

自适应学习字典的信号稀疏表示方法及其在轴承故障诊断中的应用

张成¹, 黄伟国¹, 马玉强², 阙红波², 江星星¹, 朱忠奎¹

(1. 苏州大学轨道交通学院, 江苏 苏州 215131; 2. 中车戚墅堰机车车辆工艺研究所有限公司, 江苏 常州 213011)

摘要: 信号稀疏表示的过完备字典根据构造方式分为解析字典和学习字典两大类。解析字典结构固定, 自适应性强。构建解析字典需要充分分析振动信号的振荡特性, 获取充足的先验知识。学习字典摆脱了先验知识的桎梏, 可以直接从信号中自适应地训练学习出来, 自适应性强。结合信号保真能力较好的广义极小极大凹罚函数, 提出了基于自适应学习字典的信号稀疏表示方法, 改进了 K-SVD 算法中样本训练矩阵的构造方式, 减少了运算时间, 并且利用软阈值算法弥补了学习字典对噪声抵抗性较差的缺点。最后在缺乏先验知识的条件下, 分别在轴承的仿真信号和实验信号的分析过程中, 运用所提出方法实现故障诊断。

关键词: 故障诊断; 轴承; 稀疏表示; K-SVD 算法; 字典学习; GMC 罚函数

中图分类号: TH165⁺.3; TH133.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2022)05-1278-11

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.05.026

引言

轴承作为旋转机械中的关键零部件, 被广泛应用于发动机、电动机、高铁齿轮箱等部位。实践表明, 轴承是最容易发生故障的部件之一。因此, 对轴承状态进行检测意义重大^[1]。

当轴承表面发生局部故障时, 表面缺陷会与其他接触面直接产生瞬态冲击^[2]。一方面由于轴承早期故障的特征不明显, 另一方面受限于实验设备如传感器灵敏度等因素, 故障成分往往夹杂在背景噪声中, 不能及时准确地识别出来。

轴承故障在运转时产生的瞬态冲击成分具有稀疏性, 而背景噪声往往是随机分布的, 不具有稀疏属性, 因此稀疏表示方法近些年被广泛应用于轴承故障诊断。Wang 等^[3]提出了一种新的稀疏优化求解方法——平均随机正交匹配追踪 (AROMP) 算法。Li 等^[4]将稀疏表示和阶数跟踪技术结合, 成功地从非平稳振动信号中提取出故障特征。Zhao 等^[5]在稀疏表示框架下定义了广义结构收缩算子并构造了广义结构收缩算法 (GSSA)。Huang 等^[6]针对轴承振动信号在组内和组间的稀疏性, 提出了一种新的群稀疏信号分解方法。Lin 等^[7]提出了一种融合的多增强型全变差去噪 (FMTVD) 惩罚算法, 以避免字典构造问题和诱导稀疏性。

信号的稀疏表示在故障特征提取方面的效果很大程度上依赖于过完备字典的优劣。现有的解析字典^[8-10]虽然都取得一定的效果, 但是构造过程中需要开展大量工作来获取先验知识作为理论支撑。其次, 特定基函数的解析字典往往只针对固定的故障类型, 与故障类型不匹配的字典的稀疏表示效果较差, 自适应性也较差。学习字典能够弥补这些缺陷。它不需要通过前期工作获得先验知识, 而是直接从信号中训练学习出自适应信号内部特征的过完备字典。常见的字典学习方法有 MOD (Method of Optimal Directions, 最优方向法) 算法^[11]、K-SVD (K-Singular Value Decomposition, K-奇异值分解) 算法^[12-13]等。

针对稀疏表示解析字典自适应性较差的问题, 本文提出基于自适应学习字典的信号稀疏表示方法。该方法首先基于用广义极小极大凹 (Generalized Minimax Concave, GMC) 罚函数来构造目标函数, GMC 罚函数不仅具有良好的信号保真能力, 而且在加强信号稀疏性和特征提取能力方面有着突出的表现。其次改进了 K-SVD 算法的样本训练矩阵的构造结构来减少运算时间, 接着通过软阈值算法优化学习字典提高对噪声的抵抗能力, 最后通过凸优化算法求解稀疏优化模型, 将轴承故障特征在学习字典上稀疏表示, 从而实现故障特征频率提取和故障诊断。仿真分析和工程试验验证了该方法的有效性和优越性。

1 信号的稀疏表示

稀疏表示的基本思路^[14]为:通过对稀疏表示模型的最小化优化求解,得到信号在过完备字典上的稀疏表示系数,结合字典和稀疏表示系数,重构出目标分量。

针对高斯背景噪声的轴承振动信号 $y \in \mathbb{R}^N$, 稀疏表示模型可以表示为:

$$y = x + n \quad (1)$$

式中 $x \in \mathbb{R}^N$ 为目标特征分量, n 表示噪声干扰分量。稀疏表示的目标就是从轴承振动信号 y 中有效地分离出目标特征分量 x 。假设目标特征分量 x 可以在某个过完备字典 $A \in \mathbb{R}^{N \times M}$ 上稀疏表示,即:

$$x = Ac \quad (2)$$

式中 c 为稀疏表示系数。此时,稀疏表示模型可以数学描述为:

$$\min_c R(c) \text{ s.t. } \|y - Ac\|_2^2 \leq \delta \quad (3)$$

式中 $R(c)$ 为罚函数,来控制 c 的稀疏度, δ 为稀疏表示误差。上述约束最小化问题等价于一个无约束稀疏正则化线性反问题:

$$c^* = \arg \min_{c \in \mathbb{R}^N} \left\{ \frac{1}{2} \|y - Ac\|_2^2 + \lambda R(c) \right\} \quad (4)$$

式中 $\lambda \geq 0$ 为正则化参数,控制保真项(第一项)和惩罚项(第二项)间的平衡,在保证较准确估计出目标分量的同时尽可能去除噪声(防止欠拟合和过拟合)^[14]。通过式(4)最小化求解得到估计系数 c^* , 目标特征分量 x 可以被估计为 $x^* = Ac^*$ 。

2 理论基础

2.1 稀疏罚函数设计

信号稀疏表示方法的一个关键问题在于稀疏罚函数的设计。稀疏罚函数作为稀疏表示模型中目标函数的关键部分,直接影响着稀疏表示稀疏的稀疏性和轴承故障特征提取的准确性。

表1列出了常见的罚函数的函数表达式,图1进一步对这些罚函数及其对应的阈值函数进行数学规律统计分析($\lambda=1, a=0.5$),其中软阈值(soft)为L1范数对应的阈值。从图1(b)中,可以看出当幅值较大时,除MC罚函数所对应的阈值函数外,各阈值函数都与 $y=x$ 存在一定的距离。因此相较于L1范数,参数化非凸罚函数都有一定的幅值保真能力,而MC罚函数的幅值保真效果更为优异。

Selesnick^[15]基于MC非凸罚函数提出的广义极

表1 常见稀疏罚函数及其函数表达式

Tab.1 Common sparse penalty functions and their function expressions

稀疏罚函数	函数表达式
L1 norm	$ x $
Logarithm	$\frac{1}{a} \lg(1 + a x)$
Atan	$\frac{2}{a\sqrt{3}} \left[\tan^{-1} \left(\frac{1 + 2a x }{\sqrt{3}} \right) - \frac{\pi}{6} \right]$
MC	$\begin{cases} x - \frac{1}{2a}x^2, & x \leq a \\ \frac{a}{2}, & x \geq a \end{cases}$

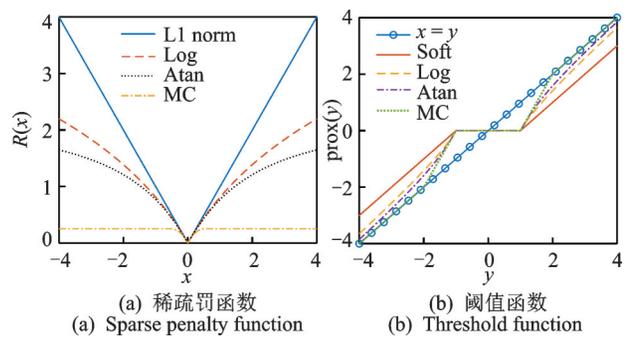


图1 常见稀疏罚函数及其阈值函数

Fig.1 Common sparse penalty functions and their threshold functions

小极大凹(Generalized Minimax Concave, GMC)罚函数。GMC罚函数具有良好的信号保真能力,可以在保持目标函数凸性的同时有效地诱导稀疏性,提高信号特征提取的效率^[16]。

GMC罚函数 ϕ_B 定义为:

$$\phi_B(x) = \|x\|_1 - S_B(x) \quad (5)$$

式中 S_B 为广义Huber函数,定义为:

$$S_B(x) = \min_{v \in \mathbb{R}^N} \left\{ \|v\|_1 + \frac{1}{2} \|B(x - v)\|_2^2 \right\} \quad (6)$$

式中 v 为 x 定义域内的一点, B 为压缩尺度参数矩阵。

2.2 自适应字典学习

信号稀疏表示方法的另一个关键问题在于稀疏表示字典的构造。稀疏表示字典的构造很大程度上影响着信号稀疏表示的结果和故障诊断的效果。解析字典由于基函数固定,自适应性差,不能随着信号数据的改变而自适应地调整。而字典学习自适应性更强,可以通过直接对信号数据的学习,更精准地构造出匹配信号内部本质特征的过完备字典。

2.2.1 构建样本训练矩阵

字典学习需要二维的样本训练矩阵,并且必须满

足列数远远大于行数的训练要求。构造样本训练矩阵的传统方法是依据Hankel矩阵结构来构造^[17],但是构造的矩阵较大,很大程度上降低了字典学习算法的精确度和运算速度。为了提高运算精确度与运算速度,本文根据不同重叠率分割构造样本训练矩阵。

故障产生的瞬态冲击在时域上表现为周期性的脉冲成分,如图2所示。为了不破坏信号故障脉冲成分的周期性,设置片段分割长度 L 必须大于故障周期 T ,其中实际信号的故障周期 T 可以利用Fan等^[18]提出的抗噪声相关性(NRC)估计出。

$$Y_i = \begin{bmatrix} y_1 & y_{T-k+1} & \cdots & y_{(h-1) \times T - (h-1) \times k + 1} & y_{h \times T - h \times k + 1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ y_{T-k} & y_{2T-2k} & \cdots & y_{h \times T - h \times k} & y_{hT - (h-1) \times k} \\ y_{T-k+1} & y_{2T-2k+1} & \cdots & y_{h \times T - h \times k + 1} & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & y_N \\ y_T & y_{2T-k} & \cdots & y_{hT - (h-1) \times k} & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$y_j = [y_{j \times T - j \times k + 1} \quad \cdots \quad y_{j \times T}]', j = 1, 2, \dots, h \quad (8)$$

式中 T 表示故障周期; $k = n \times N \times i$, k 表示信号重叠长度; n 表示重叠率; N 表示信号长度; $i = 0, 1, \dots, m$ 表示整数; h 表示重叠取样次数。 y_j 表示矩阵每一列选取的重叠数据。

为了避免式(7)中最后一列中零值破坏信号稀疏系数的稀疏性,将式(7)改写为:

$$Y'_i = \begin{bmatrix} y_1 & \cdots & y_{(h-1) \times T - (h-1) \times k + 1} \\ \vdots & & \vdots \\ y_T & \cdots & y_{hT - (h-1) \times k} \end{bmatrix} \quad (9)$$

最终构建样本训练矩阵:

$$Y = [Y'_0 \quad Y'_1 \quad \cdots \quad Y'_m] \quad (10)$$

只要设置合适的重叠率,就能根据式(10)灵活地构建出满足行数与列数要求的样本训练矩阵。

2.2.2 K-SVD算法

K-奇异值分解(K-Singular Value Decomposition, K-SVD)算法是由Aharon等^[19]提出的一种应用广泛的字典学习算法。K-SVD算法旨在解决以下优化问题^[20]:

$$\min_{A, D} \left\{ \|d_i\|_0 \right\} \text{ s.t. } \forall i, \|Y - AD\|_F \leq \epsilon \quad (11)$$

式中 Y 表示信号的样本训练矩阵; A 表示过完备字典; $D = \{d_i\}$, $i = 1, \dots, N$ 表示信号稀疏系数矩阵; ϵ 表示稀疏编码逼近误差。其中, $Y \in \mathbb{R}^{n \times N}$, $d_i \in \mathbb{R}^K$, $D \in \mathbb{R}^{K \times N}$, $A \in \mathbb{R}^{n \times K}$ 。

K-SVD算法包括稀疏编码和字典更新两个阶段。

1. 将信号样本矩阵在过完备字典上稀疏表示,得到稀疏系数矩阵的过程,称为稀疏编码。稀疏编码可以数学描述为优化问题:

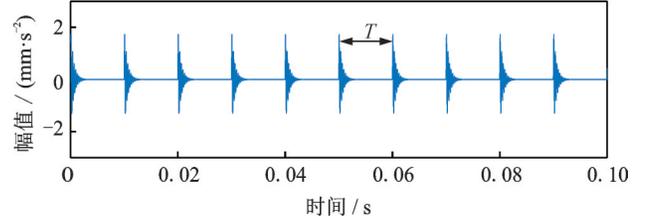


图2 周期性的故障脉冲成分

Fig. 2 Periodic fault pulse components

将轴承振动信号 $y = [y_1 \quad y_2 \quad \cdots \quad y_N]$ 分割构建如下矩阵:

$$\min_{d_i} \left\{ \|d_i\|_0 \right\} \text{ s.t. } \|y_i - Ad_i\|_2 \leq \epsilon, \forall i \in [1, N] \quad (12)$$

式中 $y_i \in \mathbb{R}^n$ 。

2. 不断迭代更新暂态字典中的原子使其更加匹配信号内部特征,这个过程被称为字典更新。区别于MOD算法的整体更新,K-SVD算法的字典更新是逐列进行的,这样不仅运行和收敛速度更快,而且训练结果的稀疏性更好。

当更新过完备字典 A 的第 k 列原子 a_k 时,需要固定住其余 $k-1$ 项,于是将式(11)的目标项分解为:

$$\|Y - AD\|_F^2 = \left\| Y - \sum_{j=1}^K a_j d_j^T \right\|_F^2 = \|E_k - a_k d_k^T\|_F^2 \quad (13)$$

$$E_k = Y - \sum_{j \neq k} a_j d_j^T \quad (14)$$

式中 d_k^T 表示稀疏系数矩阵 D 中相对应的第 k 行; 矩阵 E_k 表示除去 $a_k d_k^T$ 其余 $k-1$ 项的误差值。

为了避免稀疏系数中零值导致“发散”现象,收缩式(13):

$$\|E_k \Omega_k - a_k d_k^T \Omega_k\|_F^2 = \|E_k - a_k d_k^T\|_F^2 \quad (15)$$

式中 $\Omega_k \in \mathbb{R}^{N \times |\omega_k|}$ 表示仅在 $(\omega(i), i)$ 处有值,且等于1, $\omega_k = \{i | 1 \leq i \leq N, d_k^T(i) \neq 0\}$ 是稀疏系数的检索集合。 $d_k^R = d_k^T \Omega_k \in \mathbb{R}^{|\omega_k|}$ 是 d_k^T 对应 Ω_k 的收缩结果。

对 E_k^R 进行奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD),得到 $E_k^R = U \Delta V^T$,用 U 的第一列更新 a_k ,同时用 V 的第一列和 $\Delta(1, 1)$ 的乘积更新 d_k^R ,逐列更新,最终得到学习字典。

2.2.3 阈值去噪

噪声强度较大的信号在学习过程中不容易识别

出故障特征,噪声成分会被当成目标特征一直保留,为了去除学习字典中的噪声成分,提高重构精度,需要通过软阈值算法^[21]对学习字典 A_L 进行优化,得到优化学习字典 A' :

$$A' = \arg \min_{A'} \frac{1}{2} \|A' - A_L\|_2^2 + \tau \|A'\|_1 \quad (16)$$

利用硬阈值算法对式(16)进行求解:

$$A' = \text{soft}(A_L, \tau/2) = \text{sign}(A_L) \max\{|A_L| - \tau/2, 0\} \quad (17)$$

式中 sign 为符号函数:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (18)$$

2.3 重构稀疏信号

式(10)中 Y'_0 包含了轴承振动信号的完整数据,因此对 Y'_0 单独进行处理,既能保证重构信号的完整性,又极大地减少了运算量。

基于GMC罚函数定义稀疏目标函数:

$$\begin{aligned} J(c, v) &= \frac{1}{2} \|y - Ac\|_2^2 + \lambda \psi_b(c) = \\ &= \frac{1}{2} \|y - Ac\|_2^2 + \lambda \|c\|_1 - \\ &= \min_v \left\{ \lambda \|v\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|B\|c - v\|_2^2 \right\} = \\ &= \max_v \left\{ \frac{1}{2} \|y - Ac\|_2^2 + \lambda \|c\|_1 - \right. \\ &\quad \left. \lambda \|v\|_1 - \frac{\lambda}{2} \|B\|c - v\|_2^2 \right\} \quad (19) \end{aligned}$$

其中,目标函数的保凸条件^[14]: $B = \sqrt{\gamma} A$ 。

为了得到最优稀疏表示系数 c^{opt} ,最小化GMC正则化最小二乘目标函数(19):

$$\begin{aligned} (c^{\text{opt}}, v^{\text{opt}}) &= \arg \min_c \max_v J(c, v) = \\ &= \arg \min_c \max_v \left\{ \frac{1}{2} \|y - Ac\|_2^2 + \lambda \|c\|_1 - \right. \\ &\quad \left. \lambda \|v\|_1 - \frac{\gamma}{2} \|A(c - v)\|_2^2 \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

式中 $0 \leq \gamma \leq 1$ 为保凸常数,本文取 $\gamma = 0.5$ 。式(20)是一个鞍点问题^[22],可以通过凸优化算法求解。本文选用的凸优化求解算法是前向后向分裂(Forward-Backward Splitting, FBS)算法^[23]。

利用FBS算法求解式(20),将样本矩阵 Y'_0 在优化学习字典 A' 上稀疏表示出来,得到稀疏系数矩阵 C' 。

重构信号矩阵 Y' 表示为: $Y' = A' \times C'$ 。最终将 Y' 恢复为一维振动信号 y' ,即式(1)中的目标特征分量:

$$Y' = \begin{bmatrix} y'_0 & y'_{T+1} & \cdots & y'_{(h-1) \times T+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y'_T & y'_{2T} & \cdots & y'_N \end{bmatrix} \Rightarrow y' = \begin{bmatrix} y'_1 \\ \vdots \\ y'_N \end{bmatrix} \quad (21)$$

综上所述,基于自适应学习字典的稀疏表示方法的步骤如表2所示。图3是基于自适应学习字典的信号稀疏表示方法的轴承故障识别和诊断流程图。

表2 基于自适应学习字典的稀疏表示方法

Tab.2 Sparse representation method based on adaptive learning dictionary

输入:

信号 y ,预设重叠率 n ,样本分割长度 L ,过完备字典原子数 K ,K-SVD算法的稀疏编码逼近误差 ϵ ,K-SVD算法的迭代次数 t ,软阈值算法的阈值 τ ,GMC算法的正则化参数 λ 。

步骤:

1. 依据重叠率 n 和样本分割长度 L 分割信号 y ,构造样本训练矩阵 Y ;
2. 经过K-SVD算法的稀疏编码和字典更新两个阶段,从样本训练矩阵 Y 学习训练出学习字典 A_L ;
3. 利用软阈值算法,优化学习字典 A_L ,得到优化学习字典 A' ;
4. 构建基于GMC罚函数的目标函数,并且利用凸优化算法求解,将 Y'_0 在过完备字典 A' 上稀疏表示出来,得到稀疏系数矩阵 C' ;
5. 得到重构信号矩阵 $Y' = A' \times C'$,将 Y' 恢复成一维目标信号 y' 。

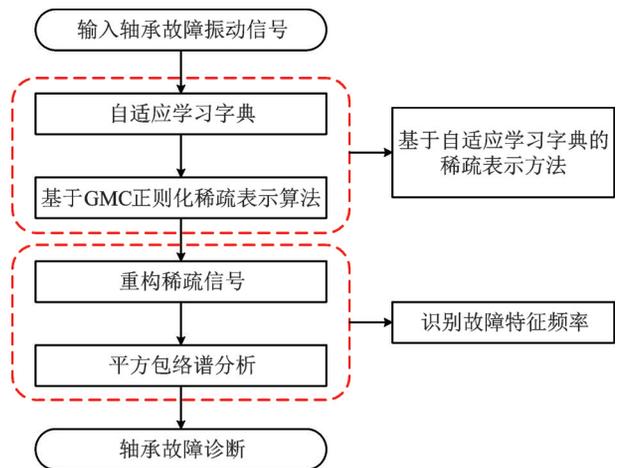


图3 基于自适应学习字典的稀疏表示方法的轴承故障识别和诊断流程图

Fig.3 Flow chart of bearing fault identification and diagnosis based on sparse representation method of adaptive learning dictionary

3 仿真分析

3.1 仿真重构

为了验证本文方法在故障特征提取方面的可靠性与优越性,对轴承故障信号进行仿真信号分析。结合滚动轴承的局部故障振动特性,构建由瞬态成

分和噪声成分组成的轴承故障仿真信号:

$$y(t) = x(t) + n(t) \quad (22)$$

$$x(t) = \sum_k \left[B_F \exp\left(\frac{-\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} 2\pi f(t-\mu-kT)\right) \times \sin 2\pi f(t-\mu-kT) \right] \quad (23)$$

式中 $x(t)$ 表示轴承故障脉冲信号,如图 4(a)所示。 $x(t)$ 的具体参数设置为:共振频率 $f=3500$ Hz,阻尼比 $\zeta=0.080$,时延参数 $\mu=0.010$ s,故障周期 $T=0.01$ s,幅值调整参数 $B_F=2$ 。 $n(t)$ 表示高斯白噪声,设置噪声标准差为 0.85。计算得到仿真信号 $y(t)$ 的信噪比 SNR 为 -11.7 dB。仿真信号的采样频率设置为 25600 Hz,采样点数为 5120。轴承故障仿真信号如图 4(b)所示,仿真信号的平方包络谱如图 4(c)所示。

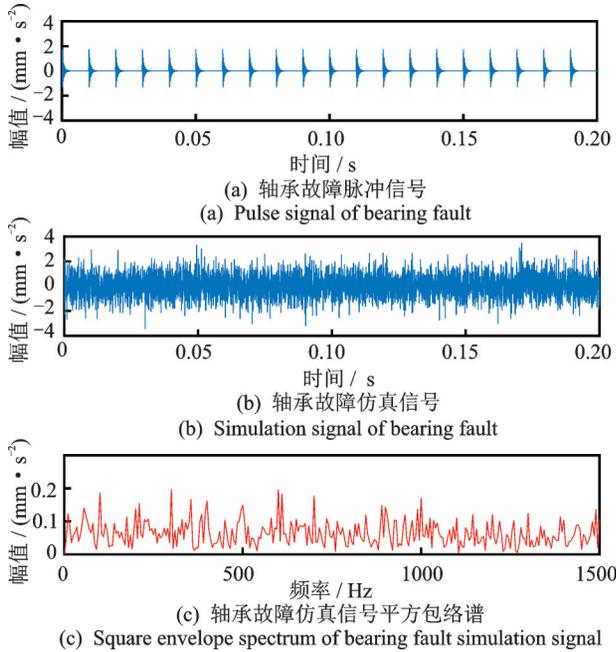


图 4 仿真信号

Fig. 4 Simulation signal

从图 4(b)观察到,故障诊断需要的轴承脉冲信号已经完全被噪声成分淹没,无法识别出来。从图 4(c)的平方包络谱中也不能直接提取出轴承的故障特征频率。

为了研究本文所提出的信号稀疏表示方法处理信号的效果,引进相关系数 CC :

$$CC = \frac{\langle \hat{x}, x \rangle}{\|\hat{x}\|_2 \|x\|_2} \quad (24)$$

式中 x 表示原始信号, \hat{x} 表示重构信号。相关系数 CC 可以准确刻画重构信号与原始无噪信号的相关程度。

为了满足 K-SVD 算法对于样本训练矩阵的要

求,对于采样点数为 5120 的仿真信号 $y(t)$,预先设置分割点数为 512,重叠率为 2.7%,重叠点数为 14,最后构建出的样本训练矩阵大小为 512×1750 。

为了获得更好的轴承故障诊断效果,需要对所有参数进行选取。本文均采用遍历选取的方法来确定最优参数。以仿真信号 $y(t)$ 为例,在选取 K-SVD 算法的稀疏编码逼近误差 ϵ 时,在相同软阈值算法的阈值 τ 和正则化参数 λ 下,选取不同 ϵ 值时,计算重构信号和故障脉冲信号的相关系数 CC ,得到结果如图 5 所示。

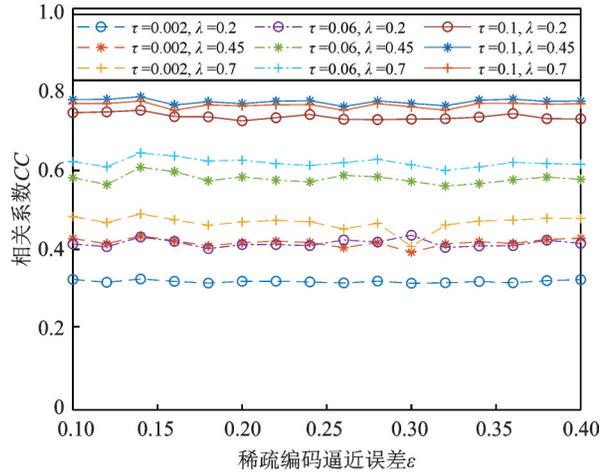


图 5 稀疏编码逼近误差 ϵ 的选取

Fig. 5 Selection of sparse coding approximation error ϵ

从图中发现,稀疏编码逼近误差 ϵ 对于信号的处理结果影响不大,故本文选取 $\epsilon=0.2$ 。计算在不同阈值 τ 和正则化参数 λ 的情况下的相关系数 CC ,得到结果如图 6 所示。图 6 中在 a 点取到最大相关系数 $CC=0.7273$,a 点处其余参数 $\tau=0.11$ 和 $\lambda=0.30$ 。

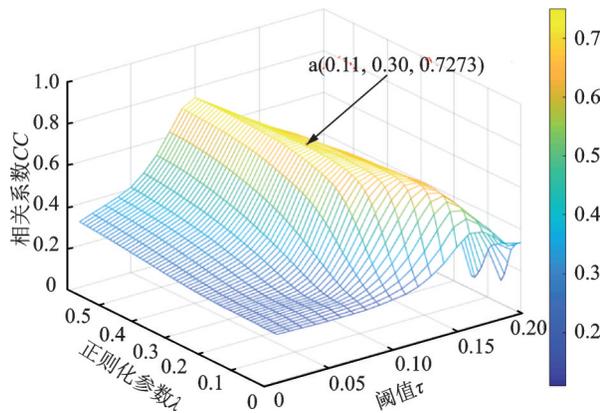


图 6 软阈值算法的阈值 τ 和正则化参数 λ 的选取

Fig. 6 Selection of the threshold τ of the soft threshold algorithm and regularization parameters λ

选取参数 $\epsilon=0.2$, $\tau=0.11$ 和 $\lambda=0.30$,用本文提出的基于自适应学习字典的稀疏表示方法处理仿真信号 $y(t)$,最终得出结果如图 7 所示。图 7(a)是重构信号的时域波形图;图 7(b)是重构信号的平方包络谱。从图 7(a)观察到重构信号中周期性的脉

冲成分,并且已经将噪声成分完全去除。从图7(b)的平方包络谱中发现故障特征频率为100 Hz,与式(22)中预设的故障周期 $T = 0.01$ s 一致。

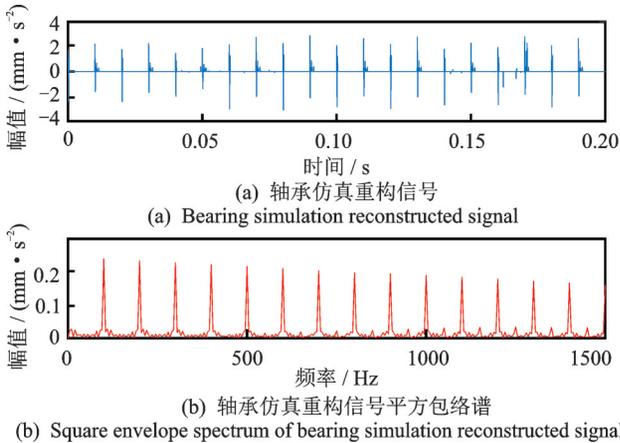


图7 重构信号

Fig. 7 Reconstructed signal

图7中的重构效果验证了本文所提方法的可行性。基于自适应学习字典的信号稀疏表示不仅可以去除噪声成分,重构出周期性的脉冲成分,而且可以在频域的平方包络谱上准确提取出故障特征频率。

3.2 与解析字典对比

结合轴承的振动特性和二阶系统的振动模型,发现轴承的局部故障在运转过程中产生的瞬态成分可以用单边衰减的有阻尼二阶系统的脉冲响应函数 Laplace 小波来表示。Laplace 小波解析式为:

$$\phi_\gamma(t) = \begin{cases} B_L e^{\frac{-\zeta_1}{\sqrt{1-\zeta_1^2}} \varphi} \sin \varphi, & t \in [\tau_1, \tau_1 + W_s], \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$\varphi_1 = 2\pi f(t - \tau_1) \quad (25)$$

式中 $\gamma = (f, \zeta_1, \tau_1)$ 决定 Laplace 小波的波形性质, f 表示系统的固有频率, B_L 表示幅值归一化参数, ζ_1 表示黏滞阻尼比, τ_1 表示时延, W_s 表示小波支撑长度。Laplace 小波的时域波形图如图8所示。

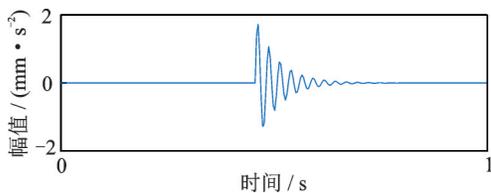


图8 Laplace 小波

Fig. 8 Laplace wavelet

以 Laplace 小波作为基函数构造解析字典,并将仿真信号在字典上稀疏表示出来,首先需要通过遍历法选取合适的正则化参数 λ 。在不同正则化参数 λ 下,计算相关系数 CC ,得到结果如图9所示。

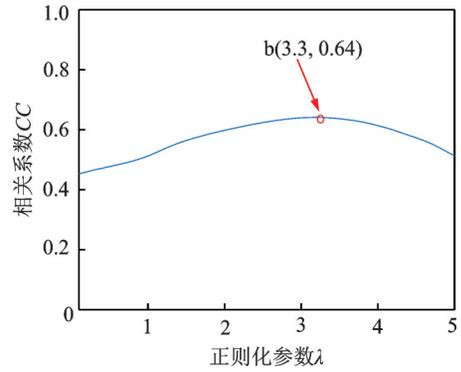


图9 正则化参数 λ 的选取

Fig. 9 Selection of regularization parameters λ

在图9的b点处得到最大相关系数 $CC = 0.64$ 。选取b点处的正则化数 $\lambda = 3.3$,得到基于解析字典的信号稀疏表示方法下的处理结果,如图10所示。

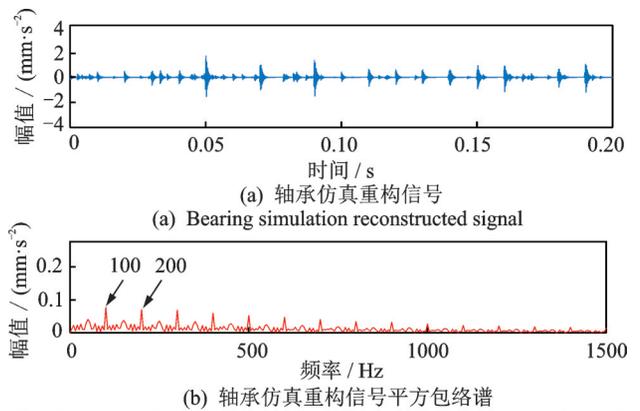


图10 基于解析字典的重构信号

Fig. 10 Reconstructed signal based on analytic dictionary

图10(a)和(b)分别为基于解析字典的信号稀疏表示方法得到的重构信号时域波形图和频域平方包络谱。从图10(a)中发现,重构信号中包含着周期性脉冲成分,但是仍然残留着部分噪声干扰成分。对比图7,可以发现图10中的重构信号在时域和频域中均存在着幅值被明显低估的现象。

为了更加明显地比较自适应学习字典与解析字典区别,设置本文方法参数为 $\epsilon = 0.2, \tau = 0.1, \lambda = 0.5$;设置基于解析字典的稀疏表示方法的参数为 $\lambda = 2.7$,处理不同信噪比下的信号,计算得到不同信噪比下的重构信号的相关系数 CC ,得到结果如图11所示。

观察图11,可以发现在处理信噪比 $SNR < -8$ dB 的信号时,自适应学习字典的重构效果比解析字典好,说明在噪声较强的情况下本文方法的处理效果更好。当信号的信噪比 $SNR \in [-3$ dB, -8 dB] 时,两种字典的处理效果接近。在处理信噪比 $SNR > -3$ dB 的信号时,解析字典的重构效果明显更好,这是由于学习字典为了去除噪声成分的干扰,将脉冲信号的衰减部分忽略,导致相关系数

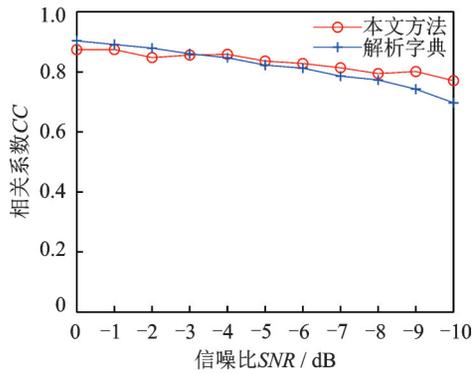


图11 本文方法与基于解析字典的稀疏表示方法的结果对比
Fig. 11 Comparison of results between the proposed method and the sparse representation method based on analytic dictionary

CC有所降低。

3.3 与传统样本矩阵构造方法对比

仿真分析使用的计算机的处理器型号是Inter(R) Core(TM)i7-7700 @ 3.60 GHz。设置仿真信号的采样点数为2560和5120,分别采用本文方法与Hankel矩阵来构造两组信号数据的样本训练矩阵,运行时间如图12所示。本文方法由于构造灵活,构造出来的矩阵远远小于Hankel矩阵结构的样本训练矩阵。由图12可以发现,本文方法不仅运行时间远远小于基于Hankel矩阵结构的样本训练矩阵的信号稀疏表示方法,而且当信号数据采样点数增加一倍时,运行时间基本不受影响。但是采样点数同样地增加一倍之后,基于Hankel矩阵结构的样本训练矩阵的稀疏表示方法的运行时间增加为原先的3.25倍。

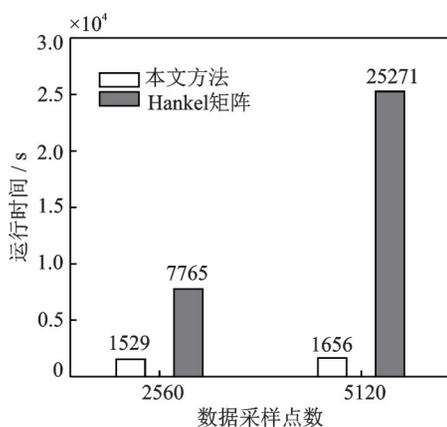


图12 不同样本训练矩阵构造方法的运行时间
Fig. 12 Running time of different sample training matrix construction methods

为了对比两种构造方式对于信号稀疏表示效果的影响,选取相同参数,计算不同信噪比SNR下的重构信号的相关系数CC,得到结果如图13所示。从图13中发现,当信噪比SNR较高即噪声强度较小的情况下,两种构造方式的相关系数CC接近,但

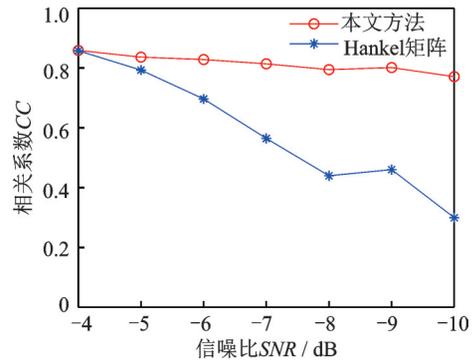


图13 本文方法和Hankel矩阵构造方法的结果对比
Fig. 13 Comparison of results between the proposed method and the Hankel matrix construction method

是随着信噪比SNR的不断降低,Hankel矩阵结构的信号稀疏表示方法的相关系数CC下降速度更快,这也说明基于Hankel矩阵结构的信号稀疏表示方法对于噪声干扰的抵抗性较差。

3.4 有无阈值算法处理对比

软阈值算法处理是一个十分关键的步骤。为了研究软阈值算法处理对于重构效果的影响,将本文方法与无阈值算法处理的信号稀疏表示方法进行对比。

首先通过遍历法选取正则化参数 λ ,计算出在不同信噪比SNR和不同正则化参数 λ 情况下重构信号的相关系数CC,得到结果如图14所示。

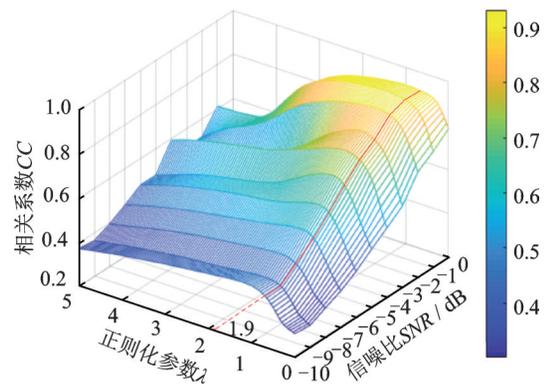


图14 正则化参数 λ 的选取
Fig. 14 Selection of regularization parameters λ

最终发现在正则化参数 $\lambda=1.9$ 时,可以同时不同信号强度下获得较高的相关系数CC。设置正则化参数 $\lambda=1.9$,将不同信噪比SNR下重构信号的相关系数CC与本文方法得到的重构信号的相关系数CC进行对比,对比结果如图15所示。

从图15中可以发现,信号噪声强度较高的情况下,发现经过软阈值算法处理后的重构效果比没有阈值算法处理的要好。当信号噪声强度较低的时候,软阈值算法将脉冲信号衰减部分当成噪声一起去除,导致相关系数CC偏低。

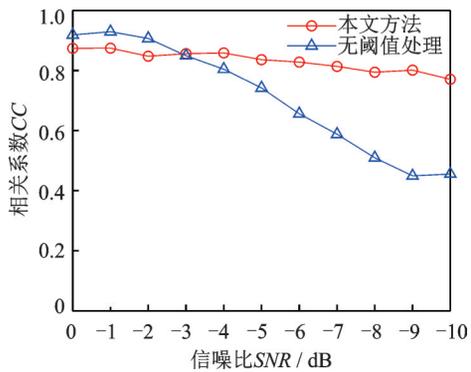


图 15 本文方法和无阈值处理的结果对比

Fig. 15 Comparison of results between the proposed method and the method without threshold processing

3.5 仿真分析结论

综合上述几点,通过对轴承信号的仿真分析,对于基于自适应学习字典的信号稀疏表示方法得出以下几点结论:1)本文所提的基于自适应学习字典的信号稀疏表示方法在轴承故障诊断领域具有有效性,能够将轴承信号中的噪声等干扰分量去除,并准确提取出轴承的故障特征频率;2)相较于基函数为 Laplace 小波的解析字典,自适应学习字典不仅克服了幅值低估的问题,而且抗噪声干扰的能力得到了提高;3)本文构造的字典学习过程中样本训练矩阵灵活可控,相较于 Hankel 矩阵结构的样本训练矩阵,不仅对数据要求较低,运行速度快,而且对于噪声的抵抗能力更强;4)软阈值算法的处理极大地提高学习字典对于噪声的抵抗能力。

但是在对轴承仿真信号进行分析处理的过程中发现,本文方法也存在一定的不足,脉冲成分的衰减部分会在字典学习过程中被当成噪声忽略掉,从而降低了本文方法的保真性。

4 实验验证

对轴承信号的仿真分析验证了本文提出的基于自适应学习字典的信号稀疏表示方法的有效性,但是仍需要验证其在实际应用中的可行性。利用本文方法分别对通过自制轴承故障模拟实验采集到的非健康状态下的轴承数据和美国辛辛那提大学智能维护系统 (IMS) 中心数据库提供的轴承数据进行处理分析,提取出轴承的故障特征频率,最终实现轴承的故障诊断。

4.1 自制轴承故障模拟实验台轴承数据

自制轴承故障模拟实验台的结构如图 16 所示,其中包括电机、螺栓-螺母加载系统、正常轴承、测试轴承、加速度传感器。电机型号为 ABB QA-BP-90S-4A。实验过程中将加速度传感器放置在测

试轴承座上,利用 NI PXle-1082 数据采集系统进行振动信号的采集。测试所采用的轴承型号为 6205-2RS SKF,相关参数如表 3 所示,并通过线切割的方式分别在内圈和外圈上人为设置宽度为 0.2 mm、深度也为 0.2 mm 的贯穿裂纹故障。设定电机转速为 800 r/min,无负载,采样频率为 10 kHz。轴承的内圈和外圈故障特征频率的理论值为 72.2 和 47.8 Hz。

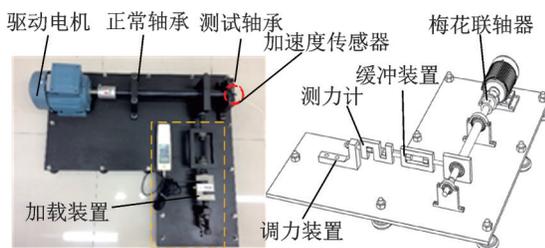


图 16 自制轴承故障模拟实验台

Fig. 16 Self-made bearing failure simulation experiment platform

表 3 6205-2RS SKF 型轴承的相关参数

Tab. 3 Relevant parameters of 6205-2RS SKF bearings

内径/mm	外径/mm	滚动体直径/mm	节径/mm	滚动体数量/个
25	52	7.94	39.04	9

从自制试验台上采集到轴承内圈和外圈的振动信号数据,采样点数设为 5120,预先设置分割点数为 512,重叠率为 2.7%,重叠点数为 14,构建出大小为 512×1750 的样本训练矩阵。首先利用本文方法处理轴承内圈和外圈信号,设置内圈处理参数为 $\epsilon=0.2$, $\tau=0.10$, $\lambda=0.25$;设置外圈处理参数为 $\epsilon=0.2$, $\tau=0.095$, $\lambda=0.12$ 。其次利用基于 Laplace 小波解析字典的信号稀疏表示方法分别对轴承外圈和内圈进行处理分析,设置内圈处理参数为 $\lambda=0.7$;设置外圈处理参数为 $\lambda=1.1$ 。最终得到结果如图 17 和 18 所示。

图 17(a)是轴承内圈信号的时域波形图,噪声干扰较多,从图中不能清晰准确地观察到具有周期性的故障脉冲成分;图 17(b)是轴承内圈重构信号的时域波形图,从图中可以清晰准确地观察到周期性脉冲成分,噪声成分较少。在图 17(c)平方包络谱中故障特征频率清晰、倍频清晰,可以直接提取出故障特征频率 $f_i = 72.2$ Hz,与轴承内圈故障特征频率理论值一致。从图 17(d)中可以清晰准确地观察到明显的周期性脉冲成分,并且在图 17(e)可以直接提取出轴承内圈故障特征频率 $f_i = 72.2$ Hz。但是从图 17(d)和(e)中,可以观察到信号的幅值明显被低估。

图 18(a)是轴承外圈信号的时域波形图,噪声干扰较多,从图中不能清晰准确地看到周期性的故障脉冲;图 18(b)是轴承外圈重构信号的时域波形

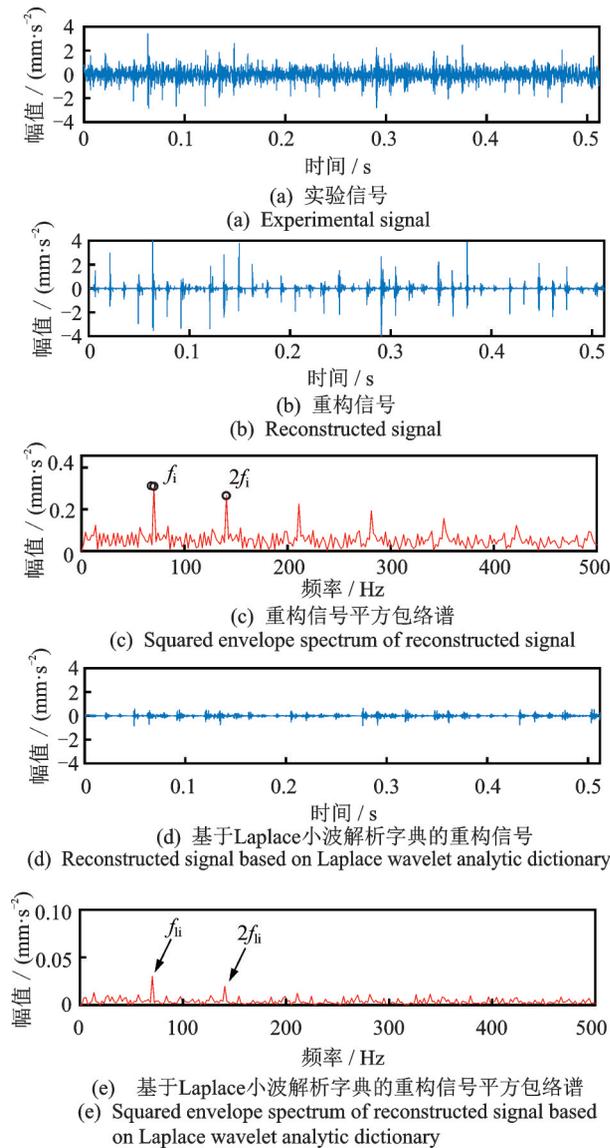


图17 轴承内圈信号

Fig. 17 Bearing inner ring signal

图,从图中可以清晰准确地观察到周期性脉冲成分,噪声成分较少。从图18(c)的平方包络谱中故障特征频率清晰,倍频清晰,可以直接提取出故障特征频率 $f_o = 47.8$ Hz,与轴承外圈故障特征频率理论值一致。从图18(d)中可以观察到明显的周期性脉冲成分,并且在图18(e)可以直接提取出轴承外圈故障特征频率 $f_{o_1} = 47.8$ Hz。与轴承内圈信号一样,图18(d)和(e)中信号的幅值明显被低估。

在自制实验台的轴承信号处理分析过程中,对比自适应学习字典与利用先验知识构造的解析字典,发现学习字典对于噪声的抵抗能力比解析字典强,并且不会出现解析字典低估幅值的现象。

4.2 IMS轴承数据

轴承故障振动信号数据来自美国辛辛那提大学智能维护系统(Intelligent Maintenance Systems, IMS)中心。轴承故障数据是在正常载荷下轴承从

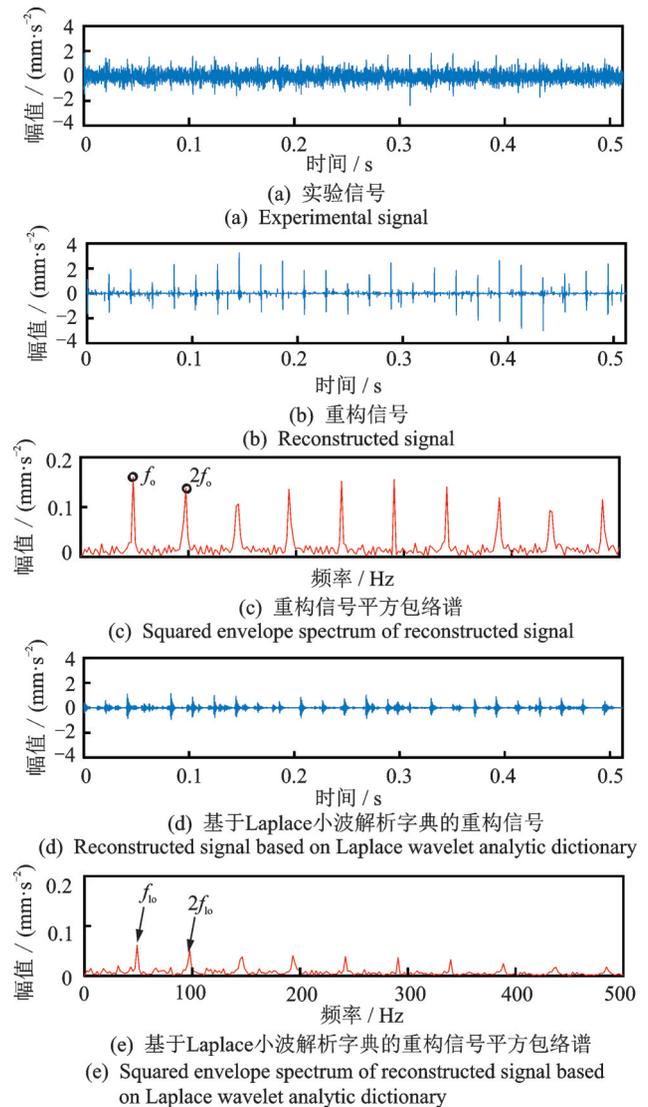


图18 轴承外圈信号

Fig. 18 Bearing outer ring signal

正常运行到发生故障的全寿命实验数据。实验台及其结构图如图19所示,四个测试轴承被安装在转速保持在2000 r/min的主轴上。径向载荷为6000 lb (1 lb=0.4536 kg),采样频率为20 kHz。在这个轴承全寿命实验中,最终观察到轴承1(Bearing 1)出现了外圈故障,并且实验数据采集自该轴承。轴承外圈故障特征频率为236.4 Hz。

本文选取IMS轴承数据中连续的5120个采样数据点,由于IMS轴承数据是全寿命数据,轴承故障不是预先设置,故障类型无法确定,不适合直接使

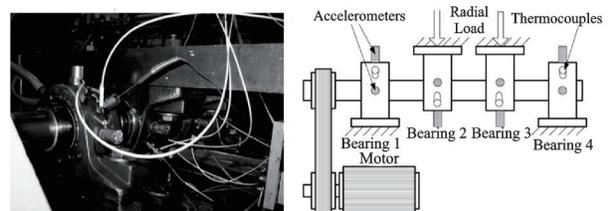


图19 试验台和结构图

Fig. 19 Test bench and structure diagram

用解析字典进行处理,于是利用本文所提的基于自适应学习字典的信号稀疏表示方法处理是非常合适的。预先设置分割点数为512,重叠率为2.7%,重叠点数为14,构建出大小为 512×1750 的样本训练矩阵。其余参数分别设置为 $\epsilon = 0.2$, $\tau = 0.075$ 和 $\lambda = 0.04$,得到处理结果如图20所示。图20(a)是轴承信号的时域波形图,从图中不能明显发现周期性的故障脉冲成分;图20(b)是经过本文方法处理之后得到的重构信号,重构信号中脉冲成分周期性明显,并且噪声基本被剔除;在图20(c)中提取出故障特征频率 $f = 236.46$ Hz,与轴承外圈故障频率理论值接近,说明故障发生在外圈。

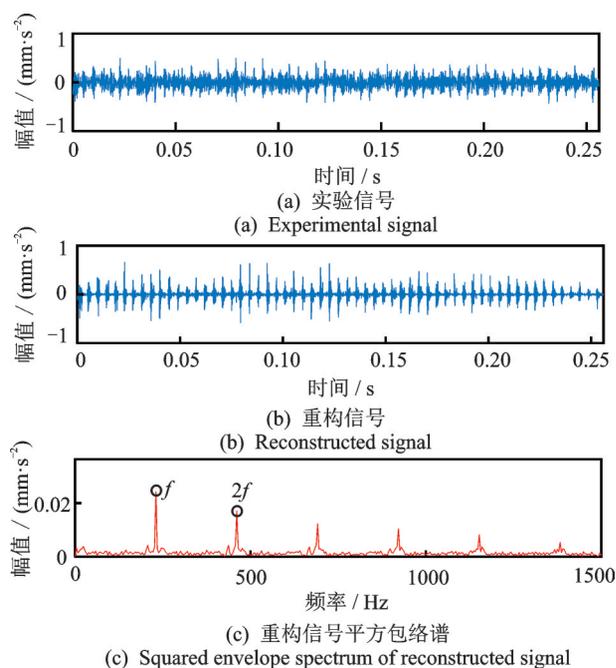


图20 IMS轴承数据

Fig. 20 IMS bearing data

本文在处理IMS轴承数据的过程中,在对实验轴承缺乏任何先验知识的前提下直接自适应学习出匹配轴承故障特征信息的过完备字典,并成功提取出故障特征频率,实现了轴承故障诊断。IMS轴承数据故障特征频率的成功提取有力地证明了本文所提方法自适应性强的优点。

5 总结与展望

本文研究了一种基于自适应学习字典的信号稀疏表示方法。该方法能够从信号中自适应地训练学习出匹配故障特征的学习字典,并且将信号在学习字典上稀疏表示出来,不需要前期大量工作来获取先验知识,在工业上有着很广泛的应用前景和很大的应用潜力。首先,选择保真能力较强的GMC罚函数来构建稀疏表示模型,然后利用K-SVD算法训

练出学习字典,最后通过凸优化算法求解稀疏表示模型,将信号在学习字典上稀疏表示出来,得到重构信号,提取故障特征频率,实现故障诊断。仿真分析不仅验证了本文方法的可行性,还通过各种对比实验证明了本文方法在运算速度和抗噪性能方面都有了较大的提升。实验验证过程中,本文所提出的方法在处理轴承内圈故障和外圈故障时,均可以自适应地学习出各自匹配的过完备字典,最终准确地提取出故障特征频率。并且本文方法在处理轴承未知故障时,仍可以直接训练学习过完备字典,提取出故障特征频率,实现故障诊断,且自适应性较强。在信号的稀疏表示方法中,学习字典相较于解析字典自适应性较强,但是学习字典会忽略故障脉冲成分的衰减部分,后续研究可以针对该方面进一步改进。

参考文献:

- [1] 王奉涛,邓刚,王洪涛,等.基于EMD和SSAE的滚动轴承故障诊断方法[J].振动工程学报,2019,32(2):368-376.
Wang Fengtao, Deng Gang, Wang Hongtao, et al. A rolling bearing fault diagnosis method based on EMD and SSAE[J]. Journal of Vibration Engineering, 2019, 32(2):368-376.
- [2] Cheng Z, Wang R. Enhanced symplectic characteristics mode decomposition method and its application in fault diagnosis of rolling bearing[J]. Measurement, 2020, 166:108108.
- [3] Wang L, Cai G, You W, et al. Transients extraction based on averaged random orthogonal matching pursuit algorithm for machinery fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2017, 66(12):1-12.
- [4] Li Y, Ding K, He G, et al. Non-stationary vibration feature extraction method based on sparse decomposition and order tracking for gearbox fault diagnosis[J]. Measurement, 2018, 124:453-469.
- [5] Zhao Z, Wang S, Xu W, et al. Sparsity-assisted fault feature enhancement: algorithm-aware versus model-aware[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(9):7004-7014.
- [6] Huang W, Li N, Selesnick I, et al. Nonconvex group sparsity signal decomposition via convex optimization for bearing fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(7):4863-4872.
- [7] Lin H, Wu F, He G. Rolling bearing fault diagnosis using impulse feature enhancement and nonconvex regularization[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 142:106790.
- [8] Du Z, Chen X, Zhang H, et al. Low-rank enhanced convolutional sparse feature detection for accurate diagnosis of gearbox faults[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 150:107215.
- [9] Li N, Huang W, Guo W, et al. Multiple Enhanced Sparse Decomposition for Gearbox Compound Fault Di-

- agnosis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2020, 69(3):770-781.
- [10] Deng F, Qiang Y, Yang S, et al. Sparse representation of parametric dictionary based on fault impact matching for wheelset bearing fault diagnosis[J]. ISA Transactions, 2021, 110:368-378.
- [11] 刘畅, 伍星, 毛剑琳, 等. 基于改进 MOD 学习的滚动轴承振动信号稀疏表示[J]. 计算机工程与应用, 2016, 52(17):257-260.
- Liu Chang, Wu Xing, Mao Jianlin, et al. Sparse representation of rolling bearing vibration signal based on improved MOD dictionary learning[J]. Computer Engineering and Applications, 2016, 52(17):257-260.
- [12] 郭俊锋, 石斌, 魏兴春, 等. 基于 K-SVD 字典学习算法的稀疏表示振动信号压缩测量重构方法[J]. 机械工程学报, 2018, 54(7):97-106.
- Guo Junfeng, Shi Bin, Wei Xingchun, et al. A method of reconstruction of compressed measuring for mechanical vibration signals based on K-SVD dictionary-training algorithm sparse representation[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(7):97-106.
- [13] 吴芳坦, 林慧斌, 何国林. 齿轮局部故障的滑窗相关和重叠群稀疏诊断方法[J]. 振动工程学报, 2020, 33(5):1084-1093.
- Wu Fangtan, Lin Huibin, He Guolin. Sliding window correlation and overlapping group sparsity diagnosis method for gear localized fault[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(5):1084-1093.
- [14] Huang W, Song Z, Zhang C, et al. Multi-source fidelity sparse representation via convex optimization for gearbox compound fault diagnosis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 496:1.
- [15] Ivan Selesnick. Sparse regularization via convex analysis[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(17):4481-4494.
- [16] Cai G, Selesnick I W, Wang S, et al. Sparsity-enhanced signal decomposition via generalized minimax-concave penalty for gearbox fault diagnosis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 432: 213-234.
- [17] Qin Y, Zou J, Tang B, et al. Transient feature extraction by the improved orthogonal matching pursuit and K-SVD algorithm with adaptive transient dictionary[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 16(1): 215-227.
- [18] Fan W, Li Y, Tsui K L, et al. A noise resistant correlation method for period detection of noisy signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(10): 2700-2710.
- [19] Aharon M, Elad M, Bruckstein A. K-SVD: an algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11):4311-4322.
- [20] 王华庆, 任帮月, 宋浏阳, 等. 基于终止准则改进 K-SVD 字典学习的稀疏表示特征增强方法[J]. 机械工程学报, 2019, 55(7):35-43.
- Wang Huaqing, Ren Bangyue, Song Liuyang, et al. Sparse representation method based on termination criteria improved K-SVD dictionary learning for feature enhancement[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(7):35-43.
- [21] Elad M, Figueiredo Mário, Ma Yi. On the role of sparse and redundant representations in image processing[J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6):972-982.
- [22] Wang L, Cai G, Wang J, et al. Dual-enhanced sparse decomposition for wind turbine gearbox fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2018, 68(2):450-461.
- [23] Wang S, Selesnick I, Cai G, et al. Nonconvex sparse regularization and convex optimization for bearing fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(9): 7332-7342.

Signal sparse representation method of adaptive learning dictionary and its application in bearing fault diagnosis

ZHANG Cheng¹, HUANG Wei-guo¹, MA Yu-qiang², QUE Hong-bo², JIANG Xing-xing¹,
ZHU Zhong-kui¹

(1.School of Rail Transportation, Soochow University, Suzhou 215131, China;
2.CRRC Qishuyan Institute Co., Ltd., Changzhou 213011, China)

Abstract: The over-complete dictionaries of signal sparse representation can be divided into analytical dictionary and learning dictionary according to the construction method. The analytical dictionary has a fixed structure and poor adaptability. The construction of the analytical dictionary needs to fully analyze the oscillation characteristics of the vibration signal and obtain sufficient prior knowledge. The learning dictionary gets rid of the shackles of prior knowledge and can be trained directly from the signal, with strong adaptability. Combined with the generalized minimum maximum concave penalty function, which has strong signal fidelity ability, this paper proposes a signal sparse representation method based on an adaptive learning dictionary. The proposed method improves the construction of the sample-training matrix in the K-SVD algorithm, reduces the computing time, and makes up for the shortcomings of the learning dictionary's poor resistance to noise with the soft threshold algorithm. Without any prior knowledge, the method proposed in this paper is used to realize the fault diagnosis, in the process of analyzing the simulation signal and experimental signal of the bearing.

Key words: fault diagnosis; bearing; sparse representation; K-SVD algorithm; dictionary learning; GMC penalty function

作者简介: 张成(1997—),男,硕士研究生。电话:18896701806; E-mail: Zhangcheng1806@163.com。

通讯作者: 黄伟国(1981—),男,博士,教授。电话:13646220530; E-mail: wghuang@suda.edu.cn。