# 含弹性碰撞作用的双级双稳态结构振动能量 采集研究

郝玉涛1,苏克玮2,杨 恺3

(1.北京理工大学宇航学院,北京100081;2.上海盈蓓德智能科技有限公司,上海201100;3.华中科技大学航空航天学院,湖北武汉430074)

摘要:提出了一种含弹性碰撞作用的双级双稳态结构(以下简称"碰撞双级双稳态结构")。碰撞双级双稳态结构是 由双稳态非线性级和线性级组成的两自由度串联结构。其中,双稳态级通过斜置弹簧引入双稳态非线性弹簧恢复 力,并通过在该级中心线两侧的振子运动轨道上分别布置弹簧引入弹性碰撞作用。通过该碰撞作用,显著增强双稳 态级的大幅度跨阱振动响应,提高振动能量采集效率。建立了无碰撞双级双稳态结构的振动力学模型,并通过实验 验证了该模型。在此基础上,通过对弹性碰撞部分建模,得到碰撞双级双稳态结构的振动力学方程。基于实验中的 参数,开展碰撞双级双稳态结构的数值仿真研究。结果表明,相比无弹性碰撞的双级双稳态结构,碰撞双级双稳态 结构能显著提高振动能量采集性能,例如在 3.3 m/s<sup>2</sup>的激励幅值下,结构带宽增加超过 10 倍(1150.0%),最大功率 提升 168.2%。通过数值仿真,给出典型激励频率下的系统振动相轨迹图,分析碰撞双级双稳态结构的非线性动力 学特性。通过参数分析,揭示弹性碰撞距离和布置的对称性对系统性能的影响规律。

关键词:非线性振动;弹性碰撞;能量采集;双稳态;跨阱振动
中图分类号:O322;TM919 文献标志码:A 文章编号:1004-4523(2022)06-1364-07
DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2022.06.008

# 引 言

非线性振子结构在外部激励下具有较大的动能<sup>[1]</sup>,在较宽的频带内具有较大的幅值动态响应。 结构动态响应可通过机电转换材料(例如压电材料) 转化为电能,因此利用非线性振子作为振动能量采 集器是近年来研究的热点<sup>[1-3]</sup>。其中,一种具有双势 能阱的非线性振子结构受到研究人员的关注<sup>[4-6]</sup>。 该结构呈现"负刚度"特性,存在两个对称分布的稳 定平衡位置,因此该结构被称为双稳态结构。当受 到一定程度的外激励作用,双稳态结构会呈现出特 殊的跨阱振动,即振子质量在两个稳定平衡位置间 大幅度"跳跃"<sup>[7]</sup>。这种力学现象有助于提升振动利 用的工作带宽,提高结构的振动幅值,进而提高振动 能量转换成电能的效率。

国内外学者针对双稳态结构的非线性振动能量 采集进行了深入研究。例如,Yang等<sup>[8]</sup>和Wang等<sup>[9]</sup> 研究了基于双稳态压电梁结构的风致振动能量采集 机理问题。Zhou等<sup>[10]</sup>和Erturk等<sup>[11]</sup>研究了磁致双 稳态压电结构的能量采集性能,并给出了拓宽跨阱 振动带宽的结构改进措施。Cai等<sup>[12]</sup>研究了双稳态 梯形压电能量采集装置的优化问题,提出通过参数 优化提高振子的跨阱振动特性,以此提升能量采集 性能。

另一方面,有学者发现引入弹性碰撞机制可以 有效改善双稳态振子的振动特性[13-14]。例如蓝春波 等[13]在双稳态压电梁和结构框架上引入弹性碰撞, 提高了振子的跨阱振动性能; Zhou等<sup>[14]</sup>在结构边框 上增加一个弹簧小球结构,使双稳态压电梁端部能 与弹簧小球发生碰撞,进而提升双稳态压电梁的能 量采集性能。然而,这些研究工作仅考虑单自由度 双稳态结构与固定支架之间的弹性碰撞,而没有研 究弹性碰撞对双级双稳态结构的动力学影响。有学 者研究发现,在双稳态结构系统中引入额外的线性 自由度组成串联结构,能进一步强化双稳态结构的 跨阱振动响应,从而有利于提升结构的振动能量采 集效率。例如,Harne等<sup>[15]</sup>和Wu等<sup>[16]</sup>研究了一种由 线性结构和双稳态非线性结构组成的双级双稳态能 量采集器,并通过实验验证了附加线性自由度对双 稳态跨阱振动响应的提升作用。本课题组详细研究 了两种组合形式的双级双稳态结构非线性振动行

**收稿日期:**2021-05-20;**修订日期:**2021-08-02 **基金项目:**国家自然科学基金资助项目(11802097)。

为,进一步验证了双自由度结构形式能够显著增强 跨阱振动响应的带宽和振幅<sup>[17-18]</sup>。这些研究工作预 示,若将弹性碰撞引入双自由度双稳态结构,将能够 结合弹性碰撞和双自由度两种优势,提升双稳态非 线性结构的跨阱振动特性,提高振动能量采集效率。

受上述文献的研究工作启发,本文提出一种含 弹性碰撞作用的双级双稳态结构(以下简称"碰撞双 级双稳态结构")。碰撞双级双稳态结构是由双稳态 非线性级和线性级组成的双级两自由度结构。其 中,双稳态级采用斜拉弹簧引入双稳态非线性弹簧 恢复力,并通过在该级中心线两侧的振子运动轨道 上分别布置弹簧引入弹性碰撞作用。通过该碰撞作 用,将显著增强双级双稳态结构的大幅度跨阱振动 响应,改进双级双稳态结构的振动能量采集性能。 本文将建立碰撞双级双稳态结构的机理模型,并通 过实验和数值仿真等方法,深入讨论该结构的非线 性动力学特性,揭示弹性碰撞距离和布置的对称性 对系统性能的影响规律。

#### 1 基本原理

#### 1.1 结构模型

图1给出含弹性碰撞作用的双级双稳态结构。 碰撞双级双稳态结构是由双稳态非线性级和线性级 组成的两自由度串联结构。双稳态非线性级由一个 含磁铁的动子m<sub>1</sub>,斜置弹簧(刚度为k<sub>0</sub>,原长为l<sub>0</sub>)组 成。动子 m1可在布满线圈的轨道上沿图示水平方 向做往复运动,从而通过电磁感应原理将动能转换 成电能,实现能量采集。动子m1水平方向尺寸为 21,斜置弹簧与动子的连接位置位于动子上表面的 中心。斜置弹簧与双稳态非线性级框架的连接位置 到弹簧与动子连接位置的垂直距离为h<sub>0</sub>。通过调整  $h_0$ ,使得 $h_0 < l_0$ 时,斜置弹簧在中心线位置会受压, 从而推离动子 m1,产生两个关于中心线对称的静平 衡位置,即双稳态非线性。在双稳态级框架中心线 两侧各布置弹簧,弹簧刚度分别为ks1和ks2,附加的 线性阻尼系数为 cs1 和 cs2。弹簧端与中心线的距离 分别为 b1和 b2。当动子 m1两侧在振动过程中碰撞 到弹簧k<sub>1</sub>或k<sub>2</sub>,会发生弹性碰撞,从而影响动子m<sub>1</sub> 的运动规律。双稳态级框架通过水平布置的弹簧 (刚度为 $k_{0}$ 、阻尼为 $c_{0}$ )和滑块导轨机构与基座连接, 组成系统的第二个自由度:线性级。线性级的质量 m<sub>2</sub>来自滑块和双稳态级框架。

当碰撞双级双稳态结构的基座发生振动时,会 分别激起双稳态级和线性级的振动,导致动子m<sub>1</sub>在 布满线圈的轨道上振动。该振动通过电磁感应转换 成电流,并加载在负载电阻 R<sub>1</sub>上,完成能量采集过 程。该结构分别利用双自由度结构和弹性碰撞两个 物理机制,增强系统的跨阱振动响应(即增强 m<sub>1</sub>往 复跨越中心线的大幅度振动响应),以提高能量采集 效率。



图1 含弹性碰撞的双级双稳态结构模型



#### 1.2 振动力学方程

根据图1所示的结构模型,系统动能为:

$$T = \frac{1}{2}m_1(\dot{x} + \dot{y} + \dot{z})^2 + \frac{1}{2}m_2(\dot{y} + \dot{z})^2 \qquad (1)$$

系统势能为:

$$V = \frac{1}{2} k_0 \left( \sqrt{x^2 + h_0^2} - l_0 \right)^2 + \frac{1}{2} k_2 y^2 \qquad (2)$$

耗散函数为:

$$D = \frac{1}{2}c_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}c_2\dot{y}^2 \tag{3}$$

广义力做功为:

$$\delta Q = -(F_{\text{impact}} + \Gamma I) \delta x \tag{4}$$

式中 x为动子 $m_1$ 偏离中心线的位移,y为弹簧 $k_2$ 的形变位移,z为基座振动激励位移, $c_1$ 为 $m_1$ 运动过程中受到的线性阻尼系数, $\Gamma$ 为电磁转换系数(单位线圈电流产生的电磁作用力),I为电流, $F_{impact}$ 为弹性碰撞引起的等效碰撞作用力:

$$F_{\text{impact}} = \begin{cases} c_{\text{s1}} \dot{x} + k_{\text{s1}} (x - b_1 + l), & x \ge b_1 - l \\ 0, & l - b_2 < x < b_1 - l \\ c_{\text{s2}} \dot{x} + k_{\text{s2}} (x + b_2 - l), & x \le l - b_2 \end{cases}$$
(5)

利用含耗散函数的拉格朗日方程可推导出碰撞 双级双稳态结构的振动力学方程。方程表达式 如下:

$$m_1(\ddot{x}+\ddot{y}+\ddot{z})+c_1\dot{x}+k_0x\left(1-rac{l_0}{\sqrt{x^2+h_0^2}}
ight)+$$

$$\Gamma I + F_{\text{impact}} = 0$$

$$m_1(\ddot{x} + \ddot{y} + \ddot{z}) + m_2(\ddot{y} + \ddot{z}) + c_2 \dot{y} + k_2 y = 0$$
(6)
$$(6)$$

设线圈的电感为*L*、内阻为*R*,则线圈连接负载 电阻*R*₁上,满足如下电学方程:

$$L\dot{I} + (R + R_1)I - \Gamma\dot{x} = 0 \tag{8}$$

$$P = I^2 R_{\rm L} \tag{9}$$

# 2 双级双稳态结构力学模型的实验 验证

在后续的机理研究之前,通过实验验证式(6), (7)中的双级双稳态结构的主体力学模型。实验装 置如图 2 所示,双级双稳态结构装置安装在激振器 上,通过激振器使结构基座产生持续加速度激励,即  $\ddot{z} = A\sin(2\pi\Omega t)$ 。采用加速度传感器测量激励、 $m_1$ 和 $m_2$ 的振动,实验结构中无线圈和无弹性碰撞,因 此 $\Gamma = 0, F_{impact} = 0$ 。采用扫频加速度激励: $\Omega =$ 2~12 Hz,扫频速度为0.025 Hz/s。激励幅值分别 为: $A = 5.5 \text{ m/s}^2 \pi 3.3 \text{ m/s}^2$ 。实验参数如下: $m_1 =$ 0.092 kg, $m_2 = 0.737$  kg,双稳态级固有频率 $\omega_0 =$  $\sqrt{k_0/m_1} \approx 22.6\pi \text{ rad/s},损耗因子 \gamma_1 = c_1/(m_1\omega_0) \approx$ 0.05,线性级固有频率 $\omega_2 = \sqrt{k_2/m_2} \approx 17.3\pi \text{ rad/s},$ 损耗因子  $\gamma_2 = c_1/(m_2\omega_2) \approx 0.11$ 。 $l_0 = 0.098 \text{ m},$  $h_0 = 0.096 \text{ m}_0$ 



图 2 实验装置 Fig. 2 Experimental setup

实验和仿真对比结果如图 3 所示。图 3(a)的激励幅值  $A = 5.5 \text{ m/s}^2$ ,图 3(b)的激励幅值  $A = 3.3 \text{ m/s}^2$ 。其中,正向扫频表示激励频率  $\Omega$ 从 2 Hz 逐步

变为12 Hz,而反向扫频则是从12 Hz变为2 Hz。纵 坐标 20 lg(|*x*|/|*z*|)为动子*m*<sub>1</sub>的加速度幅值与激 励幅值的传递比(dB)。传递比越大,表明能激发更 大的动子振动,从而有利于振动能量采集。结果显 示,仿真和实验结果吻合度高,实验验证了双级双稳 态结构的动力学方程。对于两种激励而言,均存在 两个明显的峰值区域,例如在图3(a)中,2~6 Hz出 现第一个峰值区域,8~10 Hz出现第二个峰值区域。 采用正向扫频激励,能明显激发第一个峰值区域的 振动,导致该区域的振动响应幅值高于反向扫频。 这表明正向扫频更容易激发系统的大幅度振动,有 利于能量采集。因此,在本文的后续章节中,仅考虑 正向扫频结果。





另一方面,激励幅度越大,越有利于增大低频峰 值区域的振动响应。图3(a),(b)结果显示,对于无 碰撞的双级双稳态结构而言,需要通过提高激励幅 值才能提高动子m1的振动,继而在低频峰值区域获 得有效的振动能量采集效率。为使双级双稳态结构 能在低幅值激励下同样具有高效的振动能量采集效 率,本文将在后续几节详细讨论弹性碰撞对双级双 稳态结构振动能量采集性能的提升作用。

### 3 含弹性碰撞结构的性能对比

图4分别给出在2~12 Hz正向扫频激励下碰撞 双级双稳态结构、不含碰撞的双级双稳态结构以及 单级双稳态结构的输出功率。单级双稳态结构为图 1中不含线性级 $(m_2, k_2, c_2)$ 的部分。其中,图4(a) 的激励幅值 $A = 5.5 \text{ m/s}^2$ ,图 4(b)的激励幅值A =3.3 m/s<sup>2</sup>。仿真中所用参数与实验基本相同,其他 仿真参数如下:线圈电感L = 0.005 H,内阻R = $1 \Omega$ , 负载电阻  $R_L = 5 \Omega$ , 弹簧端与中心线的距离  $b_1 = b_2 = 0.032 \text{ m}$ ,碰撞弹簧线性阻尼系数  $c_{s1} =$  $c_{s2} = 0.05 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ ,刚度 $k_{s1} = k_{s2} = 1000 \text{ N/m}$ ,动子几 何尺寸*l*=0.01m。本文定义有效工作带宽的计算 阈值为峰值最大值的25%,即功率超过25%×  $0.135 \text{ W}(A = 5.5 \text{ m/s}^2), 25\% \times 0.059 \text{ W}(A = 3.3)$ m/s<sup>2</sup>)。结果显示,与传统单级双稳态结构相比,双 级双稳态结构拥有更多的大振幅区域,提升了有效 工作带宽,同时,双级双稳态结构还显著提升了峰值



图4 2~12 Hz正向扫频简谐激励下碰撞双级双稳态结构, 不含碰撞的双级双稳态结构和单级双稳态结构的输出 功率

Fig. 4 The power output of the dual-stage bistable structure with the collision mechanism, without the collision mechanism and single-stage bistable structure under  $2\sim12$  Hz forward sweep harmonic excitation 功率。因此,该结果表明,双级双稳态结构利用两个 自由度的耦合作用,显著增强了能量采集性能。当 激励幅值 $A = 5.5 \text{ m/s}^2$ 时,碰撞双级双稳态结构的 峰值功率为0.135 W,有效带宽为5.68~9.61 Hz,与 无碰撞的双级双稳态结构相比,峰值功率与有效带 宽分别增加了48.8%,176.8%。该结果表明,碰撞 双级双稳态结构通过引入弹性碰撞,大幅增强了跨 阱振动,有效拓宽了工作带宽,提高了振动能量采集 性能。当激励幅值 $A = 3.3 \text{ m/s}^2$ 时,碰撞双级双稳 态结构的峰值功率为0.059 W,有效带宽为4.30~ 9.55 Hz, 与不含碰撞的双级双稳态结构相比, 峰值 功率与有效带宽分别增加了168.2%,1150.0%。该 结果表明,通过引入弹性碰撞,提高了系统在研究频 段内获得有效振动能量的性能,使双级双稳态结构 能在低幅值激励下同样具有高效的振动能量采集效 率,提高了结构的能量采集效率和适用范围。

#### 4 系统的非线性动力学特性

为揭示碰撞双级双稳态结构的非线性动力学特 性,选取激励幅值 $A = 3.3 \text{ m/s}^2$ ,  $\Omega = 6 \text{ Hz}(图 4 \text{ 中})$ 第一个峰值附近的功率),研究不同弹簧端与中心线 的距离 $b_1 = b_2$ 情况下的碰撞双级双稳态结构动力 学响应。图5显示激励幅值 $A = 3.3 \text{ m/s}^2$ ,  $\Omega = 6$  Hz,  $b_1 = b_2 = 0.032$  m 时的碰撞双级双稳态 结构的相轨迹。在该条件下,结构充分发生碰撞,表 现出稳定的大幅度周期跨阱振动(即动子m)在双稳 态级两个稳定平衡点间周期振荡),从而显著提高振 动能量转换为电能的效率。当进一步增加 b1=  $b_2 = 0.034 \,\mathrm{m}(4 \,\mathrm{mm}), 3 \,\mathrm{mm}), 3 \,\mathrm{mm}$  (如图 6 所示), 动子与弹簧之间的距离 增大,弹性碰撞具有随机性,结构的跨阱振动响应变 得"混乱",在相轨迹图上表现出混沌现象。图7给 出无弹性碰撞的双级双稳态结构动力学响应。可以 看出,动子m1的跨阱振动难以被激活,呈现出围绕 其中一个稳定平衡点的阱内振动。上述结果表明, 引入弹性碰撞作用能够帮助激活双级双稳态结构的 大振幅跨阱振动响应,从而提高其振动能量采集 效率。

# 5 碰撞位置对振动能量采集性能的 影响

为揭示不同弹簧端与中心线的距离 b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub> 对系 统宽频振动能量采集性能的影响,进行了以下参数 研究。在研究过程中,仅改变弹簧端与中心线的距 离 b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>,其他仿真参数仍保持不变。



图5 碰撞双级双稳态结构在激励幅值 $A = 3.3 \text{ m/s}^2$ ,激励 频率 $\Omega = 6 \text{ Hz}, b_1 = b_2 = 0.032 \text{ m下的相轨迹}$ 。

Fig. 5 Phase portrait of the DSBSEC at  $\Omega = 6$  Hz,  $A = 3.3 \text{ m/s}^2$ ,  $b_1 = b_2 = 0.032 \text{ m}$ 





Fig. 6 Phase portrait of the DSBSEC at  $\Omega = 6$  Hz,  $A = 3.3 \text{ m/s}^2$ ,  $b_1 = b_2 = 0.034 \text{ m}$ 



图7 无碰撞双级双稳态结构在激励幅值 $A = 3.3 \text{ m/s}^2$ ,激励频率 $\Omega = 6 \text{ Hz}$ 下的相轨迹。

Fig. 7 Phase portrait of the DSBS without the collision at  $A = 3.3 \text{ m/s}^2$ ,  $\Omega = 6 \text{ Hz}$ 

在激励幅值 $A = 3.3 \text{ m/s}^2$ 时,研究了三种弹性 碰撞布置方式: $b_1 = b_2 = 0.028$ , 0.030, 0.032 m(距 离较小,结构能充分碰撞), $b_1 = b_2 = 0.034 \, \mathrm{m}(结构)$ 碰撞出现随机性)和 $b_1 = b_2 = 0.036 \,\mathrm{m}$ (距离较大, 结构几乎不发生碰撞)。在2~12 Hz正向扫频简谐 激励下,碰撞双级双稳态结构输出功率随b1,b2的变 化如图8所示。结合动力学特性研究结果,当弹簧 端与中心线的距离较小时,结构会在较宽的频带内 发生周期性碰撞,故而会产生较强的跨阱振动,此时 碰撞双级双稳态结构的峰值和带宽均处于较高水 平:当结构的碰撞位置处于此范围内时,结构在第 一个峰值区域内的峰值与带宽均会随着弹簧端与 中心线距离的增大有轻微的提升。当弹簧端与中 心线的距离较大时,由于结构难以利用弹性碰撞, 结构处于跨阱振动的频带较窄,此时碰撞双级双稳 态结构的峰值和带宽均处于较低水平。值得注意 的是,在对称布置下,与距离较小的情况相比,在  $b_1 = b_2 = 0.034$  m的情况下,结构第二个峰值区域 的输出功率几乎没有改变,但其第一个峰值区域的 输出功率出现大幅度的降低。研究表明,对称布置 下通过调整弹簧端与中心线的距离至0.032 m 附 近,可以获得最佳的动力学表现,实现最优的能量 采集效果。



图 8 在 2~12 Hz, 对称布置下输出功率随弹簧端与中心线 的距离 b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>的变化

## 6 结 论

本文研究了弹性碰撞作用对双级双稳态结构振 动能量采集的提升作用,得到了以下结论:

(1)双级双稳态结构在能量采集方面具有显著的优越性。同时,通过引入弹性碰撞,能显著增强双

Fig. 8 Power outputs for differents distance between the center line and the tip of the spring at 2~12 Hz in symmetrical placement

级双稳态结构的大幅度跨阱振动响应,从而提升系统的振动能量采集效率。其中,针对幅值为3.3 m/s<sup>2</sup>的基座加速度激励,带宽增加1150.0%(超过10倍),最大功率提升168.2%。

(2)对于 3.3 m/s<sup>2</sup>的基座加速度激励而言,通过 引入弹性碰撞,在结构充分发生碰撞时,结构表现出 较强的周期性跨阱振动,振动能量转换为电能的效 率较高。

(3)参数分析结果显示,存在最优弹性碰撞布置。当弹簧端与中心线的距离 $b_1 = b_2 = 0.032$  m时,结构具有较好的能量采集效果。

#### 参考文献:

- Liu C, Jing X. Nonlinear vibration energy harvesting with adjustable stiffness, damping and inertia[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 88(1): 79-95.
- [2] Yuan T C, Yang J, Chen L Q. Nonlinear characteristic of a circular composite plate energy harvester: experiments and simulations [J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 90(4): 2495-2506.
- [3] Daqaq M F. On intentional introduction of stiffness nonlinearities for energy harvesting under white Gaussian excitations [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 69 (3) : 1063-1079.
- [4] Yu N, Ma H, Wu C, et al. Modeling and experimental investigation of a novel bistable two-degree-of-freedom electromagnetic energy harvester [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 156(1): 107608.
- [5] 张旭辉,赖正鹏,吴中华,等.新型双稳态压电振动俘 能系统的理论建模与实验研究[J].振动工程学报, 2019,32(1):87-96.

Zhang X H, Lai Z P, Wu Z H, et al. Theoretical modeling and experimental study of a new bistable piezoelectric vibration energy harvesting system [J]. Journal of Vibration Engineering, 2019, 32(1): 87-96.

- [6] 孙舒,曹树谦. 白噪声激励下双稳态压电发电系统的响应分析[J]. 压电与声光,2015,37(6):969-972.
  Sun S, Cao S Q. The response analysis of bistable piezoelectric power generation system under white noise excitation [J]. Piezoelectrics and Acoustooptics, 2015, 376(6): 969-972.
- [7] 杨恺,苏克玮.势阱深度可调 bistable 电路及其在结构 监测中的应用[J]. 振动工程学报,2018,31(5): 862-869.

Yang K, Su K W. Bistable circuitry with tunable poten-

tial well depth and its application to structural detection [J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(5): 862-869.

- [8] Yang K, Wang J, Yurchenko D. A double-beam piezomagneto-elastic wind energy harvester for improving the galloping-based energy harvesting [J]. Applied Physics Letters, 2019, 115(19): 193901.
- [9] Wang J, Geng L, Yang K, et al. Dynamics of the double-beam piezo-magneto-elastic nonlinear wind energy harvester exhibiting galloping-based vibration [J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 100(3): 1963-1983.
- [10] Zhou S, Cao J, Erturk A, et al. Enhanced broadband piezoelectric energy harvesting using rotatable magnets[J]. Applied Physics Letters, 2013, 102(17): 173901.
- [11] Erturk A, Inman D J. Broadband piezoelectric power generation on high-energy orbits of the bistable Duffing oscillator with electromechanical coupling[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(10): 2339-2353.
- [12] Cai W, Harne R. Vibration energy harvesters with optimized geometry, design, and nonlinearity for robust direct current power delivery [J]. Smart Materials and Structures, 2019, 28(7): 075040.
- [13] 蓝春波,秦卫阳.带碰撞双稳态压电俘能系统的俘能 特性研究[J].物理学报,2015,64(21):183-194.
  Lan C B, Qin W Y. Vibration energy harvesting from a piezoelectric bistable system with two symmetric stops
  [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(21):183-194.
- [14] Zhou S, Cao J, Inman D J, et al. Impact-induced highenergy orbits of nonlinear energy harvesters[J]. Applied Physics Letters, 2015, 106(9): 093901.
- [15] Harne R L, Thota M, Wang K W. Bistable energy harvesting enhancement with an auxiliary linear oscillator
   [J]. Smart Materials and Structures, 2013, 22 (12): 125028.
- [16] Wu Z, Harne R L, Wang K W. Energy harvester synthesis via coupled linear-bistable system with multistable dynamics [J]. Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME, 2014, 81(6): 061005.
- [17] Yang K, Zhou Q. Robust optimization of a dual-stage bistable nonlinear vibration energy harvester considering parametric uncertainties[J]. Smart Materials and Structures, 2019, 28(11): 115018.
- [18] Zhang J, Li X, Feng X, et al. A novel electromagnetic bistable vibration energy harvester with an elastic boundary: numerical and experimental study [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 160 (1) : 107937.

# Vibration energy harvesting performance of a dual-stage bistable structure with elastic collision

HAO Yu-tao<sup>1</sup>, SU Ke-wei<sup>2</sup>, YANG Kai<sup>3</sup>

(1.School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;
2.Shanghai Embed Intelligent Technology Co. Ltd., Shanghai 201100, China;
3.School of Aerospace Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** In this paper a dual-stage bistable structure with elastic collision (DSBSEC) is proposed, which is a two-degree-of-freedom (DOF) structure consisting of a bistable nonlinear stage and linear stage. The bistable nonlinear restoring force is introduced into the bistable stage by the oblique spring. The elastic collision is introduced by the springs installed on vibrator motion track on the either side of the centerline. Owing to the collision, the large-amplitude inter-well oscillation of the bistable stage is significantly enhanced, leading to a better vibration energy harvesting performance. A dynamic model of the dual-stage bistable structure (DS-BS) without the elastic collision is presented, which is experimentally validated. Based on the dynamic model, the governing equations of the DSBSEC are deduced. Using the parameters of the experiment, the numerical simulations of the DSBSEC are performed. The results show that, compared to the DSBS, the DSBSEC can significantly improve the vibration energy harvesting performance, e.g., the bandwidth is broadened by over ten times (1150.0%) and the maximum generated power is improved by 168.2% when the excitation amplitude is 3.3 m/s<sup>2</sup>. Through the numerical simulations, the nonlinear dynamic features of the proposed structure are thoroughly discussed, where the structural phase portraits with respect to some excitation frequencies are given. The parametric study reveals how the system performance is influenced by the collision distance and symmetry.

Key words: nonlinear vibration; elastic collision; energy harvesting; bistable; inter-well oscillation

作者简介:郝玉涛(1983—),男,工程师。电话:(010)66301882; E-mail:sunshinehyt@126.com。 通讯作者:杨 恺(1986—),男,副教授。电话:(027)87540185; E-mail:kaiyang@hust.edu.cn。