

充气自旋结构的动力学特性研究

孙加亮¹, 孙佳昊¹, 金栋平¹, 刘福寿²

(1. 南京航空航天大学航空航天结构力学及控制全国重点实验室, 江苏 南京 210016;

2. 南京林业大学土木工程学院, 江苏 南京 210037)

摘要: 针对一种共机架式充气自旋结构, 对其进行精确动力学建模与动力学特性分析。分别采用绝对节点坐标描述的缩减壳单元和自然坐标法建立柔性充气管与刚体卫星的动力学模型, 基于拉格朗日乘子法将运动学约束引入系统动力学方程, 建立其刚柔耦合多体系统动力学模型。考虑充气自旋结构在平衡构型处的线性振动, 通过坐标变换推导充气结构在匀速自旋下的特征方程, 采用频率平移方法计算其共振频率与模态振型, 并利用有限元软件验证其正确性。研究充气自旋结构共振频率随转速和充气气压变化的规律, 仿真结果表明, 自旋转速与充气气压等因素会引起共振频率曲线的转向、交叉以及模态切换等现象, 从而影响充气自旋结构的稳定性。

关键词: 充气自旋结构; 动力学特性; 刚柔耦合; 绝对节点坐标法; 自然坐标法

中图分类号: O313.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)03-0662-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.03.008

引言

空间充气结构是一种以柔性薄膜材料制造, 可以充气展开的太空结构, 其相对于传统的结构具有许多优点, 例如可收纳体积小、质量轻和成本低等^[1-2]。充气结构在展开锁定后产生的振动会对负载模块的性能造成较大的影响, 因此需要研究充气结构的动力学特性。

国内外对充气结构的展开控制、展开稳定性等方面以理论建模、数值仿真和地面试验等方法做了很多研究^[3-6]。例如, 卫剑征等^[7]使用非接触的测量方式模拟空间微重力环境, 避免了地面重力的影响, 分析了不同的充气流量、结构尺寸效应以及端面载荷对动力学特性的影响。刘飞等^[8]研究了材料非线性对充气圆环动力学特性的影响, 并且对其模态进行了参数研究。Yu 等^[9]通过实验研究了具有碳纤维增强聚合物支撑的充气式包裹反射器天线, 研究发现内部气压和重力的改变会显著改变结构的固有频率、模态形状和模态阻尼比。San 等^[10]建立了充气式反射板的组装形状, 使用非线性有限元法和子空间迭代法对其动力学特性进行了分析。卫剑征等^[11]利用兰佐斯法求解了太阳能阵列结构的模态, 分析得出热固化方法会对充气桁架的低频振动具有

良好的抑制效果。Wei 等^[12]提出了一种具有四个三角膜的可展开的帆, 通过动态实验研究了结构的模态性质。Zhao 等^[13]提出了一种基于平衡矩阵理论的内压求解零应力状态的计算方法, 建立了简化可膨胀膜结构的动力学方程, 通过实验验证了可充气膜结构的有限元模型。

充气结构在地面开展实验受到的干扰因素较多, 实验结果不具有足够的说服力, 而数值仿真可以很好地替代实验, 对充气结构进行建模、计算和优化。精确的动力学建模对研究充气结构的动力学特性十分重要。绝对节点坐标法 (Absolute Nodal Coordinate Formulation, ANCF) 相对传统方法更适用于解决结构大变形、大范围运动等非线性耦合问题。以充气管为基本构件的结构, 适合用板壳类型的二维弹性体进行建模^[14]。在单元研究方面, Liu 等^[15]通过壳体单元和母单元之间的映射关系提出了 ANCF 缩减壳单元, 该单元相比全参数壳单元可以有效地避免剪切闭锁问题。Pappalardo 等^[16]从一个统一的运动学描述开发了 ANCF 三角形板壳单元, 该单元可同时适用于板、壳结构, 通过与常规 ANCF 板单元、常规三节点线性板单元和六节点二次三角形板单元的比较, 分析了所提出的 ANCF 板壳单元的性能。Wang 等^[17]基于绝对节点坐标法提出了两个三节点三角形薄板/壳单元, 以将全局梯度变换到局部梯度的方式, 避免了与面积梯度相关的不连续的

收稿日期: 2021-11-06; **修订日期:** 2022-01-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11827801, 12002153, 12172181); 江苏省自然科学基金资助项目 (BK20200434); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (NS2021003)。

问题,并验证了所提单元的收敛性和精度。Shabana 等^[18]通过应变裂变法有效缓解了 ANCF 弯曲板单元的泊松锁定问题。Chen 等^[19]提出了一种无网格径向点插值方法,用于 ANCF 描述的薄板单元,该方法可应用于任意形状板的离散化,并有效提高计算精度与收敛速度。Yu 等^[20]提出了一种复合板单元,相对普通单元具有较高的精度,可以指导复合材料层合板的动力学分析与设计。

在旋转结构动力学特性分析方面,吴吉等^[21]推导了基于 ANCF 描述的曲梁单元,分别研究了旋转角速度、初始曲率和集中质量对带集中质量曲梁结构动力学特性的影响,并分析了旋转曲梁的频率转向和振型切换问题。Yu 等^[22]研究了由 ANCF 缩减壳单元建模的圆柱壳的模式,研究了角速度和曲率对壳结构模态的影响。Sun^[23]基于 ANCF 建立了旋转薄板的动力学模型,研究了在考虑科氏力的情况下利用拓扑优化消除旋转矩形薄板的内部共振。有学者利用 ANCF 和自然坐标法(Natural Coordinate Formulation, NCF)对刚柔耦合多体系统进行建模,计算展开结构的动力学响应,并提出控制方法以及分析展开过程中的稳定性^[24-28]。

本文的目的是研究充气自旋结构的动力学特性,以及转速、充气气压等参数对充气自旋结构动力学特性的影响。为此,本文将基于 ANCF 和 NCF 分别对充气结构的柔性管和刚体卫星进行建模,随后通过拉格朗日乘法把约束引入动力学方程,并推导了充气结构在旋转坐标系下的动力学方程与特征方程,使用商业有限元软件验证模型的正确性,最后研究转速和充气气压对充气自旋结构的动力学特性的影响。

1 充气自旋结构动力学建模

1.1 物理描述

空间充气式共机架结构如图 1 所示,由一个主卫星、三个子卫星和连接柔性充气管组成。考虑结构的对称性,取三分之一模型进行建模与分析,如图 2 所示,主星的形状为六棱柱,其高 h 为 1.8 m,底面边长 l_1 为 0.35 m,质量为 20 kg;柔性管的长 l_2 为 3 m,端面半径 R 为 0.05 m,弹性模量 E 为 2×10^8 Pa,泊松比 ν 为 0.3,密度 ρ 为 1600 kg/m^3 ;柔性管一端连接的子星为正方体,边长 l_3 为 0.4 m,质量为 5 kg。通过在子星上施加喷气力,可驱使充气结构绕 Z 轴转动。考虑到充气可展开结构的特点,充气管端部节点与刚体对应点通过铰接约束。如图 2 所示, O - XYZ 为惯性坐标系, O - xyz 为旋转坐标系并固连在主星上。

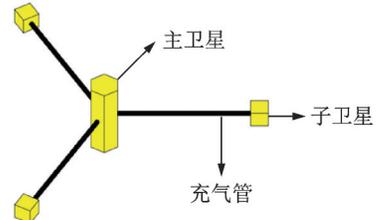


图 1 充气自旋结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the inflatable spinning structure

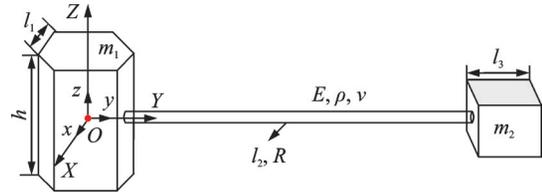


图 2 三分之一模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the one-third model

1.2 柔性充气管建模

对于柔性充气管建模,采取全参数壳单元会导致严重的剪切闭锁问题,所以考虑使用 ANCF 缩减壳单元^[15]进行建模。ANCF 缩减壳单元中面如图 3 所示。

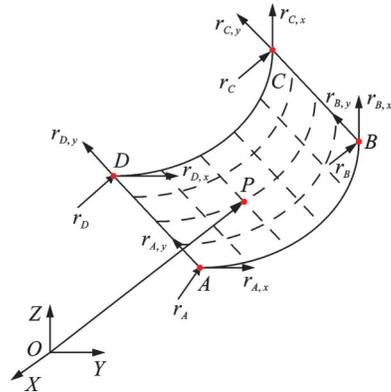


图 3 ANCF 缩减壳单元

Fig. 3 ANCF reduced shell element

如图 3 所示,ANCF 缩减壳单元的每个节点包含 9 个自由度,单元内任意一点的位置矢量 r 可表示为:

$$r = Se \quad (1)$$

式中 e 为节点坐标列阵,以 A 点为例,该点的广义坐标为 $e^A = [r_A^T \ r_{A,x}^T \ r_{A,y}^T]^T$, r_A 为 A 点的全局位置矢量, $r_{A,x}$ 和 $r_{A,y}$ 是位置矢量的偏导数矢量。该单元形函数矩阵^[29]为 $S = [S_1 I \ S_2 I \ \dots \ S_{12} I]$ 。

根据虚功原理,缩减壳单元惯性力做的虚功可表示为:

$$W_s = \int_{V^e} \delta r^T \ddot{r} dm = \delta e^T \int_{V^e} \rho S^T S dV^e \ddot{e} \quad (2)$$

故缩减壳单元的质量矩阵可表示为:

$$M_e = \int_{V^e} \rho S^T S dV^e = abc\rho \int_0^1 \int_0^1 S^T S d\xi d\eta \quad (3)$$

式中 a, b, c 和 ρ 分别为缩减壳单元的长度、宽度、

厚度和密度; V^e 表示单元的体积。

缩减壳单元的应变能可表示为:

$$U = U^\varepsilon + U^\kappa = \frac{1}{2} \int_{V^e} \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E}^\varepsilon \boldsymbol{\varepsilon} dV^e + \frac{1}{2} \int_{V^e} (\boldsymbol{\kappa}^T - \boldsymbol{\kappa}_0^T) \mathbf{E}^\kappa (\boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\kappa}_0) dV^e \quad (4)$$

式中 U^ε 代表缩减壳单元的面内变形应变能, U^κ 代表面外弯曲应变能, \mathbf{E}^ε 和 \mathbf{E}^κ 为弹性系数矩阵:

$$\mathbf{E}^\varepsilon = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{E}^\kappa = \frac{c^2}{12} \mathbf{E}^\varepsilon \quad (5)$$

式中 E 和 ν 分别为缩减壳单元的弹性模量和泊松比。 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为描述缩减壳单元面内变形的应变张量, $\boldsymbol{\kappa}$ 为描述缩减壳单元面外弯曲的应变张量, 表达式如下:

$$\boldsymbol{\kappa}_0 = 4H [\mathbf{r}_{0,\xi\xi}^T \mathbf{n}_0 \quad \mathbf{r}_{0,\eta\eta}^T \mathbf{n}_0 \quad 2\mathbf{r}_{0,\xi\eta}^T \mathbf{n}_0]^T \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\kappa} = 4H [\mathbf{r}_{,\xi\xi}^T \mathbf{n} \quad \mathbf{r}_{,\eta\eta}^T \mathbf{n} \quad 2\mathbf{r}_{,\xi\eta}^T \mathbf{n}]^T \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = 4H \begin{bmatrix} \frac{1}{2} (\mathbf{r}_{,\xi}^T \mathbf{r}_{,\xi} - \mathbf{r}_{0,\xi}^T \mathbf{r}_{0,\xi}) \\ \frac{1}{2} (\mathbf{r}_{,\eta}^T \mathbf{r}_{,\eta} - \mathbf{r}_{0,\eta}^T \mathbf{r}_{0,\eta}) \\ \mathbf{r}_{,\xi}^T \mathbf{r}_{,\eta} - \mathbf{r}_{0,\xi}^T \mathbf{r}_{0,\eta} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中 $\mathbf{r}_{,\eta\eta} = \partial^2 \mathbf{r} / \partial \eta^2$, $\mathbf{n} = \mathbf{r}_{,\xi} \times \mathbf{r}_{,\eta}$, ξ 和 η 为单元局部坐标, H 为由初始构型定义的常数转换矩阵。于是, 缩减壳单元弹性力可表示为:

$$\mathbf{F}_e = \frac{\partial U^\varepsilon}{\partial \mathbf{e}} + \frac{\partial U^\kappa}{\partial \mathbf{e}} = \mathbf{F}_e^\varepsilon + \mathbf{F}_e^\kappa \quad (9)$$

其中, 面内变形弹性力 \mathbf{F}_e^ε 和面外变形弹性力 \mathbf{F}_e^κ 分别为:

$$\mathbf{F}_e^\varepsilon = abc \int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial \mathbf{e}} \right)^T \mathbf{E}^\varepsilon \boldsymbol{\varepsilon} d\xi d\eta \quad (10)$$

$$\mathbf{F}_e^\kappa = abc \int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{\partial \boldsymbol{\kappa}}{\partial \mathbf{e}} \right)^T \mathbf{E}^\kappa \boldsymbol{\kappa} d\xi d\eta \quad (11)$$

1.3 刚体卫星建模

将充气结构中的卫星简化为刚体, 采用自然坐标法建模。该方法在建模过程中, 始终在一个惯性系中描述, 不需要进行复杂的变化坐标计算, 而且可以简化多体间的约束方程, 得到的质量矩阵为常数矩阵, 可以提高计算的效率。

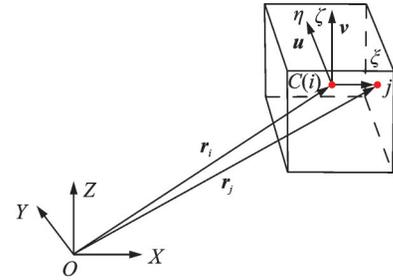
自然坐标法采用刚体上两个固定点以及两个非共面的单位矢量作为广义坐标, 来描述刚体的空间

$$\mathbf{M}_{\text{rigid}} = \begin{bmatrix} (m + \frac{I_{\bar{x}}}{L^2} - 2\frac{m\bar{x}_G}{L}) \mathbf{I}_3 & (\frac{m\bar{x}_G}{L} - \frac{I_{\bar{x}}}{L^2}) \mathbf{I}_3 & (m\bar{y}_G - \frac{I_{xy}}{L}) \mathbf{I}_3 & (m\bar{z}_G - \frac{I_{xz}}{L}) \mathbf{I}_3 \\ (\frac{m\bar{x}_G}{L} - \frac{I_{\bar{x}}}{L^2}) \mathbf{I}_3 & \frac{I_{\bar{x}}}{L^2} \mathbf{I}_3 & \frac{I_{xy}}{L} \mathbf{I}_3 & \frac{I_{xz}}{L} \mathbf{I}_3 \\ (m\bar{y}_G - \frac{I_{xy}}{L}) \mathbf{I}_3 & \frac{I_{xy}}{L} \mathbf{I}_3 & I_{\bar{y}} \mathbf{I}_3 & I_{yz} \mathbf{I}_3 \\ (m\bar{z}_G - \frac{I_{xz}}{L}) \mathbf{I}_3 & \frac{I_{xz}}{L} \mathbf{I}_3 & I_{yz} \mathbf{I}_3 & I_{\bar{z}} \mathbf{I}_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

运动。在刚体质心处建立一个刚体连体系 $C-\xi\eta\zeta$, 描述刚体自然坐标的局部坐标系如图4所示。那么, 在全局坐标系 $O-XYZ$ 中, 刚体的广义坐标可以表示为:

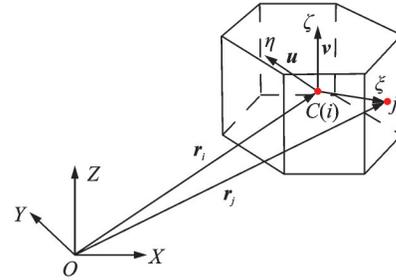
$$\mathbf{e} = [\mathbf{r}_i^T \quad \mathbf{r}_j^T \quad \mathbf{u}^T \quad \mathbf{v}^T]^T \quad (12)$$

式中 \mathbf{r}_i 和 \mathbf{r}_j 分别为刚体质心 C 和刚体表面一点的全局位置矢量, \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 表示两个互不共面的单位矢量。



(a) 子星刚体模型

(a) Schematic diagram of subsatellite model



(b) 主星刚体模型

(b) Schematic diagram of main satellite model

图4 自然坐标法描述的子星与主星

Fig. 4 The subsatellite and main satellite described based on the natural coordinate formulation

刚体上任意一点的位置坐标可以通过广义坐标表示出来:

$$\mathbf{r} = [(1-c_1)\mathbf{I}_3 \quad c_1\mathbf{I}_3 \quad c_2\mathbf{I}_3 \quad c_3\mathbf{I}_3] \begin{bmatrix} \mathbf{r}_i \\ \mathbf{r}_j \\ \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} = \mathbf{C}\mathbf{e} \quad (13)$$

式中 \mathbf{I}_3 为3阶单位阵。

对固定于刚体上的一点而言, c_1, c_2 和 c_3 为常数, \mathbf{C} 为常数矩阵。

根据虚功原理, 刚体惯性力做的虚功可表示为:

$$W_r = \int_V \delta \mathbf{r}^T \ddot{\mathbf{r}} dm = \delta \mathbf{e}^T \int_V \mathbf{C}^T \mathbf{C} dm \cdot \ddot{\mathbf{e}} \quad (14)$$

故刚体的质量矩阵^[30]可表示为:

式中 m 为刚体的质量, \bar{r}_G 为刚体局部坐标下的质心位置矢量, I_{xy} , I_{yz} 和 I_{xz} 分别表示刚体惯性积。参数 I_x , I_y 和 I_z 可以由下式得出:

$$\begin{bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & -0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中, I_x , I_y 和 I_z 分别为刚体关于局部坐标系 ξ 轴、 η 轴和 ζ 轴的惯性矩。

1.4 刚柔耦合多体系统动力学

1.4.1 系统动力学方程

充气结构在惯性坐标系下的动力学方程为:

$$\begin{cases} M\ddot{q} + F(q) + \Phi_{,q}^T \lambda = Q(q) \\ \Phi(q) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

式中 M 为系统的质量矩阵, q 为系统广义坐标, $F(q)$ 为弹性力列阵, $\Phi(q)$ 和 $\Phi_{,q}$ 分别为系统约束方程及其对广义坐标的 Jacobi 矩阵, λ 为 Lagrange 乘子向量, Q 为系统充气压力列阵, 其表达式为:

$$Q = P \int_S S^T n dS \quad (18)$$

式中 P 为气体压力, n 为结构的法向量。

为了建立旋转坐标系中充气结构的动力学方程, 绝对广义坐标 q 需要按照相对广义坐标 q_r 的以下方式表示:

$$q = Aq_r \quad (19)$$

式中 A 为坐标转换矩阵:

$$A = \text{diag}(A_0, A_0, \dots, A_0) \quad (20)$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中 θ 为旋转坐标系相对惯性系统 Z 轴旋转的角度。

通过式(19)可以将绝对广义速度和加速度表示如下:

$$\begin{cases} \dot{q} = \dot{A}q_r + A\dot{q}_r \\ \ddot{q} = \ddot{A}q_r + 2\dot{A}\dot{q}_r + A\ddot{q}_r \end{cases} \quad (22)$$

将式(22)代入式(17)并左乘 A^T 可以得到充气结构在旋转坐标系下的动力学方程:

$$A^T M A \ddot{q}_r + 2A^T M \dot{A} \dot{q}_r + A^T M \ddot{A} q_r + A^T F + A^T \Phi_{,q}^T \lambda - A^T Q = 0 \quad (23)$$

式中 $2A^T M \dot{A} \dot{q}_r$ 表示科氏力, $A^T M \ddot{A} q_r$ 表示离心力。将式(23)简化表示为:

$$\tilde{M} \ddot{q}_r + \tilde{C} \dot{q}_r + \tilde{K}_c q_r + \tilde{F} + A^T \Phi_{,q}^T \lambda - \tilde{Q} = 0 \quad (24)$$

其中:

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= A^T M A, & \tilde{C} &= 2A^T M \dot{A}, \\ \tilde{K}_c &= A^T M \ddot{A}, & \tilde{F} &= A^T F, & \tilde{Q} &= A^T Q \end{aligned} \quad (25)$$

式中 \tilde{C} 和 \tilde{K}_c 分别为科氏力和离心力对 Jacobian 的贡献。

1.4.2 特征值分析

为了得到静平衡构型, 令动力学方程中 \ddot{q}_r, \dot{q}_r 等于 0, 并联立约束方程可得:

$$\begin{cases} \tilde{K}_c q_0 + \tilde{F} + \Phi_{,q_0}^T \lambda - \tilde{Q} = 0 \\ \Phi = 0 \end{cases} \quad (26)$$

通过求解上式可得平衡位置的广义坐标 q_0 , 假设在平衡位置 $(\delta \ddot{q}_r, \delta \dot{q}_r, q_0 + \delta q_r, \lambda_0 + \delta \lambda, t)$ 发生微小扰动, 可将方程组线性化为:

$$\overline{M} \delta \ddot{y} + \overline{C} \delta \dot{y} + \overline{K} \delta y = 0 \quad (27)$$

其中:

$$\begin{aligned} \overline{M} &= \begin{bmatrix} \tilde{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, & \overline{C} &= \begin{bmatrix} \tilde{C} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \overline{K} &= \begin{bmatrix} \tilde{K}_c + \tilde{F}_{,q_r} - \tilde{Q}_{,q_r} & \Phi_{,q_r}^T \\ \Phi_{,q_r} & 0 \end{bmatrix}, & \delta y &= \begin{bmatrix} \delta q_r \\ \delta \lambda \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

设式(26)的通解为 $\delta y(t) = e^{rt} V$, 得到特征方程:

$$(r^2 \overline{M} + r \overline{C} + \overline{K}) V = 0 \quad (29)$$

为了保证刚度矩阵可逆, 便于计算, 通过频率平移^[31] $\hat{r} = r - \alpha$, 将特征方程转换为:

$$(\hat{r}^2 \hat{M} + \hat{r} \hat{C} + \hat{K}) V = 0 \quad (30)$$

其中:

$$\begin{aligned} \hat{M} &= \overline{M}, \\ \hat{C} &= 2\alpha \overline{M} + \overline{C}, \\ \hat{K} &= \alpha^2 \overline{M} + \alpha \overline{C} + \overline{K} \end{aligned} \quad (31)$$

将特征方程变为状态空间描述:

$$\overline{K} Y = \hat{r} \overline{M} Y \quad (32)$$

其中:

$$\overline{M} = \begin{bmatrix} -\hat{C} & -\hat{M} \\ \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{K} = \begin{bmatrix} \hat{K} & 0 \\ 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} V \\ \hat{r} V \end{bmatrix} \quad (33)$$

通过解式(31)的特征方程, 并通过频率平移^[31] $r_n = \hat{r}_n + \alpha$ 可以得到第 n 阶特征根 r_n 表示如下:

$$r_n = \beta_n \pm i\omega_n \quad (34)$$

式中 $i^2 = -1$, β_n 是 r_n 的实部, ω_n 是 r_n 的虚部, 为共振频率。

2 动力学模型验证

为了验证充气自旋结构动力学模型与特征值方程分析的正确性, 通过两个简单算例进行验证, 并与商业有限元软件 ABAQUS 进行了对比。

2.1 验证算例1:柔性管的动力学特性

如图5所示的柔性管模型,其几何参数与材料参数与图2中的柔性管一致,其边界条件为自由边界,无外载荷作用。在有限元软件中,使用同样的几何参数和材料参数对管进行建模,单元类型为薄壳单元。表1和表2分别为有限元软件和

ANCF缩减壳单元建模得到的柔性管的前5阶共振频率。

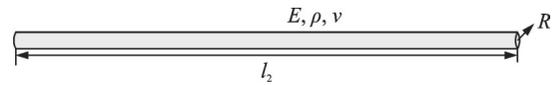


图5 自由边界条件下的柔性管

Fig. 5 A flexible tube under free boundary condition

表1 ABAQUS计算不同单元数柔性管的前5阶共振频率

Tab. 1 The first five resonant frequencies of the flexible tube with different number of elements by ABAQUS

ABAQUS elements	1st order frequency/Hz	2nd order frequency/Hz	3rd order frequency/Hz	4th order frequency/Hz	5th order frequency/Hz
152	3.491	3.491	9.581	9.581	18.662
608	4.543	4.543	12.375	12.375	23.853
1380	4.745	4.745	12.908	12.298	21.311
2448	4.817	4.817	13.096	13.096	20.019
3820	4.880	4.880	13.263	13.263	19.410
5496	4.889	4.889	13.286	13.286	19.134

表2 ANCF模型计算得到的不同单元数柔性管前5阶共振频率

Tab. 2 The first five resonant frequencies of the flexible tube with different number of elements by ANCF

ANCF elements	1st order frequency/Hz	2nd order frequency/Hz	3rd order frequency/Hz	4th order frequency/Hz	5th order frequency/Hz
40	4.876	4.976	13.278	13.278	25.584
80	4.909	4.908	13.346	13.346	20.746
120	4.909	4.907	13.334	13.334	20.778
240	4.909	4.909	13.336	13.336	19.283
320	4.909	4.909	13.337	13.337	18.863
480	4.909	4.909	13.337	13.337	18.864

由表1,2可以看出,利用ANCF缩减壳单元对充气管建模计算得到的共振频率与通过有限元软件得到的前5阶共振频率具有较好的一致性,验证了ANCF缩减壳单元的正确性与收敛性。

2.2 验证算例2:刚柔耦合柔性管的动力学特性

分别用ANCF-NCF和ABAQUS对图2所示的连接刚体卫星的单充气管结构进行建模,结构与材料参数见1.1节,约束条件为中心刚体只能围绕Z轴旋转,不施加外载荷,结合表2以及计算效率方面的考虑,将充气管单元划分为 60×6 缩减壳单元,计算刚柔耦合结构的前10阶频率如表3所示。前5阶振型如图6所示。

对比两种计算方法得到的充气结构前10阶频率,发现两者的误差绝对值均小于5%,可以证明ANCF-NCF建模方法计算共振频率的准确性。

通过观察振型对比可以发现,两种计算方法得

表3 共振频率对比

Tab. 3 Comparison of resonant frequencies

Order	ABAQUS frequency/Hz	ANCF-NCF frequency/Hz	Error/%
1	0.184	0.183	0.50
2	1.087	1.136	4.30
3	1.878	1.904	1.30
4	2.645	2.646	0.03
5	3.192	3.276	2.60
6	7.236	7.233	0.04
7	7.501	7.546	0.50
8	9.813	9.805	0.08
9	14.693	14.607	0.50
10	14.900	14.847	0.40

到的振型基本一致,结构前5阶振动主要包括以下形式:充气管的弯曲振动、充气管和子星绕充气管轴线的扭转-呼吸振动。进一步验证了刚柔耦合动力学模型的正确性。

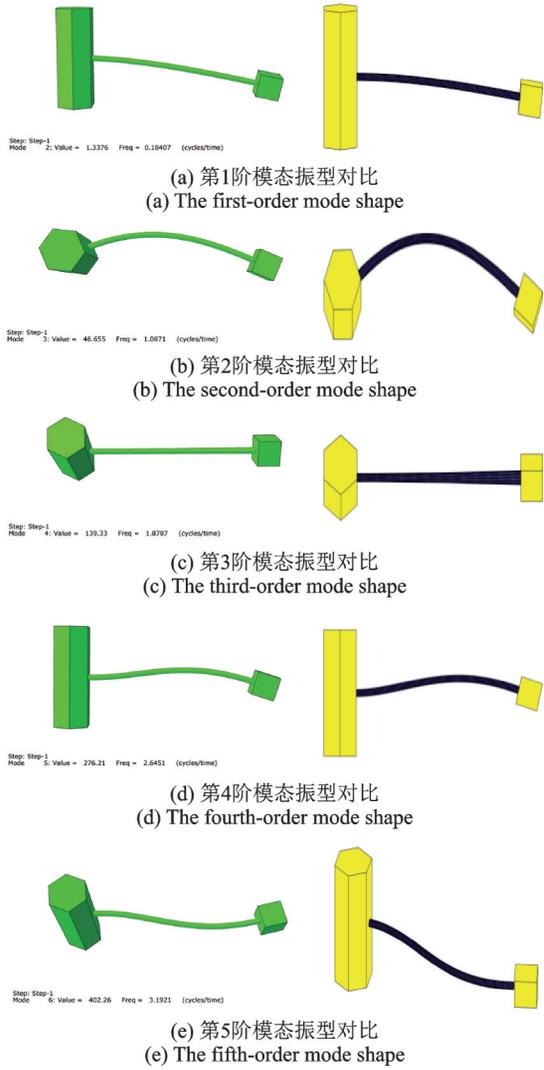


图 6 前 5 阶模态振型对比; 左: ABAQUS 模型, 右: ANCF-NCF 模型

Fig. 6 Comparison of the first five mode shapes; Left: ABAQUS model, Right: ANCF-NCF model

3 充气自旋结构动力学特性分析

3.1 自旋角速度对充气结构自旋动力学特性的影响

为了研究自旋角速度对充气结构动力学特性的影响,将充气管内的气压设定为 2000 Pa,结构与材料参数见 1.1 节,考虑到卫星上的负载设备,将主星和子星的惯性张量设定为 $\text{diag}[0.27, 0.27, 0.27]$ $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 和 $\text{diag}[6.9, 6.9, 11.8]$ $\text{kg}\cdot\text{m}^2$,结合表 2 以及计算效率方面的考虑,将充气管单元划分为 60×6 缩减壳单元,通过推导的特征值方程计算不同转速下前 4 阶频率变化情况如图 7 所示。

由图 7 可知,在转速为 3 rad/s 时,第 1 阶面内振动模态与第 1 阶面外振动模态发生频率切换;在转速为 6.9 rad/s 时,第 1 阶面外振动模态与第 1 阶扭转

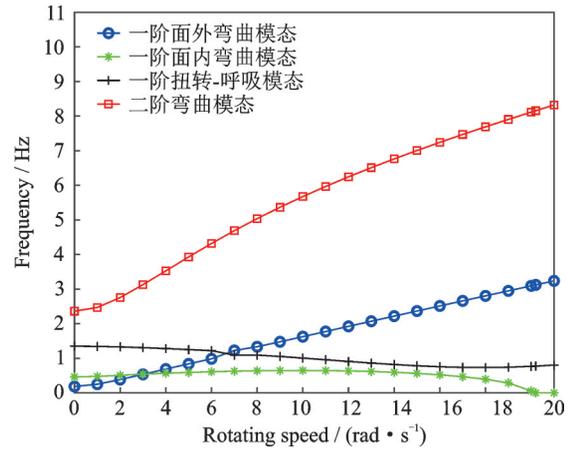


图 7 充气自旋结构前 4 阶共振频率随转速变化

Fig. 7 The first four-order resonant frequencies of the inflatable spinning structure with an increase of the rotating speed

呼吸振动模态发生频率切换,在转速为 6~7 rad/s 这个区间内,第 1 阶面外振动和第 1 阶扭转呼吸振动发生重频,如图 8 所示,这两阶模态振型均存在扭转和面外弯曲。从图 7 中可以看出,第 1 阶面内弯曲振动频率随着转速增加,有先增加后降低的趋势,并且在转速为 20.2 rad/s 时,频率为 0,这时观察到前 3 阶模态振型如图 9 所示。

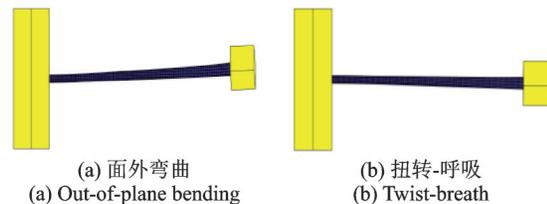


图 8 转速为 6.8 rad/s 时第 1 阶面外弯曲振动与第 1 阶扭转呼吸振动重频

Fig. 8 The resonant frequencies of the first order out-of-plane bending vibration and the first order twist-breath vibration are the same with a rotating speed of 6.8 rad/s

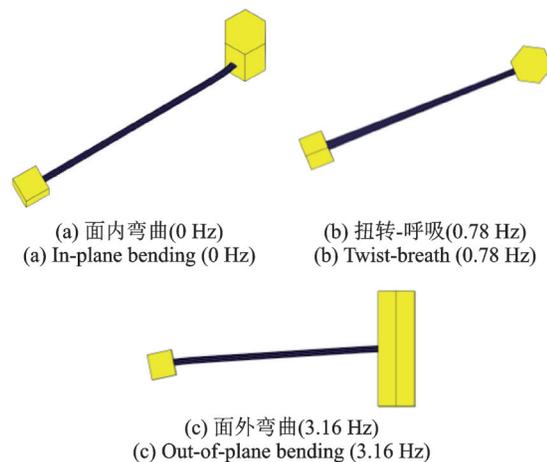


图 9 转速为 20.2 rad/s 时前 3 阶模态振型

Fig. 9 The first three-order mode shapes with a rotating speed of 20.2 rad/s

通过观察图 9 中的模态振型可以发现柔性管与卫星之间的连接约束没有出现问题,所以根据第 1 阶面内弯曲振动频率为 0 Hz 推断充气结构在转速达到临界值时发生了失稳。为了验证结构失稳,计算充气结构在达到临界转速的动力学响应,首先使充气管内的气压缓慢增加至 2000 Pa,再通过在于星上缓慢地施加喷气力,使充气结构开始自旋。通过仿真计算发现,当转速超过 21 rad/s 时,充气结构的端部构型变化,如图 10 所示。

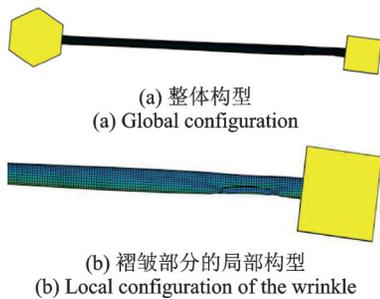


图 10 转速为 21 rad/s 时充气管整体与局部构型

Fig. 10 Global and local configurations of the inflatable spinning structure with a rotating speed of 21 rad/s

由图 10 可以发现,当转速达到 21 rad/s 时,充气管在离心力的作用下发生了褶皱。这是由于随着转速增大,充气管的抗弯刚度逐渐降低至零,充气结构发生了弯曲失稳现象。两种方法得到的临界转速的误差小于 5%,考虑计算动力学响应的算法和计算动力学特性的方法受单元数量以及喷气力的影响,可以通过计算结构动力学响应验证当第 1 阶面内弯曲振动频率为 0 Hz 时结构会发生失稳。

3.2 充气气压对充气自旋结构动力学特性的影响

为了研究充气气压对充气结构动力学特性的影响,将充气结构的转速设定为 0.5 rad/s,结构与材料参数见 1.1 节,同时结合表 2 以及计算效率方面的考虑,将充气管单元划分为 60×6 缩减壳单元,不考虑材料的极限破坏情况,通过推导的特征值方程计算不同充气气压下前 4 阶频率的变化情况如图 11 所示。

由图 11 可知,随着充气气压增加至 10000 Pa,结构的第 1 阶面外弯曲振动频率和第 1 阶扭转-呼吸振动频率有极小幅度的下降,结构的第 1 阶面内弯曲振动频率和第 2 阶弯曲振动频率有极小幅度的上升。当充气气压持续增加时,第 1 阶面外弯曲振动频率逐渐减少,在充气气压为 2.2×10^5 Pa 时,频率为 0 Hz,说明发生了失稳现象。随着气压增加,充气管和子星受到的充气压力会引起充气管径向和轴向的大变形,该大变形会引起结构的失稳现象。第

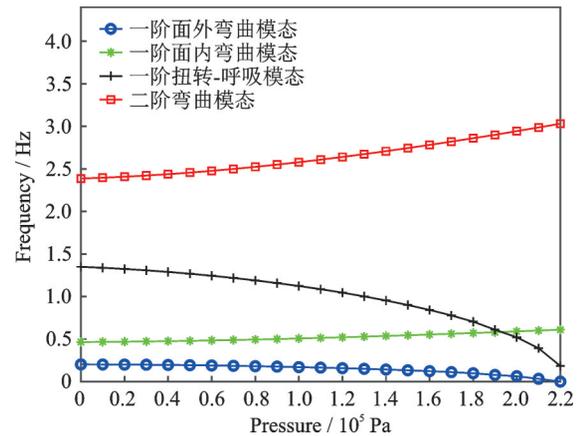


图 11 充气自旋结构前 4 阶共振频率随充气气压变化

Fig. 11 The first four-order resonant frequencies of the inflatable spinning structure with an increase of the inflation pressure

1 阶扭转-呼吸振动频率同样随着气压的增加而降低,第 1 阶面外弯曲振动频率和第 2 阶弯曲振动频率随着充气气压的增加而增加。在充气气压为 1.95×10^5 Pa 时,第 1 阶面内振动模态与第 1 阶扭转-呼吸振动模态发生频率切换。

4 结 论

本文针对充气自旋结构进行动力学建模与不同转速和充气气压下的动力学特性分析,采用绝对节点坐标法和自然坐标法分别对柔性充气管与刚体卫星进行动力学建模,基于拉格朗日乘子法将系统的约束引入系统动力学方程,通过坐标变换推导充气结构在旋转坐标系下的静平衡构型与特征值方程,并采用频率平移法求解充气自旋结构的共振频率与模态振型。本文通过单根柔性管与刚柔耦合柔性管两个算例,采用商业软件 ABAQUS 进行对比,验证了本文所提出的模型的正确性与有效性。不同模态的共振频率对转速和气压的灵敏度不同,随着转速或气压的变化,共振频率会呈现不同的频率转向变化趋势,从而会发生模态切换的现象。通过对充气自旋结构动力学特性的研究,揭示了其共振频率随自转速和充气气压的变化规律,特别是当转速和气压增至一定值时,充气自旋结构会发生结构失稳的可能,该研究为充气自旋结构的安全性设计提供了参考依据。

参考文献:

- [1] DUAN Baoyan. Large spaceborne deployable antennas (ISDAS) — a comprehensive summary[J]. Chinese Journal of Electronics, 2020, 29(1): 1-15.

- [2] 韩堃烽. 折叠薄膜充气展开过程动力学研究[D]. 长沙:湖南大学, 2019.
HAN Kunfeng. Study on the dynamics of the inflatable and unfolding process of the folded film[D]. Changsha: Hunan University, 2019.
- [3] GLASER R, CACCESE V, SHAHINPOOR M. Comparative finite element and experimental analysis of a quasi-static inflation of a thin deployable membrane space structure[J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2018, 138: 48-65.
- [4] CHEN Ti, WEN Hao, JIN Dongping, et al. New design and dynamic analysis for deploying rolled booms with thin wall[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2016, 53(1): 225-230.
- [5] 崔乃刚, 刘家夫, 邓连印, 等. 太阳帆充气支撑管展开动力学分析[J]. *宇航学报*, 2010, 31(6): 1521-1526.
CUI Naigang, LIU Jiafu, DENG Lianyin, et al. Dynamic analysis of the deployment of the inflatable support tube of the solar sail[J]. *Acta Astronautica Sinica*, 2010, 31(6): 1521-1526.
- [6] 卫剑征, 苗常青, 杜星文. 充气太阳能帆板展开动力学数值模拟预报[J]. *宇航学报*, 2007(2): 322-326.
WEI Jianzheng, MIAO Changqing, DU Xingwen. Numerical simulation prediction of deployment dynamics of inflatable solar panels [J]. *Acta Astronautica Sinica*, 2007(2): 322-326.
- [7] 卫剑征, 谭惠丰, 苗常青, 等. 空间折叠薄膜管的充气展开动力学实验研究[J]. *力学学报*, 2011, 43(1): 202-207.
WEI Jianzheng, TAN Huifeng, MIAO Changqing, et al. Experimental study on the inflation and deployment dynamics of a space-folded film tube[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011, 43(1): 202-207.
- [8] 刘飞, 贺卫亮. 空间充气圆环动力学特性仿真分析[J]. *计算机仿真*, 2015, 32(3): 123-126.
LIU Fei, HE Weiliang. Simulation analysis of dynamic characteristics of space inflatable ring[J]. *Computer Simulation*, 2015, 32(3): 123-126.
- [9] YU Jianxin, TAN Huifeng, WEI Jianzheng. Dynamic testing of an inflatable wrap-rib reflector antenna [J]. *Procedia Engineering*, 2017, 199:483-488.
- [10] SAN Bingbing, LI Weixin, ZHAO Quanzhu. Dynamic characteristics of inflatable reflectors with consideration of assembly of gores[J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2016, 16(1):1640003.
- [11] 卫剑征, 张鹏飞, 马瑞强, 等. 大尺度充气式桁架太阳能阵列设计及动力学分析[J]. *机械工程学报*, 2020, 56(5): 93-99.
WEI Jianzheng, ZHANG Pengfei, MA Ruiqiang, et al. Design and dynamic analysis of large-scale inflatable truss solar array[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2020, 56(5): 93-99.
- [12] WEI Jianzheng, MA Ruiqiang, LIU Yufei, et al. Modal analysis and identification of deployable membrane structures[J]. *Acta Astronautica*, 2018, 152: 811-822.
- [13] ZHAO Bing, HU Jianhui, CHEN Wujun, et al. Computational method for in-situ finite element modeling of inflatable membrane structures based on geometrical shape measurement using photogrammetry[J]. *Computers & Structures*, 2019, 224:106105.
- [14] 田强, 张云清, 陈立平, 等. 柔性多体系统动力学绝对节点坐标方法研究进展[J]. *力学进展*, 2010, 40(2): 189-202.
TIAN Qiang, ZHANG Yunqing, CHEN Liping, et al. Research progress in absolute nodal coordinates of flexible multi-body system dynamics [J]. *Advances in Mechanics*, 2010, 40(2): 189-202.
- [15] LIU Cheng, TIAN Qiang, HU Haiyan. New spatial curved beam and cylindrical shell elements of gradient-deficient absolute nodal coordinate formulation[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 70(3): 1903-1918.
- [16] PAPPALARDO C M, ZHANG Zhigang, SHABANA A A. Use of independent volume parameters in the development of new large displacement ANCF triangular plate/shell elements[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 91(4): 2171-2202.
- [17] WANG Tengfei. Two new triangular thin plate/shell elements based on the absolute nodal coordinate formulation [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 99(4): 2707-2725.
- [18] SHABANA A A, DESAI C J, GROSSI E, et al. Generalization of the strain-split method and evaluation of the nonlinear ancf finite elements[J]. *Acta Mechanica*, 2020, 231(4): 1365-1376.
- [19] CHEN Yuanzhao, GUO Xian, ZHANG Dingguo, et al. A novel radial point interpolation method for thin plates in the frame of absolute nodal coordinate formulation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 469: 115132.
- [20] YU Haidong, ZHAO Zijie, YANG Dan, et al. A new composite plate/plate element for stiffened plate structures via absolute nodal coordinate formulation[J]. *Composite Structures*, 2020, 247: 112431.
- [21] 吴吉, 章定国, 黎亮, 等. 带集中质量的旋转柔性曲梁动力学特性分析[J]. *力学学报*, 2019, 51(4): 1134-1147.
WU Ji, ZHANG Dingguo, LI Liang, et al. Analysis of dynamic characteristics of a rotating flexible curved beam with concentrated mass [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(4):

- 1134-1147.
- [22] YU Jiancong, WANG Qingtao. Modal analysis of the rotating shell structure based on absolute nodal coordinate formulation [J]. Materials Science and Engineering, 2019, 531(1): 012061.
- [23] SUN Jialiang. Topology optimization for removing internal resonances of a rotating thin plate [J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 480: 115420.
- [24] LUO Caoqun, SUN Jialiang, WEN Hao, et al. Dynamics of a tethered satellite formation for space exploration modeled via ANCF [J]. Acta Astronautica, 2020, 177: 882-890.
- [25] LI Ke, TIAN Qiang, SHI Junwei, et al. Assembly dynamics of a large space modular satellite antenna [J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 142: 103601.
- [26] LI Yuanyuan, WANG Zilu, WANG Cong, et al. Planar rigid-flexible coupling spacecraft modeling and control considering solar array deployment and joint clearance [J]. Acta Astronautica, 2018, 142: 138-151.
- [27] ZHAO Jiang, TIAN Qiang, HU Haiyan. Deployment dynamics of a simplified spinning IKAROS solar sail via absolute coordinate based method [J]. Acta Mechanica Sinica, 2013, 29(1): 132-142.
- [28] LIU Cheng, TIAN Qiang, HU Haiyan, et al. Simple formulations of imposing moments and evaluating joint reaction forces for rigid-flexible multibody systems [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 69(1-2): 127-147.
- [29] DMITROCHENKO O N, POGORELOV D Y. Generalization of plate finite elements for absolute nodal coordinate formulation [J]. Multibody System Dynamics, 2003, 10(1): 17-43.
- [30] JAVIER G J. Twenty-five years of natural coordinates [J]. Multibody System Dynamics, 2007, 18(1): 15-33.
- [31] YANG Cheng, CAO Dazhi, ZHAO Zhihua, et al. A direct eigen analysis of multibody system in equilibrium [J]. Journal of Applied Mathematics, 2012, 2012: 1-12.

Dynamic characteristics of inflatable spinning structure

SUN Jia-liang¹, SUN Jia-hao¹, JIN Dong-ping¹, LIU Fu-shou²

(1.State Key Laboratory of Mechanics and Control for Aerospace Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2.College of Civil Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China)

Abstract: The inflatable spinning structures have many applications in aerospace engineering, the dynamic characteristics of which have a significant impact on the space missions. In this paper, therefore, an accurate dynamic model and the corresponding dynamic characteristic analysis of an inflatable spinning structure are studied. The dynamic models of the flexible inflatable tube and the rigid satellites are established by using the reduced shell element of absolute nodal coordinate formulation (ANCF) and the natural coordinate formulation (NCF), respectively. By using the Lagrange multiplier method, the kinematic constraints are introduced into the system dynamics equations so that a flexible multibody system dynamic model is obtained. Under the assumption of linear vibration of the inflatable spinning structure at the equilibrium configuration, the eigenvalue equation of the inflatable spinning structure is derived by coordinate transformation. The eigenfrequencies and the corresponding modal shapes of the inflatable spinning structure are computed via a frequency shift, and verified with the results from the finite element software. The influence of the spinning speed and inflatable pressure on the eigenfrequencies of the inflatable spinning structure is studied. The results reveal that the spinning speed and inflatable pressure can give rise to the phenomena of eigenfrequency veering, crossing, and switching, which will affect the stability of inflatable spinning structure.

Key words: inflatable spinning structure; dynamic characteristics; rigid-flexible coupling; absolute nodal coordinate formulation; natural coordinate formulation

作者简介: 孙加亮(1992—),男,博士,副教授。电话:15951752379;E-mail:sunjialiang@nuaa.edu.cn。

通讯作者: 金栋平(1964—),男,博士,教授。电话:13451823364;E-mail:jindp@nuaa.edu.cn。