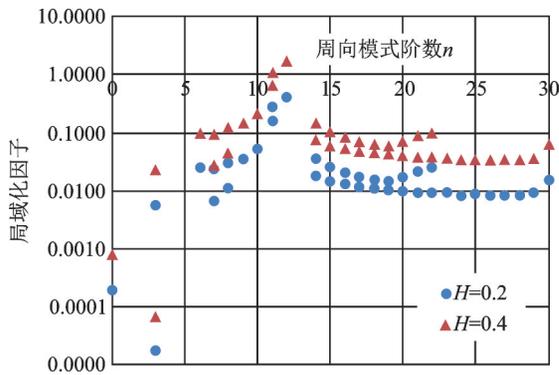


图 11 局域化因子预报结果

Fig. 11 Prediction results of localization factors

图 12 以更直观的方式显示了该规律,给出了各周向模式下的 $\gamma/(H^2 \times \delta^2)$ 值随 n 的变化。由于 $(H^2 \times \delta^2)$ 与 n 无关,因而 $\gamma/(H^2 \times \delta^2)$ 值反映了式(27)中局域化因子同周向模式 n 相关的部分。

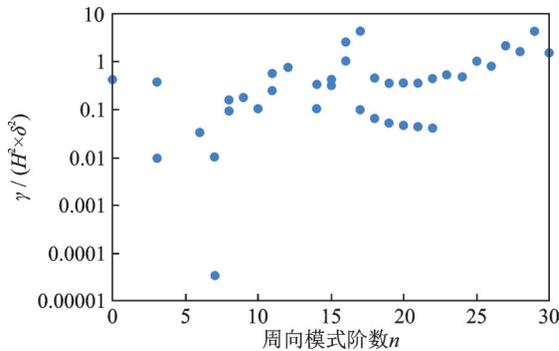


图 12 $\gamma/(H^2 \times \delta^2)$ 值随周向模式阶数 n 的变化

Fig. 12 $\gamma/(H^2 \times \delta^2)$ value versus azimuthal mode number n

4.3 实例模型验证

为验证无序肋骨尺寸配置模型局域化的可发生性,检验局域化因子预报结果的可信度,分别建立了参数 $H=0.2$ 和 $H=0.4$ 的无序肋骨尺寸配置模型实例:采用随机数生成程序给出各肋骨腹板高度增长率,进而确定各肋骨尺寸参数,并建立无序肋骨尺寸

配置模型实例。对每根肋骨,在获取具体肋骨腹板高度变化率 ζ 后,参照截面面积不变原则给出相应肋骨的具体尺寸。

为获取实例模型的局域化因子,对这两个实例模型进行有限元分析和波数分析。其中,各截面给定周向模式的振动能量 $E_x^n(x, f)$ 将用于计算局域化因子。将 $E_x^n(x, f)$ 分别在利用周期模型给出的相应通带内积分,即获得各截面在相应通带的振动能量:

$$B(x) = \int_{\frac{\omega_-}{2\pi}}^{\frac{\omega_+ + D}{2\pi}} E_x^n(x, f) df \quad (28)$$

这样,处于壳体中部振源处截面的振动能量 B_1 和处于壳体端部截面的振动能量 B_N 就已知了,可以按照式(6)计算局域化因子,对加筋圆柱壳而言, N 取 50。

图 13 和 14 分别给出了两个模型的局域化因子预报结果同实例结果的对比。由图可见,预报结果和实例结果在量级和规律上基本一致。数据的差别来源于:预报公式是基于统计规律导出的平均结果,反映的是肋骨尺寸沿轴向的随机无序配置给出的统计特征;而实例结果来源于特例,只有当肋骨数量足够大时,才能视作真正意义的随机无序。

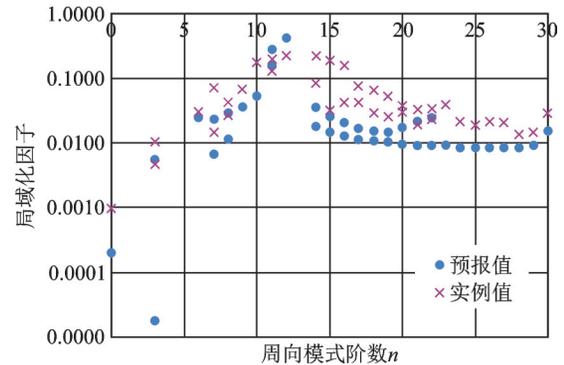


图 13 局域化因子预报值同实例值的比较 ($H=0.2$)

Fig. 13 Comparison of predicted and instance localization factors ($H=0.2$)

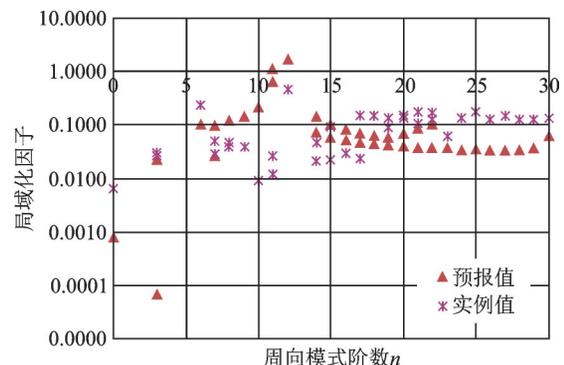
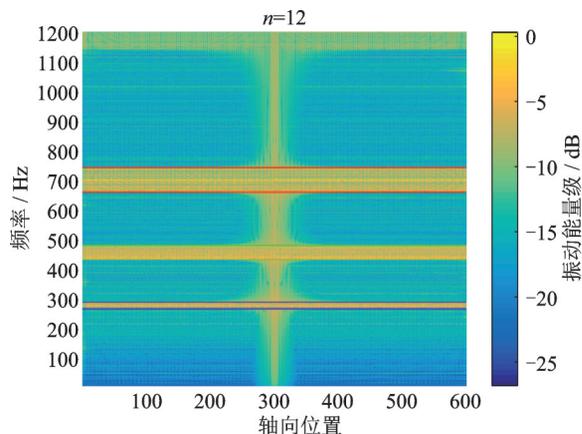


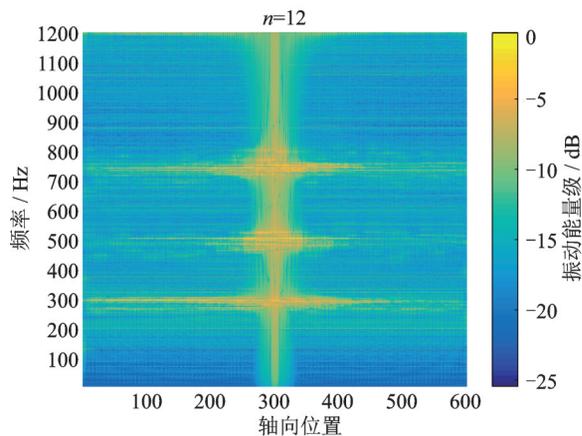
图 14 局域化因子预报值同实例值的比较 ($H=0.4$)

Fig. 14 Comparison of predicted and instance localization factors ($H=0.4$)

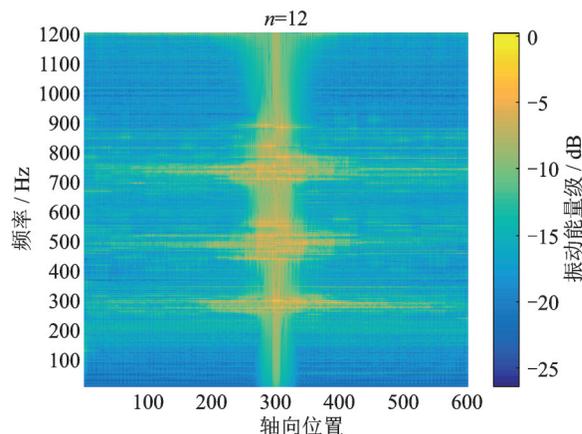
图15给出了基本模型同无序肋骨尺寸配置模型的 E_n^x-f-x 色谱图对比,其中 $n=12$ 。色谱图横坐标为轴向位置编号,柱壳最左端编号为0;纵坐标是频率;色谱颜色代表振动能量。从色谱图可以看到,两个无序肋骨尺寸配置模型都能看到较为明显的局域化效果:处于壳体中部截面振源位置处的振动能量大,振动能量沿轴向衰减传播至端部。



(a) 由基本模型给出的 E_n^x-f-x 色谱图
(a) E_n^x-f-x chromatogram acquired by basic model



(b) 由无序肋骨配置模型给出的 E_n^x-f-x 色谱图($H=0.2$)
(b) E_n^x-f-x chromatogram acquired by rib irregularly configured model ($H=0.2$)



(c) 由无序肋骨配置模型给出的 E_n^x-f-x 色谱图($H=0.4$)
(c) E_n^x-f-x chromatogram acquired by rib irregularly configured model ($H=0.4$)

图15 基本模型同无序肋骨配置模型的 E_n^x-f-x 色谱图比较
Fig. 15 Comparison of E_n^x-f-x contour maps acquired by basic model and rib irregularly configured model

5 结论

本文开展了具有无序尺寸肋骨配置有加筋圆柱壳振动局域化研究,形成了预报局域化因子的方法,开展了有关规律研究。主要结论为:

(1) 利用实例模型的数值结果同预报结果的对比验证了本文针对肋骨腹板高度无序配置情形所使用的振动局域化因子预报方法的有效性:预报结果和实例结果在量级和规律上基本一致。

(2) 对给定无序肋骨尺寸配置模型局域化因子预报的结果表明,局域化因子值同振动模式、肋骨尺寸无序度参数和频率相关,其中,腹板高度扰动限度值越大,周向模式阶数越高,局域化因子越大。

(3) 理论分析和数值计算证实了在无序尺寸肋骨配置加筋圆柱壳中振动局域化的可发生性,结果表明,采用腹板高度变化率具有20%的无序度配置时,可在某些周向模式取得较为明显的局域化效果。

参考文献:

- [1] 陈美霞,张聪,邓乃旗,等.波传播法求解低频激励下水中加端板圆柱壳的振动[J].振动工程学报,2014,27(4):842-851.
Chen Mei-xia, Zhang Cong, Deng Nai-qi, et al. Analysis of the low frequency vibration of a submerged cylindrical shell with end plates based on wave propagation approach[J]. Journal of Vibration Engineering, 2014, 27(6): 842-851.
- [2] 谭路,纪刚,周其斗,等.结构等间距布置对圆柱壳结构振动性能的影响[J].振动工程学报,2017,30(4):603-609.
Tan Lu, Ji Gang, Zhou Qidou, et al. Influence of periodic arrangement of structures on structural vibration characteristics of cylindrical shell[J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(4): 603-609.
- [3] 谭路,纪刚,张纬康,等.采用波数域方法分析细长柱壳的振动与声辐射特性[J].海军工程大学学报,2013,25(3):66-71.
Tan Lu, Ji Gang, Zhang Wei-kang, et al. Sender cylindrical vibration and radiation by use of wave-number domain approach[J]. Journal of Naval University of Engineering, 2013, 25(3): 66-71.
- [4] Laulagnet B, Guyader J L. Sound radiation by finite cylindrical ring stiffened shells[J]. Journal of Sound and Vibration, 1990, 138(2): 173-191.
- [5] Skelton E A, James J H. Theoretical Acoustics of Underwater Structures [M]. London: Imperial College

- Press, 1997.
- [6] Mead D J. Wave propagation and natural modes in periodic systems: i. mono-coupled systems [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1975, 40(1): 1-18.
- [7] Mead D J. Wave propagation and natural modes in periodic systems: ii. multi-coupled systems, with and without damping [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1975, 40(1): 19-39.
- [8] Mead D J. A new method of analyzing wave propagation in periodic structures; applications to periodic Timoshenko beams and stiffened plates [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1986, 104(1): 9-27.
- [9] FAHY F, GARDONIO P. *Sound and Structural Vibration: Radiation, Transmission and Response* [M]. UK: Elsevier, 2007.
- [10] Photiadis Douglas M, Houston Brian H. Anderson localization of vibration on a framed cylindrical shell [J]. *The Journal of Acoustical Society of America*, 1999, 106(3): 1377-1391.
- [11] Anderson P W. Absence of diffusion in certain random lattices [J]. *Physical Review*, 1958, 109(5): 1492-1505.
- [12] Hodges C H. Confinement of vibration by structural irregularity [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1982, 82(3): 411-424.
- [13] Hodges, C H, Woodhouse J. Vibration isolation from irregularity in a nearly periodic structure: theory and measurements [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1983, 74(3): 894-905.
- [14] Hodges C H, Woodhouse J. Confinement of vibration by one-dimensional disorder, I: theory of ensemble averaging [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, 130(2): 237-251.
- [15] Hodges C H, Woodhouse J. Confinement of vibration by one-dimensional disorder, II: a numerical experiment on different ensemble averages [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, 130(2): 253-268.
- [16] Pierre C. Localization of vibrations by structural irregularity [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1987, 114(3): 549-564.
- [17] Bouzit D, Pierre C. Vibration confinement phenomena in disordered, mono-coupled, multi-span beams [J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1992, 114(4): 521-530.
- [18] Bouzit D, Pierre C. An experimental investigation of vibration localization in disordered multi-span beams [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 187(4): 649-669.
- [19] Photiadis Douglas M. Anderson localization of one-dimensional wave propagation on a fluid-loaded plate [J]. *The Journal of Acoustical Society of America*, 1992, 91(2): 771-780.
- [20] Photiadis Douglas M. Localization of helical flexural waves by irregularity [J]. *The Journal of Acoustical Society of America*, 1994, 96(4): 2291-2301.
- [21] Kissel G J. *Localization in disordered periodic structures* [D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 1988.

Localization of vibration on a framed cylindrical shell with irregular stiffener size configuration

JI Gang¹, ZHAO Peng¹, TAN Lu¹, HUANG Chun-wen²

(1. Department of Naval Architecture Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. Department of Logistics and Traffic Management, Hubei Communications Vocational and Technical College, Wuhan 430068, China)

Abstract: To confine the vibration energy of a periodically framed cylindrical shell in the pass bands, irregular stiffener size configuration can be used as a control measure. An investigation on localization of a framed cylindrical shell with irregular stiffener size configuration is presented. The vibration of the cylindrical shell is equivalent as a coupled oscillator chain system. Using the vibration results acquired by finite element method as input, resonance frequency parameter and coupling parameter of the equivalent oscillator chain can be acquired by identification technology combined with wave number analysis. Then the localization factor of the disorder configuration model, which is the quantification of localization, can be predicted using the formula derived for the coupled oscillator chain system. The irregular configuration stiffener size parameter can be acquired using reference model identification technology. Analysis of the framed cylindrical shells with irregular stiffener size configuration shows that, vibration can be confined to the source due to the element ground stiffness irregularity. The degree of localization is related to vibration mode, irregularity configuration parameter and frequency parameter.

Key words: vibration control; vibration attenuation; framed cylindrical shell; disordered structures; localization

作者简介: 纪刚(1975—),男,副研究员。电话:(027)65461152; E-mail: 909092586@qq.com。