

动力特征解灵敏度分析的结构关键区域判别

李佳靖¹, 朱宏平¹, 翁 顺¹, 宋晓东², 杨国静², 颜永逸²

(1. 华中科技大学土木与水利工程学院, 湖北 武汉 430074; 2. 中铁二院工程集团有限责任公司, 四川 成都 610031)

摘要: 实际工程结构体量大、病害多, 各局部损伤对结构整体性能影响差异大, 关键区域的微小损伤将威胁整体结构安全。因此, 有必要判定结构的关键区域, 使结构监测、评估、管养主次分明, 重点突出。提出了加权融合多阶动力特征解灵敏度的结构关键区域判别方法。基于振型质量参与系数确定了特征解数目和各阶特征解的权重系数, 建立了融合多阶归一化的加权特征值和特征向量灵敏度的灵敏度指标, 对灵敏度指标求二阶范数得到关键区域指标, 作为关键区域判定依据。该判定方法是一种定量的判定依据。将该方法运用于一榀平面框架和一座上承式拱桥, 结果表明, 框架结构的关键区域为梁柱节点和支座附近的柱子区域, 拱桥关键区域为拱圈的拱脚区域; 另外, 结构关键区域并非一成不变, 局部损伤会导致原本不关键区域变成关键区域。研究的关键区域判别方法对提高健康监测和评估效率、节约人力物力有重要意义。

关键词: 健康监测; 灵敏度分析; 动力特征解; 关键区域; 构件重要性

中图分类号: TU311.3; U447 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)05-1181-07

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.05.016

引 言

目前, 工程结构设计是基于结构在极限承载力状态下或正常使用状态下的构件设计。这种设计没有考虑到不同构件对结构性能的不同影响。关键构件发生损伤会比非关键构件损伤更能影响结构的性能。例如, 关键构件产生裂缝和变形, 会大大影响结构的正常使用功能和使用舒适度; 关键构件杆件屈服会严重影响结构的极限承载力, 甚至引起结构连续倒塌; 关键构件刚度降低会使结构产生大的层间变形而进入非弹性状态。判定不同构件的重要性是这类问题研究的基础。构件重要性是指构件对整体结构体系性能的影响程度, 整体结构性能包括承载力、可靠性、刚度、变形、稳定性等多个方面。关键区域是重要构件分布的区域, 对关键区域进行监测、评估、管养, 可以使整个过程主次分明、节约人力物力成本^[1]。比如, 当确定关键区域后, 可以将有限的传感器布置在关键区域, 从而保证获得更加准确的关键区域损伤信息。传统上, 人们通过结构传力原理和长期的工程经验判别结构体系中的构件重要性。例如, 柱子的重要性要超过梁, 因此, 抗震设计中强调强柱弱梁的设计思想。而对于框架-剪力墙结构, 剪力墙是主要的抗侧力构件, 因此比框架的重要性

大。这些判别严重依赖于工程人员的专业素养和经验。

为了进一步量化构件重要性评价, 柳承茂等^[2]从刚度的角度分析了构件重要性程度。构件重要性系数定义为拆除该构件而维持结构不变所需要的平衡力大小。该方法没有考虑外荷载对构件重要性判别的影响。叶列平等^[3]通过拆除单元对广义结构刚度的影响大小作为关键单元的判定标准。该方法应用于一组分别在地震作用和竖向重力荷载下的平面框架。卢啸等^[4]将广义刚度法用于分析一座钢筋混凝土拱桥的关键区域。为了使该方法适用于连续体模型, 不受单元划分大小的影响, 将计算的单元重要性系数除以单元的体积。高扬等^[5]从拆除单元对结构承载力的影响的角度判定单元的重要性。张雷明等^[6]从能量的角度综合考虑荷载、构件几何拓扑关系、构件材料属性, 判定结构能量流中的关键路径上的单元为关键单元。其中, 关键单元的重要性排序根据拆除该单元时整体结构的应变能储存变化大小判定。黄冀卓等^[7]考虑构件在总能量分布中的贡献和引起的失效面积判定构件重要性。蒋淑慧等^[8]将单元重要性系数定义为拆除该单元后结构冗余度标准差与单元冗余度的商, 该商值越大, 说明该拆除构件对结构鲁棒性影响越大、重要性越高。杨逢春^[9]从单元可靠度对结构可靠度的贡献来判定单元的重

收稿日期: 2021-03-03; **修订日期:** 2021-08-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51629801, 51922046, 51838006); 中铁二院科学技术研究计划(KYY2019029(19-21)); 中铁四院集团公司研究课题(2020K006)。

要性,其中,该贡献值量化定义为单元可靠度重要因子,与结构几何拓扑关系、单元抗力相关性、单元失效行为等有关,但方法仅被一个简单的索穹顶结构验证。还有其他学者从整体结构刚度矩阵的条件数^[10]和行列式^[11]、结构几何不稳定性^[12]等角度出发进行关键重要构件判别。

特征解灵敏度分析^[13]是指对结构的特征值和特征向量关于单元刚度参数求一阶偏导,反映的是区域单元刚度变化对结构整体动力特性(频率和振型)的影响程度。特征解灵敏度分析是一种定量评价单一单元参数变化对结构整体性能的影响程度的分析方法,在可识别损伤单元判别^[14]、模型修正参数选择^[15]、传感器优化布置^[16-18]方面得到广泛应用,也可以作为关键区域判定的依据^[19]。结构动力特征解的变化预示着结构某些区域发生了损伤^[20]。本研究将从结构损伤的角度出发利用特征解灵敏度分析从定量的角度判定结构的关键区域。另外,结构在全寿命周期中会产生变化,例如结构发生局部损伤,这将导致关键区域分布产生变化。本文将进一步探讨结构损伤对结构关键区域分布的影响。提出的方法将应用于一榀平面框架和一座上承式拱桥模型。

1 关键区域判别方法

任何结构都可以看作是由刚度、质量、阻尼等结构特征参数组成的动力系统。结构一旦出现损伤或其他异常,其结构特性(振型、频率、阻尼等)也将发生改变。因此,动力特性改变可视为结构状态发生变化的标志,可以利用其变化对结构进行诊断,例如结构刚度的降低会引起结构自振频率的降低,结构局部振型的改变可能预示着结构局部损伤。结构整体特征参数对单元刚度的灵敏度系数大小反映了该单元对损伤的敏感程度。通常,易发生损伤或已经发生损伤的部位,其特征解灵敏度系数会更大。因此,通过实时动态计算结构单元的灵敏度系数,可以确定结构容易发生损伤的关键区域,即结构探伤和维护的关键区域。

本文研究对象为线弹性结构,线弹性结构的固有振动方程有以下形式:

$$(\mathbf{K} - \lambda_i \mathbf{M})\boldsymbol{\phi}_i = 0 \quad (1)$$

式中 \mathbf{M} 为结构的质量矩阵; \mathbf{K} 为结构的刚度矩阵; λ_i 为结构的第 i 阶特征值; $\boldsymbol{\phi}_i$ 为对应的第 i 阶特征向量。

结构整体刚度矩阵由单元刚度矩阵组集得到:

$$\mathbf{K} = \sum_{j=1}^L r_j \mathbf{K}_j^e \quad (2)$$

式中 设计参数 r_j 是第 j 个单元的刚度因子。 \mathbf{K}_j^e 是第 j 个单元刚度矩阵。 L 是单元的数量。在本文中,特征解灵敏度是指关于单元刚度因子的灵敏度。

对振动方程(1)关于结构的第 j 个单元刚度因子 r_j 求偏导,得结构特征值灵敏度 $\frac{\partial \lambda_i}{\partial r_j}$ 和特征向量灵敏度 $\frac{\partial \boldsymbol{\phi}_i}{\partial r_j}$ 。

结构每阶模态(特征值和特征向量)对结构的动力特性的贡献不一样,通常,低阶模态对结构的贡献更大。因此,为了提高效率,通常只保留少量低阶模态对结构进行动力特征分析,例如振型分解法和子结构模态组合法。本文将计算部分低阶特征解灵敏度,进行基于动力灵敏度分析的关键区域判别。为了确保保留的模态能够尽可能真实反映结构的特性,保留低阶模态的数目需要保证结构薄弱主轴方向的振型质量参与系数累计达到 90% 以上^[23],即:

$$\omega_j = \frac{(\boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{M} \mathbf{d})^2}{\boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_j} \times \frac{1}{\mathbf{d}^T \mathbf{M} \mathbf{d}}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^N \omega_j \geq 90\%, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

式中 \mathbf{d} 为结构薄弱主轴的方向向量; N 为判定关键区域所保留的模态的数目; ω_j 为第 j 阶振型质量参与系数,反映的是该阶模态对结构动力特征的贡献,也可以作为特征解灵敏度的权重系数。

特征值随着阶数的增加而增加。为了使每阶特征值灵敏度不受特征值大小的影响,对于第 j 个单元,其基于特征值灵敏度的指标定义为与相对特征值灵敏度相关的量,第 j 个单元基于特征值灵敏度的加权重指标如下式所示:

$$S_\lambda^j = \left[\omega_1 \frac{1}{\lambda_1} \frac{\partial \lambda_1}{\partial r_j} \quad \dots \quad \omega_N \frac{1}{\lambda_N} \frac{\partial \lambda_N}{\partial r_j} \right], \quad j = 1, 2, \dots, L \quad (5)$$

假设结构有 P 个自由度, L 个单元。每阶特征向量灵敏度的尺寸为 $1 \times P$,也就是说,每阶特征向量对某特定单元刚度的灵敏度共有 P 个元素,且有正有负。为了融合这 P 个特征向量灵敏度元素,对每阶特征向量灵敏度取其元素绝对值之和,得到第 j 个单元基于特征向量灵敏度的加权重指标为:

$$S_\phi^j = \left[\omega_1 \sum_{q=1}^P \left| \frac{\partial \phi_{1q}}{\partial r_j} \right| \quad \dots \quad \omega_N \sum_{q=1}^P \left| \frac{\partial \phi_{Nq}}{\partial r_j} \right| \right], \quad j = 1, 2, \dots, L \quad (6)$$

分别找出 S_λ^j 和 S_ϕ^j 的最大值 $\max(S_\lambda^j)$ 和 $\max(S_\phi^j)$,将 S_λ^j 和 S_ϕ^j 的每个元素分别除以 $\max(S_\lambda^j)$, $\max(S_\phi^j)$ 归一化得到第 j 个单元的灵敏度指标为:

$$S^j = \left[\frac{S_\lambda^j}{\max(S_\lambda^j)} \quad \frac{S_\phi^j}{\max(S_\phi^j)} \right], \quad j = 1, 2, \dots, L \quad (7)$$

第 j 个单元基于特征灵敏度的关键区域指标定义为灵敏度指标的二阶范数:

$$Index_j = \|S^j\|_2, \quad j = 1, 2, \dots, L \quad (8)$$

关键区域指标值大的单元所在区域判定为关键区域,而关键区域指标值小的单元所在区域判定为非关键区域。基于特征灵敏度的关键区域指标将多阶特征值灵敏度和特征向量灵敏度融合起来,同时也体现了灵敏度大即该单元比较关键的核心思想。

2 数值验证

通过一榀平面框架和一座上承式拱桥数值算例验证关键区域指标的正确性。

2.1 平面框架

该平面框架是一榀三层的梁柱结构,共有 44 个节点、45 个单元、126 个自由度,如图 1 所示。每个单元为 100 mm 长,梁截面尺寸为 50 mm×10 mm,柱子截面尺寸为 50 mm×5 mm。质量密度为 $8.0267 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,杨氏模量为 $2 \times 10^{11} \text{ Pa}$ 。

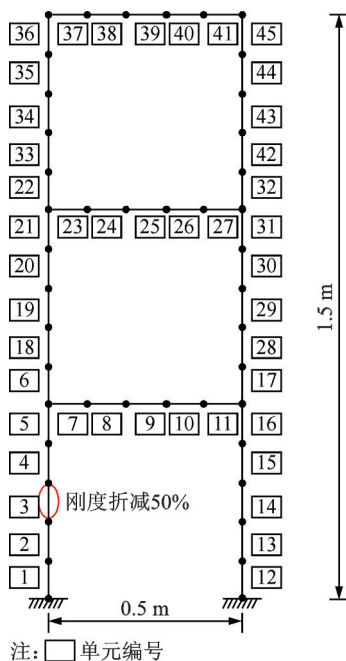


图 1 框架有限元模型

Fig. 1 The finite element model of frame

首先,判定关键区域步骤如下:

- 1) 建立框架有限元模型,框架共有 45 个单元,故共有 45 个单元刚度因子;
- 2) 组集框架的单元刚度矩阵和单元质量矩阵得到结构整体的刚度矩阵和质量矩阵;

3) 确定框架的薄弱主轴方向为水平方向,计算框架的振型质量参与系数(见式(3)和(4)),发现框架只需要保留前三阶模态就可以满足累计振型质量参与系数 90% 以上,其权重系数即各阶振型质量参与系数为 68.61%, 16.59%, 6.01%;

4) 求解有限元模型前三阶特征值和特征向量(见式(1));

5) 求解前三阶特征值灵敏度和特征向量灵敏度,由于共有 45 个刚度因子,故此过程需重复 45 次;

6) 求解基于特征值灵敏度的加权指标(见式(5))和基于特征向量灵敏度的加权指标(见式(6));

7) 分别对基于特征值灵敏度的指标和基于特征向量灵敏度的指标关于其元素最大值进行归一化,得到一个融合的灵敏度指标(见式(7));

8) 对融合的灵敏度指标求二阶范数,得到各个单元的关键区域指标;

9) 关键区域指标值大的区域即认定为关键区域。

依据上述步骤计算的关键区域指标如图 2 所示。同时,为了更加直观地显示不同区域的重要程度,根据关键区域指标的大小给不同区域标记不同的颜色。从图 2 可以看出,红色区域分布在支座附近;粉色和黄色区域分布在其余梁柱节点附近的柱子区域和梁区域。其中,靠近支座处柱子单元的关键区域指标值是最大的。这说明该平面框架的关键区域分布在靠近支座和梁柱节点附近区域。

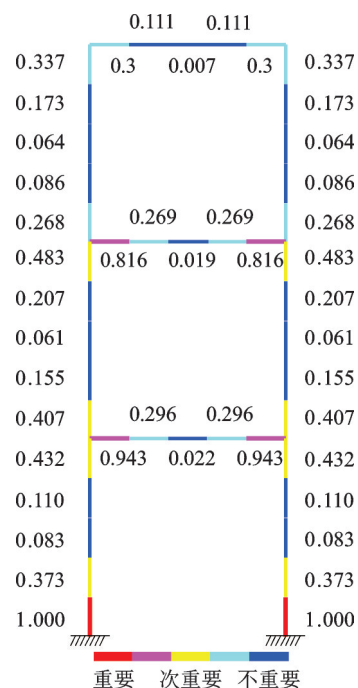


图 2 框架关键区域分布图 (未损)

Fig. 2 The critical region of frame (undamaged)

为了进一步研究结构局部损伤是否会影响结构关键区域的分布,假设该框架某一柱子单元的单元刚度折减 50%,该损伤单元的位置如图 1 所示。对该损伤框架进行动力灵敏度分析,计算的关键区域分布如图 3 所示。从图 3 可以看出,最关键的区域分布在支座附近的柱子单元、梁柱节点附近的单元、损伤单元区域。具体地,损伤柱子单元的关键区域指标值从 0.083 增加到 0.524,从最不关键区域(蓝色)变成了相对关键的区域(黄色),这说明了当结构损伤的时候,损伤区域的重要程度大大上升,即损伤区域的刚度变化对结构整体动力性能(频率和振型)影响大。

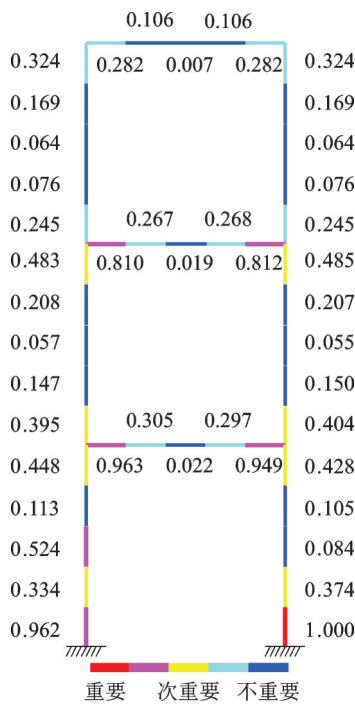


图 3 框架关键区域分布图(损伤)

Fig. 3 The critical region of frame (damaged)

2.2 怒江特大桥

怒江特大桥为大理至瑞丽铁路线的重点工程及控制性工程。主桥采用跨度 490 m 上承式钢桁拱桥,矢跨比 1/4.475,拱轴线采用悬链线,拱轴系数 2.0。全桥孔跨布置:(7×41 m)连续钢混结合梁(大理岸引桥)+(14×37.2 m)连续钢箱梁(拱上结构)+(5×41 m)连续钢混结合梁(瑞丽岸引桥)。桥梁实景图 and 布置图分别如图 4 和 5 所示。

利用 MATLAB 平台建立怒江特大桥主桥有限元模型。所有单元均采用空间梁单元。箱梁采用梁格法建立。主拱和箱梁两端边界条件为固支。立柱和箱梁的连接为一般弹性连接,即 6 个自由度分别用一定刚度的弹簧模拟。立柱与拱圈的连接为固定弹性连接,即 6 个自由度用刚度很大的弹簧模拟。



图 4 怒江特大桥实景图

Fig. 4 The picture of Nujiang bridge

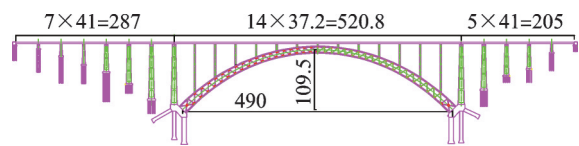


图 5 怒江特大桥布置图(单位:m)

Fig. 5 The configuration of Nujiang bridge (Unit: m)

建立的怒江特大桥主桥的有限元模型共有 1037 个节点、2090 个单元、6102 个自由度,如图 6 所示。

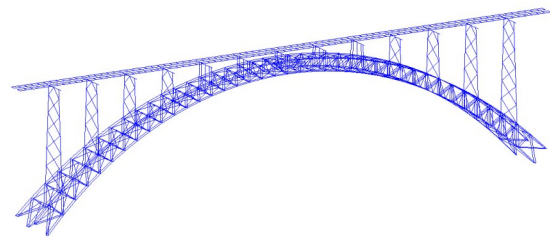


图 6 怒江特大桥主桥有限元模型

Fig. 6 The finite element model of Nujiang main bridge

怒江特大桥是一座上承式拱桥,由主梁、立柱、主拱圈组成,全桥共 14 跨,即 14 跨主梁、13 跨立柱、14 跨拱圈,编号如图 7 所示。首先将每跨作为一个子结构单元,各赋予一个单元刚度因子。同样地,首先确定怒江特大桥的薄弱主轴方向为横桥向,然后根据公式(3)和(4)得到结构横桥向的振型质量参与系数累计曲线和振型质量参与系数,分别如图 8 和 9 所示。从图 8 知结构需要保留前 37 阶模态(特征值和特征向量)来参与关键区域判别。各阶振型质量参与系数也是作为参与关键区域判别的各阶特征解灵敏度的权重值。

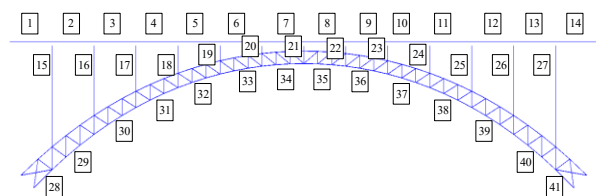


图 7 怒江特大桥主桥编号

Fig. 7 The number of Nujiang main bridge

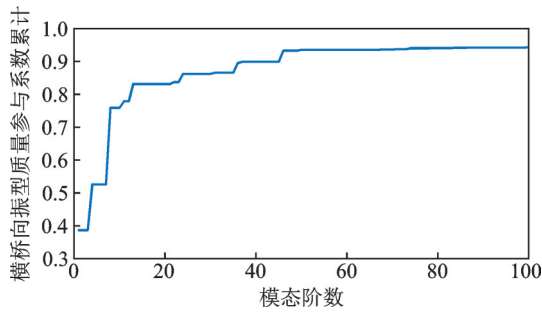


图 8 横桥向振型质量参与系数累计图

Fig. 8 Cumulative diagram of mass participation coefficient of transverse bridge mode shape

计算前 37 阶特征解对每个子结构单元刚度因子的灵敏度,再根据第 1 节公式得到每跨的关键区域指标,如图 10 所示。从图 10 可以看出,从整体而言,拱圈的重要性大于立柱,箱梁的重要性大于立柱;边跨区域的重要性大于中间跨区域;其中,拱圈边跨的重要性是最大的,明显高于结构其余区域。

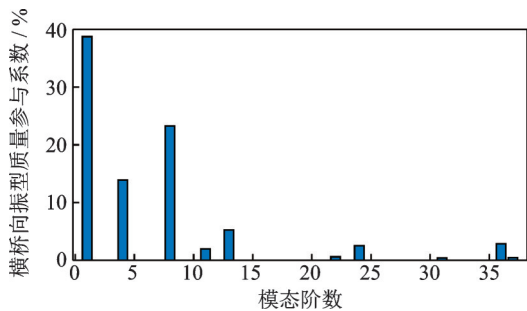


图 9 横桥向振型质量参与系数

Fig. 9 Mass participation coefficient of transverse bridge mode shape

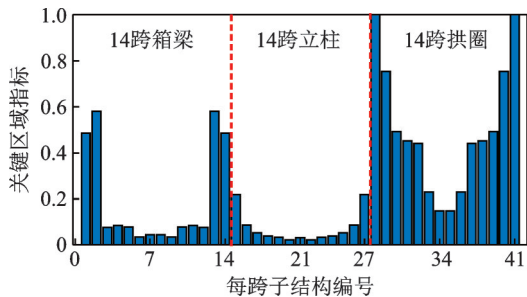


图 10 怒江特大桥主桥关键区域指标分布图

Fig. 10 The critical region index of Nujiang main bridge

同样地,为了研究损伤对关键区域分布的影响,假设拱圈第 3 跨和第 12 跨区域整体刚度折减 50%。对损伤后的怒江特大桥拱桥有限元模型进行动力灵敏度分析,得到关键区域指标分布如图 11 所示。首先能够得到与图 10 类似的结果,拱圈重要性大于立柱,箱梁重要性大于立柱;边跨区域的重要性大于结构其余区域;拱圈拱脚区域的重要性最大。然后,可

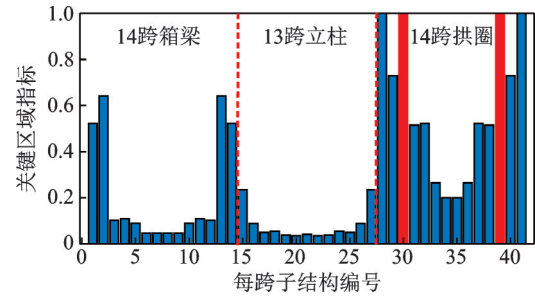


图 11 怒江特大桥主桥关键区域指标分布图(有损伤)

Fig. 11 The critical region index of Nujiang main bridge (with damage)

以看到拱圈第 3 跨和第 12 跨关键区域指标值均从图 10 的 0.492 上升为 1.000,该损伤区域成为了除拱圈拱脚区域外最重要的区域。这说明了结构损伤后,会使结构整体特征(频率和振型)对该损伤区域的刚度变化敏感,即损伤区域对结构整体性能的影响力变大。

对于上承式拱桥而言,主梁和立柱是上部传力结构,将外荷载施加在结构上的力传到拱圈。在实际工程中,拱圈一直是关注的重点。在本研究中,进一步细致研究拱圈的关键区域。拱圈主要由上弦杆、下弦杆、腹杆组成。每根拱圈杆件是一个单元,对拱圈单元进行动力灵敏度分析,计算的关键区域指标如图 12 所示。

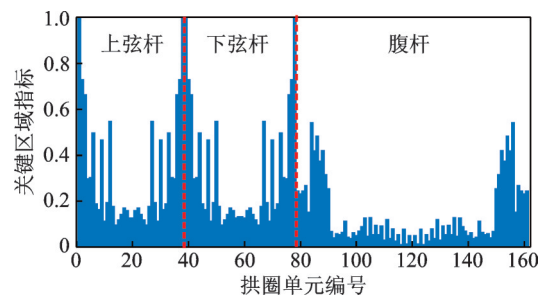


图 12 怒江特大桥拱圈关键区域指标分布图

Fig. 12 The critical region index of Nujiang arch ring

为了更加直观地显示不同区域的重要性程度,根据计算的关键区域指标值,绘制了关键区域分布云图,如图 13 所示。关键区域指标值为 0.8~1.0 的区域绘制为红色,0.6~0.8 的区域绘制为粉色,0.4~0.6 的区域绘制为黄色,0.2~0.4 的区域绘制为青色,0~0.2 的区域绘制为蓝色。

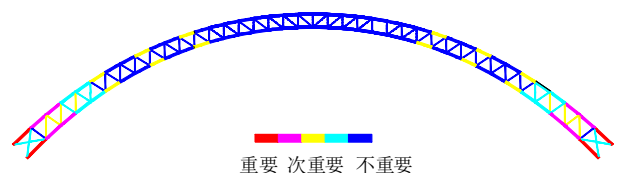


图 13 怒江特大桥主拱圈关键区域分布云图

Fig. 13 The critical region of Nujiang arch ring

从图 12 和 13 可以看出,从整体上而言,上下弦杆的重要性要大于腹杆;拱圈最关键部位位于拱脚上下弦杆区域。

3 结 论

本文提出了加权融合多阶动力特征解灵敏度的结构关键区域判别方法。该方法融合了多阶归一化加权的相对特征值灵敏度和特征向量灵敏度,将融合后的灵敏度值大的区域判定为关键区域。将该准则应用于一榀平面框架和一座上承式拱桥。

结果表明:(1)框架的关键区域为支座附近柱子区域、梁柱节点附近区域;(2)从构件类型上来说,上承式拱桥的各区域关键程度从大到小分别为拱圈、箱梁、立柱。拱圈的上下弦杆比腹杆关键,拱圈拱脚区域构件是整个结构最关键区域;(3)结构损伤会导致该损伤区域的关键程度上升,因此,在结构全寿命使用过程中需要动态评价关键区域。本文研究探明拱桥关键区域,为监测、评估、管养提供依据,节约人力物力。

参考文献:

- [1] Guo Y L, Ni Y Q, Chen S K. Optimal sensor placement for damage detection of bridges subject to ship collision [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2017, 24: e1963.
- [2] 柳承茂,刘西拉.基于刚度的构件重要性评估及其与冗余度的关系[J].*上海交通大学学报*, 2005, 39(5): 746-750.
Liu Chengmao, Liu Xila. Stiffness based evaluation of component importance and its relationship with redundancy [J]. *Journal of Shanghai Jiao Tong University*, 2005, 39(5): 746-750.
- [3] 叶列平,林旭川,曲哲,等.基于广义结构刚度的构件重要性评价方法[J].*建筑科学与工程学报*, 2010, 27(1): 1-6+20.
Ye Lieping, Lin Xuchuan, Qu Zhe, et al. Evaluation method of element importance of structural system based on generalized structural stiffness [J]. *Journal of Architecture and Civil Engineering*, 2010, 27(1): 1-6+20.
- [4] 卢啸,陆新征,叶列平,等.钢筋混凝土拱桥构件重要性评价及超载导致倒塌破坏模拟[J].*计算机辅助工程*, 2010, 19(3): 26-30.
Lu Xiao, Lu Xinzhen, Ye Lieping, et al. Component importance evaluation and overload-induced collapse simulation for reinforced concrete arch bridge [J]. *Computer Aided Engineering*, 2010, 19(3): 26-30.
- [5] 高扬,刘西拉.结构鲁棒性评价中的构件重要性系数[J].*岩石力学与工程学报*, 2008, 27(12): 746-750.
Gao Yang, Liu Xila. Importance coefficients of components in evaluation of structure robustness [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2008, 27(12): 746-750.
- [6] 张雷明,刘西拉.框架结构能量流网络及其初步应用[J].*土木工程学报*, 2007, 40(3): 45-49.
Zhang Leiming, Liu Xila. Network of energy transfer in frame structures and its preliminary application [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2007, 40(3): 45-49.
- [7] 黄冀桌,王湛.钢框架结构鲁棒性评估方法[J].*土木工程学报*, 2012, 45(9): 46-54.
Huang Jizhuo, Wang Zhan. An approach for evaluation of the structural robustness of steel frames [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2012, 45(9): 46-49.
- [8] 蒋淑慧,袁行飞,马烁.考虑冗余度的杆系结构构件重要性评价方法[J].*哈尔滨工业大学学报*, 2018, 50(12): 187-192.
Jiang Shuhui, Yuan Xingfei, Ma Shuo. An evaluation method for component importance of pin-jointed structures considering structural redundancy [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2018, 50(12): 187-192.
- [9] 杨逢春.基于结构体系可靠度的空间结构杆件重要性分析[D].杭州:浙江大学,2015.
Yang Fengchun. Component importance analysis of spatial structures based on structural system reliability [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2015.
- [10] Maftay A M. System safety performance metrics for skeletal structures [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2008, 134(3): 499-504.
- [11] 詹海雷,肖南.杆系结构关键单元的整体与局部判定方法[J].*空间结构*, 2014, 20(1): 58-63.
Zhan Hailei, Xiao Nan. The global and local approaches to determine key elements in member structures [J]. *Spatial Structures*, 2014, 20(1): 58-63.
- [12] 于刚,孙利民.基于损伤场景的桁架结构拓扑易损性分析[J].*同济大学学报(自然科学版)*, 2010, 38(4): 475-480.
Yu Gang, Sun Limin. Damage scenarios-based topological vulnerability analysis of truss structures [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2010, 38(4): 475-480.
- [13] Lin R M, Mottershead J E, Ng T Y. A state-of-the-art review on theory and engineering applications of eigenvalue and eigenvector derivatives [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 138: 106536.
- [14] Benedikt W, Patrick P, Jean P. Structural damage detection using nonlinear parameter identification with Tikhonov regularization [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2017, 14: 406-427.

- [15] Mottershead J E, Link M, Friswell M I. The sensitivity method in finite element model updating: a tutorial [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25: 2275-2296.
- [16] 吴子燕, 何银, 简晓红. 基于损伤敏感性分析的传感器优化配置研究 [J]. *工程力学*, 2009, 26 (5): 239-244.
Wu Ziyang, He Yin, Jian Xiaohong. Optimal sensor placement based on sensitivity analysis of structural damage [J]. *Engineering Mechanics*, 2009, 26 (5): 239-244.
- [17] Blachowski B. Modal sensitivity based sensor placement for damage identification under sparsity constraint [J]. *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 2019, 63(2): 432-445.
- [18] 冯新, 李国强, 范颖芳. 几种常用损伤动力指纹的适用性研究 [J]. *振动、测试与诊断*, 2004, 24 (4): 277-280.
Feng Xin, Li Guoqiang, Fan Yingfang. Suitability study on dynamic signatures used in structural damage localization [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2004, 24(4): 277-280.
- [19] 王功文. 基于频率的索杆张力结构构件重要性分析方法 [D]. 广州: 华南理工大学, 2015.
Wang Gongwen. A frequency-based analytical method of component importance of cable-strut tensile structures [D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2015.
- [20] 翁顺, 朱宏平. 基于有限元模型修正的土木结构损伤识别方法 [J]. *工程力学*, 2021, 38(3): 1-16.
Weng S, Zhu H P. Damage identification of civil structures based on finite element model updating [J]. *Engineering Mechanics*, 2021, 38(3): 1-16.
- [21] Weng S, Xia Y, Xu Y L, et al. An iterative substructuring approach to the calculation of eigensolution and eigensensitivity [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(14): 3368-3380.
- [22] Xia Y, Weng S, Xu Y L, et al. Calculation of eigenvalue and eigenvector derivatives with the improved Kron's substructuring method [J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2010, 36(1): 37-55.
- [23] 孙广俊, 李爱群. 关于结构振型参与系数和振型贡献的分析 [J]. *防灾减灾工程学报*, 2009, 29 (5): 485-490.
Sun G J, Li A Q. Analysis of mode participation factor and modal contribution of structures [J]. *Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering*, 2009, 29 (5): 485-490.

Evaluation of critical region based on dynamic eigensensitivity analysis

LI Jia-jing¹, ZHU Hong-ping¹, WENG Shun¹, SONG Xiao-dong²,
YANG Guo-jing², YAN Yong-yi²

(1.School of Civil and Hydraulic Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China;
2.China Railway Eryuan Engineering Group CO. LTD., Chengdu 610031, China)

Abstract: The actual engineering structure is usually large-scale and has various local damages. Different damage has different impact on the overall performance of the structure. Small damages in critical regions can threaten the safety of the overall structure. Therefore, it is necessary to identify the critical regions of the structure, so that the monitoring, evaluation, and management of the structure have a clear priority and focus. This paper proposes a method for discriminating structural critical regions based on weighted sensitivity analysis of dynamic eigensolutions. The proposed method deduces the sensitivity of eigenvalues and eigenvectors with respect to element stiffness parameters. Firstly, the number of modes for analysis and the weight coefficient of each retained mode are determined based on modal mass participation coefficient, and a weighted sensitivity index that combines multi-order normalized eigenvalues and eigenvector sensitivity is established. The sensitivity index seeks the second-order norm to obtain the critical region index, which is used as the basis for determining the critical regions. This method is a scientific and quantitative judgment basis, and is applied to a frame and an arch bridge. The results show that the critical regions of the frame structure are the column area near the beam-column node and the support, and the critical regions of the arch bridge are the arch toe area of the arch ring. In addition, the critical region is not static, and local damage can cause the originally uncritical region to become a critical region. The proposed critical region identification method improves the efficiency of health monitoring and evaluation, and to save manpower and material resources.

Key words: health monitoring; sensitivity analysis; dynamic eigensolutions; critical region; element importance

作者简介: 李佳靖(1992—),女,博士研究生。电话:15827252769;Email:jiajingli@hust.edu.cn。

通讯作者: 翁顺(1982—),女,博士,教授。电话:13971681883;Email:wengshun@hust.edu.cn。