## 直升机超临界尾传动轴限幅减振器非线性动力学 特性研究

王 旦,宋立瑶,陈 柏,李 波,朱如鹏,吴洪涛

(南京航空航天大学直升机传动技术国防科技重点实验室, 江苏南京 210016)

摘要:直升机超临界尾传动轴在跨临界转速时会产生剧烈的振动。限幅减振器是专门针对尾传动轴跨临界减振问 题设计的一种复合式减振器。限幅减振器与尾传动轴组成的系统具有摩擦、碰撞等强非线性特征,动力学特性异常 复杂。为揭示限幅减振器工作机理并指导减振器设计,建立了具有双间隙结构的限幅减振器与尾传动轴系统的弹 簧-质量-阻尼等效模型。分别基于直接时间域积分和时频变换谐波平衡(Harmonic Balance Method with Alternating Frequency-Time Domain Technique)+数值延拓(Numerical Continuation)两种方法对控制方程进行了求解。计 算结果表明,限幅减振器存在无作用、正常减振、异常减振、限位四种工作状态。其中,限位状态是针对故障工况下 尾传动轴进行的临时限位保护。此外,进一步研究了减振器参数对减振和限位效果的影响,得到了传动轴与碰摩环 之间间隙、碰撞刚度以及临界摩擦力对限幅减振器减振效果的影响规律。发现存在最优临界摩擦力,且最优临界摩 擦力与传动轴不平衡量等有关。同时限位状态下,通过增加碰摩环与底座之间的碰撞刚度可以减小限位幅值,但也 会产生更大的冲击力。最后,开展了正常减振工况下碰摩间隙和临界摩擦力两个关键参数对限幅环减振效果影响 的试验研究,验证了模型的有效性。

关键词:超临界尾传动轴;限幅减振器;双间隙;干摩擦;限位保护
中图分类号:V214.19 文献标志码:A 文章编号:1004-4523(2023)03-0593-13
DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.03.001

## 1 概 述

传动系统是直升机三大动部件之一,主要由三 器两轴即主减速器、中间减速器、尾减速器、动力传 动轴及尾传动轴组成<sup>[1]</sup>。其中,尾传动轴将主减速 器尾输出动力经由中间减速器再传给尾减速器以驱 动尾桨,是连接主、中、尾减速器的重要部件。直升 机尾传动轴有两种设计方案[2]:一是亚临界设计,尾 传动轴的最大工作转速低于一阶临界转速,并有一 定的安全裕度;二是超临界设计,尾传动轴的工作转 速位于一阶临界转速与二阶临界转速之间。采用亚 临界方案时,为了提高尾传动轴的一阶临界转速以 保证在最大工作转速之上,需设置较多的轴段[3]及 轴承支点,增加了传动系统的成本和重量。这对直 升机来说是不利的。传统的直升机,如法国的"超黄 蜂"、美国的"黑鹰"等采用了亚临界设计。超临界设 计允许传动轴的跨度很大,减少了支承数量,使得尾 传动轴系结构简单,重量和成本都相应减小。因此,

超临界尾传动轴能更好地满足直升机的发展需求。 目前超临界方案已经成为直升机传动轴系设计的一 种趋势。阿古斯塔AB129、欧直EC175等先进直升 机的尾传动轴均采用了超临界设计<sup>[4]</sup>。但超临界设 计意味着尾传动轴必须跨过一阶临界转速,而尾传 动轴由于存在不平衡量,跨临界转速时会产生剧烈 的横向振动,使尾轴受到巨大的作用力,甚至破坏失 效,严重影响到尾传动轴系的寿命和安全。因此针 对超临界设计带来的振动问题,开展直升机超临界 尾传动轴跨临界转速减振技术研究具有重要意义。

目前针对尾传动轴的减振手段主要有支承减振器和限幅减振器。支承减振器主要包括实心橡胶减振器和橡胶-硅油组合式黏弹性减振器。其中橡胶-硅油组合式黏弹性减振器采用空心橡胶环结构,环腔内充满对温度变化不敏感的硅油<sup>[5]</sup>。支承减振器通常安装在传动轴系的轴承与轴承座之间,通过自身的阻尼对传动轴减振。但对于超临界尾传动轴,其传动轴较长,轴承之间跨度较大,仅在支承处安装减振器,减振效果有限。因此通常需要在轴段

收稿日期: 2021-06-03; 修订日期: 2022-03-14

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52005253);中国博士后科学基金资助项目(2020M681579);中央高校基本科研 业务费资助项目(NT2020010);直升机传动技术国防科技重点实验室开放基金资助项目(HTL-A-20G04)。

中间处进一步安装限幅减振器,如图1所示,限幅减振器能有效抑制尾传动轴跨临界转速时的横向振动。



图1 带限幅减振器的直升机尾传动轴系三维模型

Fig. 1 3D model of the tail rotor drive shafts of helicopter with hybrid dampers

由于限幅减振器是针对传动轴跨临界转速设计 的,因此一方面要求限幅减振器在传动轴跨临界转 速时能起到很好的减振作用,另一方面当传动轴到 达工作转速后,限幅减振器将不再工作,以避免对尾 传动系统的正常运转造成影响。这也是限幅减振器 不同于其他减振器的独特之处。

国内外对于限幅减振器已经开展了一些相关研 究工作。Özavdın等<sup>[67]</sup>基于谐波平衡法研究了限幅 减振器的非线性动力学特性,得到了传动轴的幅频 特性曲线,在此基础上分析了摩擦阻尼、减振器的分 布位置以及减振器与传动轴之间间隙对减振效果的 影响。Dżygadło等<sup>[8]</sup>建立了尾传动轴系和限幅减振 器的动力学模型,着重研究了间隙对减振效果的影 响,得出了带间隙的限幅减振器减振效果更佳的结 论。但上述研究均只分析了转轴与减振器之间的单 间隙影响,减振器自身结构中所包含的第二重间隙 的动力学影响未被考虑。Huang 等<sup>[9]</sup>建立了考虑双 间隙结构的限幅减振器动力学模型,进行了传动轴 系的动力学响应特性分析。但其所建立的模型耦合 了过多不相关因素,导致其对减振器基本工作原理 的分析不够清晰,难以有效指导减振器设计和改型。 此外,复合材料传动轴相比于传统铝轴具有更高的 比强度、比刚度[10],可以进一步减轻传动系统的重 量,因此得到了越来越多的研究和应用。Spears<sup>[11]</sup> 针对贝尔429直升机的复合材料超临界尾轴设计了 限幅减振器,介绍了减振器基本组成,但其并未开展 减振器基本工作原理和非线性动力学方面的研究。 综上可知,当前关于限幅减振器的研究虽取得了一 定成果,但相关研究存在模型结构不完善或者耦合 了过多不相关因素等问题,尚未厘清限幅减振器的 基本工作原理,未能有效揭示减振器工作过程中独 特的非线性动力学特性及其影响因素。因此,本文 聚焦于减振器的基本工作原理,建立兼具双间隙结 构及干摩擦特征的限幅减振器非线性动力学模型,

并详细分析限幅减振器关键参数对减振效果的影 响,为限幅减振器设计和改型提供理论支持。

## 2 传动轴及限幅减振器系统动力学 模型

限幅减振器主要由碰摩环、预紧弹簧、摩擦片、 螺栓及底座等组成,详细结构如图2所示。为方便 尾轴安装,碰摩环分为上下两部分,中间通过螺栓进 行连接。传动轴安装在碰摩环内部,与碰摩环之间 预留间隙 $\delta_1$ 。下方碰摩环两侧安装有四个摩擦片, 其与碰摩环之间的摩擦系数为 $\mu$ ,通过两个螺栓将 碰摩环和摩擦片安装在底座上,并使碰摩环与螺栓 之间预留间隙 $\delta_2$ ,如图2(b)所示。在螺栓上安装预 紧弹簧,通过预紧弹簧向摩擦片施加预紧力 $F_n$ 。



当传动轴跨临界转速产生剧烈的横向振动时, 传动轴超越间隙δ1与碰摩环产生碰撞。在碰撞力 的作用下,碰摩环发生移动,与摩擦片之间产生干摩 擦,引入摩擦阻尼。当碰摩环超越间隙δ2后将与底 座碰撞,发生第二个碰撞过程,产生限位作用。

#### 2.1 弹簧-质量-阻尼等效模型

限幅减振器与传动轴系统是一个具有强非线性的系统,其动力学行为非常复杂。为了厘清其内在的减振机理,对系统进行简化,建立等效弹簧-质量-阻尼模型,在此等效模型的基础上进行非线性动力学特性分析。

由于限幅减振器主要工作在尾轴的一阶临界转 速附近,因此传动轴的动力学可由单自由度弹簧-质 量-阻尼模型等效,其等效质量为m<sub>eq.1</sub>,等效刚度为 k<sub>eq.1</sub>,等效阻尼为c<sub>eq.1</sub>。采用带有黏性阻尼的线性碰 撞力模型,可将碰撞过程等效为与弹簧-阻尼等效碰 撞模块之间的相互作用。因此碰摩环可等效为带有 上下两个弹簧-阻尼碰撞模块的质量块,其质量为 m<sub>eq.2</sub>,同样固定底座也带有上下两个弹簧-阻尼碰撞 模块,最终得到传动轴与限幅减振器系统的等效弹 簧-质量-阻尼模型,如图3所示。以向上为正方向, 以对称位置为位移原点,设传动轴的位移为u<sub>1</sub>,碰摩 环的位移为u<sub>2</sub>。传动轴与碰摩环之间的碰撞力为 F<sub>N,1</sub>,碰撞刚度和碰撞阻尼分别为k<sub>1</sub>和c<sub>1</sub>。碰摩环与 螺栓之间的碰撞力为F<sub>N,2</sub>,碰撞刚度和碰撞阻尼分 别为k<sub>2</sub>和c<sub>2</sub>。碰摩环与摩擦片之间的摩擦力为F<sub>f</sub>。

根据传动轴与碰摩环的相对运动及位置关系, 可以得到系统的四种不同运动状态。

第一种: $u_1$ 与 $u_2$ 之差的绝对值小于 $\delta_1$ ,传动轴未 与碰摩环碰撞,减振器不起作用。

第二种:u<sub>1</sub>与u<sub>2</sub>之差的绝对值超过δ<sub>1</sub>,传动轴与 碰摩环碰撞,且碰撞力不足以使碰摩环克服最大静 摩擦力。

第三种:碰摩环突破最大静摩擦力而产生运动, 摩擦力由静摩擦力转变为滑动摩擦力。但*u*<sub>2</sub>小于 δ<sub>2</sub>,碰摩环未和底座碰撞。

第四种: $u_2$ 超过 $\delta_2$ ,碰摩环与底座碰撞。



图 3 弹簧-质量-阻尼等效模型

## 型和碰撞力模型,建立系统的非线性动力学方程组。

2.2 系统非线性动力学方程

根据限幅减振器的组成及工作原理分析,系统 在工作过程中会发生两个碰撞过程,分别是传动轴 与碰摩环之间的碰撞、碰摩环与底座之间的碰撞。 传动轴只受到第一个碰撞力及偏心激励的作用,动 力学方程为:

为了得到传动轴与碰摩环的动力学方程,分别

对传动轴和碰摩环进行受力分析,再基于摩擦力模

 $m_{\rm eq,1}\ddot{u}_1 + k_{\rm eq,1}u_1 + c_{\rm eq,1}\dot{u}_1 = -F_{\rm N,1} + F_{\rm e}$ (1) 式中 F<sub>e</sub>为偏心激励力。

本文主要关注传动轴跨临界转速过程中的动力 学响应,因此将传动轴转速从零转速加速到稳定工 作转速。在加速过程中,传动轴的加速度由切向加 速度和向心加速度两部分合成,设传动轴的角加速 度为 $\alpha$ ,偏心距离为e,则切向加速度为 $e\alpha$ ,向心加速 度为 $e(\alpha t)^2$ ;当加速到稳定运行频率后,切向加速度 为零,只存在向心加速度。因此将传动轴加速度产 生的惯性力向竖直方向分解,可得到偏心激励力 $F_e$ 的表达式如下<sup>[12]</sup>:

$$F_{e} = \begin{cases} m_{eq,1}e\left[\alpha\sin\left(\frac{1}{2}\alpha t^{2}\right) + (\alpha t)^{2}\cos\left(\frac{1}{2}\alpha t^{2}\right)\right], t < \frac{\omega_{s}}{\alpha} \\ m_{eq,1}e\omega_{s}^{2}\cos\left[\omega_{s}\left(t - \frac{\omega_{s}}{\alpha}\right) + \frac{\omega_{s}^{2}}{2\alpha}\right], t \ge \frac{\omega_{s}}{\alpha} \end{cases}$$

$$(2)$$

式中  $\omega_s$ 为传动轴稳定运转频率。碰摩环受到两 个碰撞力及摩擦力的作用,动力学方程为:

$$m_{\rm eq,2}\ddot{u}_2 = F_{\rm N,1} - F_{\rm N,2} - F_{\rm f}$$
 (3)

式(1)和(3)即组成传动轴与减振器系统的动力 学控制方程,求解微分方程组即可得到传动轴的动 力学响应。

#### 2.3 碰撞力模型

转子与定子之间的碰摩问题一直是旋转机械方 面的研究重点,产生了很多碰摩力计算模型,其中分 段线性弹簧是最常用的一种计算法向碰摩力的模 型。本文采用同时考虑法向力和法向阻尼的线性弹 簧碰撞力模型<sup>[13]</sup>实现对两个碰撞力的计算。碰撞力 模型如下式所示:

$$F_{\rm N} = k\varepsilon + c\dot{\varepsilon} \tag{4}$$

式中 *k*为法向碰摩刚度;*c*为接触碰撞的法向黏性 阻尼系数<sup>[14]</sup>:

$$c = \frac{3}{2}ak\varepsilon \tag{5}$$

式中 a为经验系数; ɛ为转子与定子之间的侵入 位移。

## Fig. 3 Spring-mass-dashpot equivalent model

设传动轴对碰摩环的侵入位移为 $\epsilon_1$ 。当传动轴 对碰摩环产生侵入时,即 $|u_1 - u_2| - \delta_1 > 0$ ,存在两 种情况:若在传动轴上方产生侵入,即 $u_1 > u_2$ ,此时  $\epsilon_1 = u_1 - u_2 - \delta_1$ ;若在传动轴下方产生侵入,即 $u_1 < u_2$ ,此时  $u_1 < u_2$ ,此时 $\epsilon_1 = u_1 - u_2 + \delta_1$ 。当传动轴未侵入碰 摩环时,即 $|u_1 - u_2| - \delta_1 \leq 0$ ,此时 $\epsilon_1 = 0$ 。可得 $\epsilon_1$ 的 表达式如下:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{1} = \begin{cases} u_{1} - u_{2} - \delta_{1}, |u_{1} - u_{2}| - \delta_{1} > 0, u_{1} > u_{2} \\ u_{1} - u_{2} + \delta_{1}, |u_{1} - u_{2}| - \delta_{1} > 0, u_{1} < u_{2} \\ 0, |u_{1} - u_{2}| - \delta_{1} \leq 0 \end{cases}$$
(6)

设碰摩环对底座的侵入位移为ε<sub>2</sub>。同理,可得 ε<sub>2</sub>的表达式如下:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{2} = \begin{cases} u_{2} - \delta_{2}, |u_{2}| - \delta_{2} > 0, u_{2} > 0 \\ u_{2} + \delta_{2}, |u_{2}| - \delta_{2} > 0, u_{2} < 0 \\ 0, |u_{2}| - \delta_{2} \leq 0 \end{cases}$$
(7)

将侵入位移  $\epsilon_1, \epsilon_2$ 代入式(4),即可得到  $F_{N,1}$ ,  $F_{N,2}$ 的表达式。

#### 2.4 干摩擦模型

采用库伦摩擦模型计算碰摩环与摩擦片之间的 干摩擦力,假设动静摩擦系数相等,且滑动摩擦系数 与两固体接触表面相对运动速度无关而保持恒定。 库伦摩擦模型<sup>[15]</sup>表达式如下:

$$F_{\rm f} \begin{cases} \leqslant \mu F_{\rm n}, v = 0 \\ = -\mu F_{\rm n} {\rm sgn}(v), v \neq 0 \end{cases}$$
(8)

式中 F<sub>i</sub>为摩擦力;µ为滑动摩擦系数;F<sub>n</sub>为接触面 之间的正压力;v为两固体接触表面的相对滑动速 度。由于摩擦片固定,因此碰摩环与摩擦片之间的 相对滑动速度即为碰摩环的速度*i*<sub>2</sub>。

#### 2.5 模型求解方法

首先,为了获得传动轴与减振器系统的时间域 非线性动力学响应,可以直接通过数值积分法对式 (1)和(3)所构成的微分方程组进行求解。考虑到系 统方程为典型的刚性方程,本文直接采用MAT-LAB内置的ode15s求解器进行求解<sup>[16]</sup>。此外,基于 时频变换谐波平衡和数值延拓技术,可直接获得系 统的幅频特性曲线,其中包含了更丰富的系统动力 学信息。

对于一般形式的 N<sub>DOF</sub> 自由度的非线性机械系统,其控制方程可写成如下形式:

$$r(t) = M\ddot{u}(t) + D\dot{u}(t) + Ku(t) + f_{nl}(u(t)) - f_{es}(t) = 0$$
(9)

式中  $u(t) \in \mathbb{R}^{N_{\text{DOF}} \times 1}$ 为系统位移; $M, D, K \in \mathbb{R}^{N_{\text{DOF}} \times N_{\text{DOF}}}$ 分别为系统的质量、阻尼和刚度矩阵; $f_{\text{nl}}, f_{\text{ex}} \in \mathbb{R}^{N_{\text{DOF}} \times 1}$ 分

别为非线性项和激励项。

谐波平衡法假设在周期*T*的基础激励下,系统 响应可近似表示成截断形式的傅里叶级数:

$$\boldsymbol{u}(t) = \hat{\boldsymbol{u}}(0) + \sum_{k=1}^{H} \hat{\boldsymbol{u}}_{c}(k) \cos(k\Omega t) + \hat{\boldsymbol{u}}_{s}(k) \sin(k\Omega t)$$
(10)

式中 *H*为傅里叶级数的截断阶数; $\hat{u}(0), \hat{u}_{c}(k)$ 和  $\hat{u}_{s}(k)$ 分别为常数项、*k*阶余弦和正弦谐波系数; $\Omega = 2\pi/T$ 为基础激励频率。

将截断形式的解代入系统方程,可以获得非零 残差项**r**(*t*)≠0。进一步基于伽辽金法,可通过求 解如下的加权残差方程获得上述未知的谐波系数:

 $\frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathbf{r}(t) w_{j}(t) dt = 0; j = 1, ..., 2H + 1 (11)$ 式中  $w_{j}(t)$ 为权重函数,由傅里叶级数的基函数 {1, cos( $\Omega t$ ),..., sin( $H\Omega t$ )}构成。此时,方程(11) 等价于要求残差项 $\mathbf{r}(t)$ ,按傅里叶级数展开后,其前 H阶谐波系数为零。于是,获得如下形式的非线性 代数方程:

$$\hat{r}_{H}(\hat{\boldsymbol{u}}_{H}) = 0 \tag{12}$$

式中  $\hat{u}_{H} = [\hat{u}(0), \hat{u}_{c}(1), \dots, \hat{u}_{s}(k)] \oplus u(t)$ 的前*H* 阶谐波系数组成,为待求未知量; $\hat{r}_{H}$ 为残差项r(t)的前*H*阶谐波系数,其进一步可表示为:

$$\hat{\boldsymbol{r}}_{H}(\hat{\boldsymbol{u}}_{H}) = \hat{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{l},H} + \hat{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{nl},H} - \hat{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{ex},H} = 0$$
 (13)

式中  $\hat{r}_{1,H}, \hat{r}_{nl,H} \\ n \hat{r}_{ex,H} \end{pmatrix}$  分别为线性项、非线性项和激励项对应的残差谐波系数。线性项 $\hat{r}_{1,H}$ 和激励项  $\hat{r}_{ex,H}$ 容易获得。对于 $\hat{r}_{nl,H},$ 多项式型非线性项一般可 以通过三角函数变换直接获得。对于本文中所讨论 的间隙和干摩擦等更一般形式的非线性项,其处理 需借助于时频变换技术。首先,通过傅里叶逆变换 将 $\hat{u}_{H}$ 转换到时间域,基于非线性项的时域表达式获 得其对应的残差,进一步借助傅里叶正变换获得该 时域残差项的前*H*阶谐波系数 $\hat{r}_{nl,H},$ 更详细的时频 变换谐波平衡法可参考文献[17-19]。

求解代数方程(13)即可获得谐波系数 $\hat{u}_{H}$ ,进而 获得基础激励频率为 $\Omega$ 时系统的响应u(t)。但由于 非线性项的存在,一般无法获得代数方程(13)的解 析解,因此只能采用数值计算方法。理论上,通过连 续改变基础激励频率 $\Omega$ ,可获得不同激励频率下系 统的响应,进而获得系统的幅频特性曲线。然而对 于非线性系统,其幅频特性曲线可能存在分叉点、拐 点等特殊点,为了能够顺利通过这些特殊点,需要进 一步借助数值延拓技术。若已知非线性代数方程 某个解,数值延拓技术可通过估计-修正两步法,自 动获得解分支上的下一个解。通过连续的数值延 拓,便可获得整条幅频特性曲线,具体过程可参考 文献[17-19]。

## 3 系统响应结果分析

#### 3.1 仿真参数

采用某型直升机传动轴参数进行数值仿真<sup>[20]</sup>, 传动轴参数如表1所示。

表 1 空心传动轴参数 Tab. 1 Parameters of hollow shaft

长度L/	内径	外径	密度 p/	弹性模量	阻尼	
mm	$d/\mathrm{mm}$	$D/\mathrm{mm}$	$(kg \cdot m^{-3})$	$E/{ m GPa}$	比 $\xi$	
2600	111	114.2	2800	71	0.03	

根据材料力学,可得空心传动轴等效质量计算 公式为:

$$m_{\rm eq,\,1} = \frac{17}{35} \rho L \pi \left[ \left( \frac{D}{2} \right)^2 - \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right] \tag{14}$$

等效刚度计算公式为:

$$k_{\rm eq,1} = \frac{48EI}{L^3} \tag{15}$$

式中 I为空心传动轴的截面矩:

$$I = \frac{\pi (D^4 - d^4)}{64} \tag{16}$$

等效阻尼计算公式为:

$$c_{\rm eq,1} = 2\xi \sqrt{k_{\rm eq,1} m_{\rm eq,1}} \tag{17}$$

将表1中的参数代入式(14)~(17)中,得到传动轴的等效质量、等效刚度及等效阻尼。进一步结 合设计经验,得到如表2所示的仿真参数。若无特殊说明,下文均采用表2所示参数进行仿真。

表 2 仿真参数 Tab. 2 Simulation parameters

•		
参数	数值	
传动轴等效质量 $m_{\rm eq,1}/kg$	2	
传动轴等效刚度 $k_{eq,1}/(kN\cdot m^{-1})$	174	
传动轴等效阻尼 $c_{eq,1}/(N \cdot s \cdot m^{-1})$	35	
碰摩环等效质量 $m_{eq,2}/kg$	0.08	
传动轴与碰摩环碰撞刚度 $k_1/(kN\cdot m^{-1})$	3000	
传动轴与碰摩环碰撞阻尼经验系数 a1	0.2	
碰摩环与螺栓碰撞刚度 $k_2/(kN\cdot m^{-1})$	5000	
碰摩环与螺栓碰撞阻尼经验系数 $a_2$	0.25	
传动轴与碰摩环之间间隙 $\delta_1/mm$	1	
碰摩环与螺栓之间间隙 $\delta_2/mm$	2	
碰摩环与摩擦片之间的最大静摩擦力	400	
$\mu F_{ m n}/{ m N}$	400	
角加速度 $\alpha/(rad \cdot s^{-2})$	20	
稳定运转频率 $\omega_{s}/(rad \cdot s^{-1})$	600	

#### 3.2 限幅减振器工作状态分析

仿真表明,在表2所列参数下,随着传动轴不平 衡量的增大,限幅减振器主要存在四种工作状态,分 别为无作用状态(mode Ⅱ)、正常减振状态(mode Ⅱ)、异常减振状态(mode Ⅲ)及限位状态(mode Ⅳ),如图4所示。本节将通过改变传动轴的不平衡 量,得到四种状态下传动轴的典型响应,并对响应结 果进行详细分析。



图4 限幅减振器工作状态随不平衡量增大的变化过程

Fig. 4 Illustration of the working mode evolution of the hybrid damper with respect to increasing unbalance

#### 3.2.1 无作用状态响应

图5给出了限幅减振器无作用时传动轴的典型响 应结果,其中传动轴的不平衡量设置为0.1 kg•mm。 图中红色虚线表示传动轴与碰摩环之间的间隙 $\delta_1$ , 绿色虚线表示 $\delta_1$ 和碰摩环与底座之间的间隙 $\delta_2$ 之 和,黑色竖虚线为传动轴加速到工作转速的时间节 点,此后将保持工作转速不变。从图5中可以看出, 传动轴的振动幅值在整个时间历程中都处于 $\delta_1$ 之 下,因此限幅减振器未对传动轴产生任何作用。





#### 3.2.2 正常减振状态响应

正常减振状态下,限幅减振器主要是利用传动 轴与碰摩环之间的碰撞及干摩擦组合作用进行减 振。图6给出了限幅减振器正常减振状态时传动轴 的典型响应结果,其中传动轴的不平衡量设置为 0.6 kg•mm。作为参考,图中黑色曲线为未安装减振 器时传动轴的振动响应。 可以看出,在此不平衡量下传动轴的共振幅值 已经超过了 $\delta_1$ 的范围,限幅减振器对传动轴产生了 作用,但碰摩环与底座之间的二次限位碰撞未发生。 仿真计算表明,传动轴在未安装限幅减振器时的共 振幅值为5.0035 mm,在限幅减振器正常减振状态 下的共振幅值仅为1.3118 mm,幅值减小了74%。 并且当传动轴加速到工作转速后,振动幅值下降到  $\delta_1$ 以下,减振器不再工作。在正常减振状态下,限幅 减振器利用传动轴与碰摩环之间的单间隙碰撞及干 摩擦能对传动轴起到良好的减振效果,且不影响传 动轴工作转速下的稳定运转。



Fig. 6 Responses of drive shaft in working mode []

#### 3.2.3 异常减振状态响应

在正常减振状态的基础上进一步增大不平衡 量,限幅减振器就会进入异常减振状态。此时限幅 减振器仍然利用传动轴与碰摩环之间的单间隙碰撞 及干摩擦进行减振,但当传动轴加速到工作转速时, 传动轴依旧会和减振器发生碰摩。图7给出了限幅 减振器处于异常减振状态时的传动轴典型响应结 果,其中传动轴的不平衡量设置为1.6 kg•mm。作为 参考,图中黑色曲线为无减振器时传动轴的振动响应。





仿真计算表明,传动轴在未安装限幅减振器时 的共振幅值为13.343 mm,在限幅减振器减振状态 下的共振幅值为 2.0555 mm,幅值减小了 85%。在 此不平衡量下,虽然限幅减振器可以对传动轴起到 有效减振作用,但当传动轴加速到工作转速后,传动 轴的振幅仍然超出了δ<sub>1</sub>的范围,传动轴与减振器之 间会一直发生碰摩。因此在此状态下,限幅减振器 虽然能减小传动轴的共振幅值,但影响了传动轴工 作转速下的稳定运行。限幅减振器已经不适用于对 该不平衡量的传动轴进行跨临界减振。

3.2.4 限位状态响应

若不平衡量再进一步增大,此时传动轴的响应 对应传动轴发生故障(如连接件掉落、遭受弹击损伤 等)时的响应。在这种大不平衡量情况下,限幅减振 器将工作在限位状态,主要利用碰摩环与底座之间 的二次限位碰撞实现对传动轴的限位保护。图8给 出了限幅减振器处于限位状态时的传动轴典型响应 结果,其中传动轴的不平衡量设置为8kg•mm。蓝 色曲线为限幅减振器产生限位作用时的传动轴响应 结果,紫色曲线为限幅减振器不具有二次碰撞限位 功能只利用传动轴与碰摩环之间的单间隙碰撞及干 摩擦减振的响应结果。



在此不平衡量下,未安装限幅减振器时传动轴 共振幅值高达66.713 mm(图8中未给出),单间隙碰 撞及干摩擦作用下共振幅值为20.178 mm(图8中紫 色曲线),幅值减小了70%,但绝对幅值依旧较大。 若进一步引入二次限位碰撞,传动轴的幅值将进一 步限制到7.2416 mm(图8中蓝色曲线),相比于单间 隙碰撞及干摩擦作用下幅值减小了64%。由此可 见,当传动轴的不平衡量增大到一定值后,仅利用传 动轴与碰摩环之间的单间隙碰撞及干摩擦减振,传 动轴的振幅依然很大,这时利用碰摩环与底座之间 的二次限位碰撞,可以将传动轴的振幅限制在很小 的范围内。因此当传动轴处于故障工况时,限幅减 振器可以利用碰摩环与底座之间的限位碰撞对振幅 较大的传动轴起到一定的保护作用,这对于尾传动 系统在故障工况下依旧能运行一定时间以安全迫降 至关重要。

## 4 限幅减振器参数对工作效果的影响 规律

根据上文的分析结果可知,在减振状态下,限幅 减振器主要是通过传动轴与碰摩环之间的碰撞以及 碰摩环与底座之间的干摩擦两种机制实现对传动轴 的减振作用。因此分别研究了与这两种机制密切相 关的三个参数对减振效果的影响,分别为传动轴与 碰摩环之间间隙 $\delta_1$ 、碰撞刚度 $k_1$ 及临界摩擦力 $\mu F_{no}$ 在限位状态下,限幅减振器主要通过碰摩环与底座 之间的二次碰撞实现限位作用,因此研究了碰摩环 与底座碰撞刚度 $k_2$ 对减振器限位效果的影响。

#### 4.1 传动轴与碰摩环间隙对减振效果的影响

为了研究传动轴与碰摩环之间间隙δ<sub>1</sub>对限幅 减振器减振效果的影响,分别给出不同δ<sub>1</sub>下传动轴 振动的幅频特性曲线、跨临界转速过程的位移响应 以及共振幅值随δ<sub>1</sub>的变化曲线,如图9所示。作为 参考,图9(a)和(b)中黑色曲线为未安装限幅减振 器时传动轴的幅频特性及瞬态响应结果。

从图 9 中可以看出,随着 δ<sub>1</sub>的减小,传动轴的共振幅值逐渐减小,共振频率逐渐增大。出现这种现







象主要是因为 $\delta_1$ 的减小使传动轴与碰摩环之间碰撞 深度增加,传动轴的附加刚度增大,从而使传动轴共 振幅值减小,共振频率增大。但 $\delta_1$ 过小会使限幅减 振器进入异常减振状态,图9(c)中虚线部分即表示 在该 $\delta_1$ 下,限幅减振器将处于异常减振状态。此外, 由图9(c)可知,在正常工作范围内,传动轴共振幅值 与间隙 $\delta_1$ 近似满足线性关系, $\delta_1$ 每减小0.1 mm,共 振幅值降低约0.1 mm。在设计限幅减振器时,应使 传动轴与限幅减振器之间间隙尽可能小,但同时应 留有一定安全裕度以避免间隙过小影响传动轴正常 运转。

#### 4.2 传动轴与碰摩环碰撞刚度对减振效果的影响

为了分析传动轴与碰摩环之间的碰撞刚度 k<sub>1</sub>对 限幅减振器减振效果的影响,分别给出了不同 k<sub>1</sub>下 传动轴振动的幅频特性曲线、跨临界转速过程的位 移响应以及共振幅值随 k<sub>1</sub>的变化曲线,如图 10 所 示。作为参考,图 10(a)和(b)中黑色曲线为未安装 限幅减振器时传动轴的幅频特性及瞬态响应结果。

从图 10 中可以看出,随着 k<sub>1</sub>的增加,传动轴的 共振频率变化不大,共振幅值整体呈现出减小的趋 势,但在 k<sub>1</sub>从 5000 kN/m 变化到 6000 kN/m 时略有 增加。传动轴的共振幅值随 k<sub>1</sub>的增加而减小是因为 k<sub>1</sub>越大,碰摩环越容易克服最大静摩擦力而运动,从 而为系统引入更多的干摩擦阻尼。共振幅值在 k<sub>1</sub>从 5000 kN/m 变化到 6000 kN/m 时略有增加是因为在 此范围内,传动轴与碰摩环之间的"侵入-分离"过程 由两次过渡到多次,而多次"侵入-分离"过程的产生 不利于传动轴的减振,使振幅增加。此外,根据图 10(c)可知,当 k<sub>1</sub>小于 4000 kN/m 时,传动轴共振峰 值会随着 k<sub>1</sub>的增大迅速降低,对 k<sub>1</sub>的变化比较敏感, 从设计角度讲,应当避免在此区间取值;当 k<sub>1</sub>大于 4000 kN/m 时,共振峰值随 k<sub>1</sub>的变化相对比较 缓慢。





图 11 给出了两种典型刚度下传动轴与碰摩环 之间侵入位移随时间的演化过程。在单次碰撞过程 中,传动轴与碰摩环之间的侵入位移会发生明显的 振荡,即产生"侵入-分离"的过程。当*k*<sub>1</sub>小于 5000 kN/m时,在单次碰撞过程中,传动轴与碰摩环发生 两次"侵入-分离"过程,而当*k*<sub>1</sub>大于 5000 kN/m时, 会发生多次"侵入-分离"过程。这种多次"侵入-分 离"会减缓干摩擦作用的引入,对减振造成不利影 响。此外,在图 11 所示的"侵入-分离"过程中,侵入 位移未减到零,即传动轴与碰摩环并未彻底分离。 而在仿真过程中发现,改变碰撞刚度或碰撞阻尼,可 能会导致在"侵入-分离"过程中侵入位移多次减为 零,即传动轴单向运动过程中与碰摩环发生多次碰 撞。此时碰撞对减振的不利影响会更大。





#### 4.3 临界摩擦力对减振效果的影响

为了研究临界摩擦力μF<sub>n</sub>大小对限幅减振器减 振效果的影响,给出了不同μF<sub>n</sub>下传动轴的幅频特 性曲线、跨临界转速过程的位移响应以及共振幅值 随临界摩擦力的变化曲线,如图12所示。作为参 考,图12(a)和(b)中黑色曲线为限幅减振器无作用 时传动轴的幅频特性及瞬态响应结果。





Fig. 12 Illustration of the effect of the critical friction on vibration attenuation

从图 12 中可知,随着  $\mu$ F<sub>n</sub>的增大,传动轴的共振 频率逐渐增大,共振幅值先减小后增大,存在最优的 临界摩擦力值使传动轴共振幅值最小。当 $\mu$ F<sub>n</sub>增大 到一定值后,限幅减振器会进入异常减振状态, $\mu$ F<sub>n</sub> 进一步增大,碰摩环发生黏滞,传动轴的共振幅值不 随 $\mu$ F<sub>n</sub>增大而变化。图 12(c)中虚线部分即表示在 该临界摩擦力下,限幅减振器处于异常减振或黏滞 状态。此外,由图 12(c)可知,当 $\mu$ F<sub>n</sub>小于 500 N时, 共振峰值随 $\mu$ F<sub>n</sub>的增大迅速减小,对 $\mu$ F<sub>n</sub>的变化比较 敏感;而当 $\mu$ F<sub>n</sub>大于 500 N时,共振峰值的变化相对 缓慢。由于临界摩擦力在使用过程中会不可避免地 发生改变,从设计的角度,一般会希望在最优临界摩 擦力附近共振峰值对 $\mu$ F<sub>n</sub>的变化不敏感。

由于限幅减振器在减振工作状态下主要是依靠 干摩擦实现对传动轴振动能量的消耗,因此临界摩 擦力大小是影响限幅减振器减振效果的一个重要因 素。为了进一步研究临界摩擦力μF<sub>n</sub>对减振效果的 影响规律,给出了在不同的不平衡量、间隙δ<sub>1</sub>及碰 撞刚度k<sub>1</sub>的情况下传动轴的共振幅值随临界摩擦力 的变化曲线,如图13所示。图中虚线部分均表示在 该参数下,限幅减振器处于异常减振状态或黏滞状 态,黑色箭头表示传动轴共振幅值最优点的变化 趋势。

从图 13 中可以看出,在不同的传动轴不平衡 量、间隙 $\delta_1$ 及碰撞刚度 $k_1$ 下,随着临界摩擦力 $\mu F_n$ 的 增大,传动轴的共振幅值均存在最小值。但最优临 界摩擦力值随三者的变化规律有所不同。最优临界 摩擦力值随不平衡量及 $k_1$ 的增大而逐渐增大,但不 随 $\delta_1$ 的变化而变化。此外,从图 13 中也可以看出使 限幅减振器进入异常减振状态或黏滞状态的临界摩 擦力值随三者的变化规律:不平衡量越大,使限幅减 振器进入异常减振或黏滞状态的临界摩擦力值越 小; $\delta_1$ 和 $k_1$ 越大,进入异常减振或黏滞状态的临界摩 擦力值越大。







Fig. 13 Evolution of the vibration amplitudes with respect to the critical friction

#### 4.4 碰摩环与底座碰撞刚度对限位效果的影响

为了研究碰摩环与底座碰撞刚度 k<sub>2</sub> 对限幅减振 器限位效果的影响,给出了不同碰撞刚度 k<sub>2</sub>下传动 轴的位移动态响应结果以及限位幅值随 k<sub>2</sub>的变化曲 线,如图 14 所示。从图 14 中可以看出,随着 k<sub>2</sub>的增 大,传动轴的振幅被限制在更小的范围内。并且当 k<sub>2</sub>小于 5000 kN/m时,限位幅值对碰 比较敏感;当 k<sub>2</sub>大于 5000 kN/m时,限位幅值对碰 撞刚度的变化相对比较缓慢。





但更大的刚度也意味着会产生更大的冲击力, 碰撞刚度 k<sub>2</sub>对底座受力的影响如图 15 所示。从图 15 中可以看出,随碰摩环与底座之间碰撞刚度 k<sub>2</sub>的 增大,底座受力最大值先急剧增大后缓慢减小再缓 慢增大。k<sub>2</sub>在 1000 kN/m 附近时,由于系统共振会 产生一个冲击力共振峰值。图 14,15表明,增大碰 摩环与底座的碰撞刚度虽然可以使传动轴的振幅减 小,但同时也会产生更大的冲击力,并且需注意避开 共振导致的冲击力峰值。





### 5 试验验证

为了验证上述理论模型的正确性,设计和加工 了限幅减振器试验件,并在单跨轴系试验台上进行 了限幅减振器减振试验。

单跨轴系试验台如图16所示,该试验台由电 机、联轴器、支承、偏心盘及传动轴等组成。传动轴 外径12mm,限幅减振器试验件安装在传动轴中部, 其结构如图16(c)所示。采用激光位移传感器测量 传动轴中部振动位移。为了验证传动轴与限幅减振 器之间间隙及临界摩擦力对振幅的影响,设计碰摩 环的内径为13.2, 14.4及15.6 mm, 使传动轴与碰摩 环的间隙为0.6, 1.2及1.8 mm;设计碰摩环与螺栓 之间的间隙为2mm,以保证碰摩环与螺栓之间不发 生碰撞;同时在实验中保持摩擦片不变,可以通过调 节弹簧的预紧力控制临界摩擦力的大小,本实验调 节弹簧的压缩量为5,10,15,20及22 mm。实验 中,分别在不同的间隙下调节弹簧压缩量,控制传动 轴经 30 s 匀加速到 2300 r/min,得到不同初始间隙  $\delta_1$ 及临界摩擦力下传动轴的跨临界横向振动响应, 每组实验重复3次。

图 17 给出了间隙 δ<sub>1</sub>为 1.8 mm 及弹簧压缩量为 10 mm 时传动轴的响应结果。从图 17 中可以看出, 此时减振器工作在正常减振状态,传动轴振动波形 与上述数值仿真结果相符,碰摩环经历了从黏滞到 滑动(图中 a~b 和 b~c 阶段)的运动过程,符合理论 分析的结果。

图 18(a)给出了弹簧压缩量为 15 mm 时,传动 轴的共振幅值随间隙的变化规律。图 18(b)给出了



间隙为1.2 mm时,传动轴共振幅值随弹簧压缩量的 变化规律。传动轴在不同的间隙下随临界摩擦力的 变化结果如图18(c)所示。可以看出,传动轴的共 振幅值随间隙的变化基本呈现出线性的变化规律, 随着弹簧压缩量的增加先减小后增大。实验得到的 参数影响规律与仿真结果相符,验证了本文理论模 型的正确性。



## 6 结 论

本文通过对传动轴与限幅减振器系统进行非线 性动力学建模与仿真,得到以下几点结论:

(1)随着传动轴不平衡量的变化,限幅减振器存 在四种工作状态,即无作用状态、正常减振状态、异 常减振状态及限位状态。限幅减振器主要工作在减 振状态,利用传动轴与碰摩环的碰撞及干摩擦进行 减振;通过引入二次碰撞,可以对故障工况下的传动 轴起到一定的限位保护作用。

(2)在减振状态下,传动轴共振幅值随传动轴与 碰摩环之间间隙的减小而减小,随两者之间碰撞刚 度的增大总体呈现减小的趋势,随滑动摩擦力的增 大先减小后增大。并且,最优滑动摩擦力值会随传 动轴不平衡量及传动轴与碰摩环碰撞刚度的变化而 变化,而受传动轴与碰摩环之间间隙影响较小。在 限位状态下,碰摩环与底座之间的碰撞刚度越大,传 动轴的振幅越小,但同时也意味着底座可能受到更 大的冲击力。

在今后的研究工作中, 拟进一步考虑传动轴的 涡动影响, 建立二维平面以及三维空间的传动轴与 限幅减振器的非线性动力学模型, 彻底厘清限幅减 振器的工作机理以及参数对减振器减振性能的影响 规律。

#### 参考文献:

- [1] 佘亦曦,康丽霞,唐朋.直升机传动系统的现状与发展研究[J].航空科学技术,2021,32(1):78-82.
  She Yixi, Kang Lixia, Tang Peng. Development status and future trend of helicopter transmission system [J]. Aeronautical Science & Technology, 2021, 32(1):78-82.
- [2] 梅庆.直升机传动轴系的动力学设计[J].机械传动, 2005, 29(5): 19-22.

Mei Qing. Dynamics design of helicopter drive shafts [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2005, 29 (5): 19-22.

[3] 康丽霞,曹义华,梅庆.直升机传动系统花键连接轴的动力失稳[J].北京航空航天大学学报,2010,36
 (6):645-649.

Kang Lixia, Cao Yihua, Mei Qing. Dynamic instability of helicopter transmission rotating shafts with spline coupling [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2010, 36(6): 645-649.

- [4] 谭武中,王祁波.直升机传动系统装机振动特性综述
  [J].科学技术创新,2019(2):1-3.
  Tan Wuzhong, Wang Qibo. An overview on vibration characteristics of helicopter transmission system installed
  [J]. Scientific and Technological Innovation, 2019(2):1-3.
- [5] 王锡龙.粘弹性减振器对直升机传动轴系动力学特性的影响研究[D].南京:南京航空航天大学,2012:3.
  Wang Xilong. Research on the effects of viscoelastic damper to the dynamics of helicopter drive shaft system
  [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and

Astronautics, 2012: 3.

- [6] Özaydın O, Cigeroglu E. Effect of Dry Friction Damping on the Dynamic Response of Helicopter Tail Shaft
   [M]. Rotating Machinery, Hybrid Test Methods, Vibro-Acoustics & Laser Vibrometry, Volume 8. Springer, Cham, 2017: 23-30.
- [7] Özaydın O. Vibration reduction of helicopter tail shaft by using dry friction dampers[D]. Ankara: Middle East Technical University, 2017: 1-85.
- [8] Dżygadło Z, Perkowski W. Research on dynamics of a supercritical propulsion shaft equipped with a dry friction damper [J]. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 2002, 74(5): 447-454.
- [9] Huang Zhonghe, Tan Jianping, Liu Chuliang, et al. Dynamic characteristics of a segmented supercritical driveline with flexible couplings and dry friction dampers[J]. Symmetry, 2021, 13(2): 281.
- [10] Hetherington P L, Kraus R F, Darlow M S. Demonstration of a supercritical composite helicopter power transmission shaft[J]. Journal of the American Helicopter Society, 1990, 35(1): 23-28.
- [11] Spears S. Design and certification of the model 429 supercritical tail rotor driveshaft[C]. American Helicopter Society Annual Forum 64. Montreal, Canada, 2008: 2452-2457.
- [12] 廖明夫.航空发动机转子动力学[M].西安:西北工业 大学出版社,2015:13-14.
  Liao Mingfu. Aeroengine Rotor Dynamics[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2015: 13-14.
- [13] 江俊,陈艳华.转子与定子碰摩的非线性动力学研究
  [J].力学进展,2013,43(1):132-148.
  Jiang Jun, Chen Yanhua. Advances in the research on nonlinear phenomena in rotor/stator rubbing systems
  [J]. Advances in Mechanics, 2013, 43(1):132-148.
- [14] Hunt K H, Crossley F R E. Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact[J]. Journal of Applied Mechanics, 1975, 42(2): 440-445.
- [15] Pennestri E, Rossi V, Salvini P, et al. Review and comparison of dry friction force models [J]. Nonlinear Dynamics, 2016, 83(4):1785-1801.
- [16] Shampine L F, Reichelt M W, Kierzenka J A. Solving index-1 DAEs in MATLAB and Simulink [J]. SIAM Review, 1999, 41(3): 538-552.
- [17] Krack M, Gross J. Harmonic Balance for Nonlinear Vibration Problems [M]. Cham: Springer International Publishing, 2019.
- [18] Woiwode L, Balaji N N, Tubita F, et al. Comparison of two algorithms for harmonic balance and path continuation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 136: 106503.

[19] 孙传宗.航空发动机双转子系统高精度动力学建模与 碰摩响应研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2017: 13-16.
Sun Chuanzong. Accurate dynamical modelling for dualrotor aero-engine system and its response induced by

rotor aero-engine system and its response induced by rub impact[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017: 13-16.

[20] 宋兴武.直升机尾传动轴系设计[D].哈尔滨:哈尔滨 工程大学,2007:43-66.
Song Xingwu. Designing of tail transmission shafting for the copter[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2007:43-66.

# Nonlinear dynamics of a supercritical tail rotor drive shaft equipped with a hybrid damper

WANG Dan, SONG Li-yao, CHEN Bai, LI Bo, ZHU Ru-peng, WU Hong-tao

(National Key Laboratory of Science and Technology on Helicopter Transmission, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The supercritical tail rotor drive shaft of a helicopter vibrates violently when driven through its critical speed. The hybrid damper is a specially-designed damper for the transcritical vibration reduction problem. The tail rotor drive shafts equipped with hybrid dampers are typical nonlinear system with friction and collision, and the dynamic characteristic is extremely complex. In order to uncover the underlying working mechanism and guide the design of the hybrid damper, a spring-mass-dashpot equivalent model with double-clearance structure has been established, the governing equations have been deduced and a systematic numerical simulation has been carried out. The results demonstrate that the working modes of the hybrid damper can be divided into 4 categories according to the unbalance quantity: no-effect mode, normal-damping mode, abnormal-damping mode, and hard-stopping mode. Among them, the hard-stopping mode can provide a temporary protection for a wounded tail rotor drive shaft. In addition, the influence of the initial gap, collision stiffness and the critical friction force on the working performance of the damper has been illustrated. There is an optimal critical friction force associated with each unbalance quantity. Besides, in the hard-stopping mode, the vibration amplitude can be reduced by increasing the collision stiffness between the rubbing ring and the base, which could also induce a greater impact. Moreover, prototypes of the hybrid damper are designed, manufactured and tested on a shaft test rig. The simulation results are well verified by the experiments.

Key words: supercritical tail rotor drive shafts; hybrid damper; double clearance; dry friction; hard-stopping protection

作者简介:王 旦(1990—),男,博士,讲师。E-mail: wangdan\_053@nuaa.edu.cn。