# 不同排列小间距双方柱涡激振动数值模拟研究

邬益东<sup>1</sup>,李海泉<sup>2</sup>,王晓欣<sup>1</sup>,史 力<sup>1</sup>,吴莘馨<sup>1</sup>

(1.清华大学核能与新能源技术研究院,北京100084;2.华能山东石岛湾核电有限公司,山东 威海 264312)

摘要:为研究不同排列下小间距双方柱涡激振动特性及其振动机理,在雷诺数为100时,对间距比为2、质量比为3的申列、错列和并列排列双方柱涡激振动进行数值模拟研究,分析了双柱在折合流速U,=1~30下的响应振幅及频率特性,并得到振动柱体的升阻力系数,以了解其气动力系数的变化情况,探讨了不同排列下双柱尾流结构的变化情况。结果表明:申列及错列排列中,下游柱涡激振动振幅远大于单柱,上游柱振动受到抑制( $\theta$ =60°的双方柱排列情况除外)。并列排列中,双柱振动曲线几乎一致,其涡激振动振幅比单柱稍大。各排列双柱均发生尾流驰振现象,使其在U,超出共振区时仍保持较高的振幅。不同排列的的双柱阻力系数 $C_D(\theta$ =30°的双柱排列下游柱除外)均在共振区内突增,在共振区外保持不变。在共振区内,双柱 $C_{Lms}$ 随U,的变化情况与A°的大小有关;在其余U,范围内,双柱 $C_{Lms}$ 基本不变。申列双柱存在3种尾流模式, $\theta$ =30°双柱排列的尾流模式与串列双柱相似,但在超出共振区时,其尾流呈现无序状态。在 $\theta$ =60°,90°双柱排列中,当U,较大时,双柱尾涡结构呈现混乱的状态;当U,较高时,柱体各自独立脱落旋涡。

关键词:涡激振动;双方柱;串列;错列;并列
 中图分类号:O351.2;TU311.3
 文献标志码:A
 DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.02.005

**文章编号:**1004-4523(2023)02-0334-11

# 引 言

流致振动在许多工程应用中是个重要的问题, 其中均匀流中的圆柱或方柱是流致振动的研究热点 之一。已有许多学者对圆柱<sup>[16]</sup>以及单个方柱<sup>[78]</sup>的涡 激振动进行了系统的研究,获得了结构发生共振的 条件,并用于指导工程设计。对于双方柱涡激振动, 由于影响因素众多,其振动现象及机理的研究较为 有限。

流体流经柱体后尾流的形式及其变化会显著地 影响结构振动特性,针对固定双方柱绕流的研究已 比较成熟,Sakamoto等<sup>[9]</sup>对不同柱间距(L/D= 2.5~41,其中L为柱心的来流方向间距,D为方柱边 长)的串列双方柱进行了研究,根据其斯特劳哈尔数 St的分布将串列双方柱的柱间流态分成三类。第一 类为L/D<4时,此时上游柱的旋涡被压制;第二类 为4<L/D<28时,这时双柱同步脱落旋涡;第三类 为L/D>28时,此时双柱旋涡脱落不再同步,双柱 之间几乎无影响。Sohankar<sup>[10]</sup>采用数值模拟的方法 研究串列双方柱绕流的流场特性,将Sakamoto等<sup>[9]</sup> 的前两类柱间流态进一步细分成单一钝体流态、剪 切层再附流态及耦合涡脱流态三类。对于并列双方 相比固定柱,对于弹性支承双方柱的流致振动 研究则十分有限,且大多数研究集中在数值模拟方 面。Bhatt等<sup>[13]</sup>研究串列排列下固定方柱对下游方 柱振动的影响,发现当柱间距较小时(*L/D*=2),下 游柱涡激振动发生在较大的流速下,其振幅大小不 变;当柱间距较大时(*L/D*=6),下游柱的涡致振 动振幅增大。Han等<sup>[14]</sup>和 Nepali等<sup>[15]</sup>在*Re*=40~ 200时,对上游方柱固定、下游方柱具有双自由度及 双方柱均具有双自由度的两种情况进行了数值模 拟,在串列双方柱柱间距为5D时,研究了雷诺数对 柱体振动特性及流场结构的影响。杜晓庆等<sup>[16-18]</sup>对 *Re*=150下的串列双方柱进行了数值模拟,研究了 柱间距(*L/D*=2,4)、质量比(*m*\*=3,10,20)对双柱

柱绕流,Alam等<sup>[11]</sup>根据其尾流及旋涡脱落情况将并 列双方柱(T/D=1.02~6,T为柱心的横向间距)的 尾涡结构分成单一钝体流态、双频率流态、耦合涡脱 流态及过渡流态四种。Alam等<sup>[12]</sup>又对错列排列的 双方柱进行了研究,将双方柱排列的绕流研究补充 完整。横向间距或来流方向间距较小的错列双方柱 的尾流结构分别与并列和串列双方柱排列一致。其 他错列排列情况下双柱的尾流结构与并列排列中的 双频率流态或耦合涡脱流态相似,仅在St数的大小 及间隙流的偏转方向上有所区别。

收稿日期: 2021-10-05; 修订日期: 2021-11-26

基金项目:国家科技重大专项资助项目(ZX06901)。

振动及流场特性的影响。Guan等<sup>[19-21]</sup>在*Re*=200, *m*\*=10时,对刚性连接的并列双方柱进行数值模拟 研究,发现了并列双柱系统的四种振动模式。

双方柱涡激振动的问题仍有许多方面尚需进一步研究,尤其是错列双方柱情况。双柱间距较小时, 其尾涡相互之间的影响较大<sup>[11]</sup>,综合考虑数值建模 的可行性,本文在柱间距为2D的情况下,对横向自 由振动的不同排列双方柱进行数模拟研究,得到不 同折合流速下双方柱的振动响应,同时研究不同排 列下双方柱气动力特性及流场结构的变化。

### 1 数值计算模型

### 1.1 基本控制方程及柱体运动方程

计算流体力学的基本控制方程为:能量方程、运动方程及连续性方程。本文不考虑流体温度的变化,流体视为不可压缩的黏性流体,因此主要的控制 方程为连续性方程及运动方程。

连续性方程:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \tag{1}$$

式中 u<sub>i</sub>为流体的速度分量。

运动方程(N-S方程):

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \quad (2)$$

式中 ρ为流体的密度,视为常数;p为流体压强;μ 为流体的动力黏度系数。

双方柱的计算模型如图1所示。其中,柱体边 长为D,柱心间距P=2D,柱心连线与*x*轴方向的夹 角为θ,U为来流速度,与*x*轴同方向。下标1代表 为位于原点O左(下)方的柱体1,下标2代表为位于 原点O右(上)方的柱体2。双柱仅在*y*方向上自由 振动,柱体的运动方程为:





Fig. 1 Computational model

式中 y为柱体的位移; c为柱体结构阻尼; k为弹簧 刚度; m为柱体单位长度质量;  $F_{\rm L}(t) = 0.5 \rho U^2 D C_{\rm L}$  为柱体受到的y方向流体力分量,其中,  $C_{\rm L}$ 为升力 系数。

为方便观测不同排列下双柱结构与流体之间的 相互作用,选取*m*<sup>\*</sup>=3,*c*=0作为柱体的结构参数,以 保证柱体的振动幅度足够大。

### 1.2 边界条件及网格划分

基于数值计算软件 Fluent,对双方柱的涡激振动 进行数值模拟,计算域的设置如图 2 所示。来流为均 匀平行来流,流速为 U, 雷诺数 Re=100。在该雷诺数 下,认为三维效应影响很小<sup>[22-23]</sup>,且来流为层流。同 时,低雷诺数下观测到的涡激振动(VIV)行为也能较 好地预测高雷诺数下的 VIV 行为<sup>[24]</sup>。入口边界采用 速度入口边界,距柱体中心距离为 25D。出口采用压 力出口边界条件,距柱体中心 50D。上下边界距离为 40D,采用对称边界条件,柱体表面设为无滑移壁面。



采用嵌套网格技术进行数值模拟,该技术能克服动网格易出现负体积网格的问题,可以适应复杂的结构运动,能在结构运动的过程中保持较好的网格质量。文献[25-26]表明,嵌套网格技术在工程运用的数值模拟中能提供较高的准确度。计算模型的网格如图3所示,背景网格和部件网格均采用结构化网格。求解器采用基于压力的压力耦合求解器,



Fig. 3 Computational grid scheme

算法为Couple算法。考虑计算结果的精度,采用二 阶迎风格式进行空间离散、一阶隐式格式进行时间 离散。柱体运动方程的求解采用四阶龙格-库塔法 并通过UDF实现。

### 1.3 网格参数

以 $Re=100, \theta=0$ °的串列双方柱静态绕流为研 究算例,研究网格密度、计算时间步长对数值计算结 果的影响,不同参数下固定串列双方柱绕流的计算 结果如表1所示。其中 $C_{Lms}$ 为升力系数均方根(本文 中的均方根均为数据除去直流信号(即减去平均值) 后的取值,下文中 $y_{ms}$ 也如此), $C_{D}$ 为平均阻力系数。 考虑计算时间成本和计算结果的准确度,选取网格 数为74294的网格模型,时间步长取0.01。

表1 不同参数的计算结果 Tab. 1 Results of different parameters

网格数	时间 步长/s	$St_1$	$C_{\rm Lrms1}$	$C_{D1}$	$St_2$	$C_{\rm Lrms2}$	$C_{D2}$
44104	0.05	0.124	0.008	1.349	0.124	0.023	-0.137
74294	0.5	0.115	0.007	1.303	0.115	0.019	-0.132
	0.05	0.121	0.009	1.308	0.121	0.024	-0.128
	0.01	0.122	0.009	1.308	0.122	0.024	-0.128
	0.005	0.122	0.009	1.308	0.122	0.024	-0.128
102624	0.05	0.121	0.009	1.302	0.121	0.024	-0.124
228904	0.5	0.115	0.007	1.29	0.115	0.02	-0.125
	0.05	0.122	0.009	1.295	0.122	0.025	-0.12
	0.01	0.122	0.009	1.295	0.122	0.025	-0.12

### 1.4 数值计算模型的验证

选取 Re=100, m<sup>\*</sup>=3, c=0 的单方柱为算例, 其 静态绕流计算结果与文献的比较如表 2 所示。进行 方柱单自由度自由振动的模拟, 通过改变方柱的自 振频率从而改变折合流速, 得到方柱的涡激振动响 应曲线, 如图4 所示。图4中, 折合流速 U, 及无量纲 位移 A<sup>\*</sup>可由下式计算:

$$U_r = \frac{U}{f_n D} \tag{4}$$

$$A^* = \frac{\sqrt{2} y_{\rm rms}}{D} \tag{5}$$

式中  $f_n$ 为柱体的自振频率; $y_{ms}$ 为柱体位移y的均方根。

由表2及图4可以发现,固定柱绕流各项参数和 振动响应的振幅曲线均与其他文献的结果十分接 近,验证了数值计算模型的准确性。

#### 表2 计算结果与文献结果的比较

Tab. 2 Comparison of present results and literature results

数据来源	St	$C_{\rm Lrms}$	$C_D$
Zhao 等 <sup>[27]</sup>	0.145	0.191	1.452
Sahu 等 <sup>[28]</sup>	0.149	0.188	1.488
Sharma 等 <sup>[29]</sup>	0.149	0.192	1.494
本文结果	0.15	0.192	1.474





### 2 计算结果与分析

双方柱涡激振动的数值计算在  $Re=100, m^*=$ 3, $\zeta=0, P/D=2$ 的条件下展开,考虑四种不同位置 的双方柱排列( $\theta=0^{\circ}(串列), 30^{\circ}, 60^{\circ}, 90^{\circ}(并列)$ ), 计算的折合流速范围为1~30,每个算例都经过足够 长时间的计算以保证柱体达到稳态响应。

#### 2.1 振动响应特性

不同排列双方柱的A\*随U.的变化情况如图5 所示,单方柱的计算结果也在图中给出以进行比较。 当双方柱呈串列( $\theta=0^{\circ}$ )排列时,与单方柱相比,初 始分支时,双柱的振幅被抑制;下端分支时,上游柱 (柱1)涡激振动振幅被抑制,下游柱(柱2)则相反。 下游柱振幅曲线仅在U<sub>1</sub>=6.5出现一个峰值,该折 合流速比单柱共振发生时的折合流速 $(U_r=5)$ 略 大。上游柱在U<sub>1</sub>=6.5,14处出现两个峰值,且第二 个峰值比第一个峰值稍大。当U, >20时, 上游柱的 振幅与单柱接近,而下游柱仍保持较大的振幅。图5 中给出相同条件下,处于固定上游柱尾流中的下游 柱的振幅响应<sup>[13]</sup>。对比可以得出结论,上游柱的振 动增大了尾流作用于下游柱的强度,使得下游柱的 振幅增大。当 $\theta=30^{\circ}$ 时,下游柱初始分支的振幅急剧 增大,其峰值约为单柱的3倍多,对应的折合流速 U<sub>r</sub>=8。当U<sub>r</sub>>10时,下游柱的振幅随着流速的增大

迅速增大,出现类似于驰振的振动现象。该现象在 串列双圆柱的涡激振动研究中也被观测到<sup>[30]</sup>,其被 称为尾流驰振。上游柱的振动响应与下游柱类似, 但上游柱 U,=8处的峰值较小,且其整体振幅均比下 游柱小。当θ=60°时,双柱振幅曲线均在 U,=6.5,13 处出现两个峰值,上游柱的两个峰值一样大,下游柱 振幅曲线的第一个峰值约为第二个峰值的2倍。当 θ=90°时,双柱在U,=5处振幅有所不同,上游柱出 现较大的振幅,而下游柱振幅偏小。除此之外,双柱 振幅曲线基本一致,均在U,=6.5,20处出现峰值,且 两个峰值大小相差不大。下文将结合流场情况对对 称的并列双柱结构出现不同振幅的情况进行解释。



图 5 不同排列双方柱振幅响应曲线 Fig. 5 Amplitude of two square cylinders in different arrangement

图6为不同U,下串列双方柱振动位移的无量 纲功率谱密度(PSD)。对比双柱的功率谱密度, 可以发现双柱振动频率基本一致。当U<sub>r</sub><12或 U>20时,双柱均以单一的频率振动;当12<U< 20时,双柱均存在第二个振动频率。图7给出了串 列双柱的无量纲振动频率随U,的变化曲线。可见  $12 < U_r < 20$  区域出现"弱锁定"现象(即  $f_r/f_r < 1$  的 锁定),第二个振动频率锁定在 $f_{x}/f_{z}=0.75$ 处。频 率未锁定在 f\_/f\_=1 处可能是由于柱体质量比较 小,因此流体附加质量对振动频率的影响不能忽 略。从图6中可以发现,在12<U<20区域,上游 柱的振动由第二个振动频率主导,下游柱由第一 个振动频率主导。从图 5(a)中也可以发现,下游 柱振幅曲线在U=14处的斜率与该点两侧有些区 别。由此也说明,下游柱第一个振动频率的振幅 远大于第二个振动频率的振幅,因此第二个振动 频率的振动对下游柱在12<U<sub>r</sub><20处振幅曲线的 影响不大,而上游柱则相反。

图 8 为不同  $U_r$ 下其他排列双方柱振动位移的无量纲 PSD。由于同一排列的两个方柱振动频率分布类似,因此图中只给出了柱 1 振动位移的 PSD。 对于 $\theta$ =30°的双方柱排列情况,在  $U_r$ <10 的范围内,柱体主要的振动频率不变,这是由于旋涡脱落导致的振动频率。当 $U_r$ >10时,柱体发生与串列排列 10< $U_r$ <25 区域类似的"弱锁定"现象,与振幅曲线中的尾流驰振相对应。对于 $\theta$ =60°的双方柱排列情况,当 $U_r$ <4.5时,柱体振动频率极其分散;在4.5< $U_r$ <6 的范围内,柱体呈现单一的振动频率,此时发生了旋涡脱落共振;当 $U_r$ >6 时,柱体发生"弱锁定"现象,但振动频率仍保持较宽的频率带。对于 $\theta$ =90°的双方柱排列情况,柱体在 $U_r$ =5发生旋涡脱落共振,呈现单一振动频率。柱体在 $U_r$ >24



图 6 串列排列双方柱振动位移无量纲功率谱密度图 Fig. 6 Normalized PSD of vibration displacements for two cylinders in tandem arrangement





Fig. 7 Variations of normalized vibration frequency with reduced velocity for two cylinders in tandem arrangement

时,以单一的旋涡脱落频率振动。除了上述范围外, 柱体振动频率呈现极其宽阔的频率带,频率大致分 布在约为0.15的旋涡脱落频率及f<sub>e</sub>/f<sub>a</sub>=0.8的"弱锁 定"频率周围。由上可以总结得到,双方柱振动频率 主要由旋涡脱落频率及"弱锁定"频率组成。在折合 流速较低时,旋涡脱落频率占主导,且不出现"弱锁 定"频率;当折合流速较大时,除个别情况外(串列排 列的下游柱),"弱锁定"频率占主导;当折合流速超 出一定范围时,旋涡脱落频率又取得主导地位。对 比图 8 的各子图可以发现,随着θ的增大,振动频率 分布的频带越来越宽。这与双柱横向间距增大而带 来的无序间隙流密切相关,文章后面会给出相应的 流场结构进行解释。

#### 2.2 气动力特性

图9给出了不同排列双方柱C<sub>n</sub>随U<sub>r</sub>的变化情 况。对于串列双方柱排列情况(见图9(a)),当U,< 5.5时,双柱CD基本保持不变,下游柱CD2由于上游 柱尾流区的负压作用而出现负值<sup>[9]</sup>。当共振发生 时(U<sub>r</sub>=6.5), C<sub>D1</sub>突增, 之后随着U<sub>r</sub>的增大逐渐增 大,超出共振区后又缓慢减小至定值。CD2在Ur= 6.5 时突增至最大值,且其值由负数转为正数,之 后逐渐减小。由于柱2相对于柱1较大的振幅,使 柱1失去"遮挡"作用,柱2离开柱1尾流的负压区, 直接暴露在来流中,CD2变成正值。柱2与柱1的 相对位移决定了柱2离开负压区的前表面面积,相 对位移越大,柱2在负压区外的前表面面积越大,  $C_{D2}$ 越大,因此 $C_{D2}$ 随 $U_r$ 的变化趋势与 $A_2^*$ 一致。图 9(b)给出了 $\theta$ =30°时双方柱 $C_D$ 情况, $C_D$ 的变化趋 势与 $\theta = 0$ °时的情况类似。当 $U_r < 5, C_{D2}$ 比 $C_{D1}$ 稍 大;在共振区(5≪U,≪8)内,CD2突增,其值一直保 持在较大值;超出共振范围时,C<sub>D2</sub>呈现断崖式下 跌,之后随着 $U_r$ 增大渐渐减小。对于 $\theta = 60°$ 的双 方柱排列情况(见图9(c)),Cn曲线除了在共振区出 现一个峰值外,在其他U,处均接近于定值,该值比 其在θ=0°,30°时要大。C<sub>D2</sub>未达到共振区时接近于 1.5,在共振区内,Cn2先减小至最小值,而后迅速增 大至最大值又急速减小。在U,超出共振区时,CD2 没有太大的变化。当双柱处于并列排列时,双柱C<sub>D</sub> 曲线(见图9(d))十分相似,仅在共振区的发展有所 不同。共振区外,双柱C<sub>2</sub>均保持在一定值附近;共









振区内, C<sub>D1</sub>先减小后增大, C<sub>D2</sub>则先增大后减小。

图 10 给出了不同排列双方柱 C<sub>Lms</sub>随 U,的变化 情况,将其与图 5 中 A<sup>\*</sup>随 U,的变化情况作对比,可 以发现 A<sup>\*</sup>与 C<sub>Lms</sub>之间的关系。不同排列下双方柱 A<sup>\*</sup>受涡激振动和尾流驰振的影响。可以发现,涡激 振动发生时, A<sup>\*</sup>与 C<sub>Lms</sub>成正比关系,图 10 中各 C<sub>Lms</sub> 曲线的峰值都能在图 5 中一致的 U,处发现相应的振 幅曲线峰值。尾流驰振发生时,其*C*<sub>Lms</sub>有一定程度的增大,但其大小与*A*\*无关。*θ*=30°的双方柱排列中,当*U*,>10时,虽然*A*\*随*U*,的增大而增大,但其 *C*<sub>Lms</sub>基本保持不变。并列排列中,双方柱*A*\*曲线在 10*<U*,<25内存在一个峰,但其*C*<sub>Lms</sub>曲线在该*U*,范 围内仍较为平滑。上述*U*,范围均为尾流驰振发生 的范围,这也与驰振的特性一致。驰振发生时的振





幅增大是由于负阻尼机制引起的,与其受到的流体 力大小无关<sup>[30]</sup>。

### 2.3 流场结构特征

图 11为串列排列双方柱的三种尾流结构。当 U, 《6.3时, 双柱尾流结构如图 11(a)所示, 由于双 柱振幅均较小, 其尾流较稳定, 脱落的旋涡涡度较 小, 下游柱背风面出现正反旋涡共存的两条平行涡 街, 其涡街在下游距柱体较远处转变为"2S"模式。 当6.3《U, 《7.5, 此时双柱处于旋涡脱落共振状 态, 振幅较大, 尾流结构如图 11(b)所示。下游柱由 于大幅度的振动, 周期性地交替脱落强度较大的正 反旋涡,且正反旋涡横向间距较大。旋涡在远离柱体时,强度逐渐减小,正反旋涡之间的影响也减小, 同向旋涡渐渐连成一片,形成两条平行的涡街。当 U<sub>r</sub>≥7.5时,双柱尾流呈现"2S"模式,如图11(c)所示。由于下游柱振幅的降低,脱落的正反旋涡横向 间距减小,其横向间距不足以形成两条平行涡街,因 此呈现"2S"模式。

θ=30°的双方柱排列尾流结构如图12所示。
当U,≤6.5或8.3≤U,≤10时,双柱尾流结构如图
12(a)所示,其旋涡形状类似图11(c)的旋涡,但由
于其正向旋涡是双柱分离的剪切层融合形成,比仅
由下游柱剪切层形成的反向旋涡规模要大。由于双







图 12  $\theta$ =30°排列双方柱尾流结构 Fig. 12 Wake structure of two cylinders in the arrangement of  $\theta$ =30°

柱横向间距不为零,下游柱对上游柱分离剪切层的 干扰关于*x*轴不对称,因此当*U*,≪6.5时,下游柱背 风面并不能像图11(a)那样形成两条平行涡街。当 6.5<*U*,<8.3时,双柱处于旋涡脱落共振状态,其 旋涡脱落情况如图12(b)所示,与图11(b)情况一 致。当*U*,>10时,双柱发生尾流驰振,柱体的旋涡 结构及其复杂,这是由于双柱排列位置及下游柱过 大的振动幅度导致的。当双柱间距较小时,上游柱 脱落的旋涡受到下游柱的干扰,如图12(c)所示;当 双柱间距较大时,上游柱脱落的旋涡受到下游柱的 影响极小,如图12(d)所示。伴随着双柱间距的变 化,其尾涡结构一直在这两种状态间逐渐变化,因此 形成极其混乱的尾流结构。

图 13 为  $\theta = 60^{\circ}$ 的 双 方 柱 排 列 尾 流 结 构 。 当 $U_{,} \leq 4.2 \otimes 7.5 \leq U_{,} \leq 13$ 时,此时双柱间的间隙 流极不稳定,偏转方向在双柱之间无规律变化,导致 双柱后无序的旋涡脱落情况,如图13(a)所示。当 4.2 < U, < 7.5时,此时双柱处于旋涡脱落共振状 态,振幅较大,旋涡以柱体振动的频率周期性脱落, 尾流结构如图13(b)所示。当13 < U,时,由于间隙 流对柱体间隙的扩张,柱间距扩大,双柱开始各自脱 落旋涡,但其脱落的旋涡在下游处仍会发生相互作 用,如图13(c)所示。

图14展示了并列双方柱的尾流结构,其与 $\theta$ = 60°的双方柱排列类似。当 $U_r \leq 4.5$ 及 $6 < U_r < 11$ 时,其尾涡结构如图14(a)所示,与图13(a)情况类 似。当 $5 \leq U_r \leq 6$ 时,此时双柱处于旋涡脱落共振 状态,尾流结构如图14(b)所示。此时柱体间隙流 偏向上游柱,因此上游柱受到较大的冲击力而产生 较大的振幅,这也解释了图5(d)中对称的双柱结构



图 13  $\theta = 60^{\circ}$ 排列双方柱尾流结构 Fig. 13 Wake structure of two cylinders in the arrangement of  $\theta = 60^{\circ}$ 



(c)  $U_r = 22$  (d)  $U_r = 30$ 图 14  $\theta = 90^{\circ}$ 排列双方柱尾流结构 Fig. 14 Wake structure of two cylinders in the arrangement of  $\theta = 90^{\circ}$ 



图 15 并列双方柱无量纲位移平均值随折合流速的变化 Fig. 15 Variations of normalized displacement of two sideby-side square cylinders with *U*<sub>r</sub>

出现不一致振幅的情况。同时,间隙流定向偏转到 上游柱,也导致双柱不一致的旋涡脱落频率<sup>[12]</sup>,因 此其振幅曲线出现两个共振峰。由于间隙流对柱体 间隙的扩张,随着折合流速的增大,双柱处于平衡状 态时的间距增大,图15中柱体的振动位移平均值曲 线反映了这种趋势。因此对于不同*U*<sub>r</sub>,并列双柱的 间隙流会出现不同的状况。当11<*U*<sub>r</sub><24时,此 时柱体发生尾涡驰振,柱间隙的扩大使其间隙流不 发生偏转,并列双柱的尾涡如图14(c)所示,与图13 (c)的尾涡结构相似。当24<*U*<sub>r</sub>时,柱间距的进一 步扩大使柱体流体力的性质发生变化,不再出现负 阻尼机制,驰振不再发生,因此振幅减小,这也是并 列双柱振幅曲线第三个峰值出现的原因,此时,下游 处双柱之间的尾涡相互作用减弱,出现较为规律两条平行涡街,如图14(d)所示。

### 3 结 论

本文在*Re*=100,*m*<sup>\*</sup>=3,ζ=0时,对间距比 *P/D*=2的双方柱排列在*U*,=1~30下的涡激振动 进行了数值模拟研究,考虑了串列、并列、错列的双 柱排列情况,得到了以下结论:

(1)对于串列及错列的双方柱排列情况,下游 柱涡激振动振幅增大,上游柱涡激振动振幅受到抑 制。对于并列排列情况,双方柱振动曲线几乎一致, 其涡激振动最大振幅比单柱稍大。对于θ=60°的双 柱排列情况,当U,>10时,尾流驰振发生,振幅随着 U,的增大而增大。而在双柱其他排列情况中,尾流 驰振仅在10<U,<20的范围内发生。</p>

(2)当尾流驰振发生时,双柱存在"弱锁定"振动频率,由旋涡脱落导致的振动频率则在各U,下均存在。对于θ=0°,30°的双柱排列情况,双柱振动频率集中在单一的频率上;当θ=60°,90°时,振动频率分散在较宽的频率带。

(3)除 θ=30°排列外,其余排列的双柱 C<sub>D</sub>均在 共振区内突增,在共振区外保持不变。对于 θ=30° 的双柱排列,其下游柱 C<sub>D</sub>在 U,超出共振区时随着 U,的增大逐渐减小,而上游柱 C<sub>D</sub>在共振区外也保持 不变。在共振区内,双柱 C<sub>Lms</sub>随 U,的变化情况与A\* 随 U<sub>r</sub>的变化趋势一致;当尾流驰振发生时,其 C<sub>Lms</sub> 有一定程度的增大,但其大小与A<sup>\*</sup>无关。在其余 U<sub>r</sub> 范围内,双柱 C<sub>Lms</sub>基本不变。

(4) 串列双柱存在3种尾流模式,这些模式由平 行涡街模式及"2S"模式组合构成。θ=30°双柱排列 的尾流模式与串列双柱相似,但在超出共振区时,其 尾流呈现无序状态。在θ=60°,90°双柱排列中,当 U,较大时,双柱尾涡结构呈现混乱的状态;当U,较 高时,柱体各自独立脱落旋涡。

### 参考文献:

- Williamson C H K, Govardhan R. Vortex induced vibrations[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 2004, 36:413-455.
- [2] Bearman P W. Circular cylinder wakes and vortex-induced vibrations [J]. Journal of Fluids and Structures, 2011, 27(5-6):648-658.
- [3] Sarpkaya T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations[J]. Journal of Fluids and Structures, 2004, 19(4):389-447.
- [4] Gabbai R D, Benaroya H. An overview of modeling and experiments of vortex-induced vibration of circular cylinders[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 282(3-5):575-616.
- [5] Alam M M, Kim S. Free vibration of two identical circular cylinders in staggered arrangement [J]. Fluid Dynamics Research, 2009, 41(3):035507.
- [6] Qin B, Alam M M, Zhou Y. Free vibrations of two tandem elastically mounted cylinders in crossflow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2019, 861:349-381.
- [7] Obasaju E D, Ermshaus R, Naudascher E. Vortex-induced streamwise oscillations of a square-section cylinder in a uniform stream[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1990, 213:171-189.
- [8] Nemes A, Zhao J, LoJacono D, et al. The interaction between flow-induced vibration mechanisms of a square cylinder with varying angles of attack[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2012, 710:102-130.
- [9] Sakamoto H, Hainu H, Obata Y. Fluctuating forces acting on two square prisms in a tandem arrangement [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1987, 26(1):85-103.
- [10] Sohankar A. A numerical investigation of the flow over a pair of identical square cylinders in a tandem arrangement [J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2012,70(10):1244-1257.
- [11] Alam M M, Zhou Y, Wang X W. The wake of two side-by-side square cylinders [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2011, 669:432-471.
- [12] Alam M M, Bai H, Zhou Y. The wake of two stag-

gered square cylinders[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2016, 801:475-507.

- [13] Bhatt R, Alam M M. Vibrations of a square cylinder submerged in a wake[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2018, 853:301-332.
- [14] Han Zhaolong, Zhou Dai, Malla Anamika, et al. Wakeinduced vibration interference between a fixed square cylinder and a 2-DOF downstream square cylinder at low Reynolds numbers [J]. Ocean Engineering, 2018, 164:698-711.
- [15] Nepali Ramesh, Ping Huan, Han Zhaolong, et al. Two-degree-of-freedom vortex-induced vibrations of two square cylinders in tandem arrangement at low Reynolds numbers[J]. Journal of Fluids and Structures, 2020,97:102991.
- [16] 杜晓庆,邱涛,赵燕.低雷诺数下串列双方柱尾流致涡激振动研究[J].振动工程学报,2020,33(5):985-993.
  DU Xiaoqing, QIU Tao, ZHAO Yan. Numerical simulation of wake-induced vortex vibration on two tandem square cylinders[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020,33(5):985-993.
- [17] 杜晓庆,邱涛,郑德乾,等.低雷诺数中等间距串列双方 柱涡激振动的数值模拟[J].哈尔滨工业大学学报, 2020,52(10):94-101.

DU Xiaoqing, QIU Tao, ZHENG Deqian, et al. Numerical simulation on vortex-induced vibration of two tandem square cylinders with medium spacing at a low Reynolds number[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2020,52(10):94-101.

- [18] 杜晓庆,邱涛,赵燕.低雷诺数串列双方柱流致振动质量比效应的数值研究[J].力学学报,2019,51(6):1740-1751. Du Xiaoqing, Qiu Tao, Zhao Yan. Numerical investigation of mass ratio effect on flow-induced vibration of two tandem square cylinders at low reynolds number [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2019,51(6):1740-1751.
- [19] Guan M Z, Jaiman R K, Kang C W, et al. Freely vibrating two side-by-side square columns with combined translational motions[C]. ASME 2016 35th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, Busan, South Korea, 2016.
- [20] Guan M Z, Jaiman R K. Flow-induced vibration of two side-by-side square cylinders with combined translational motions[J]. Journal of Fluids and Structures, 2017, 69:265-292.
- [21] Guan M Z, Jaiman R K, Narendran K, et al. Fluidstructure interaction of combined and independent configurations of two side-by-side square cylinders at low Reynolds number[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2018, 72:214-232.
- [22] Borazjani I, Sotiropoulos F. Vortex-induced vibrations of two cylinders in tandem arrangement in the proximity-wake interference region [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2009, 621:321-364.

- [23] Papaioannou G V, Yue D K P, Triantafyllou M S, et al. Three-dimensionality effects in flow around two tandem cylinders[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2006, 558:387-413.
- [24] Bao Y, Huang C, Zhou D, et al. Two-degree-of-freedom flow-induced vibrations on isolated and tandem cylinders with varying natural frequency ratios [J]. Journal of Fluids and Structures, 2012, 35:50-75.
- [25] Wang H, Ding L, Zhang L, et al. Control of two-degree-of-freedom vortex-induced vibrations of a circular cylinder using a pair of synthetic jets at low Reynolds number: influence of position angle and momentum coefficient[J]. International Journal of Heat & Fluid Flow, 2019, 80:108490.
- [26] Zou Q, Ding L, Wang H, et al. Two-degree-of-freedom flow-induced vibration of a rotating circular cylinder

[J]. Ocean Engineering, 2019, 191:106505.

- [27] Zhao M, Cheng L, Zhou T. Numerical simulation of vortex-induced vibration of a square cylinder at a low Reynolds number[J]. Physics of Fluids, 2013, 25(2):023603.
- [28] Sahu A K, Chhabra R P, Eswaran V. Two-dimensional unsteady laminar flow of a power law fluid across a square cylinder[J]. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 2009, 160(2-3):157-167.
- [29] Sharma A, Eswaran V. Heat and fluid flow across a square cylinder in the two-dimensional laminar flow regime[J]. Numerical Heat Transfer. Part A, Applications, 2004, 45(3):247-269.
- [30] Sun Q, Alam M M, Zhou Y. Fluid-structure coupling between two tandem elastic cylinders[J]. Procedia Engineering, 2015, 126:564-568.

# Numerical simulation on vortex-induced vibration of two square cylinders with small spacing in different arrangement

WU Yi-dong<sup>1</sup>, LI Hai-quan<sup>2</sup>, WANG Xiao-xin<sup>1</sup>, SHI Li<sup>1</sup>, WU Xin-xin<sup>1</sup>

(1.Institute of Nuclear and New Energy Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2.Huaneng Shangdong Shidao Bay Nuclear Power Co., Ltd., Weihai 264312, China)

Abstract: In order to investigate the vortex-induced vibration characteristics and vibration mechanism of two square cylinders with small spacing in different arrangements, numerical simulation on vortex-induced vibration of two square cylinders in tandem, parallel, staggered arrangement is carried out at Reynolds number Re=100 with the spacing ratio of 2 and the mass ratio of 3. The amplitude and frequency of vortex-induced vibration (VIV) response of two square cylinder at  $U_r=1-30$  is studied and the lift and drag coefficient are obtained to understand the characteristic of the aerodynamic coefficient. The wake structures of two square cylinders in different arrangements are analyzed. The results show that the vibration amplitude of downstream cylinder in tandem, staggered arrangement is much larger than that of single square cylinder while the vibration of upstream cylinder is suppressed (except the case of  $\theta = 60^{\circ}$ ). The amplitude curves of two cylinders in parallel arrangement are almost identical, with the vibration amplitude larger than that of single square cylinder. The wake galloping phenomenon of two cylinders is observed in all arrangement, which make the cylinders maintain a lager amplitude as  $U_r$  exceeds the resonance range. The  $C_D$  of two cylinders in different arrangement abruptly increases in the resonance range and keeps constant beyond the resonance range (except the  $C_D$  of downstream cylinder at  $\theta = 30^{\circ}$ ). In the resonance  $U_r$  range, the variations of CLrms with  $U_r$  of two cylinders are related to the  $A^*$  while that keeps constant beyond the resonance range. There are three wake mode of two square cylinders in tandem arrangement. The wake structure of cylinders at  $\theta = 30^{\circ}$  is similar to that of cylinders in tandem, while it is in a state of chaos beyond the resonance range. As  $\theta = 60^{\circ}$  and  $90^{\circ}$ , the shear layer of two square cylinders sheds disorderly at lower  $U_r$  while the vortex sheds individually from each cylinder at higher  $U_r$ .

Key words: vortex-induced vibration; two square cylinders; parallel arrangement; tandem arrangement; staggered arrangement

作者简介: 邬益东(1995—),男,博士研究生。电话: (010)62784809-8012; E-mail: wuyd19@mails.tsinghua.edu.cn。 通讯作者: 史 力(1979—),男,博士,研究员。电话: (010)62784809-8012; E-mail: shili@mail.tsinghua.edu.cn。