

惯性固支梁双稳态振动俘能系统设计与实验验证

刘 琦, 秦卫阳, 邓王蒸, 李 琦

(西北工业大学工程力学系, 陕西 西安 710072)

摘要: 提出了一种利用放大惯性力驱动的双固支梁压电振动能量俘能结构, 可以实现宽频段范围内的阶间跳跃与振动能量高效转换。结构由惯性质量块与双固支弹性压电梁组成。在激励下, 质量块的惯性力放大后通过连杆作用于两固支压电梁的中部, 使得结构更容易实现阶间跳跃, 产生大的电能输出。建立了系统动力学与压电耦合模型, 并进行了理论分析。结果表明连杆参数对系统势能函数有很大影响, 随机激励下系统可以实现双稳态之间的跳跃。加工了惯性固支梁双稳态俘能结构, 且进行了实验研究。实验结果证明了惯性质量的增加可降低系统有效工作频率, 俘能结构可在弱随机激励下实现频繁阶间跳跃, 并在较宽的频带内保持阶间跳跃, 因此在随机激励下能够产生大输出电压。

关键词: 放大惯性力; 双稳态; 振动能量收集; 固支压电梁

中图分类号: O322 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)05-1165-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.05.014

引 言

当前, 低功耗的微型传感器和发射器广泛应用于物联网、生物医疗、建筑结构健康监测和环境监控等众多领域, 发展振动能量收集技术代替传统化学电池为这些微型器件供能已成新能源领域的研究热点^[1]。线性压电式悬臂梁型能量收集装置可利用压电材料的正压电效应将环境中振动能量转换为电能, 具有结构设计简单、高输出电压、大能量密度等优点, 是早期振动俘能系统设计的首选结构方案^[2]。但是, 传统线性悬臂梁型振动俘能系统只能在很窄的频率范围内高效工作, 当外界振动频率远离结构的共振频率时系统的电能输出就会显著降低^[3-4]。为拓宽振动俘能系统的工作频带, 研究者们提出了多压电振子阵列、频率调节、引入非线性等多种解决方法^[5-7]。其中, 具有双稳态的非线性俘能系统在发生阶间运动时具有较高的电能输出, 是实现宽频带范围内振动能量收集的有效解决方法。

在俘能系统的结构设计中, 引入预应力和磁力是构建双稳态系统的两种典型方式^[8]。预应力的加入可使原有系统产生负刚度呈现双稳态, 因此许多学者采用施加预应力形式构建双稳态俘能系统。Roundy 等设计了一种在固支梁两端施加轴向预应力的屈曲梁型压电式能量收集结构, 并建立了该俘

能系统的集中参数模型^[9]。Cottone 等研究了带有中间质量块的屈曲梁型双稳态能量收集结构, 建立了屈曲梁型俘能系统的分布参数模型^[10]。Masana 等采用多尺度法对其提出的分布参数模型计算了解析解, 分析了屈曲力对系统势能函数形状的影响^[11]。Li 等研究了轴向受压屈曲的倒立梁结构, 发现当轴向力超过临界载荷后可使系统呈现屈曲双稳态^[12]。Jiang 等设计了由磁力驱动的屈曲梁型阵列式双稳态能量收集结构用于振动能量的收集^[13]。Qian 等在压电梁一端连接了一个预应力弹簧, 设计了一种势能可调的非线性俘能装置^[14]。

磁力的施加无需接触压电梁结构, 相比于预应力更容易引入振动俘能系统, 多用于改进传统线性悬臂梁型振动俘能系统的结构设计。Erturk 和 Inman 在悬臂梁自由端外部设置了两个磁铁, 通过施加磁吸力构建了磁吸力双稳态悬臂梁型振动俘能系统, 对悬臂梁型俘能系统的输出特性进行了详细的研究^[15]。Ferrari 等通过在悬臂梁自由端外部施加磁斥力构建了磁斥力悬臂梁型双稳态系统, 实验结果表明双稳态系统在宽频段范围内的输出明显高于线性系统^[16]。Stanton 等采用磁偶极子模型, 建立了悬臂梁型分布参数模型, 对悬臂梁型俘能系统的非线性动力学行为进行了分析^[17]。Zhou 等将悬臂梁外部磁铁设计为可旋转的磁铁, 研究了磁铁旋转角度对双稳态振动俘能系统输出特性的影响^[18]。Li 等

在屈曲梁一端设置了一对磁斥力的磁铁,设计了具有动态势能的磁斥力屈曲梁型双稳态系统^[19]。Zhou等通过在悬臂梁外部设置多个磁铁,构建了悬臂梁型四稳态、五稳态俘能系统^[20-21]。

本文提出了一种由放大动态惯性力驱动的双固支梁型双稳态振动俘能结构。与传统双稳态结构相比,此结构更容易实现双稳态跳跃,因此能产生更多的电能输出。基于扩展哈密顿原理推导了该振动俘能系统的机电耦合动力学方程,分析了结构参数对俘能系统势能函数的影响。进行了相应的实验研究,验证了该结构在弱随机激励下可以产生更大的电能输出。本研究可为固支梁型双稳态振动俘能系统设计提供理论指导。

1 惯性固支梁结构设计

图1为惯性固支梁结构俯视图,从图中可以看出该结构是由中间质量块、连杆和固支压电梁组成的刚-弹耦合动力系统。当结构受到外界水平方向的基础激励时,质量块的惯性力通过连杆作用于压电梁,驱动两侧压电梁变形及产生跳跃,输出高电压,实现宽频带范围内的振动能量高效收集。当质量块在外激励下的惯性力为 F 时,连杆受力为 $F/(2\sin\alpha)$,由于 α 是锐角,因此惯性力得到放大,其作用在压电固支梁上,可以产生大变形,并更加容易实现阱间跳跃,输出高电压。

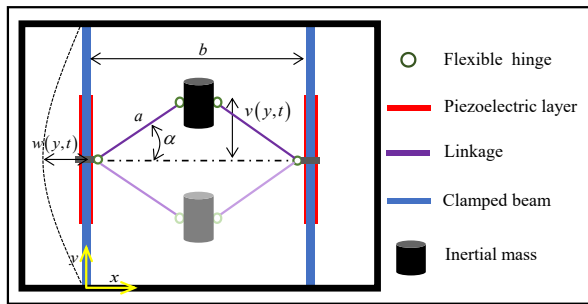


图1 惯性固支梁型双稳态振动俘能结构俯视图

Fig. 1 Top view of bistable vibration energy harvester with double clamped beam

2 振动俘能系统建模

2.1 压电材料本构方程

考虑到结构的对称性,建模时选取半结构进行分析。在该惯性固支梁型双稳态结构中,使用的PZT-5H压电材料极化方向和 x 轴方向一致,假设压电层和弹性基层梁变形一致,压电材料的本构方程

可简化为如下^[22]:

$$\begin{cases} T_y = c_{yy}^E S_y - e_{xy} E_x \\ D_x = e_{xy} S_y + \epsilon_{xx}^S E_x \end{cases} \quad (1)$$

式中 T_y 为应力, c_{yy}^E 为电场恒定时压电材料的弹性模量, S_y 为应变, e_{xy} 为机电耦合系数, E_x 为电场强度, D_x 为电位移, ϵ_{xx}^S 为应变恒定时压电材料的介电常数。

两侧压电层对称贴附在弹性基层梁上,压电层输出采用串联方式,假设电场强度在 x 方向上均匀分布,则可得:

$$E_x = -\frac{V(t)}{2h_p} \quad (2)$$

式中 $V(t)$ 为固支压电梁产生的电压, h_p 为压电材料的厚度。

2.2 系统动能和势能

机电耦合动力学方程的建立基于拉格朗日机电方程。在俘能系统中,连杆系统采用轻质高强度材料,忽略其转动动能,俘能系统的动能为:

$$T = \frac{1}{2} M [\dot{v}(t) + \dot{y}(t)]^2 \quad (3)$$

式中 T 为俘能系统的总动能, M 为中间惯性质量块的质量, “ $\dot{\quad}$ ” 为对时间求导数, $v(t)$ 为中间惯性质量块对于相对坐标系的位移, $y(t)$ 为基础激励。

由冯·卡门非线性理论^[23],梁的轴向应变 S_y 可写为:

$$\begin{cases} S_y = \epsilon_1 + x\epsilon_2 \\ \epsilon_1 = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial w(y,t)}{\partial y} \right]^2 \\ \epsilon_2 = -\frac{\partial^2 w^2(y,t)}{\partial y^2} \end{cases} \quad (4)$$

式中 $w(y,t)$ 为固支梁的挠度函数; ϵ_1 为轴向位移引起的轴向应变; ϵ_2 为横向弯曲引起的轴向应变。

弹性基层梁的弹性势能计算公式为:

$$\begin{aligned} U_s &= \frac{1}{2} \int_{V_s} T_s S_s dV_s = \\ &= \frac{1}{2} E_s A_s \int_0^L \epsilon_1^2 dy + \frac{1}{2} E_s I_s \int_0^L \epsilon_2^2 dy = \\ &= \frac{1}{8L} E_s A_s \left\{ \int_0^L [w'(y,t)]^2 dy \right\}^2 + \\ &= \frac{1}{2} E_s I_s \int_0^L [w''(y,t)]^2 dy \end{aligned} \quad (5)$$

式中 L 为弹性压电基层梁的长度, A_s 为弹性压电基层梁的横截面积, T_s 为弹性基层的轴向应力, S_s 为弹性基层梁的轴向应变, E_s 为弹性基层梁的弹性模量, I_s 为弹性基层梁相对中心轴的截面惯性矩。

同理,压电材料的弹性势能为:

$$\begin{aligned}
U_p = & c_{yy}^E I_p \int_{l_0}^{l_1} [\dot{w}'(y, t)]^2 dy + \\
& \frac{1}{4(l_1 - l_0)} c_{yy}^E A_p \left\{ \int_{l_0}^{l_1} [w'(y, t)]^2 dy \right\}^2 + \\
& \frac{1}{4} \gamma_1 V(t) \int_{l_0}^{l_1} [w'(y, t)]^2 dy - \\
& \frac{1}{2} \gamma_2 V(t) \int_{l_0}^{l_1} w''(y, t) dy
\end{aligned} \quad (6)$$

式中 A_p 为压电材料的横截面面积, γ_1 为轴向位移引起的机电耦合项, γ_2 为横向弯曲引起的机电耦合项, l_0 为压电材料的起始长度, l_1 为压电材料的终止长度, I_p 为压电材料相对中心轴的截面惯性矩。

压电材料的电能为:

$$\begin{aligned}
W_p = & 2 \times \frac{1}{2} \int_{V_p} D_x E_x dV_p = \\
& -\frac{1}{4} \gamma_1 V(t) \int_{l_0}^{l_1} [w'(y, t)]^2 dy + \\
& \frac{1}{2} \gamma_2 V(t) \int_{l_0}^{l_1} w''(y, t) dy + \frac{1}{4} C_p V^2(t)
\end{aligned} \quad (7)$$

式中 V_p 为压电材料的体积, C_p 为压电材料的等效电容。

动能和势能项中未知参数的计算公式为:

$$I_s = \frac{b_s h_s^3}{12} \quad (8)$$

$$\gamma_1 = e_{xy} b_p \quad (9)$$

$$\gamma_2 = \frac{e_{xy} b_p (h_s + h_p)}{2} \quad (10)$$

$$I_p = \frac{b_p h_p (4h_p^2 + 6h_p h_s + 3h_s^2)}{12} \quad (11)$$

$$C_p = \frac{\epsilon_{xx}^s b_p (l_1 - l_0)}{h_p} \quad (12)$$

式中 b_s 为弹性基层梁的宽度, b_p 为压电材料的宽度, h_s 为弹性基层梁的厚度。

2.3 系统参数离散化

采用 Galerkin 法对系统的动能和势能项中位移和时间参数进行离散, 固支压电梁的挠度可表示为:

$$w(y, t) = \sum_{i=1}^N r_i(t) \psi_i(y) \quad (13)$$

式中 $\psi_i(y)$ 为固支压电梁的基础振型模态函数, $r_i(t)$ 为与振型函数对应的广义位移坐标。

假设中间惯性质量块的广义位移为 $q(t)$, 在此条件下跨中位置处的广义位移为:

$$r_i(t) = \frac{b}{2} - \sqrt{a^2 - q^2(t)} \quad (14)$$

式中 b 为静止状态下两个固支压电梁的初始间

距, a 为连杆的长度。

俘能系统的设计主要针对低频振动能量俘获, 因此取固支梁的第一阶振型, 此时系统的动能、势能和电能可重新表达为:

$$T = \frac{1}{2} M (\dot{q}^2 + \dot{y}^2) + M \dot{q} \dot{y} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
U = & k_0 \left(\frac{b}{2} - k \right)^4 + (k_1 + k_2 V) \left(\frac{b}{2} - k \right)^2 - \\
& k_3 V \left(\frac{b}{2} - k \right)
\end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
W_p = & -k_2 V \left(\frac{b}{2} - k \right)^2 + \\
& k_3 V \left(\frac{b}{2} - k \right) + \frac{1}{4} C_p V^2
\end{aligned} \quad (17)$$

式中 k_0 为梁的非线性刚度系数, k_1 为梁的线性刚度系数, k_2 为压电力因子, k_3 为压电耦合系数。具体定义如下:

$$k = \sqrt{a^2 - q^2(t)} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
k_0 = & \frac{1}{8L} E_s A_s \left[\int_0^L (\phi')^2 dy \right]^2 + \\
& \frac{1}{4(l_1 - l_0)} c_{yy}^E A_p \left[\int_{l_0}^{l_1} (\phi')^2 dy \right]^2
\end{aligned} \quad (19)$$

$$k_1 = \frac{1}{2} E_s I_s \int_0^L (\phi'')^2 dy + c_{yy}^E I_p \int_{l_0}^{l_1} (\phi'')^2 dy \quad (20)$$

$$k_2 = \frac{1}{4} \gamma_1 \int_{l_0}^{l_1} (\phi')^2 dy \quad (21)$$

$$k_3 = \frac{1}{2} \gamma_2 \int_{l_0}^{l_1} \phi'' dy \quad (22)$$

其中, 固支梁的一阶振型函数为:

$$\phi(y) = [1 - \cos\left(\frac{2\pi y}{L}\right)]/2 \quad (23)$$

2.4 机电耦合动力学方程

俘能系统的拉格朗日机电方程为^[22]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial U}{\partial q} - \frac{\partial W_p}{\partial q} = F(t) \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{V}} \right) - \frac{\partial T}{\partial V} + \frac{\partial U}{\partial V} - \frac{\partial W_p}{\partial V} = Q(t) \end{cases} \quad (24)$$

式中 W_p 为压电片的电能, $F(t)$ 为广义耗散力, $Q(t)$ 为广义输出电荷。假设广义耗散力与广义速度方向相反, 与广义速度成正比。此外, 根据基尔霍夫定律, 假设能量收集系统中的等效电阻为 R , 则系统的广义输出电荷可表示为 $\dot{Q}(t) = -V(t)/R$ 。由此可得到系统的机电耦合动力学方程:

$$\begin{cases} M\ddot{q} + c\dot{q} + 4k_0\left(\frac{b}{2} - k\right)^3 \frac{q}{k} + 2(k_1 + 2k_2V) \cdot \\ \left(\frac{b}{2} - k\right) \frac{q}{k} - 2k_3V \frac{q}{k} = -M\ddot{y} \\ 2k_3\dot{q} \frac{q}{k} - 4k_2\dot{q}\left(\frac{b}{2} - k\right) \frac{q}{k} + \frac{1}{2}C_p\dot{V} + \frac{V}{R} = 0 \end{cases} \quad (25)$$

式中 c 为系统的阻尼系数。

3 数值分析

3.1 势能分析

由于连杆长度对于结构的双稳态有决定性的影响,因此采用建立的机电耦合动力学模型,研究了连杆长度对系统势能函数的影响。表1为弹性固支梁的基本结构参数,表2为数值仿真中使用的PZT-5H压电材料的基本参数^[22]。俘能系统结构设计时体积越小,往往越有利于集成化,在俘能结构体积固定的情况下,虽然改变连杆长度 a 和两个压电梁初始间距 b 均可以使该系统呈现双稳态,但将 b 最大化后改变 a 可使系统初始状态下连杆与水平方向的夹角最小,即实现更大倍数的惯性力放大。因此,下面将分析连杆长度对系统势能函数的影响。

表1 弹性基层梁参数

Tab. 1 Parameters of the elastic beam

参数	数值
长度/mm	110
宽度/mm	10
厚度/mm	0.5
密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	7850
弹性模量/GPa	203

表2 压电层参数

Tab. 2 Parameters of the piezoelectric layer

参数	数值
长度/mm	25
宽度/mm	10
厚度/mm	0.2
密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	4000
电场强度恒定时弹性模量/GPa	40.6
压电应变常数/($\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$)	-2.9
真空条件下介电常数/($\text{pF}\cdot\text{m}^{-1}$)	8.854
介电常数/($\text{nF}\cdot\text{m}^{-1}$)	15.3

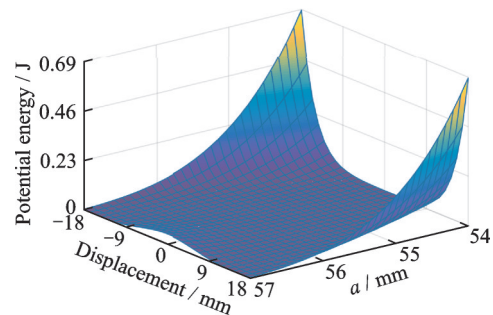
由公式(16)可知,系统在开路状态下的弹性势能函数为:

$$U = k_0\left(\frac{b}{2} - k\right)^4 + k_1\left(\frac{b}{2} - k\right)^2 \quad (26)$$

系统势能最小时对应于系统的平衡位置,由此可得平衡位置为:

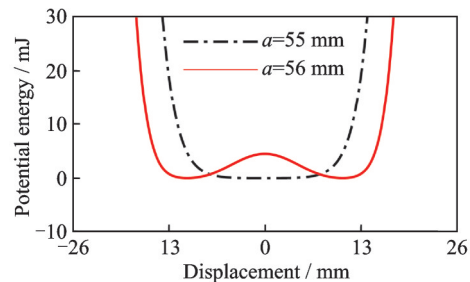
$$q = \pm \sqrt{a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} \quad (27)$$

图2描述了不同连杆长度下的系统势能函数。从图2(a)中可以看出,随着连杆长度的增加,系统在位移为0处的势能逐渐增大,势能函数由单阱转变为双阱。如图2(b)所示,当结构的连杆长度 $a = 55$ mm时,系统势能函数显示为单阱;当连杆长度 $a = 56$ mm时,系统势能函数显示为双阱,此时系统的势能阱深度为4.5 mJ。由以上可得出,当 $2a \leq b$ 时,系统表现为单稳态,当 $2a > b$ 时,系统表现为双稳态特性。



(a) 三维势能图

(a) 3D potential energy diagram



(b) 二维势能图

(b) 2D potential energy diagram

图2 不同连杆长度下系统的势能函数

Fig. 2 Potential energy of system with different linkage lengths

3.2 输出特性研究

实际环境中的振动往往是随机宽带振动,为了验证俘能系统的输出特性,采用建立的机电耦合模型进行扫频激励和随机激励下的数值仿真。仿真中结构的连杆长度 $a = 56$ mm,两侧固支压电梁间初始间距 $b = 110$ mm,其余参数与表1和表2一致。图3显示了中间惯性质量块 $M = 7.12$ g时,系统在扫频激励下的位移和电压响应。从图中可以看出,提出的俘能系统可在较宽的频带范围内发生密集的双稳态运动;在较宽的频带内系统可保持高电压

输出。

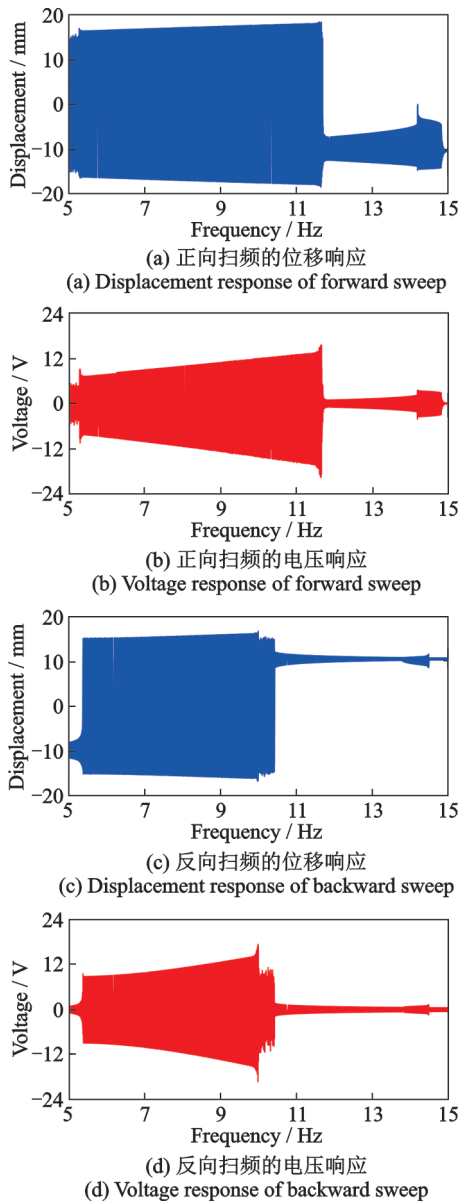


图 3 质量 $M = 7.12 \text{ g}$ 时系统的扫频结果
Fig. 3 Frequency sweep results in the case of $M = 7.12 \text{ g}$

高斯白噪声激励作为一种振动俘能系统典型的激励方式,常被用来评估俘能结构在随机激励下的输出特性。图 4 为俘能系统在白噪声随机激励下的位移和电压响应。从图 4(a)中可以看出,在激励强度较小情况下,系统的位移响应基本在 10.5 mm 附近振动,表明系统在弱激励下长时间处于单阱运动;由图 4(b)可知,系统的电压也在一个相对较小的范围波动,电压增加的时刻与惯性质量块发生阱间振动的时间一致。随着激励强度增大到 $0.010 \text{ g}^2/\text{Hz}$,系统的位移响应明显呈现出双稳态(图 5(a)),位移响应表明中间惯性质量块发生了频繁的阱间跳跃;系统频繁的双阱运动提高了电压输出,此时电压峰值达到了 -19.8 V (图 5(b)),而 $PSD=0.005 \text{ g}^2/\text{Hz}$

情况下的电压峰值仅为 -11.9 V 。

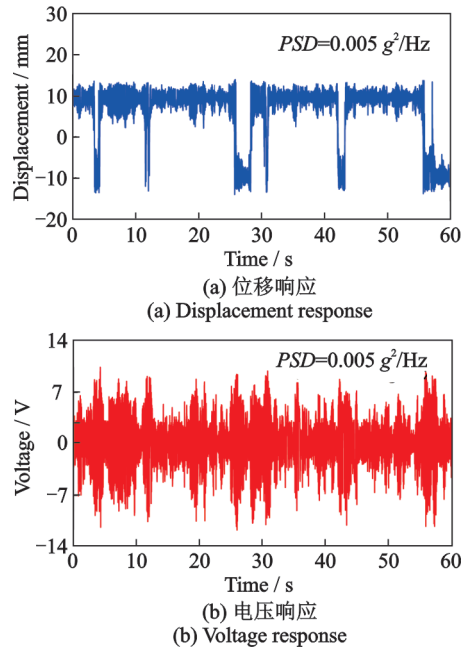


图 4 $PSD = 0.005 \text{ g}^2/\text{Hz}$ 时的系统响应
Fig. 4 System response in the case of $PSD = 0.005 \text{ g}^2/\text{Hz}$

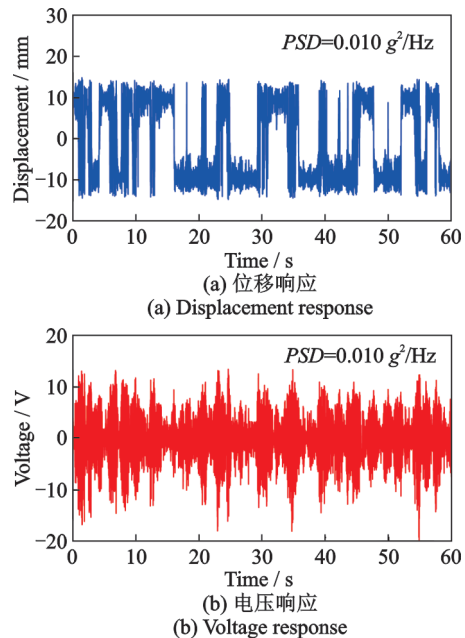


图 5 $PSD = 0.010 \text{ g}^2/\text{Hz}$ 时的系统响应
Fig. 5 System responses in the case of $PSD = 0.010 \text{ g}^2/\text{Hz}$

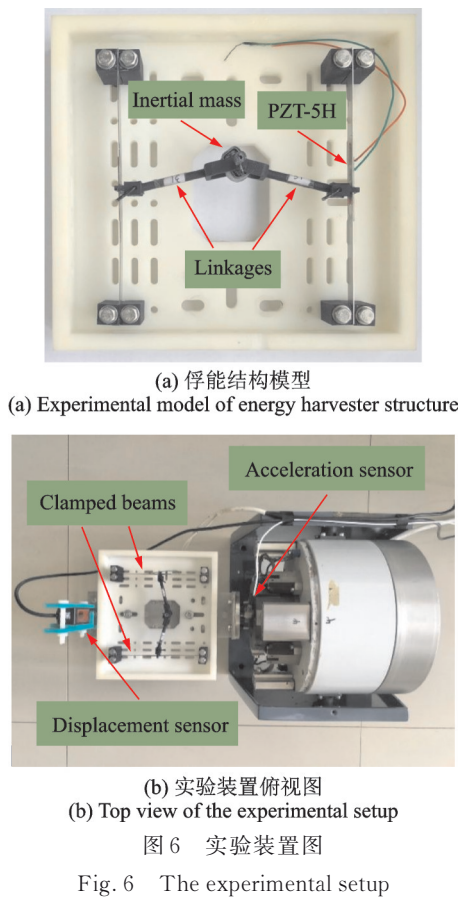
图 4 和 5 的电压呈现出明显的不对称现象,这是由于系统发生大幅阱间运动时,连杆的存在限制了固支压电梁的最大负向位移(远离中间惯性质量的方向),而两侧压电梁的正向位移大小则由外激励的强度决定。当系统的连杆长度 $a = 56 \text{ mm}$,两侧固支压电梁间初始间距 $b = 110 \text{ mm}$ 时,固支压电梁最大的负向位移发生在跨中位移,挠度为 1 mm ,图 5(a)的位移响应显示惯性质量最大的瞬时位移为 14.983 mm ,通过公式(14)可知此时固支压电梁的

最大正向位移为 1.042 mm, 系统发生大幅双阱运动时使固支压电梁的挠度产生了不对称变化, 影响了电压的输出。

4 实验研究

4.1 实验装置

图 6 为惯性固支梁双稳态结构实验装置俯视图, 结构参数与数值仿真中的参数一致。中间惯性质量块和两侧压电梁的连杆连接系统均由 3D 打印机采用轻质高强的尼龙材料打印而成。受限于测量设备, 实验中只在固支压电梁跨中位置远离惯性质量块的一侧布置了 PZT-5H 压电材料。实验中采用东菱 ESD-100 型激振器, 控制信号经过东菱 PA-2000 型功率放大器放大后传给激振器。中间惯性质量块的位移由一个小型的位移传感器测定。压电材料产生的开路电压和位移传感器信号由东华 DH5922N 型动态应变仪采集。



4.2 扫频实验研究

为研究中间惯性质量块质量对系统输出特性的影响, 针对连杆长度 $a = 56$ mm, 两侧固支压电梁初始间距 $b = 110$ mm, 中间惯性质量块质量 M 为

5.72 和 7.12 g 两种结构参数进行了扫频试验。当中间惯性质量 $M = 5.72$ g 时, 从位移响应(图 7(a)和(c))可以看出, 系统在正向扫频的 7~12.3 Hz 频带和反向扫频的 6.3~10.8 Hz 频带内发生了大幅的阱间运动, 同时显示了硬弹簧的非线性特性; 系统的电压响应与位移响应变化基本一致, 惯性质量在一个平衡位置附近振动时输出电压较小, 系统产生大幅振动时输出电压较高。图 8 为惯性质量 $M = 7.12$ g 时的扫频结果, 显示了硬弹簧的非线性, 在正向扫频 5.4~12.0 Hz 和反向扫频 5.7~10.6 Hz 频带内发生了大幅的阱间运动。对比图 7 和 8 的实验结果可知, 增加中间惯性质量块的质量在降低结构共振频率的同时也增大了系统有效的工作频带。此外, 系统电压响应不对称的现象与 3.2 节中的仿真结果相似, 位移的不对称影响了系统电压的输出。

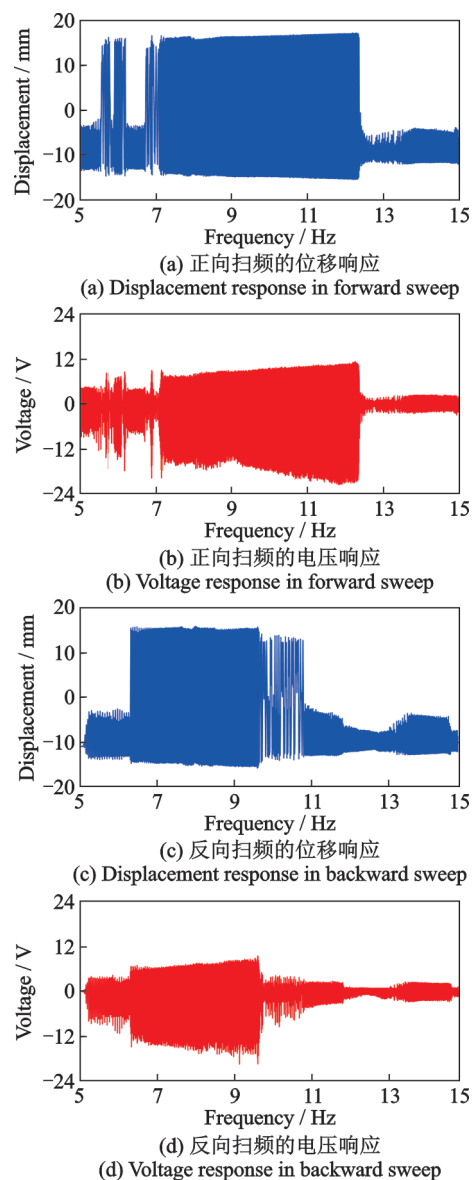


图 7 质量 $M = 5.72$ g 时系统的扫频结果

Fig. 7 Frequency sweep results in the case of $M = 5.72$ g

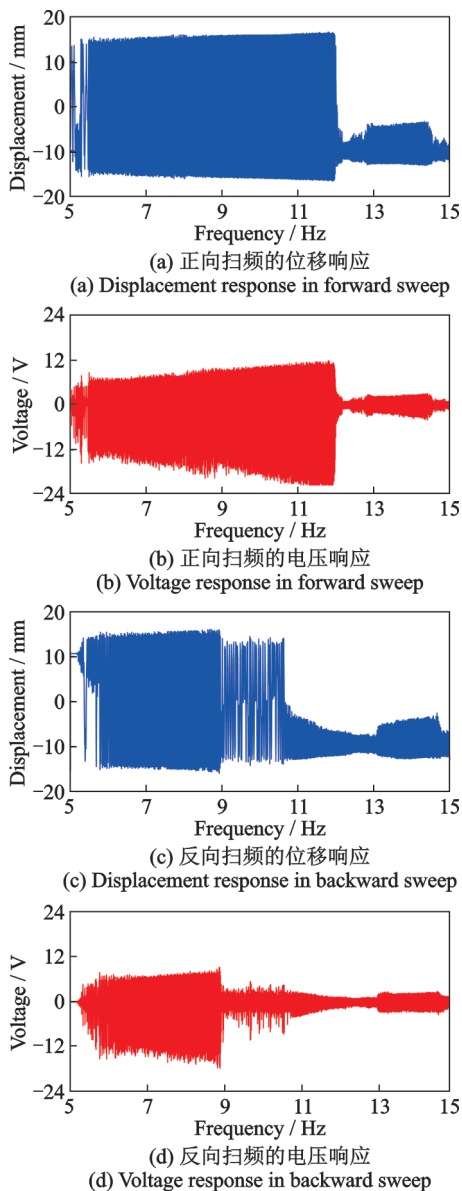


图 8 质量 $M = 7.12\text{ g}$ 时系统的扫频结果

Fig. 8 Frequency sweep results in the case of $M = 7.12\text{ g}$

4.3 随机实验研究

实际环境中的激励往往是宽带随机的,俘能系统在随机激励下的输出响应更能反映俘能器的真实表现。为评测俘能系统的实际输出电压并验证机电耦合模型的准确性,采用了与数值仿真中相同的结构参数,在功率谱密度(PSD)为 0.005, 0.010 和 0.020 g^2/Hz , 带宽为 5~55 Hz 的随机激励下进行了实验,结果如图 9 所示。当系统在 $PSD = 0.005\text{ g}^2/\text{Hz}$ 时(即 0.5g 等效加速度的弱激励下),系统的位移响应和开路电压如图 9(a)和(b)所示,最大的瞬时电压对应于系统发生双阱运动相对频繁的时刻,系统每次电压的突变都对应于位移的较大变化,除系统发生阱间运动外,惯性质量块位移发生较大变化时同样能引起电压的突增。随着激励强度的增大(图 9(c)和(d)),系统开始进行频繁的阱间运动,系

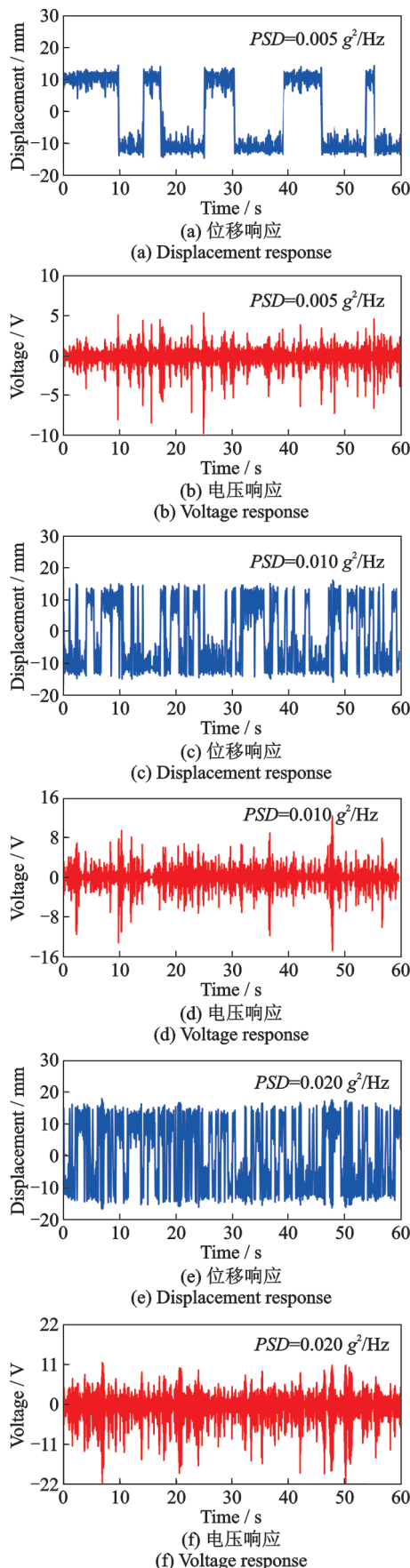


图 9 $PSD = 0.005, 0.010$ 和 $0.020\text{ g}^2/\text{Hz}$ 时的系统响应

Fig. 9 System responses in the case of $PSD = 0.005, 0.010$ and $0.020\text{ g}^2/\text{Hz}$

统响应的峰值电压逐渐增大。当系统受到 $PSD = 0.020\text{ g}^2/\text{Hz}$ 时(即 1.0g 等效加速度的外激励),中间

质量块的位移在两个稳定位置频繁地跳动,双稳态现象明显,最大的瞬时电压为 21.8 V。图 9(a)中位移响应显示,系统的两个平衡位置为 11 mm 左右,与理论模型的 10.5 mm 相比有微小的偏差,这是由实验模型中连杆连接系统的安装误差引起的。此外,系统电压响应不对称的现象与 3.2 节中的仿真结果相似,位移的不对称影响了系统电压的输出。

扫频实验结果表明,惯性固支梁型俘能结构具有较宽的工作频带和刚度硬化的特点,由于激振器的限制,扫频最低频率从 5 Hz 开始,但实际中增加惯性质量块的质量可以实现超低频率(< 5 Hz)下的能量收集。对比随机实验结果与仿真结果可知,机电模型可以很好预测阱间运动时伴随不对称的电压输出现象,验证了机电模型的准确性。此外,目前只选取特定结构参数分析了单片 PZT-5H 的开路电压输出,实际结构中共设计了 4 片压电材料,下一步准备对结构参数进行优化,增加压电材料的长度或选取性能更好的压电材料,比如 MFC,进一步提高系统的功率输出。

5 结 论

本文提出了一种惯性双固支梁型振动能量俘能结构。在基础激励下结构将惯性力放大驱动压电梁,使其产生大动态挠度,从而得到高电能输出。开展了相应的理论分析与实验研究。由结果可以看出,提出的结构具有非线性双稳态特性;在放大惯性力的作用下,压电固支梁容易实现阱间跳跃,从而形成了宽频带的高电压输出;此外,结构在弱随机激励下就可以实现阱间跳跃,因此对于环境中的弱随机激励,具有较好的振动能量收集特性;当随机激励增大后,结构会进行频繁的阱间跳跃,即实现相干共振,此时可以保持很高的电压输出。所提出的俘能结构设计思路,可为新型振动俘能系统的设计提供有益参考。

参考文献:

- [1] Sezer N, Koc M. A comprehensive review on the state-of-the-art of piezoelectric energy harvesting [J]. *Nano Energy*, 2021, 80: 105567.
- [2] 唐炜,王小璞,曹景军. 非线性磁式压电振动能量采集系统建模与分析[J]. *物理学报*, 2014, 63(24): 72-88. Tang W, Wang X P, Cao J J. Modeling and analysis of nonlinear magnetic piezoelectric vibration energy acquisition system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(24): 72-88.
- [3] 刘久周,张凤玲,辛健强,等. 一种非线性宽频压电能量收集系统的动力学特性分析[J]. *振动工程学报*, 2021, 34(3): 567-576. Liu J Z, Zhang F L, Xin J Q, et al. Dynamic characteristics of a nonlinear wideband energy harvester based on piezoelectric material [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2021, 34(3): 567-576.
- [4] 张旭辉,赖正鹏,吴中华,等. 新型双稳态压电振动俘能系统的理论建模与实验研究[J]. *振动工程学报*, 2019, 32(1): 87-96. Zhang X H, Lai Z P, Wu Z H, et al. Theoretical modeling and experimental study of a new bistable piezoelectric vibration energy harvesting system [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2019, 32(1): 87-96.
- [5] Ahmad M M, Khan N M, Khan F U. Review of frequency up-conversion vibration energy harvesters using impact and plucking mechanism [J]. *International Journal of Energy Research*, 2021, 45(11): 15609-15645.
- [6] Yang T, Cao Q, Hao Z. A novel nonlinear mechanical oscillator and its application in vibration isolation and energy harvesting [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 155: 107636.
- [7] Pan J N, Qin W Y, Yang Y F, et al. A collision impact based energy harvester using piezoelectric polyline beams with electret coupling [J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2021, 54(22): 225502.
- [8] 李海涛,丁虎,陈立群,等. 三稳态能量收集系统的同宿分岔及混沌动力学分析[J]. *应用数学和力学*, 2020, 41(12): 1311-1322. Li H T, Ding H, Chen L Q, et al. Homoclinic bifurcations and chaos thresholds of tristable piezoelectric vibration energy harvesting systems [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2020, 41(12): 1311-1322.
- [9] Roundy S, Leland E S, Baker J, et al. Improving power output for vibration-based energy scavengers [J]. *IEEE Pervasive Computing*, 2005, 4(1): 28-36.
- [10] Cottone F, Gammaitoni L, Vocca H, et al. Piezoelectric buckled beams for random vibration energy harvesting [J]. *Smart Materials and Structures*, 2012, 21(3): 35021.
- [11] Masana R, Daqaq M F. Relative performance of a vibratory energy harvester in mono- and bi-stable potentials [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(24): 6036-6052.
- [12] Li H T, Qin W Y, Zu J A, et al. Modeling and experimental validation of a buckled compressive mode piezoelectric energy harvester [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 92(4): 1761-1780.
- [13] Jiang X Y, Zou H X, Zhang W M. Design and analysis of a multi-step piezoelectric energy harvester using buck-

- led beam driven by magnetic excitation[J]. Energy Conversion and Management, 2017, 145: 129-137.
- [14] Qian F, Zhou S, Zuo L. Approximate solutions and their stability of a broadband piezoelectric energy harvester with a tunable potential function[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2019, 80: 104984.
- [15] Erturk A, Inman D J. Broadband piezoelectric power generation on high-energy orbits of the bistable Duffing oscillator with electro mechanical coupling[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(10): 2339-2353.
- [16] Ferrari M, Ferrari V, Guizzetti M, et al. Improved energy harvesting from wideband vibrations by nonlinear piezoelectric converters [J]. Sensors & Actuators: A Physical, 2010, 162(2): 425-431.
- [17] Stanton S C, McGehee C C, Mann B P. Nonlinear dynamics for broadband energy harvesting: investigation of a bistable piezoelectric inertial generator[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 2010, 239(10): 640-653.
- [18] Zhou S X, Cao J Y, Erturk A, et al. Enhanced broadband piezoelectric energy harvesting using rotatable magnets[J]. Applied Physics Letters, 2013, 102(17): 173901.
- [19] Li H T, Qin W Y. Dynamics and coherence resonance of a laminated piezoelectric beam for energy harvesting [J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 81(4): 1751-1757.
- [20] Zhou Z Y, Qin W Y, Zhu P. A broad-band quad-stable energy harvester and its advantages over bi-stable harvester: simulation and experiment verification[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 84: 158-168.
- [21] Zhou Z Y, Qin W Y, Yang Y F, et al. Improving efficiency of energy harvesting by a novel penta-stable configuration[J]. Sensors & Actuators A Physical, 2017, 265: 297-305.
- [22] Erturk A, Inman D J. Piezoelectric Energy Harvesting [M]. John Wiley & Sons, 2011.
- [23] Reddy J N. Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis [M]. CRC Press, 2003.

Design and dynamical characteristics of bistable vibration energy harvester with amplified inertial forces acting on double-clamped beams

LIU Qi, QIN Wei-yang, DENG Wang-zheng, LI Qi

(Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnic University, Xi'an 710072, China)

Abstract: In this paper, a bistable piezoelectric vibration energy harvester is proposed to harvest vibration energy effectively for wideband random weak excitations. Different from the classical bistable harvesters, this configuration's bi-stability is realized by the motion of inertial mass. Under the vibration excitations, the inertial force produced by the inertial mass can be amplified and acts on two piezoelectric beams, driving the system to execute snap-through motions easily and generating large outputs. The electromechanical coupling model is established, and corresponding nonlinear dynamical equations are derived. The output characteristics of the system are studied through simulation. The results show that the harvester could realize snap-through motion under weak excitation in a wide frequency range. The length of linkage could have great influence on the shape of the system potential energy. The prototype of the harvester is fabricated and the experimental study is carried out. The sweeping frequency experiments show that the increase of inertial mass can significantly shift the start working frequency to the low frequency. The harvester can realize jumping between two potential wells for a wide range of excitation frequency. It could produce large output voltages. The experimental results for random excitations show that the harvester could execute snap-through motion under weak excitations, which prove the predictions of theoretical analysis.

Key words: amplified inertial force; bistable system; vibration energy harvesting; clamped piezoelectric beam

作者简介: 刘琦(1993—),男,博士研究生。电话: 16692657315; E-mail: liuqiarc@mail.nwpu.edu.cn。

通讯作者: 秦卫阳(1967—),男,教授。电话: (029)88495747; E-mail: qinweiyang@nwpu.edu.cn。