

纯电动汽车悬置系统固有特性的不确定性和相关性传播分析

吕 辉^{1,2}, 李振聪¹, 杨 坤¹, 黄晓婷³, 上官文斌¹

(1. 华南理工大学机械与汽车工程学院, 广东 广州 510641; 2. 湖南大学汽车车身先进设计制造国家重点实验室, 湖南 长沙 410082; 3. 广州城市理工学院汽车与交通工程学院, 广东 广州 510800)

摘要: 针对纯电动汽车动力总成悬置系统(Powertrain Mounting System, PMS)参数同时存在不确定性和相关性的情形,开展了纯电动汽车PMS固有特性的不确定性和相关性传播分析研究。利用多维平行六面体模型量化系统参数不确定性和相关性;基于多维平行六面体模型,将正则化法、泰勒展开法及中心差分法相结合,提出了一种PMS固有特性响应不确定性传播分析的MP摄动法。结合系统固有特性响应数据,基于蒙特卡罗法和置信度,提出了一种系统固有特性响应的相关性传播分析方法。以某纯电动汽车PMS算例验证了方法的有效性。分析结果表明:系统参数的不确定性会使得系统响应具有不确定性,而系统参数的相关性会使得系统响应具有一定的相关性。

关键词: 纯电动汽车; 动力总成悬置系统; 多维平行六面体模型; 不确定性传播; 相关性传播

中图分类号: U469.72 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)03-0671-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.03.009

引 言

在纯电动汽车的设计、制造和工作过程中,广泛地存在着各种不确定因素。纯电动汽车的动力源采用驱动电机取代了发动机,发动机的“掩蔽效应”消失,使得各种不确定因素相互作用下的纯电动汽车噪声、振动和声振粗糙度(Noise, Vibration and Harshness, NVH)问题更加突出。动力总成悬置系统(Powertrain Mounting System, PMS)作为NVH技术的重要一环,是纯电动汽车隔离振动传递、降低噪声传播的重要系统之一^[1-2]。对纯电动汽车PMS固有特性开展不确定性领域方面的分析研究具有重要的工程意义。

近年来,针对PMS固有特性开展的不确定性研究已经很成熟。辛付龙等^[3]以悬置刚度为优化变量并考虑其不确定性,以系统解耦率、悬置动反力以及动反力的稳健性函数为优化目标,对PMS进行了多目标稳健优化;刘春梅等^[4]考虑了悬置刚度的制造误差等不确定因素,提出了一种PMS的可靠设计流程,并将其用于某悬置系统的开发设计;谢展等^[5]基于区间分析,将稳健设计与多目标优化相结合,提出了一种PMS隔振性能的稳健优化设计方法;Cai

等^[6]针对PMS一部分参数信息匮乏而另一部分参数信息充足的复杂情形,构建随机与区间混合模型对PMS固有特性进行了不确定性传播分析和优化设计。

上述研究均将系统不确定参数视为独立变量。在实际工程中,机械系统的关键参数之间往往具有一定相关性,不确定参数间的相关性研究已经受到越来越多学者的关注。Qiu等^[7]对比分析了考虑参数相关性的椭球模型和未考虑参数相关性的区间模型在结构动力学响应分析中的应用。吕辉等^[8]提出了一种基于多椭球凸模型的PMS固有特性的不确定性传播分析方法,分析了刚度参数相关性对系统响应的影响。然而,单个椭球凸模型仅能处理所有不确定参数完全相关的情形。当系统参数一部分独立、另一部分相关时,采用椭球凸模型需要分组建立多个椭球,过程相对复杂^[9]。近年来,多维平行六面体(Multidimensional Parallelepiped, MP)模型备受关注,该模型可以对不确定参数完全独立,完全相关,或者既有相关性又有独立性的各种情形进行量化。因此,吕辉等^[10]进一步引入MP模型处理PMS参数相关性和独立性并存的情形,结合蒙特卡罗法初步提出了一种PMS的不确定性传播分析方法。

可以看出,考虑不确定参数相关性的PMS研究

收稿日期: 2021-07-13; **修订日期:** 2021-12-01

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(51975217);广东省自然科学基金面上项目(2023A1515011585);汽车车身先进设计制造国家重点实验室开放课题(32015003)。

已受到学者的密切关注,并取得了一些成果。对此,可能还存在两方面的关键问题需解决。第一,目前基于MP模型的PMS不确定性传播分析主要依赖于蒙特卡罗抽样^[10],其计算效率相对较低。第二,在纯电动汽车PMS中普遍采用的橡胶悬置的三向刚度参数之间存在明显的相关性。系统参数的相关性必然会引起系统响应之间存在一定的相关性,即相关性传播现象^[11],现有研究尚未开展这方面工作。

针对上述问题,本文旨在开展纯电动汽车PMS固有特性的不确定性传播和相关性传播分析研究。首先引入MP模型描述PMS中存在不确定性和相关性的刚度参数,随后提出一种能快速求解系统固有特性响应区间的非线性传播分析方法;接着提出一种基于蒙特卡罗法的相关性传播分析方法。最后,通过数值算例验证方法的有效性。

1 分析模型

1.1 纯电动汽车PMS模型

图1为某纯电动汽车PMS的三维模型及其对应的六自由度动力学模型^[12]。一般可将动力总成简化为六自由度刚体,橡胶悬置元件简化为具有三向正交刚度的弹簧模型。

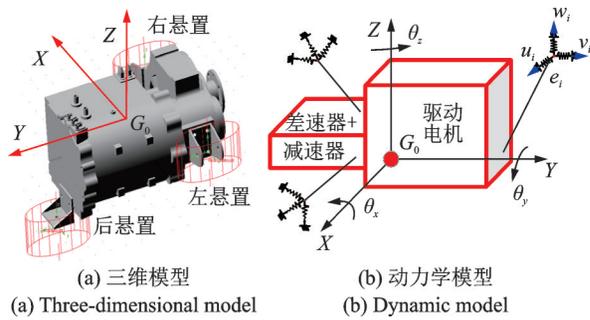


图1 PMS模型

Fig. 1 The PMS model

建立动力总成坐标系 G_0 -XYZ和悬置元件局部坐标系 $e_i-u_i v_i w_i$ ($i=1, 2, 3$),各坐标系和坐标轴的具体定义见文献^[6]。系统固有频率可由下式求得:

$$|K - \omega^2 M| = 0 \quad (1)$$

$$\{K - \omega_j^2 M\} \varphi_j = 0 \quad (2)$$

式中 K 和 M 分别为系统质量和刚度矩阵。求解式(1)和(2),可得到系统6阶固有频率 $f_j = \omega_j / (2\pi)$, $j=1, 2, \dots, 6$; ω_j 为固有频率 f_j 的圆频率;以及对应的振型 $\varphi_j = [\varphi_{1j}, \varphi_{2j}, \dots, \varphi_{6j}]^T$ 。

当系统以第 j 阶固有频率 f_j 和振型 φ_j 振动时,第 k 个广义坐标所占的能量百分比为:

$$ED(k, j) = \frac{\frac{1}{2} \omega_j^2 \varphi_{kj} \sum_{l=1}^6 (M_{kl} \varphi_{lj})}{\frac{1}{2} \omega_j^2 \varphi_j^T M \varphi_j} = \frac{\varphi_{kj} \sum_{l=1}^6 (M_{kl} \varphi_{lj})}{\varphi_j^T M \varphi_j} \quad (3)$$

式中 φ_{kj} 为 φ_j 的第 k 个分量; M_{kl} 为 M 的第 k 行第 l 列元素; φ_{lj} 为 φ_j 的第 l 个分量。

第 j 阶模态对应的解耦率定义为:

$$E_j = \max_{k=1, 2, \dots, 6} ED(k, j) \quad (4)$$

当 $E_j = 100\%$ 时,表示能量全部集中在某广义坐标上,第 j 阶振动完全解耦。

1.2 不确定性分析模型

工程实际中,存在一种典型的“多源不确定性”问题^[13],即参数的不确定性来源可能不同。同一来源时,不确定参数可能是相关的;不同来源时则是独立的。如纯电动汽车PMS中,同一橡胶悬置的三向刚度参数存在一定的相关性,而不同悬置的参数之间则是相互独立的。利用MP模型^[14],可以描述参数相关性和独立性共存的复杂情形。

对于 n 个不确定参数 $X = [X_1, \dots, X_i, \dots, X_n]^T$,参数的边缘区间为:

$$X_i^I = [X_i^L, X_i^U], i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

式中 X_i^L 和 X_i^U 分别为 X_i^I 的下界和上界。

对任意两个相互独立的不确定参数 X_i 和 X_l 的取值范围($i, l = 1, 2, \dots, n$ 且 $i \neq l$)可以建立一个矩形不确定域 Ω_s ,如图2中虚线所示。若 X_i 和 X_l 之间存在相关性,则可用图2中实线所围的平行四边形域 Ω 表示。

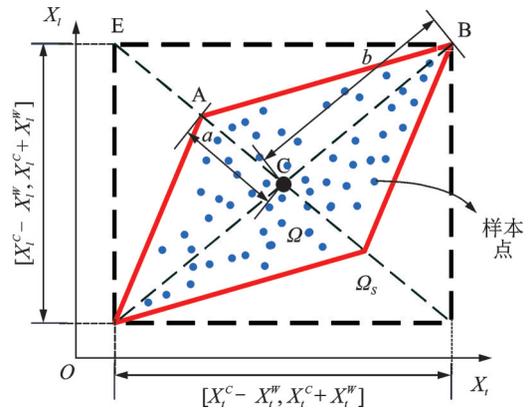


图2 平行四边形模型

Fig. 2 The parallelogram model

结合图2,定义任意两个不确定参数之间的相关系数 ρ_{X_i, X_l} 为:

$$\rho_{X_i, X_l} = \frac{b - a}{b + a} \quad (6)$$

式中 b 为图中 CB 的长度, a 为 CA 的长度, $-1 \leq$

$\rho_{X_i, X_i} \leq 1$, 且 $\rho_{X_i, X_i} = \rho_{X_j, X_j} = 1$ 。当 $a = b$ 时, $\rho_{X_i, X_j} = 0$, 即 X_i 和 X_j 相互独立。

定义 n 个不确定参数间的相关系数矩阵 ρ 为:

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \cdots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & \rho_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中 ρ 为 $n \times n$ 对称矩阵, ρ_{ij} 为任意两个不确定参数之间的相关系数。

n 个不确定参数建立的 MP 模型数学解析式为:

$$|\rho^{-1} T^{-1} R^{-1} (X - X^C)| \leq e \text{ 或 } |C^{-1} \Delta X| \leq e \quad (8)$$

式中 $e = [1, 1, \dots, 1]^T$; $w_i = 1 / \sum_{j=1}^n |\rho(i, j)|$, $i = 1, 2, \dots, n$; $T = \text{diag}(w_1, w_2, \dots, w_n)$; $C = RT\rho$; $\Delta X = X - X^C$; $R = \text{diag}(X_1^w, X_2^w, \dots, X_n^w)$, X_i^w 为参数区间半径; $X^C = [X_1^C, \dots, X_2^C, \dots, X_n^C]^T$ 为 X 的中点。

获得任意两个不确定参数的样本数据后, 可得到参数的边缘区间; 建立包络所有样本点且面积最小的平行四边形不确定域, 可得到两个参数的相关系数。获得所有不确定参数间的相关系数就可以构建相关系数矩阵, 进而建立刻画参数不确定性和相关性的 MP 模型。

2 PMS 不确定性传播分析

由于系统参数是不确定的, 计算得到的系统响应也是不确定的, 这就是不确定性传播问题。对于 PMS 固有特性的不确定性传播分析, 文献[10]基于蒙特卡罗法开展了初步研究。在此基础上, 本节将提出一种快速求解系统响应的 MP 摄动法。

首先将描述纯电动汽车系统参数的 MP 模型转换为正则区间模型。正则化可以通过下式实现:

$$\delta = C^{-1} \Delta X^T \quad (9)$$

不确定参数 X 被投影到 δ 空间中, 其在 δ 空间中取值范围的几何形状变成 n 维立方体 Ω^* :

$$\Omega^* = \{\delta | \delta \leq e\} \quad (10)$$

式中 $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n]$, 且 $\delta_q \in [-1, 1]$, $q = 1, 2, \dots, n$ 。

图3为二维情形下的正则变换示意图。

纯电动汽车 PMS 固有特性响应函数统一表示为 $F(X)$, 经正则变换后为:

$$F^*(\delta), \delta \in \Omega^* \quad (11)$$

$F^*(\delta)$ 在 δ 中心点处的一阶泰勒展开为:

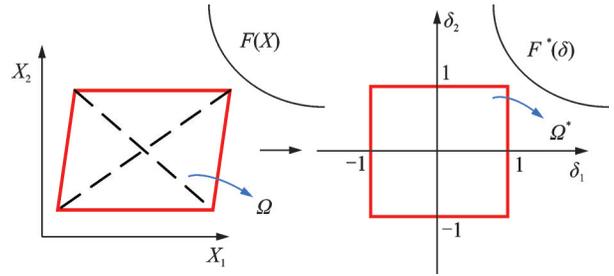


图3 正则化处理

Fig. 3 The regularization

$$F^*(\delta) = F^*(\delta^C) + \sum_{q=1}^n \frac{\partial F^*(\delta^C)}{\partial \delta_q} (\delta_q - \delta_q^C) \quad (12)$$

式中 δ^C 为 Ω^* 空间的原点, 即 $\delta^C = [0, 0, \dots, 0]^T$; δ_q^C 为 δ 向量的第 q 个分量的中点值。

因此, $F^*(\delta)$ 也可表示为:

$$F^*(\delta) = F^*(0) + \sum_{q=1}^n \frac{\partial F^*(0)}{\partial \delta_q} \delta_q \quad (13)$$

式中 响应函数的一阶偏导数 $\frac{\partial F^*(0)}{\partial \delta_q}$ 可由下式求解:

$$\frac{\partial F^*(0)}{\partial \delta_q} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial F(X^C)}{\partial X_j} \frac{\partial X_j}{\partial \delta_q} \quad (14)$$

式中 $\frac{\partial X_j}{\partial \delta_q}$ 为常数值。利用中心差分法可得:

$$\frac{\partial F(X^C)}{\partial X_j} = \frac{F(X^C + \Delta X_j) - F(X^C - \Delta X_j)}{2\Delta X_j} \quad (15)$$

式中 $\Delta X_j = [0, \dots, \Delta X_j, \dots, 0]$, ΔX_j 为一微小增量。

由此可得到:

$$F_+^*(\delta) = F^*(0) + \sum_{q=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{F(X^C + \Delta X_j) - F(X^C - \Delta X_j)}{2\Delta X_j} \frac{\partial X_j}{\partial \delta_q} \delta_q \quad (16)$$

结合 $\delta_q \in [-1, 1]$ 可知, $F^*(\delta)$ 的上下界为:

$$F_+^*(\delta) = F^*(0) + \sum_{q=1}^n \left| \frac{\partial F^*(0)}{\partial \delta_q} \right| = F^*(0) + \sum_{q=1}^n \left| \sum_{j=1}^n \frac{F(X^C + \Delta X_j) - F(X^C - \Delta X_j)}{2\Delta X_j} \frac{\partial X_j}{\partial \delta_q} \right| \quad (17)$$

$$F_-^*(\delta) = F^*(0) - \sum_{q=1}^n \left| \frac{\partial F^*(0)}{\partial \delta_q} \right| = F^*(0) - \sum_{q=1}^n \left| \sum_{j=1}^n \frac{F(X^C + \Delta X_j) - F(X^C - \Delta X_j)}{2\Delta X_j} \frac{\partial X_j}{\partial \delta_q} \right| \quad (18)$$

式中 $F_+^*(\delta)$ 和 $F_-^*(\delta)$ 分别为 $F^*(\delta)$ 的上下界, 即系统固有特性响应的上下界。

图4给出了纯电动汽车 PMS 不确定性传播分析的 MP 摄动法分析流程。

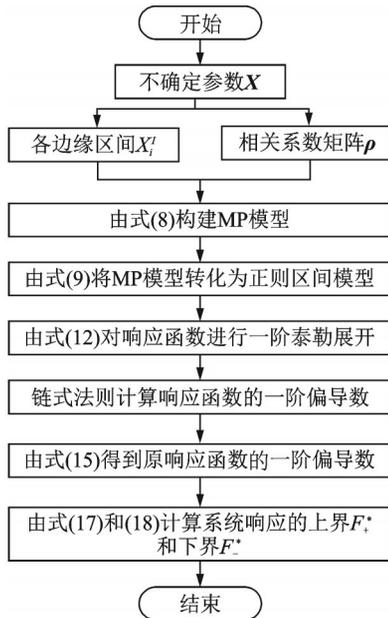


图 4 不确定性传播分析流程

Fig. 4 The procedure of uncertainty propagation analysis

3 PMS 相关性传播分析

参考文献[10],基于蒙特卡罗法可求得纯电动汽车 PMS 固有特性的一系列响应数据。记任意两个响应分别为 $F_l(X)$ 和 $F_l(X)$ ($l=1, 2, \dots, 6$), 且均有 B 组响应数据 $F_l^S = [F_l^{(1)}, F_l^{(2)}, \dots, F_l^{(B)}]$ 和 $F_l^S = [F_l^{(1)}, F_l^{(2)}, \dots, F_l^{(B)}]$ 。由于相关性传播, F_l^S 和 F_l^S 会呈现出一定的相关性。

基于蒙特卡罗法求解 F_l^S 和 F_l^S 的相关性, 主要步骤如下:

(1) 利用 B 组响应数据 $F_l^S = [F_l^{(1)}, F_l^{(2)}, \dots, F_l^{(B)}]$ 和 $F_l^S = [F_l^{(1)}, F_l^{(2)}, \dots, F_l^{(B)}]$ 确定响应的边缘区间 $F_l^l = [F_l^l, F_l^u]$ 和 $F_l^l = [F_l^l, F_l^u]$;

(2) 计算任意两个响应边缘区间所围的矩形域半对角线长 $b = \frac{1}{2} \sqrt{(F_l^l - F_l^l)^2 + (F_l^u - F_l^u)^2}$, 并假设 $a = t * |\overline{CE}| = t * b$, 其中 t 为一迭代变量且初值为 0;

(3) 基于式(6)和(8)计算相关系数 ρ_{F_l, F_l} 和矩阵 C ;

(4) 基于式(8)建立包络样本点的平行四边形不确定域 $C^{-1} \left(\begin{matrix} F_l - F_l^c \\ F_l - F_l^c \end{matrix} \right) \leq e$;

(5) 以一微小增量 Δt 对变量 t 进行迭代计算, 直到得到包络 F_l^S 和 F_l^S 所有样本点的平行四边形不确定域, 以及最终的相关系数 ρ_{F_l, F_l} 。

建立包络 F_l^S 和 F_l^S 所有样本点且面积最小的平

行四边形域非常耗时, 且会在平行四边形域内留下没有样本的大量空白区域^[15]。此时, 可以引入置信度 $\tau = H/B$ 。其中, H 为被平行四边形不确定域包络的样本数; B 为样本总数。因此, 在上述步骤(5)中, 当被包络的样本数与样本总数的比值达到所设置置信度 τ 时, 即可作为迭代过程结束的条件。

一般地, 分散的样本对应一个大的置信度, 可以使构成的平行四边形不确定域对样本的包络更合理, 避免不确定量化结果面临高风险; 而聚集的样本对应一个小的置信度, 可以避免平行四边形不确定域出现许多空域。

图 5 给出了 PMS 相关性传播分析的一般流程。

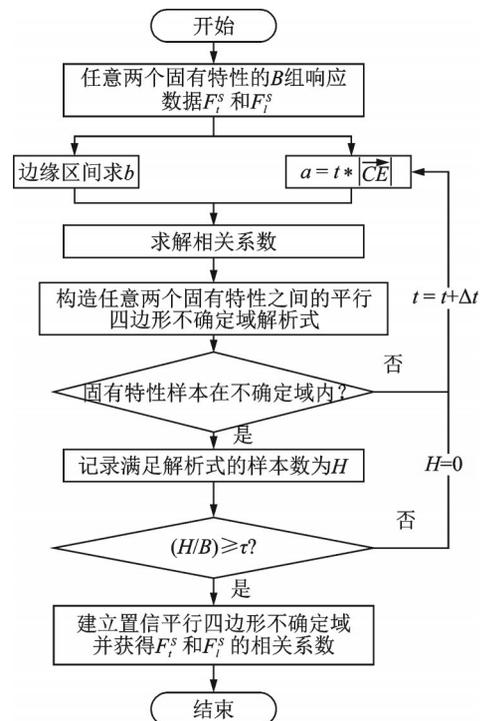


图 5 相关性传播分析流程

Fig. 5 The procedure of correlation propagation analysis

4 算例分析

4.1 PMS 分析模型

以某纯电动汽车 PMS 为例, 其模型示意图如图 6 所示。电机总成重为 82 kg。表 1 为电机总成的转动惯量和惯性积。表 2 为悬置的初始刚度。表 3 为悬置的安装位置。悬置为水平安装。

4.2 不确定性传播分析

由于 θ_x (绕电机转子旋转方向)、 Y (汽车前进方向的左右侧) 和 Z (竖直方向) 方向为电机总成振动

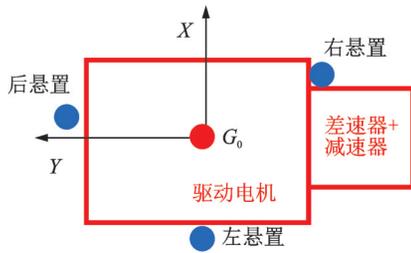


图 6 PMS 示意图

Fig. 6 The sketch of PMS

表 1 系统惯性特性/(kg·m²)

Tab. 1 The inertia properties of system/(kg·m²)

I_{XX}	I_{YY}	I_{ZZ}	I_{XY}	I_{YZ}	I_{ZX}
1.93	1.21	2.31	0.43	-0.075	0.06

表 2 悬置刚度/(N·mm⁻¹)

Tab. 2 The static stiffness for each mount/(N·mm⁻¹)

悬置	k_u	k_v	k_w
左悬置	100	55	105
右悬置	130	64	134
后悬置	140	73	140

的主要激励源,因此本文着重考虑这三个方向的固

表 3 悬置安装位置/mm

Tab. 3 The location of each mount/mm

悬置	X	Y	Z
左悬置	56.9	-448.3	181
右悬置	-425	506	181
后悬置	315.5	-37.3	-208.9

有特性。这三个方向的固有频率分别记为 F_Y, F_Z 和 F_{θ_x} ,解耦率分别记为 D_Y, D_Z 和 D_{θ_x} 。

纯电动汽车 PMS 的橡胶悬置刚度参数具有较明显的不确定性和相关性。定义表 2 中的悬置刚度值为其不确定取值区间的中心点,并将其由中心点变化的百分比作为不确定度。为便于分析,本算例给定同一悬置刚度参数的相关系数为 0.4,不同悬置间的刚度参数相互独立。当刚度参数的不确定度依次为 $\pm 2\%, \pm 4\%, \pm 6\%, \pm 8\%$ 和 $\pm 10\%$ 时,利用提出的 MP 摄动法计算 PMS 固有特性,结果如表 4 所示。以蒙特卡罗法抽样 10^6 次求得的系统固有特性结果作为参考,如表 5 所示。将两种方法计算结果之差的绝对值作为 MP 摄动法的计算误差。不同情形下 MP 摄动法的计算误差如图 7 和 8 所示。

表 4 MP 摄动法求得的固有特性范围

Tab. 4 The inherent characteristics calculated by MP perturbation method

刚度不确定度	Y		Z		θ_x	
	固有频率/Hz	解耦率/%	固有频率/Hz	解耦率/%	固有频率/Hz	解耦率/%
$\pm 2\%$	[3.98, 4.06]	[87.28, 88.14]	[10.71, 10.93]	[99.70, 99.75]	[40.84, 41.66]	[88.51, 88.92]
$\pm 4\%$	[3.94, 4.10]	[86.85, 88.57]	[10.60, 11.03]	[99.67, 99.77]	[40.42, 42.07]	[88.30, 89.13]
$\pm 6\%$	[3.90, 4.15]	[86.43, 88.99]	[10.49, 11.14]	[99.65, 99.80]	[40.01, 42.49]	[88.09, 89.34]
$\pm 8\%$	[3.86, 4.19]	[86.00, 89.42]	[10.39, 11.25]	[99.62, 99.82]	[39.60, 42.90]	[87.88, 89.54]
$\pm 10\%$	[3.82, 4.23]	[85.57, 89.85]	[10.28, 11.36]	[99.60, 99.85]	[39.19, 43.31]	[87.67, 89.75]

表 5 蒙特卡罗法求得的固有特性范围

Tab. 5 The inherent characteristics calculated by Monte-Carlo method

刚度不确定度	Y		Z		θ_x	
	固有频率/Hz	解耦率/%	固有频率/Hz	解耦率/%	固有频率/Hz	解耦率/%
$\pm 2\%$	[3.99, 4.06]	[87.33, 88.08]	[10.72, 10.91]	[99.70, 99.74]	[40.89, 41.60]	[88.53, 88.89]
$\pm 4\%$	[3.95, 4.09]	[86.91, 88.42]	[10.62, 11.00]	[99.67, 99.76]	[40.55, 41.95]	[88.35, 89.06]
$\pm 6\%$	[3.92, 4.12]	[86.49, 88.78]	[10.54, 11.08]	[99.64, 99.78]	[40.15, 42.27]	[88.15, 89.26]
$\pm 8\%$	[3.89, 4.16]	[86.09, 89.10]	[10.44, 11.18]	[99.61, 99.80]	[39.87, 42.67]	[87.97, 89.40]
$\pm 10\%$	[3.86, 4.18]	[85.64, 89.38]	[10.37, 11.25]	[99.56, 99.81]	[39.42, 42.97]	[87.73, 89.58]

由表 4 和 5 可知,由于不确定性传播,悬置刚度的不确定性导致系统固有特性也是不确定的。随着系统参数不确定度增大,固有特性的区间范围也在增大,呈现向外扩张趋势。

由图 7 可知,对于固有频率下界,MP 摄动法的计算误差随着参数不确定度增大而增大,最大误差

约为 0.28 Hz,出现在 θ_x 方向,此时对应的参数不确定度为 $\pm 10\%$,而 Y 和 Z 方向固有频率下界的计算误差均较小。对于固有频率上界,MP 摄动法计算的最大误差约为 0.34 Hz,仍出现在 θ_x 方向且对应的参数不确定度为 $\pm 10\%$ 。当不确定度小于 $\pm 10\%$ 时,Y 和 Z 方向的计算误差均小于 0.1 Hz。

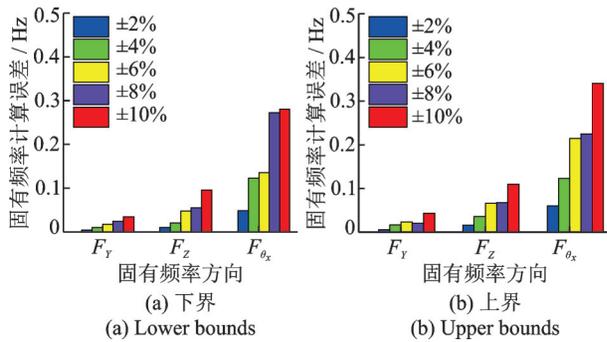


图7 固有频率的计算误差

Fig. 7 The errors of frequencies

由图8可知,对于解耦率下界,MP摄动法计算的最大误差出现在Y方向上,最大误差约为0.1%,对应的参数不确定度亦为±10%。对于解耦率上界,MP摄动法计算的最大误差仍出现在Y方向,最大误差约为0.5%,对应的参数不确定度也为±10%。

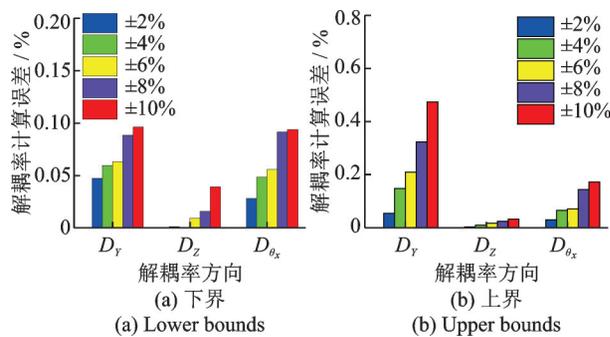


图8 解耦率的计算误差

Fig. 8 The errors of decoupling ratios

对于上述不确定性传播分析,每种不确定度情形下的蒙特卡罗法均基于随机抽样,需要大量抽样运算才能得到精确的不确定响应结果,因此其计算效率较低,计算时间约为2923 s;而MP摄动法基于正则化法、泰勒展开法及中心差分法,其计算不确定响应边界时,仅需根据推导的公式进行运算,因此计算效率很高,计算时间约为3.1 s。

表8 固有频率和解耦率之间的相关系数

Tab. 8 The correlation coefficients between frequencies and decoupling ratios

ρ_0	$\rho(F_Y, D_Y)$	$\rho(F_Y, D_Z)$	$\rho(F_Y, D_{\theta_x})$	$\rho(F_Z, D_Y)$	$\rho(F_Z, D_Z)$	$\rho(F_Z, D_{\theta_x})$	$\rho(F_{\theta_x}, D_Y)$	$\rho(F_{\theta_x}, D_Z)$	$\rho(F_{\theta_x}, D_{\theta_x})$
0.3	0.04	0.06	0.05	0.07	0.12	0.08	0.07	0.15	0.08
0.5	0.06	0.07	0.1	0.07	0.07	0.1	0.08	0.08	0.11
0.7	0.05	0.05	0.08	0.07	0.06	0.09	0.08	0.07	0.07

由表6~8可知:

(1)当刚度参数的相关系数相同时,不同方向固有频率之间的相关性最高,解耦率与固有频率之间的相关性最低,不同方向解耦率之间的相关性介于

因此,本文提出的MP摄动法,在纯电动汽车PMS固有特性的不确定性传播分析中,不仅具有较高的计算精度,而且还具有很高的计算效率。

4.3 相关性传播分析

由于系统参数具有相关性,计算得到的系统响应之间也会具有一定的相关性,这就是相关性传播问题。本节进一步研究系统参数相关性对输出响应相关性的影响,即开展相关性传播分析。

给定刚度参数的不确定度为±8%,每个悬置任意两个刚度之间的相关系数记为 ρ_0 。此外,以 $\rho(F_i, F_j)$ ($i, j = Y, Z, \theta_x, i \neq j$)表示任意两个方向固有频率之间的相关系数;以 $\rho(D_i, D_j)$ ($i, j = Y, Z, \theta_x, i \neq j$)表示任意两个方向解耦率之间的相关系数; $\rho(F_n, D_m)$ ($n, m = Y, Z, \theta_x$)表示固有频率和解耦率之间的相关系数。

研究 $\rho_0=0.3, 0.5$ 和 0.7 三种情形,利用提出的相关性传播分析方法分别计算系统固有特性响应之间的相关系数,结果如表6~8所示。

表6 固有频率之间的相关系数

Tab. 6 The correlation coefficients between frequencies

ρ_0	$\rho(F_Y, F_Z)$	$\rho(F_Y, F_{\theta_x})$	$\rho(F_Z, F_{\theta_x})$
0.3	0.59	0.45	0.44
0.5	0.70	0.52	0.55
0.7	0.77	0.61	0.63

表7 解耦率之间的相关系数

Tab. 7 The correlation coefficients between decoupling ratios

ρ_0	$\rho(D_Y, D_Z)$	$\rho(D_Y, D_{\theta_x})$	$\rho(D_Z, D_{\theta_x})$
0.3	0.52	0.14	0.12
0.5	0.63	0.16	0.16
0.7	0.70	0.13	0.16

两者之间;

(2)随着刚度参数相关系数增大,固有特性之间的相关性有可能随之增大(如 $\rho(F_Y, F_Z), \rho(F_Y, F_{\theta_x}), \rho(F_Z, F_{\theta_x})$ 和 $\rho(D_Y, D_Z)$),也有可能随之减小(如

$\rho(F_z, D_z)$ 和 $\rho(F_{\theta_z}, D_z)$), 或者先增大后减小(如 $\rho(F_y, D_y)$, $\rho(F_y, D_z)$, $\rho(F_y, D_{\theta_z})$, $\rho(F_z, D_{\theta_z})$ 和 $\rho(F_{\theta_z}, D_{\theta_z})$)。

利用提出的相关性传播分析法,还可以建立不同情形下任意两个固有特性响应之间的平行四边形不确定域,如图9和图10所示。由前面分析可知,固有频率和解耦率之间的相关性较低,故它们之间的响应相关性不再讨论。限于篇幅,仅给出 F_y 和 F_z , 以及 D_z 和 D_{θ_z} 响应数据的平行四边形不

确定域。

由图9和图10可知:

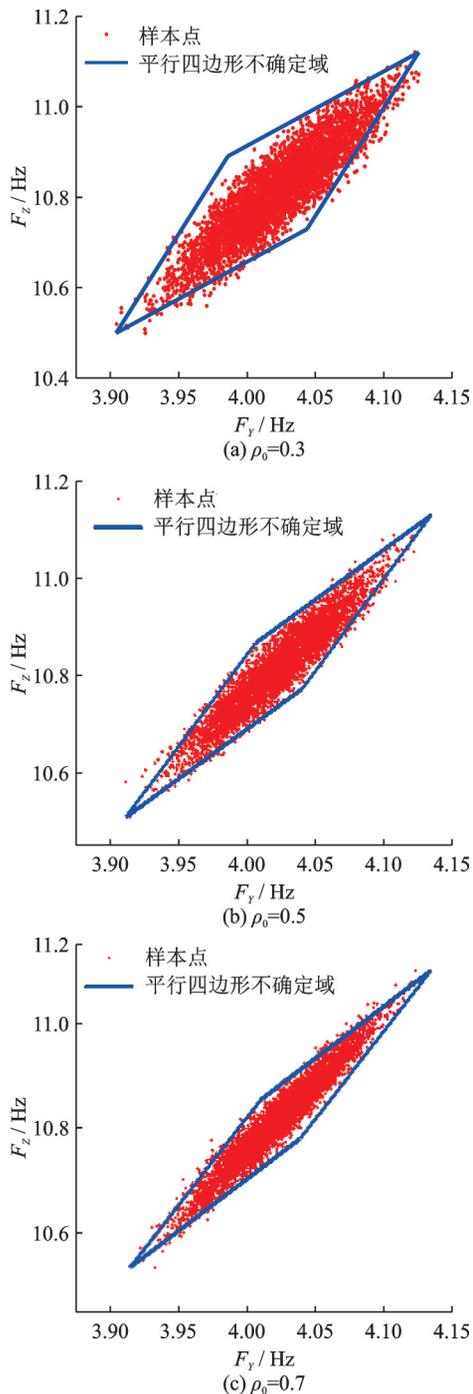


图9 不同情形下 F_y 和 F_z 的平行四边形不确定域
Fig. 9 The uncertain domain of parallelogram of F_y and F_z in different situations

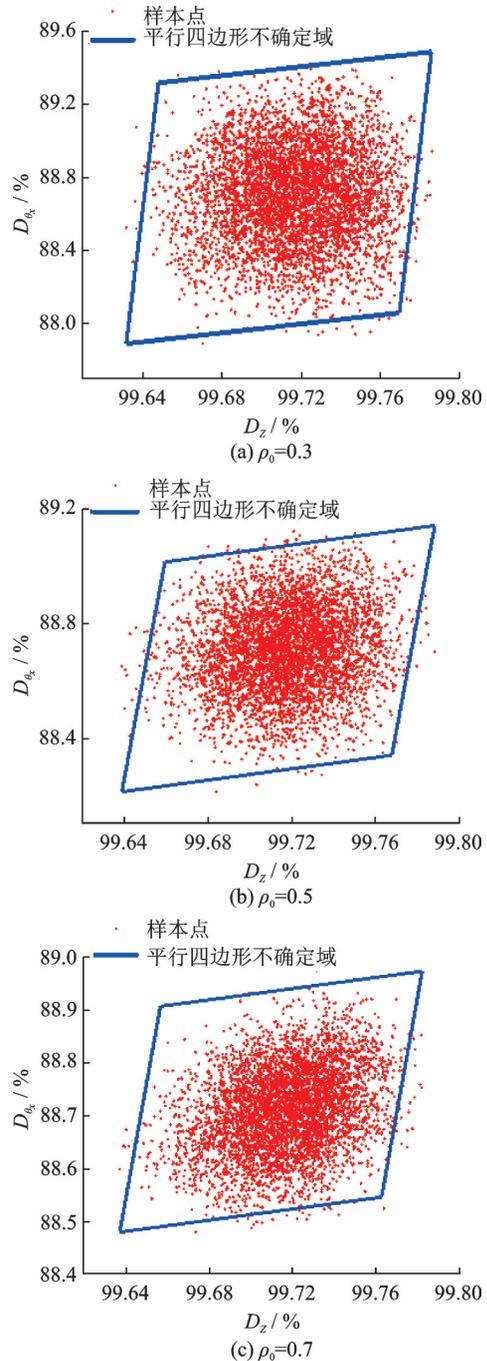


图10 不同情形下 D_z 和 D_{θ_z} 的平行四边形不确定域
Fig. 10 The uncertain domain of parallelogram of D_z and D_{θ_z} in different situations

(1) 对于固有频率响应, F_y 和 F_z 之间的样本数据呈正相关性, 且随着刚度参数相关系数增大, 响应样本数据变得越聚集; 即它们之间的相关系数越大, 所构成的平行四边形不确定域越狭窄。此时, 若要对系统固有频率进行优化设计, 应充分考虑它们之间的相关性, 以获得更合理结果。

(2) 对于解耦率响应, D_z 和 D_{θ_z} 呈现出较低的相关性, 随着刚度参数相关系数增大, 响应样本数

据分布范围变化不大,均较为分散;即它们之间的相关系数变化不大且数值较小,所构成的平行四边形不确定域面积较大,接近于矩形不确定域。此时,若要对系统解耦率进行优化设计,可以忽略 D_z 和 D_{θ_i} 之间的相关性,以达到简化问题的目的。

5 结 论

针对纯电动汽车 PMS 参数同时存在不确定性和相关性的复杂情形,基于多维平行六面体模型分别提出了系统固有特性的不确定性传播分析方法和相关性传播分析方法。算例分析表明:

(1)在不确定性传播分析方面,所提出的 MP 摄动法具有计算误差小和计算效率高的特点;

(2)在相关性传播分析方面,所提出的分析法能有效求得系统响应之间的相关系数,以及响应样本的平行四边形不确定域;

(3)随着系统参数不确定度增大,固有频率和解耦率响应的区间范围逐渐增大;固有频率之间的相关性最高,解耦率与固有频率之间的相关性最低,解耦率之间的相关性介于两者之间。

参考文献:

- [1] 康强,顾鹏云,左曙光. 纯电动汽车电驱动总成悬置设计原则研究[J]. 汽车工程, 2019, 41(11): 1235-1242.
Kang Qiang, Gu Pengyun, Zuo Shuguang. A research on design principles for electric drive assembly mounts of pure electric vehicles [J]. Automotive Engineering, 2019, 41(11): 1235-1242.
- [2] 栾英林,崔华阁,贾旭东. 纯电动乘用车动力总成悬置系统优化设计[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2020, 34(6): 90-96.
Luan Yinglin, Cui Huage, Jia Xudong. Optimum design of powertrain mounting system for pure electric passenger vehicle [J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2020, 34(6): 90-96.
- [3] 辛付龙,钱立军,方驰. 纯电动汽车动力总成悬置系统的多目标稳健优化设计[J]. 汽车技术, 2016(8): 1-5.
Xin Fulong, Qian Lijun, Fang Chi. Multi-objective robust optimization design of powertrain mount system for electric vehicle [J]. Automotive Technology, 2016(8): 1-5.
- [4] 刘春梅,黄德惠,郑成,等. 动力总成悬置系统的可靠设计[J]. 中国机械工程, 2020, 31(21): 2529-2534.
Liu Chunmei, Huang Dehui, Zheng Cheng, et al. Reliable design of PMSs [J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(21): 2529-2534.
- [5] 谢展,于德介,李蓉,等. 基于区间分析的发动机悬置系统稳健优化设计[J]. 汽车工程, 2014, 36(12): 1503-1507.
Xie Zhan, Yu Dejie, Li Rong, et al. Robust optimization design of engine mount system based on interval analysis [J]. Automotive Engineering, 2014, 36(12): 1503-1507.
- [6] Cai B, Shangguan W B, Lü H. An efficient analysis and optimization method for the powertrain mounting system with hybrid random and interval uncertainties [J]. Engineering Optimization, 2020, 52(9): 1522-1541.
- [7] Qiu Z, Wang X. Parameter perturbation method for dynamic responses of structures with uncertain-but-bounded parameters based on interval analysis [J]. International Journal of Solids & Structures, 2005, 42 (18-19): 4958-4970.
- [8] 吕辉,杨坤,上官文斌,等. 考虑不确定参数相关性的动力总成悬置系统固有特性分析[J]. 振动工程学报, 2020, 33(6): 1199-1207.
Lü Hui, Yang Kun, Shangguan Wenbin, et al. Inherent characteristics analysis of powertrain mounting systems considering the correlation of uncertain parameters [J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33 (6): 1199-1207.
- [9] 贾爱芹,陈建军,徐亚兰. 基于摄动法的不确定性汽车悬架振动控制特征值的凸模型分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(4): 1320-1324.
Jia Aiqin, Chen Jianjun, Xu Yalan. Convex model analysis of vibration control eigenvalues of vehicle suspension system based on perturbation method [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2012, 43(4): 1320-1324.
- [10] 吕辉,杨坤,尹辉,等. 基于多维平行六面体模型的动力总成悬置系统固有特性分析[J]. 汽车工程, 2020, 42(4): 498-504.
Lü Hui, Yang Kun, Yin Hui, et al. Inherent characteristic analysis of powertrain mounting system based on multidimensional parallelepiped model [J]. Automotive Engineering, 2020, 42(4): 498-504.
- [11] Ouyang H, Liu J, Han X, et al. Correlation propagation for uncertainty analysis of structures based on a non-probabilistic ellipsoidal model [J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 88: 190-207.
- [12] 黄家铭,田晋跃,陈治领. 纯电动客车电机动力总成悬置系统的优化设计[J]. 噪声与振动控制, 2016, 36(4): 108-112.
Huang Jiaming, Tian Jinyue, Chen Zhiling. Optimal design of powertrain mount systems of electric bus motors [J]. Noise and Vibration Control, 2016, 36 (4): 108-112.
- [13] 王攀,臧朝平. 改进的平行六面体凸模型识别动力学

- 不确定参数区间的方法[J]. 振动工程学报, 2019, 32(1): 97-106.
- Wang Pan, Zang Chaoping. Method of identifying dynamic uncertain parameter intervals with improved parallelepiped convex model[J]. Journal of Vibration Engineering, 2019, 32(1): 97-106.
- [14] Ni B Y, Jiang C, Han X. An improved multidimensional parallelepiped non-probabilistic model for structural uncertainty analysis [J]. Applied Mathematical Modelling, 2016, 40(7-8): 4727-4745.
- [15] Wang C, Matthies H G. A modified parallelepiped model for non-probabilistic uncertainty quantification and propagation analysis[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020, 369: 113209.

Uncertainty and correlation propagation analysis for the inherent characteristics of powertrain mounting systems of battery electric vehicles

LÜ Hui^{1,2}, LI Zhen-cong¹, YANG Kun¹, HUANG Xiao-ting³, SHANGGUAN Wen-bin¹

(1.School of Mechanical and Automotive Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China;
2.State Key Laboratory of Advanced Design and Manufacturing for Vehicle Body, Hunan University, Changsha 410082, China;
3.School of Automobile and Traffic Engineering, Guangzhou City University of Technology, Guangzhou 510800, China)

Abstract: The uncertainty and correlation propagation of a powertrain mounting system (PMS) of the battery electric vehicle are investigated, where the PMS parameters are both uncertain and correlated. The multi-dimensional parallelepiped (MP) model is used to quantify the uncertainty and correlation of system parameters. Then, based on MP model, the MP perturbation method for uncertainty propagation analysis of PMS inherent characteristics response is proposed by combining regularization method, Taylor expansion method and central difference scheme. Based on Monte Carlo method, degree of confidence and inherent characteristics response data, the correlation propagation analysis method of PMS inherent characteristic response is developed. The effectiveness of the proposed methods is verified by the numerical example of a battery electric vehicle PMS. The analysis results show that the uncertainty of system parameters makes the system response uncertain, and the correlation of system parameters makes the system response be of some correlation.

Key words: battery electric vehicle; powertrain mounting system; multi-dimensional parallelepiped model; uncertainty propagation; correlation propagation

作者简介: 吕辉(1986—),男,博士,副教授。电话:18620760923;E-mail:melvhui@scut.edu.cn。

通讯作者: 黄晓婷(1988—),女,博士,讲师。电话:18664790209;E-mail:Huangxiaoting1@gcu.edu.cn。