

迭代时间重排同步压缩变换及其在机械故障诊断中的应用

周 钺¹, 王翔生¹, 曹宏瑞^{1,2}

(1. 西安交通大学机械工程学院, 陕西 西安 710049;

2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

摘要: 机械设备常运行在复杂环境下, 往往受到时变载荷、时变转速、瞬态冲击等非平稳工况的影响, 导致故障时有发生。时频分析技术可以兼顾时间和频率两个变量, 得到了广泛应用。然而传统时频分析方法在提高时频聚集性和减弱交叉项之间存在矛盾, 为了实现复杂环境下机械设备的故障诊断, 提出迭代时间重排同步压缩变换方法。在时间重排同步压缩变换的基础上构造新的群延时估计算子, 然后只需进行一次重排操作即可获得更锐利的时频表示。通过仿真信号和滚动轴承加速寿命试验数据验证所提方法的有效性。

关键词: 故障诊断; 机械设备; 迭代时间重排同步压缩变换; 群延时估计算子

中图分类号: TH165⁺.3; TH133.33; TN911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)01-0256-10

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.01.027

引 言

机械设备常运行在复杂环境下, 致使其不可避免地发生性能衰退, 导致故障时有发生。因此开展复杂环境下的机械故障诊断研究, 对保障机械设备安全运行具有重大意义。要实现复杂环境下机械设备的状态监测和故障诊断, 其关键问题之一是如何对机械动态信号的非平稳性进行有效提取和分析。众多研究表明, 机械设备产生的非平稳信号的特征需要通过时频分析方法进行提取。

然而传统时频分析方法的提高聚集性和减弱交叉项之间存在矛盾。同步压缩变换(SST)^[1-2]作为一种新的时频分析方法, 具有良好的时频聚集性和重构特性, 且不受交叉项干扰, 因此在机械设备非平稳信号特征提取中得到广泛研究和应用。对于时频脊线平行于频率轴的“竖线”形式的冲击类信号, 若使用 SST 进行分析处理, 其时频图的可读性很差, 在造成较大的瞬时频率估计误差的同时导致信号的重构精度较低。针对上述问题, He 等^[3-4]提出时间重排同步压缩变换(TSST), 将 SST 中的重排方式改为沿时间方向重排, 在取得良好的时频聚集性同时, 兼顾与 SST 类似的重构特性和计算量。Yu 等^[5]基于 TSST 提出时间多步重排同步压缩变换(TMSST)用于轴承的故障诊断。Tu 等^[6]基于

TSST 提出水平同步压缩变换(HST), 处理轴承外圈故障信号, 获得了冲击发生的精准时刻, 成功诊断出 LDK UER204 轴承外圈故障。由于 TSST 是一种新近提出的时频分析方法, 在机械故障诊断中还未普及应用。针对现有 TSST 重排次数有限, 处理冲击类信号能量依然会有分散的现象, 提出迭代时间重排同步压缩变换(Iterative Time-reassigned Synchrosqueezing Transform, ITSST)。通过在时间方向上进行多次重排操作来进一步提高时频聚集性, 每次迭代都会将时频矩阵的系数重排到新的群延时估计算子处, 获得更锐利的时频表示。通过提高重排压缩的迭代次数, 在保证能重构信号的同时极大提高时频聚集性, 使其更容易提取微弱的机械故障特征。通过仿真分析多分量冲击类信号, 利用滚动轴承加速寿命试验数据验证算法的有效性。

1 算法提出

1.1 时间重排同步压缩变换(TSST)

TSST^[3]是基于传统的短时傅里叶变换(ST-FT)形式定义的, 并根据 Parseval 定理有:

$$S_x^g(u, \xi) = \int x(t) g(t-u) e^{-i\xi t} dt = \frac{1}{2\pi} \int \hat{x}(\omega) \hat{g}(\omega - \xi) e^{i(\omega - \xi)u} d\omega \quad (1)$$

收稿日期: 2021-07-09; 修订日期: 2021-10-31

基金项目: 国家重点研发计划项目(2020YFB2007700); 国家自然科学基金优秀青年基金资助项目(51922084)。

式中 u 为时间变量; ξ 为频率变量; $g(t)$ 为时域紧支撑的窗函数, 本文所采用的窗函数均为高斯窗函数 $(\pi\sigma^2)^{-1/4} e^{-t^2/(2\sigma^2)}$ 。

群延时 (Group Delay, GD) 估计算子可以定义为:

$$\hat{t}_x(u, \xi) = -\partial_\xi \Phi_x^g(u, \xi) = -\Im \left[\frac{\partial_\xi S_x^g(u, \xi)}{S_x^g(u, \xi)} \right] = \Re \left[\frac{S_{x'}^g(u, \xi)}{S_x^g(u, \xi)} \right], \quad |S_x^g(u, \xi)| > \gamma \quad (2)$$

式中 $\Phi_x^g(u, \xi)$ 为短时傅里叶变换 $S_x^g(u, \xi)$ 的相位; $\Im[\cdot]$ 表示取虚部; $\Re[\cdot]$ 表示取实部, $S_{x'}^g(u, \xi)$ 为用 $t \cdot x(t)$ 作为待分析信号来计算 STFT, 可避免直接微分造成噪声放大; γ 表示阈值, 常取 10^{-8} , 用于克服分母过小引起的数值不稳定的问题。

最后可得 TSST 的表达式:

$$V_x(t, \xi) = \int_{\Xi(\xi)} S_x^g(u, \xi) \delta(t - \hat{t}_x(u, \xi)) du = x(\omega) g(0) \delta(t - \theta'(\xi)) \quad (3)$$

式中 $\Xi(\xi) = \{u \in \mathbb{R}; |S_x^g(u, \xi)| > \gamma\}$, 表示 STFT 有效支撑集。

由上式可知, 与 SST 将时频点 (u, ξ) 的系数移动至 $(u, \hat{\omega}_x(u, \xi))$ 处不同, TSST 将时频点 (u, ξ) 的系数移动至 $(\hat{t}_x(u, \xi), \xi)$ 处, 可获得冲击发生的精确时刻。

由 STFT 的重构性质, 将信号重构到频域的公式如下:

$$\int S_x^g(u, \xi) du = \iint x(t) g(t-u) e^{-i\xi t} dt du = \hat{g}(0) \hat{x}(\xi), \quad \hat{x}(\xi) = \frac{1}{\hat{g}(0)} \int S_x^g(u, \xi) du \quad (4)$$

由于 TSST 是时频系数在沿时间轴的方向进行了重新排布, 而重构正好是在时间方向上进行的累

$$\begin{aligned} V_x^{[2]}(t, \xi) &= \int_{\Xi(\xi)} V_x^{[1]}(t', \xi) \delta(t - \hat{t}_x(t', \xi)) dt' = \\ &= \int_{\Xi(\xi)} \int_{\Xi(\xi)} S_x^g(u, \xi) \delta(t' - \hat{t}_x(u, \xi)) \delta(t - \hat{t}_x(t', \xi)) du dt' = \\ &= \int_{\Xi(\xi)} S_x^g(u, \xi) \int_{\Xi(\xi)} \delta(t' - \hat{t}_x(u, \xi)) \delta(t - \hat{t}_x(t', \xi)) dt' du = \\ &= \int_{\Xi(\xi)} S_x^g(u, \xi) \delta(t - \hat{t}_x(\hat{t}_x(u, \xi), \xi)) du \end{aligned} \quad (7)$$

从上式可知, ITSST ($N=2$) 构造了一个新的 $GD \hat{t}_x(\hat{t}_x(u, \xi), \xi)$, 将 STFT 得到的时频表示重排到 $\hat{t}_x(\hat{t}_x(u, \xi), \xi)$ 处。

然后推导证明新的 $GD \hat{t}_x(\hat{t}_x(u, \xi), \xi)$ 比原有的

加, 因此时间重排同步压缩逆变换的重构公式为:

$$\hat{x}(\xi) = \frac{1}{\hat{g}(0)} \int V_x(u, \xi) du \quad (5)$$

通过上式将 TSST 重构到频域以后, 可以接着使用傅里叶反变换将其转换到时域, 实现时域信号的重构。

1.2 迭代时间重排同步压缩变换 (ITSST)

TSST 利用 STFT 的相位信息来估计 GD, 并将群延时附近的系数重排到时间重心, 获得冲击发生的时刻。TSST 只在时间方向上做了一次重排操作, 就提高了时频聚集性。如果在 TSST 的基础上, 把 TSST 重排得到的时频矩阵当作原始时频矩阵, 继续在时间方向上进行重排操作, 所得结果的时频聚集性是否会进一步提升, 是否还能重构时域信号? 本节根据以上猜想提出 ITSST。

此方法的推导公式如下:

$$\begin{cases} V_x^{[1]}(t, \xi) = \int_{\Xi(\xi)} S_x^g(u, \xi) \delta(t - \hat{t}_x(u, \xi)) du \\ V_x^{[2]}(t, \xi) = \int_{\Xi(\xi)} V_x^{[1]}(u, \xi) \delta(t - \hat{t}_x(u, \xi)) du \\ V_x^{[3]}(t, \xi) = \int_{\Xi(\xi)} V_x^{[2]}(u, \xi) \delta(t - \hat{t}_x(u, \xi)) du \\ \vdots \\ V_x^{[N]}(t, \xi) = \int_{\Xi(\xi)} V_x^{[N-1]}(u, \xi) \delta(t - \hat{t}_x(u, \xi)) du \end{cases} \quad (6)$$

式中 $V_x^{[N]}(t, \xi)$ 代表 N 次迭代的结果, N 代表迭代次数 ($N > 1$)。上式的 $V_x^{[1]}(t, \xi)$ 等价于式 (3) 中的 $V_x(t, \xi)$, 相当于原始重排操作后得到的初代时频矩阵。

采用严谨的数学公式推导来证明上述方法的有效性。考虑到 ITSST 是多次迭代的过程, 所以仅比较 TSST 与 ITSST ($N=2$), 将 TSST 的结果 $V_x^{[1]}(t, \xi)$ 迭代一次得到 $V_x^{[2]}(t, \xi)$, 迭代过程如下式所示:

$GD \hat{t}_x(t', \xi)$ 对于提升时频聚集性更佳。从频域构造纯调频信号 $\hat{x}(\omega)$:

$$\hat{x}(\omega) = \exp[i\theta(\omega)] \quad (8)$$

为了进一步探讨上述结论, 假设所构造信号是

一个弱的频率变化信号,即 $\exists \varepsilon$ 足够小,对于 $\forall \omega$ 有 $|\theta'''(\omega)| \leq \varepsilon$ 。将相位函数 $\theta(\omega)$ 进行泰勒展开为:

$$\theta(\omega) = \theta(\xi) + \theta'(\xi)(\omega - \xi) + 0.5\theta''(\xi)(\omega - \xi)^2 \quad (9)$$

信号 $\hat{x}(\omega)$ 为:

$$\begin{aligned} S_x^g(u, \xi) &= \int \exp[i(\theta(\xi) + \theta'(\xi)(\omega - \xi) + 0.5\theta''(\xi)(\omega - \xi)^2)] \exp[0.5i(\omega - \xi)^2] \exp[i(\omega - \xi)u] d\omega = \\ & \exp[i\theta(\xi)] \int \exp[i(0.5(1 - \theta''(\xi))(\omega - \xi)^2)] \exp[-i(u - \theta'(\xi))(\omega - \xi)] d(\omega - \xi) = \\ & \exp[i\theta(\xi)] \frac{1}{\sqrt{1 - i\theta''(\xi)}} \exp\left[\frac{-(u - \theta'(\xi))^2}{2(1 - i\theta''(\xi))}\right] \end{aligned} \quad (11)$$

根据式(2),GD可定义为:

$$\hat{i}_x(u, \xi) = \theta'(\xi) + \frac{\theta''(\xi)^2}{1 + \theta''(\xi)^2} (u - \theta'(\xi)) \quad (12)$$

由上式可知,GD $\hat{i}_x(u, \xi)$ 并不能准确地刻画理论群延时 $\theta'(\xi)$,两者之间的误差和时刻点与群延时之间的距离以及相位函数二阶导数值 $\theta''(\xi)$ 有关。当冲击类信号时频脊线不是完全平行于频率轴时, $\theta''(\xi)$ 的值不能被忽略,此时就会产生误差导致重排位置不够精准,从而导致时频聚集性降低。根据式(12)可知,ITSST($N=2$)的GD为:

$$\begin{aligned} \hat{i}_x(\hat{i}_x(u, \xi), \xi) &= \theta'(\xi) + \frac{\theta''(\xi)^2}{1 + \theta''(\xi)^2} (\hat{i}_x(u, \xi) - \\ & \theta'(\xi)) = \theta'(\xi) + \left(\frac{\theta''(\xi)^2}{1 + \theta''(\xi)^2}\right)^2 \cdot \\ & (u - \theta'(\xi)) < \hat{i}_x(u, \xi) \end{aligned} \quad (13)$$

根据上式,GD $\hat{i}_x(\hat{i}_x(u, \xi), \xi)$ 与理论群延时 $\theta'(\xi)$ 之间的误差为:

$$\begin{aligned} |\hat{i}_x(\hat{i}_x(u, \xi), \xi) - \theta'(\xi)| &= \left| \left(\frac{\theta''(\xi)^2}{1 + \theta''(\xi)^2}\right)^2 (u - \theta'(\xi)) \right| < \\ & \left| \frac{\theta''(\xi)^2}{1 + \theta''(\xi)^2} (u - \theta'(\xi)) \right| \end{aligned} \quad (14)$$

以此类推:

$$\begin{aligned} |\hat{i}_x^{[N]}(u, \xi) - \theta'(\xi)| &= \left| \left(\frac{\theta''(\xi)^2}{1 + \theta''(\xi)^2}\right)^N (u - \theta'(\xi)) \right| \ll \\ & \left| \frac{\theta''(\xi)^2}{1 + \theta''(\xi)^2} (u - \theta'(\xi)) \right| \end{aligned} \quad (15)$$

当迭代次数 N 足够大时, $|\hat{i}_x^{[N]}(u, \xi) - \theta'(\xi)|$ 将无限趋于0,即:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \hat{i}_x^{[N]}(u, \xi) = \theta'(\xi) \quad (16)$$

此时ITSST的实现过程可以重新定义为:

$$V_x^{[N]}(t, \xi) = \int_{\Xi(\xi)} S_x^g(u, \xi) \delta(t - \hat{i}_x^{[N]}(u, \xi)) du \quad (17)$$

当迭代次数 N 足够大时,则有:

$$\begin{aligned} \hat{x}(\omega) &= \exp[i(\theta(\xi) + \theta'(\xi)(\omega - \xi) + \\ & 0.5\theta''(\xi)(\omega - \xi)^2)] \end{aligned} \quad (10)$$

为了方便计算,将高斯窗函数设定为 $\hat{g}(\omega) = e^{0.5\omega^2}$,计算信号 $\hat{x}(\omega)$ 的STFT:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} V_x^{[N]}(t, \xi) = x(\omega) g(0) \delta(t - \theta'(\xi)) \quad (18)$$

由式(12)可知, N 次迭代对应的GD可以表示为:

$$\begin{aligned} \hat{i}_x^{[N]}(u, \xi) &= \theta'(\xi) + \left(\frac{\theta''(\xi)^2}{1 + \theta''(\xi)^2}\right)^N (u - \theta'(\xi)) \end{aligned} \quad (19)$$

从几何上来看TSST和ITSST的重排方式,如图1所示。在图1(a)中, (u, ξ) 为时频平面内的一点,其对应位置的时频系数为 $S_x^g(u, \xi)$,TSST是将 (u, ξ) 处的时频系数重排至新的位置 $\hat{i}_x(u, \xi)$ 处。对于理想状态下的冲击信号的群延时 $\hat{i}_x(u, \xi) = \theta'(\xi)$,TSST的操作可以有效地将 (u, ξ) 处的时频系数重排至 $(\theta'(\xi), \omega)$ 处。但根据式(12)可知,当理论群延时 $\theta'(\xi)$ 与GD $\hat{i}_x(u, \xi)$ 不相等时,就会存在计算误差,因此只进行一次重排操作是不够的。如图1(b)所示,在ITSST($N=2$)中,是对STFT结果进行了两次重排操作,重排得到的时频系数 $V_x^{[1]}(t, \xi)$ 被重新从 $\hat{i}_x(u, \xi)$ 处重排至 $\hat{i}_x(\hat{i}_x(u, \xi), \xi)$ 处,因为新的GD $\hat{i}_x(\hat{i}_x(u, \xi), \xi)$ 距离理论的群延时更近,所以ITSST能够获得更高的时频表示。

终止条件对于ITSST也至关重要。考虑到连续两次迭代的GD会随着迭代次数的增加更加接近,即:

$$\begin{aligned} |\hat{i}_x^{[N]}(u, \xi) - \hat{i}_x^{[N-1]}(u, \xi)| &= \\ & \left| \frac{u - \theta'(\xi)}{1 + \theta''(\xi)^2} \left(\frac{\theta''(\xi)^2}{1 + \theta''(\xi)^2}\right)^{N-1} \right| \end{aligned} \quad (20)$$

因此,当满足以下不等式时,可以终止迭代:

$$\iint |\hat{i}_x^{[N]}(u, \xi) - \hat{i}_x^{[N-1]}(u, \xi)| dud\xi / T^2 < \lambda \quad (21)$$

式中 λ 为极小阈值, T 为离散信号采样时间间隔。

从以上推导过程知,TSST每通过一次迭代重排操作,就会计算一个新的GD来重排STFT的结果,进一步提高处理结果的时频聚集性。多次迭代

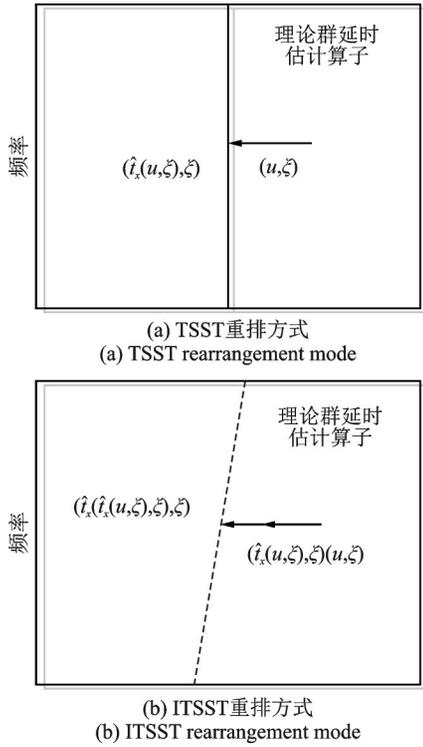


图1 TSST与ITSST重排方式示意图

Fig.1 Schematic diagram of TSST and ITSST rearrangement

的GD也会更接近真实信号的理论群延时,因此也会得到更高的时频表示。

因为ITSST是在TSST的基础上进行多次迭代重排,所以ITSST也是时频系数在沿时间轴的方向进行了重新排布,则ITSST也可进行重构,重构公式为:

$$\hat{x}(\xi) = \frac{1}{\hat{g}(0)} \int V_x^{[N]}(t, \xi) dt \quad (22)$$

同理,ITSST在保证时频分析结果具有非常高的时频聚集性的同时又兼顾重构信号的能力,为时频平面中的信号分离和去噪提供了有效的工具。

1.3 算法实现

本节将从ITSST算法实现的角度,将ITSST应用于离散时间信号的时频分析中。

假设待分析的 N 点离散信号为 $x[n]$, $n=0, 1, \dots, N-1$, 采样间隔为 T , 采样频率 $f_s = \frac{1}{T}$, 离散信号 $x[n]$ 具有 N 个点, $n=0, 1, \dots, N-1$, $x[n]$ 是时间上连续信号 $x(t)$ 的值。频率间隔 $\Delta f = \frac{1}{NT}$, 角频率间隔 $\Delta \xi = \frac{2\pi}{NT}$, 对应于频谱的坐标是 $\xi[k] = k\Delta \xi$, $k=0, 1, \dots, N-1$ 。则离散ITSST的实现分为以下三步:

第一步,计算式(2)中的两个STFTS $_x^g(u, \xi)$ 和 $S_{t_x}^g(u, \xi)$,其离散形式分别为:

$$S_x^g[n, \cdot] = F_N(x_n \odot g) \quad (23)$$

$$S_{t_x}^g[n, \cdot] = F_N(t_n x_n \odot g) \quad (24)$$

式中 F_N 为 N 点快速傅里叶变换, $g[\cdot]$ 表示 N 点离散形式的窗函数, \odot 表示待运算的两个等长度的离散信号对应元素相乘。

第二步,计算离散时间的群延时估计算子。首先计算TSST的GD:

$$\hat{t}_x[n, k] = \Re \left\{ \frac{S_{t_x}^g[n, k]}{S_x^g[n, k]} \right\}, k \in \Xi[n] \quad (25)$$

式中 $\Xi[k] = \{n: |S_x^g[n, k]| > \gamma\}$, $k=0, 1, \dots, N-1$ 为STFT的有效支撑集, γ 取 1×10^{-8} ,表示阈值。最后通过多次迭代计算ITSST的GD。

第三步,沿时间方向重排,离散ITSST为:

$$V_x^{[N]}[m, k] = \sum_{n: |\hat{t}_x^{[N]}[n, k] - t^*[m]| \leq T/2} S_x^g[n, k] \quad (26)$$

式中 $m \leftarrow \text{round}(\hat{t}_x[n, k]/T)$,表示时间序号。

由式(17)可知,可先构造ITSST的GD,然后只需执行一次重排操作以重新分配STFT的结果,这种实现方式可明显减少计算负担。

由于ITSST是在传统TSST的基础提出的,当迭代次数 $N=1$ 时,即为原始的TSST。在实际应用中,可先将迭代次数 N 设定为1,即应先采用TSST进行知识先验,判断是否需要多次重排操作。若采用TSST分析发现时频聚集性较高,则无需再增加迭代次数 N 进行多次重排操作而增加计算复杂度;若分析发现时频聚集性较差,则应提高迭代次数 N 以获得更高的时频聚集性进行后续分析。

算法的实现流程如图2所示。

2 仿真分析

本节通过构造仿真信号来说明ITSST的高时频聚集性和重构特性,信号分量的时频脊线在距离非常近时会产生交叉项的干扰,因此在频域中构造时频脊线距离非常近的两分量冲击信号如下式所示:

$$\hat{x}(f) = F^{-1} \{ \exp \{ i2\pi \times 10^{-4} [4f + 10^5 \sin(8 \times 10^{-6} f)] \} + \exp \{ i2\pi \times 10^{-4} [3.6f + 10^5 \sin(8 \times 10^{-6} f)] \} \} \quad (27)$$

式中 F^{-1} 表示傅里叶逆变换,根据式(28)计算出信号群延时:

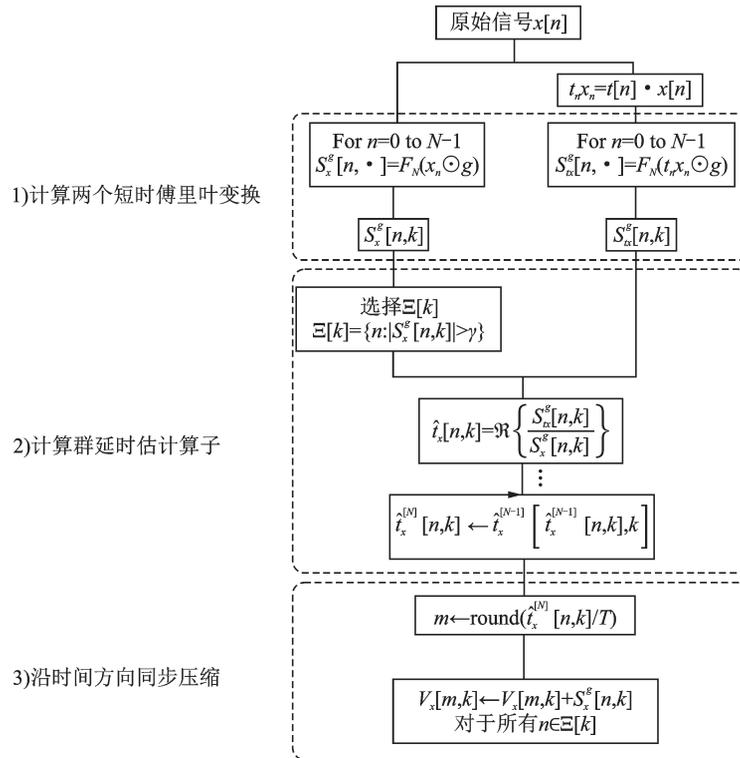


图2 算法流程图

Fig. 2 Flow chart of algorithm

$$\begin{cases} \tau_1(f) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{df} \{ 2\pi \times 10^{-4} [4f + 10^5 \sin(8 \times 10^{-6} f)] \} = 10^{-4} \times [4 + 0.8 \cos(8 \times 10^{-6} f)] \\ \tau_2(f) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d}{df} \{ 2\pi \times 10^{-4} [3.6f + 10^5 \sin(8 \times 10^{-6} f)] \} = 10^{-4} \times [3.6 + 0.8 \cos(8 \times 10^{-6} f)] \end{cases} \quad (28)$$

为不失一般性,构造信噪比为1 dB的含噪声信号。图3展示了用不同时频方法处理仿真信号在 $[0.0002, 0.00045] \text{ s} \times [200000, 500000] \text{ Hz}$ 处的局部放大图。

图3(a)给出了SST的处理结果,对于仿真信号时频聚集性很低,未能展现很好的效果。图3(b)~(e)分别给出了时频重排谱图(RSP)^[7]、高阶SST^[8]和TSST的处理结果,从图中可看出相比SST时频聚集性有所提高,但仍能看出未能完全分离两分量信号。图3(f)是所提ITSST处理得到的结果,可看出该方法能大幅度提高时频聚集性且能完全分离两分量信号。

表1定量给出各种时频分析方法的三阶瑞利熵数值^[9-10],可见ITSST在所有方法里面提供最高的时频聚集性,而且ITSST比RSP时频聚集性更好,这在时频分析领域是一个新的突破。

用ITSST将两个模态的信号分量分离并重构到时域,同时为了分析ITSST和TSST在重构信号时效果的异同,将TSST重构信号的结果作为对比项。在重构信号时,首先利用Viterbi算法提取时频脊线^[11-12],脊线提取的结果如图4所示。TSST时频图中由于有交叉项的干扰,所以在提取脊线时会造

表1 不同时频分析方法的瑞利熵

Tab. 1 Rényi entropies of different time frequency analysis methods

时频分析方法	瑞利熵
SST	6.97
RSP	3.51
SST2	5.77
SST4	5.81
TSST	5.43
ITSST	2.48

成脊线的交叉错位(见图4(a)),而ITSST的时频脊线更加逼近真实的时频脊线(见图4(b))。另外,时频脊线还能表征冲击信号在不同频率下的群延时,因此在分析实验数据过程中,可先通过对实验数据进行ITSST以获得时频分布,再对时频分布采用Viterbi算法提取时频脊线即可获得信号的群延时。

图5是两种方法重构时域信号的结果,可以清晰地看出ITSST的重构结果更加接近真实信号。计算重构信噪比SNR和均方根误差RMSE来定量分析ITSST重构信号的鲁棒性:

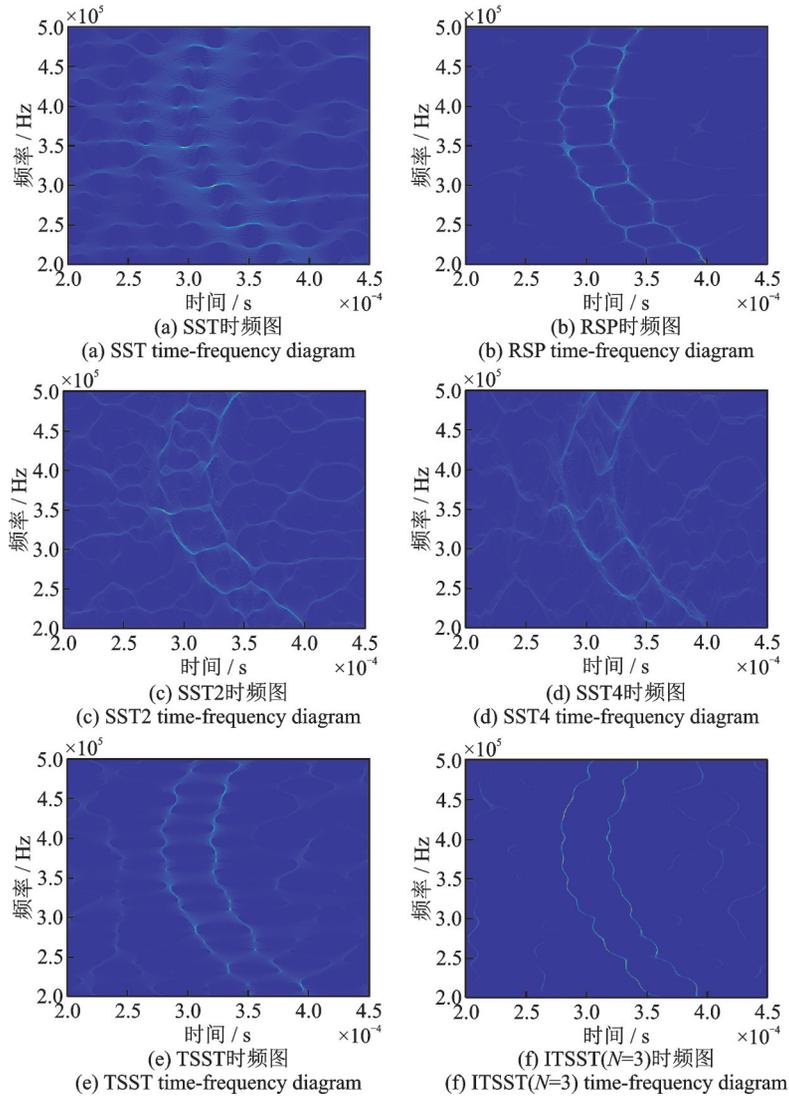


图 3 仿真信号时频图

Fig. 3 Time-frequency diagram of simulation signal

$$SNR = 10 \lg \left\{ \frac{\|x[i]\|^2}{\|x[i] - \hat{x}[i]\|^2} \right\} \quad (29)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{x}[i] - x[i])^2} \quad (30)$$

式中 $\hat{x}[i]$ 和 $x[i]$ 分别表示重构信号和原始信号的离散形式。

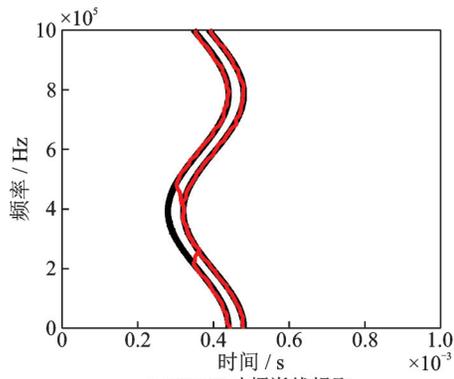
经计算可得, ITSST 重构信号的信噪比为 13.58 dB, 均方根误差为 0.23%, TSST 重构信号的信噪比为 3.28 dB, 均方根误差为 71.8%。因此可以得出结论: ITSST 在重构信号精度方面比 TSST 更胜一筹。

接着测试 ITSST 的迭代次数对重构信号的信噪比的影响, 如图 6 所示。分析结果表明, 迭代次数越多, 重构信号的信噪比越高, 同时重构信号的重构误差越小(如图 7 所示)。大概经过 3 次迭代以后, 重构信号信噪比和重构精度将趋于一个稳定的数值, 同时也可采用此方法来确定最佳的迭代次数, 本文采用迭代次数为 $N=3$ 进行后续的试验验证。

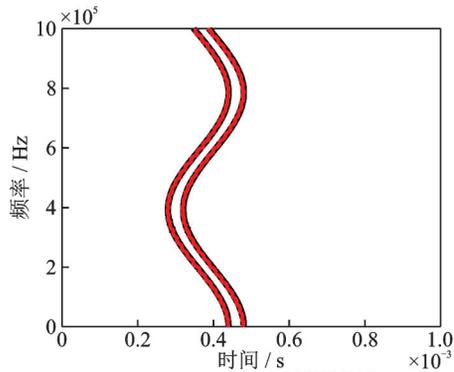
下面比较 ITSST 与 TMSST^[5] 的异同, 以构造的仿真信号然后复制延拓至六分量信号为例, 使用加入快速思想的 ITSST 与 TMSST 进行仿真分析, 迭代次数为 10 次, 在 $[0.0002 \text{ s}, 0.00045 \text{ s}] \times [200000 \text{ Hz}, 500000 \text{ Hz}]$ 处的局部放大时频对比图, 如图 8 所示。计算三阶瑞利熵, ITSST 为 3.23, MTSST 为 4.46, 说明 ITSST 时频聚集性比 TMSST 强; TMSST 的计算时间为 26.22 s, 而 ITSST 运算时间为 3.10 s, 运算时间减少了 88.18%。由此可见提出的 ITSST 在具有较高时频聚集性的同时, 运算效率更高。

3 实验验证

为了验证所提算法的优越性, 将 ITSST 应用到轴承故障诊断中。使用 XJTU-SY 轴承加速寿命试验数据^[13], 实验中使用的采样频率为 25600 Hz, 轴承加速寿命试验台如图 9 所示, 外圈故障如图 10



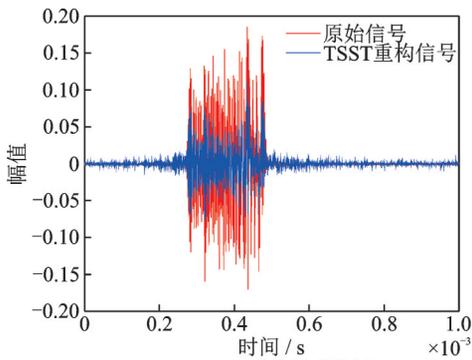
(a) TSST time-frequency ridge extraction



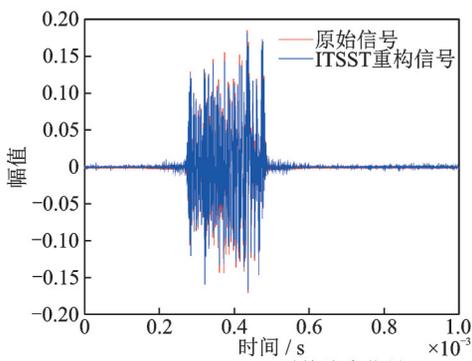
(b) ITSST time-frequency ridge extraction (N=3)

图4 时频脊线提取

Fig. 4 Time-frequency ridge extraction



(a) Reconstruction of simulation signals by TSST



(b) Reconstruction of simulation signals by ITSST (N=3)

图5 信号重构

Fig. 5 Signal reconstruction

所示。

图11为绘制了整个运行状态测试记录的振动

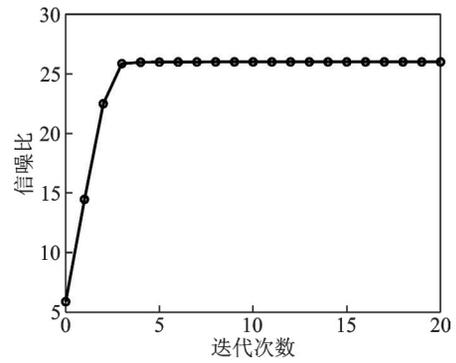


图6 迭代次数与重构信号信噪比示意图

Fig. 6 Schematic diagram of number of iterations and SNR of reconstructed signals

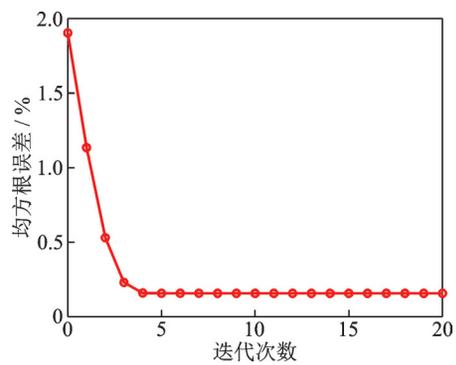
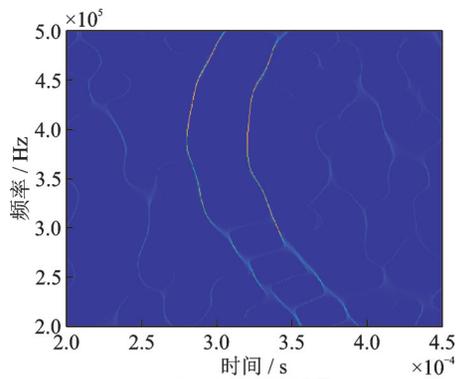
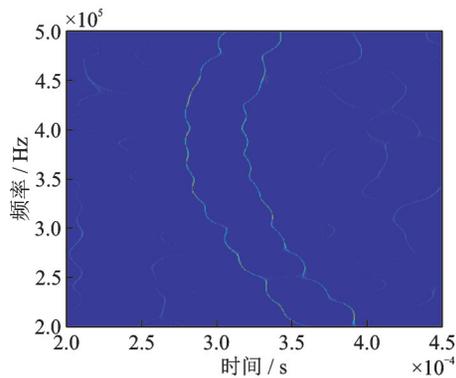


图7 迭代次数与重构信号重构误差示意图

Fig. 7 Schematic diagram of number of iterations and error of reconstructed signals



(a) TMSST time-frequency diagram



(b) ITSST time-frequency diagram

图8 时频图局部放大对比

Fig. 8 Local zoom comparison of time-frequency diagram

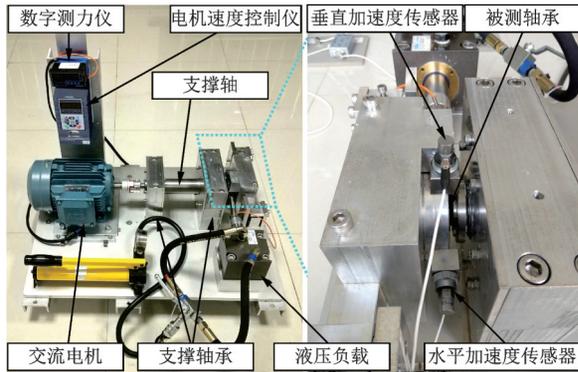


图 9 轴承加速寿命试验台^[13]

Fig. 9 Testbed of rolling element bearings^[13]



图 10 故障轴承

Fig. 10 Fault bearing

信号的时域图。可以观察到,在 80 min 后,振动信号振幅发生突变,可能是轴承发生早期故障的阶段。123 min 后,幅值陡增,轴承发生外圈故障。根据生产商提供的轴承参数,计算出当前轴转速下的轴承外圈故障特征频率为 107.9 Hz。

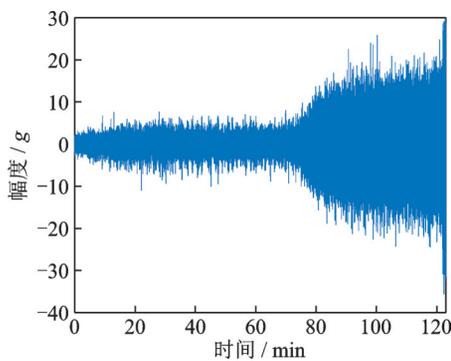


图 11 全寿命轴承振动信号时域图

Fig. 11 Horizontal vibration signals of outer race tested bearings

对轴承数据在时域中提取指标均方根值 RMS,如图 12 所示。从图中可发现轴承在 78 min 后均方根值急剧增长,推测轴承在 78 min 以后出现轻微故障。

选取 80 min 内的振动数据进行分析,为了更直观地观察到时频图中的有效特征,只展示其局部放

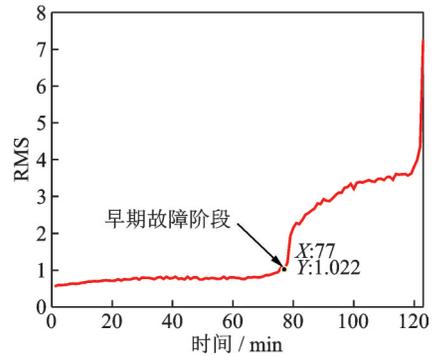
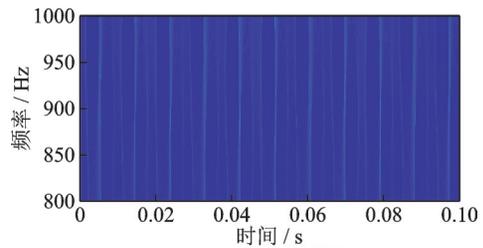


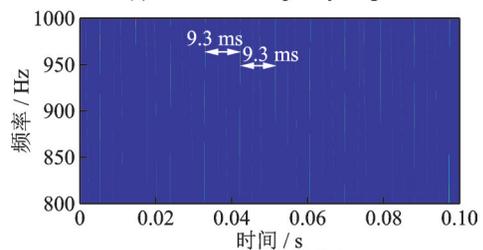
图 12 RMS 变化图

Fig. 12 The RMS variation

大图。时频分析的结果如图 13 所示,TSST 虽然可以观察到冲击,但由于时频聚集性不够高,不能确定冲击的精准时刻和准确的时间间隔。而所提出的 ITSST 可以提取出精确的冲击特征以用于轴承的故障诊断,冲击特征之间的时间间隔为 9.3 ms,对应轴承外圈故障特征频率 107.9 Hz,这表明了早期外圈故障的发生(外圈故障如图 10 所示)。因此提出的 ITSST 技术可以为轴承早期故障诊断提供有效的方法。



(a) TSST 时频图
(a) TSST time-frequency diagram



(b) ITSST 时频图
(b) ITSST time-frequency diagram

图 13 轴承外圈初期损伤时频图

Fig. 13 Time-frequency diagram of initial damage of bearing outer ring

为了进一步验证 ITSST 在轴承早期微弱故障诊断中相比时域指标 RMS 更加敏感,对第 60, 61 和 62 min 的轴承数据进行时频分析,结果局部放大图如图 14~16 所示。

如图 14(a), (b) 第 60 min 数据时频分析结果可以看出采用 TSST 以及 ITSST 均未出现以 9.3 ms 为时间间隔的冲击特征,表明此时轴承尚未发生故障。

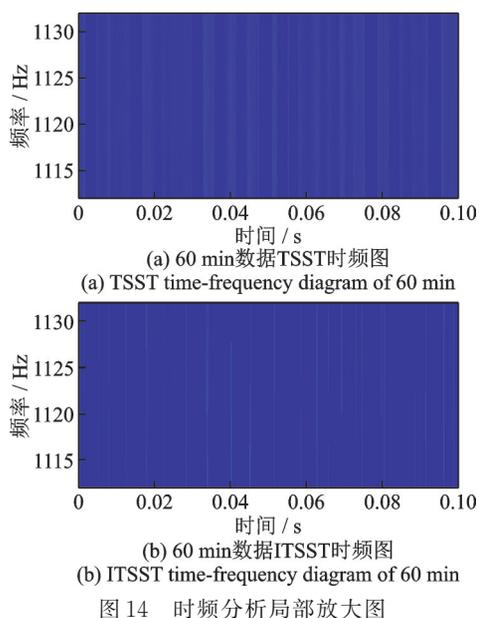


Fig. 14 Local enlarged view of time-frequency analysis

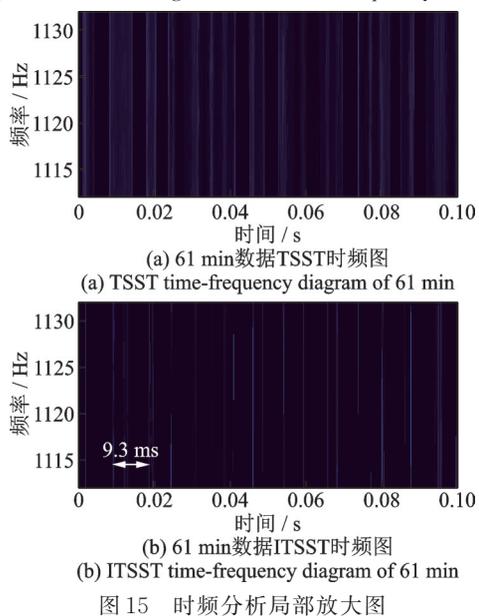


Fig. 15 Local enlarged view of time-frequency analysis

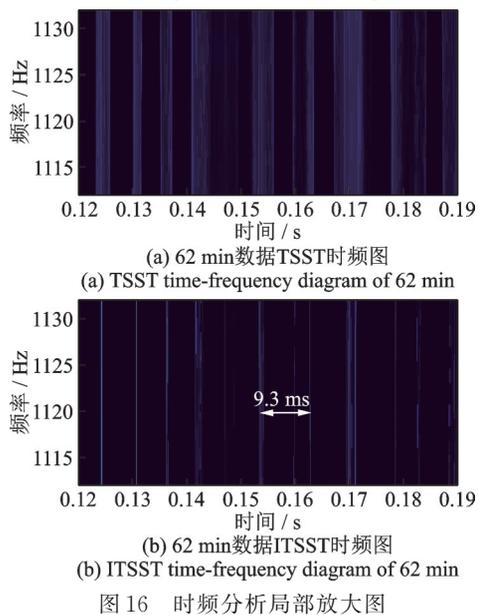


Fig. 16 Local enlarged view of time-frequency analysis

在时频图 15(b)和 16(b)中均出现以 9.3 ms 为时间间隔的冲击特征。由于 TSSST 时频图中时频聚集性差,无法确定时间间隔。

虽然在此阶段冲击特征并不是规律的等时间间隔,但出现此间隔即可说明轴承故障处于萌生阶段,随着故障变得明显,冲击特征也变成规律的等时间间隔,进一步证明了 ITSST 在轴承早期微弱故障诊断中相比时域指标 RMS 更加敏感;同时也可以发现 ITSST 相比 TSSST 具有更强的时频聚集性。

4 结 论

(1) ITSST 在 TSSST 的基础上,把 TSSST 重排得到的时频矩阵当作原始时频矩阵,继续在时间方向上进一步进行重排操作,在时频平面上获得更清晰的时频表示。

(2) 通过数值仿真信号验证了 ITSST 在提取冲击类信号的特征时具有良好的时频聚集性和抗噪性能,并能够精确地实现信号的重构。

(3) ITSST 相比 RMS 能够提前 16 min 提取出轴承外圈故障初期的振动信号,对于轴承早期故障诊断有重大意义。

参考文献:

- [1] Daubechies I, Lu J, Wu H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: an empirical mode decomposition-like tool[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2011, 30(2):243-261.
- [2] Daubechies I, Lu J, Wu H T. Synchrosqueezed wavelet transforms: a tool for empirical mode decomposition [J]. Mathematics, 2009.
- [3] He D, Cao H, Wang S, et al. Time-reassigned synchrosqueezing transform: the algorithm and its applications in mechanical signal processing [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 117: 255-279.
- [4] He D, Cao H. Downsampling-based synchrosqueezing transform and its applications on large-scale vibration data [J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 496: 115938.
- [5] Yu G, Lin T, Wang Z, et al. Time-reassigned multi-synchrosqueezing transform for bearing fault diagnosis of rotating machinery [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 68(2):1486-1496.
- [6] Tu X, He Z, Hu Y, et al. Horizontal synchrosqueezing transform: algorithm and applications [J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 20(8): 4353-4360.
- [7] Auger F, Flandrin P. Improving the readability of time-

- frequency and time-scale representations by the reassignment method[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(5): 1068-1089.
- [8] Pham Duong-Hung, Sylvain Meignen. High-order synchrosqueezing transform for multicomponent signals analysis-with an application to gravitational-wave signal [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2017, 65(12): 3168-3178.
- [9] Baraniuk R G, Flandrin P, Janssen A J, et al. Measuring time-frequency information content using the Rényi entropies[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(4): 1391-1409.
- [10] Aviyente S, Williams W J. Minimum entropy time-frequency distributions [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2005, 12(1): 37-40.
- [11] Djurovi I, Stankovi L. An algorithm for the Wigner distribution based instantaneous frequency estimation in a high noise environment[J]. Signal Processing, 2004, 84(3): 631-643.
- [12] Djurović I. Viterbi algorithm for chirp-rate and instantaneous frequency estimation [J]. Signal Processing, 2011, 91(5): 1308-1314.
- [13] Wang B, Lei Y, Li N, et al. A hybrid prognostics approach for estimating remaining useful life of rolling element bearings [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2018: 1-12.

Iterative time-rearrangement synchrosqueezing transform and its application to mechanical equipment fault diagnosis

ZHOU Cheng¹, WANG Xiang-sheng¹, CAO Hong-ru^{1,2}

(1.School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2.State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Mechanical equipment often operates in complex environments and is often affected by non-stationary working conditions such as time-varying loads, time-varying speeds, and transient shocks, resulting in failures from time to time. Time frequency analysis technology can take time and frequency into account, and has been widely used. However, the traditional time-frequency analysis method has a contradiction between the improvement of the aggregation and the reduction of the cross term. In order to realize the fault diagnosis of mechanical equipment in complex environment, Iterative Time rearrangement Synchrosqueezing Transform method is extracted. Firstly, a new group delay estimation operator is constructed based on Time-rearrangement Synchrosqueezing Transform, and then a sharper time-frequency representation can be obtained by only one rearrangement operation. The effectiveness of the proposed method is verified by simulation signals and accelerated life test data of rolling bearings.

Key words: fault diagnosis; mechanical equipment; iterative time-rearrangement synchrosqueezing transform; group delay estimation operator

作者简介:周 铖(1995—),男,硕士研究生。电话:13571932884; E-mail:gente_ningyue@163.com。

通讯作者:曹宏瑞(1982—),男,教授,博士生导师。电话:13679249460; E-mail:chr@mail.xjtu.edu.cn。