多空沟对弹性波的散射及隔振性能分析：平面P-SV波入射

周凤玺[1,2]，梁玉旺[1]

（1.兰州理工大学土木工程学院，甘肃 兰州 730050；
2.兰州理工大学西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心，甘肃 兰州 730050）

摘要：在地基振动控制中，较浅的单空沟由于散射效率低，隔振效果并不理想，而多空沟可以通过提高散射效率而达到理想的隔振效果。根据弹性动力学基本理论，在复数域上进行波函数展开，由空沟周边应力自由边界条件，并借助保角映射理论和多极坐标变换技术建立了问题的控制方程，给出了多空沟对平面P-SV波散射的解析解答。以双空沟为例，参数分析了激励频率、空沟长度和空沟间距等因素对隔振效果的影响规律。结果表明：双空沟的隔振效果明显优于单空沟，并且随着空沟长度增加，隔振效果越好；存在一定的空沟间距使双空沟能发挥出更好的隔振效果。

关键词：多空沟；平面P-SV波；波函数展开；保角映射；解析解答；隔振效果
中图分类号：TU473　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1004-4523(2023)03-0789-07
DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.03.021

引　言

近年来，地基振动及其控制已经成为岩土工程领域热点研究课题之一。地面波障（空沟和填充沟[1-20]、波阻板[21-23]、排桩[24-26]）能有效地控制地基振动，而空沟作为地面波障之一，由于施工简单，造价低廉，国内外学者对其进行了大量的试验研究和理论分析。在试验研究方面：Woods[1]在主动隔振与被动隔振的现场全尺寸试验研究中，提出用振幅衰减比评价隔振效果。之后，Haupt[2]针对有限元计算结果进行了室内试验研究，发现屏障沟的截面积和形状对空沟隔振效果影响较大。Ulgen等[3]通过一系列现场实验对空沟和填充沟的隔振效果进行了研究，确定了激振频率、土层参数、屏障的几何尺寸和形状、填充材料等参数对隔振效果的影响。徐平等[4]通过落锤式弯沉仪（FWD）试验分析了空沟深度、宽度及空沟-荷载间距对隔振效果的影响。在数值分析方面：文献[5-6]、Emad等[7]首次使用频域边界元法计算了空沟等屏障隔振问题，研究了半空间中空沟和混凝土填充沟对稳态波源和瞬态波源的隔离问题。巴振宁等[8-9]采用2.5维间接边界元方法（IBEM）研究了列车移动荷载作用下层状饱和地基中空沟的隔振效果。Andersen等[10]、Adam等[11]则借助边界元-有限元耦合法分析了列车荷载作用下空沟的几何尺寸和位置对隔振效果的影响。李伟等[12]、高广运等[13]结合薄层法和边界元法分析了二维和三维黏弹性层状地基中空沟的隔振效果，结果表明地基分层参数对空沟隔振效果影响显著。May等[14]通过时域有限元法，研究了双层均质各向同性土体中空沟对P波、SV波和SH波的隔振效果。Saikia等[15]利用有限元程序PLAXIS对简谐波载荷作用下的空沟隔振问题进行了数值分析。Shrivastava等[16]考虑在不同几何参数下，通过三维有限元模型研究了空沟与填充沟屏障对Rayleigh波的隔离效果。徐平等[17-18]基于弹性波散射基本原理，通过复变函数的保角映射理论给出了空沟对平面SH波、P波和SV波散射的解析解答，并对隔振效果进行了分析。

上述研究成果主要集中在不同载荷以及不同地层等条件下单空沟的隔振问题。文献[1,5]研究表明，单空沟屏障深度达到0.6 λ_R（Rayleigh波长）时，才能获得比较理想的隔振效果。考虑土体的稳定性及开挖难度，实际工程中空沟深度一般较浅，对于波长较长的入射波，浅沟很难达到理想的隔振效果。而多空沟可作为一种有效的应对措施，因为对于相同的隔振效果，多空沟所需深度远小于单空沟[19-20]。

基于弹性波散射的基本理论，在复数域上进行波函数展开，由空沟四周应力自由边界条件，并借助

收稿日期：2021-09-18；**修订日期：**2021-10-21
基金项目：国家自然科学基金资助项目（51978320，11962016）；甘肃省基础研究创新群体项目（20JR5RA478）；甘肃省优秀研究生“创新之星”项目（2022CXZX-454）；兰州理工大学红柳杰出青年人才支持计划项目（062007）。

保角映射方法和多极坐标变换技术建立了方程组，通过对方程组的求解得到了多空沟屏障对平面P-SV波散射的解析解答，最后对多空沟屏障的隔振效果进行了分析。

1 多空沟对P波散射问题解析解答

假定土体为各向同性的无限均匀的弹性体，空沟为有限长度的散射体，从而将由N个空沟组成的多空沟对P波的散射问题简化为平面应变问题。以空沟中心为坐标圆心，引入N个局部直角坐标系(x_j,y_j)及对应的复数坐标系$(z_j,\bar{z}_j)(1\leqslant j\leqslant N)$，并将第一个局部坐标系设定为全局坐标系，即当$j=1$时下标可以略去不写。由此建立的数学模型如图1所示，A点为观测点，d_{jk}为第j个空沟到第k个空沟之间的距离，a为空沟宽度，b为空沟长度。

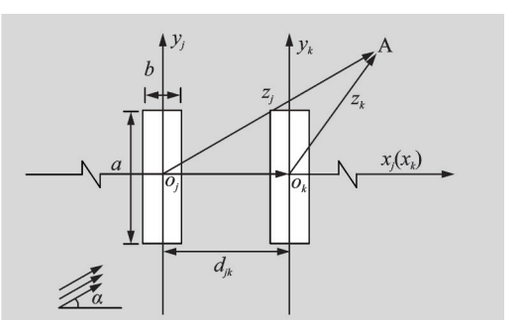

图1 多空沟布置及坐标设置

Fig. 1 Multiple open trench layout and coordinate setting

1.1 波场分析

设P波的入射频率为ω，在全局坐标系(x,y)下，入射P波势函数可以表达为：

$$\varphi^{\mathrm{inc}}=\varphi_0\exp\left[\mathrm{i}k_{\mathrm{P}}\left(x\cos\alpha+y\sin\alpha\right)\right] \tag{1}$$

式中 上标“inc”表示入射；φ_0为入射P波的幅值；α为入射P波与水平方向(x轴)的夹角；$k_{\mathrm{P}}=\omega/c_{\mathrm{P}}$为P波的波数，$c_{\mathrm{P}}=\sqrt{(\lambda+2\mu)/\rho}$为P波的波速，$\lambda$和$\mu$为土体的Lame常数，$\rho$为土体的质量密度。

由欧拉公式$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}=\cos\alpha+\mathrm{i}\sin\alpha$和复数坐标关系$z=x+\mathrm{i}y$，$\bar{z}=x-\mathrm{i}y$，入射P波势函数在对应复坐标系$(z,\bar{z})$下可以表达为：

$$\varphi^{\mathrm{inc}}=\varphi_0\exp\left[\frac{\mathrm{i}k_{\mathrm{P}}}{2}\left(z\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha}+z\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}\right)\right] \tag{2}$$

由图1可知，复数坐标$(z,\bar{z})$与第j个局部坐标系$(z_j,\bar{z}_j)$之间可进行如下多极坐标变换：$z=z_j+d_j$，$\bar{z}=\bar{z}_j+\bar{d}_j$，可以将入射P波的位移势函数在复坐标系$(z_j,\bar{z}_j)$下进行表达：

$$\varphi_j^{\mathrm{inc}}=\varphi_0\exp\left\{\frac{\mathrm{i}k_{\mathrm{P}}}{2}\left[\left(z_j+d_j\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha}+\left(\bar{z}_j+\bar{d}_j\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}\right]\right\} \tag{3}$$

空沟对P波的散射成分包括散射P波和散射SV波。第k个空沟在满足Helmholtz方程及无穷远处的Sommerfeld辐射条件下对P的散射势函数可以表示为[18]：

$$\varphi_k^{\mathrm{sc}}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[A_n^kH_n^{(1)}\left(k_{\mathrm{P}}|z_k|\right)\left(\frac{z_k}{|z_k|}\right)^n\right] \tag{4}$$

$$\psi_k^{\mathrm{sc}}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[B_n^kH_n^{(1)}\left(k_{\mathrm{S}}|z_k|\right)\left(\frac{z_k}{|z_k|}\right)^n\right] \tag{5}$$

式中 上标“sc”表示散射；A_n^k和B_n^k均为待定复系数；$k_{\mathrm{S}}=\omega/c_{\mathrm{S}}$为SV波的波数，$c_{\mathrm{S}}=\sqrt{\mu/\rho}$为SV波波速；$H_n^{(1)}(\cdot)$为$n$阶第一类Hankel函数。

根据图1中观测点A，由多级坐标变换关系：$z_k=z_j-d_{jk}$得第k个空沟对P波的散射势函数在第j个局部坐标系$(z_j,\bar{z}_j)$下的势函数可以表示为：

$$\varphi_{jk}^{\mathrm{sc}}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[A_n^kH_n^{(1)}\left(k_{\mathrm{P}}|z_j-d_{jk}|\right)\left(\frac{z_j-d_{jk}}{|z_j-d_{jk}|}\right)^n\right] \tag{6}$$

$$\psi_{jk}^{\mathrm{sc}}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left[B_n^kH_n^{(1)}\left(k_{\mathrm{S}}|z_j-d_{jk}|\right)\left(\frac{z_j-d_{jk}}{|z_j-d_{jk}|}\right)^n\right] \tag{7}$$

通过叠加，观测点A处总的散射P波势函数可以表达为：

$$\varphi^{\mathrm{sc}}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{k=1}^{N}\left[A_n^kH_n^{(1)}\left(k_{\mathrm{P}}|z_j-d_{jk}|\right)\left(\frac{z_j-d_{jk}}{|z_j-d_{jk}|}\right)^n\right] \tag{8}$$

$$\psi^{\mathrm{sc}}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{k=1}^{N}\left[B_n^kH_n^{(1)}\left(k_{\mathrm{S}}|z_j-d_{jk}|\right)\left(\frac{z_j-d_{jk}}{|z_j-d_{jk}|}\right)^n\right] \tag{9}$$

1.2 待定复系数的求解

由复变函数理论，通过保角映射函数$z_j=\omega_j(\zeta)$将对应空沟边界映射为单位圆，保角映射后的坐标系统如图2所示。相应的保角映射公式[27]为：

$$z_j=\omega_j(\zeta)=R\left(\frac{1}{\zeta}+c_1\zeta+c_3\zeta^3+c_5\zeta^5+c_7\zeta^7\right) \tag{10}$$

$$c_1=\cos(2x\pi) \tag{11a}$$

$$c_3=-\frac{1}{6}\sin^2(2x\pi) \tag{11b}$$

$$c_5=-\frac{1}{10}\sin^2(2x\pi)\cos(2x\pi) \tag{11c}$$

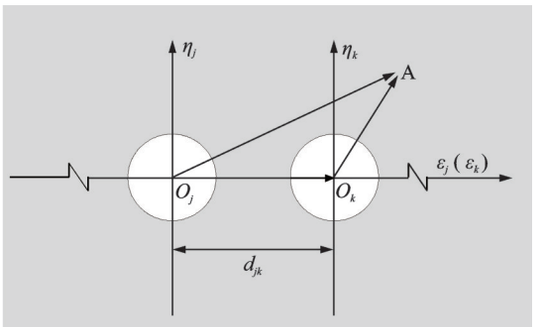

图2　保角映射后的坐标系统

Fig. 2　Coordinate systems after conformal mapping

$$c_7=\frac{1}{896}\left[10\cos(8x\pi)-8\cos(4x\pi)-2\right] \tag{11d}$$

式中　x为取决于空沟的长宽比b/a的系数;系数c_1～c_7仅与k有关,其值可采用试算法[27]计算;R为与空沟尺寸相关的实数,可由下面两式中的任何一式计算:

$$R=\frac{a}{2(1+c_1+c_3+c_5+c_7)} \tag{12a}$$

$$R=\frac{b}{2(1-c_1+c_3-c_5+c_7)} \tag{12b}$$

土体中的正应力和剪应力公式[18]可以表示为:

$$\sigma_r=-k_{\mathrm{P}}^2(\lambda+\mu)\varphi+2\mu\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\gamma}\frac{\partial^2(\varphi+\mathrm{i}\psi)}{\partial z^2}+2\mu\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\gamma}\frac{\partial^2(\varphi-\mathrm{i}\psi)}{\partial\bar{z}^2} \tag{13a}$$

$$\tau_{r\theta}=2\mathrm{i}\mu\left[\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\gamma}\frac{\partial^2(\varphi+\mathrm{i}\psi)}{\partial z^2}-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\gamma}\frac{\partial^2(\varphi-\mathrm{i}\psi)}{\partial\bar{z}^2}\right] \tag{13b}$$

式中　γ为曲线坐标中径向坐标轴与直角坐标系中x轴之间的夹角。

假定空沟边界上满足应力自由边界条件:

$$\sigma^{\mathrm{inc}}+\sigma^{\mathrm{sc}}=0 \tag{14a}$$

$$\tau_{r\theta}^{\mathrm{inc}}+\tau_{r\theta}^{\mathrm{sc}}=0 \tag{14b}$$

将式(3),(8)和(9)代入式(13)中,并由式(14)可得关于待定复系数A_k和B_k的无穷阶线性方程组:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\begin{bmatrix}K_{11}^{kn} & K_{12}^{kn}\\ K_{21}^{kn} & K_{22}^{kn}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}A_n^k\\ B_n^k\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Y_1\\ Y_2\end{pmatrix} \tag{15}$$

将式(15)简写为:

$$\sum_{i=1}^{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{2}K_{il}^{kn}X_{il}^{kn}=Y_i \tag{16}$$

式中　$X_{1l}^{kn}=A_n^k$, $X_{2l}^{kn}=B_n^k$,矩阵元素K_{il}^{kn}和自由项Y_i的详细表达式分别如下:

$$K_{11}^{kn}=-k_{\mathrm{P}}^2(\lambda^*+1)H_n^{(1)}\left(k_{\mathrm{P}}\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|\right)\left[\frac{\omega_j(\zeta)-d_{jk}}{\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|}\right]^n+k_{\mathrm{P}}^2\frac{\zeta^2\omega_j'(\zeta)}{2\overline{\omega_j'(\zeta)}}H_{n-2}^{(1)}\left(k_{\mathrm{P}}\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|\right)\left[\frac{\omega_j(\zeta)-d_{jk}}{\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|}\right]^{n-2}+k_{\mathrm{P}}^2\frac{\bar{\zeta}^2\overline{\omega_j'(\zeta)}}{2\omega_j'(\zeta)}H_{n+2}^{(1)}\left(k_{\mathrm{P}}\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|\right)\left[\frac{\omega_j(\zeta)-d_{jk}}{\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|}\right]^{n+2} \tag{17a}$$

$$K_{12}^{kn}=\mathrm{i}k_{\mathrm{S}}^2\frac{\zeta^2\omega_j'(\zeta)}{2\overline{\omega_j'(\zeta)}}H_{n-2}^{(1)}\left(k_{\mathrm{S}}\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|\right)\left[\frac{\omega_j(\zeta)-d_{jk}}{\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|}\right]^{n-2}-\mathrm{i}k_{\mathrm{S}}^2\frac{\bar{\zeta}^2\overline{\omega_j'(\zeta)}}{2\omega_j'(\zeta)}H_{n+2}^{(1)}\left(k_{\mathrm{S}}\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|\right)\left[\frac{\omega_j(\zeta)-d_{jk}}{\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|}\right]^{n+2} \tag{17b}$$

$$K_{21}^{kn}=\mathrm{i}k_{\mathrm{P}}^2\frac{\zeta^2\omega_j'(\zeta)}{2\overline{\omega_j'(\zeta)}}H_{n-2}^{(1)}\left(k_{\mathrm{P}}\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|\right)\left[\frac{\omega_j(\zeta)-d_{jk}}{\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|}\right]^{n-2}-\mathrm{i}k_{\mathrm{P}}^2\frac{\bar{\zeta}^2\overline{\omega_j'(\zeta)}}{2\omega_j'(\zeta)}H_{n+2}^{(1)}\left(k_{\mathrm{P}}\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|\right)\left[\frac{\omega_j(\zeta)-d_{jk}}{\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|}\right]^{n+2} \tag{17c}$$

$$K_{22}^{kn}=-\mathrm{i}k_{\mathrm{S}}^2\frac{\zeta^2\omega_j'(\zeta)}{2\overline{\omega_j'(\zeta)}}H_{n-2}^{(1)}\left(k_{\mathrm{S}}\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|\right)\left[\frac{\omega_j(\zeta)-d_{jk}}{\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|}\right]^{n-2}-\mathrm{i}k_{\mathrm{S}}^2\frac{\bar{\zeta}^2\overline{\omega_j'(\zeta)}}{2\omega_j'(\zeta)}H_{n+2}^{(1)}\left(k_{\mathrm{S}}\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|\right)\left[\frac{\omega_j(\zeta)-d_{jk}}{\left|\omega_j(\zeta)-d_{jk}\right|}\right]^{n+2} \tag{17d}$$

$$Y_1=\left[\lambda^*+1+\frac{\zeta^2\omega_j'(\zeta)}{2\overline{\omega_j'(\zeta)}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\alpha}+\frac{\bar{\zeta}^2\overline{\omega_j'(\zeta)}}{2\omega_j'(\zeta)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\alpha}\right]\times k_{\mathrm{P}}^2\varphi_0\exp\left\{\frac{k_{\mathrm{P}}}{2}\left[\left(\omega_j(\zeta)-d_j\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha}+\left(\overline{\omega_j(\zeta)}-d_j\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}\right]\right\} \tag{17e}$$

$$Y_2=\frac{\mathrm{i}k_{\mathrm{P}}^2}{2}\left[\frac{\zeta^2\omega_j'(\zeta)}{2\overline{\omega_j'(\zeta)}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\alpha}-\frac{\bar{\zeta}^2\overline{\omega_j'(\zeta)}}{2\omega_j'(\zeta)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\alpha}\right]\times\varphi_0\exp\left\{\frac{k_{\mathrm{P}}}{2}\left[\left(\omega_j(\zeta)-d_j\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\alpha}+\left(\overline{\omega_j(\zeta)}-d_j\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}\right]\right\} \tag{17f}$$

式中　$\lambda^*=\dfrac{\lambda}{\mu}$。

具体求解方程(16)时需要在左右两边同时乘以$\mathrm{e}^{-\mathrm{i}m\theta_j}(m=0,\pm1,\pm2,\cdots)$,$\theta_j$表示第$j$个曲线坐标系中的环向坐标,然后对$\theta_j$在区间$[-\pi,\pi]$上求积分,得到关于待定复系数$A_n^k$理论解的无穷阶线性方程组:

$$\sum_{i=1}^{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{2}K_{il}^{knm}X_{il}^{knm}=Y_i^m \tag{18}$$

其中：

$$K_{il}^{knm}=\int_{-\pi}^{\pi}K_{il}^{kn}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}m\theta}\,\mathrm{d}\theta \tag{19a}$$

$$Y_i^m=\int_{-\pi}^{\pi}Y_i\mathrm{e}^{-\mathrm{i}m\theta}\,\mathrm{d}\theta \tag{19b}$$

2 多空沟对SV波散射问题解析解答

空沟对SV波散射解答与空沟对P波散射解答过程完全相同，结果也基本相同。只是入射SV波势函数ψ^{inc}和矩阵元素Y_i略有不同，其表达式如下：

$$\psi_j^{\mathrm{inc}}=\psi_0\exp\left\{\frac{\mathrm{i}k_{\mathrm{S}}}{2}\left[\left(z_j+d_j\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\beta}+\left(\bar{z}_j+\bar{d}_j\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta}\right]\right\} \tag{20}$$

式中 ψ_0为入射平面SV波的幅值。

$$Y_1=\frac{\mathrm{i}k_{\mathrm{S}}^2}{2}\left[\frac{\zeta^2\omega_j'(\zeta)}{2\overline{\omega_j'(\zeta)}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\beta}-\frac{\bar{\zeta}^2\overline{\omega_j'(\zeta)}}{2\omega_j'(\zeta)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\beta}\right]\times\psi_0\exp\left\{\frac{\mathrm{i}k_{\mathrm{S}}}{2}\left[\left(\omega_j(\zeta)-d_j\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\beta}+\left(\overline{\omega_j(\zeta)}-d_j\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta}\right]\right\} \tag{21a}$$

$$Y_2=-\frac{\mathrm{i}k_{\mathrm{S}}^2}{2}\left[\frac{\zeta^2\omega_j'(\zeta)}{2\overline{\omega_j'(\zeta)}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\beta}-\frac{\bar{\zeta}^2\overline{\omega_j'(\zeta)}}{2\omega_j'(\zeta)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\beta}\right]\times\psi_0\exp\left\{\frac{\mathrm{i}k_{\mathrm{S}}}{2}\left[\left(\omega_j(\zeta)-d_j\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\beta}+\left(\overline{\omega_j(\zeta)}-d_j\right)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\beta}\right]\right\} \tag{21b}$$

式中 β为SV波与水平方向的夹角。

3 隔振效果分析

多空沟对平面P波入射时的隔振效果与对平面SV波入射时的隔振效果比较接近，限于篇幅，隔振效果分析时，本文仅给出了双空沟对平面P波入射时的隔振效果。

3.1 解的正确性验证

通过引入振幅衰减比A_R（设置屏障后土体内某点由入射波和散射波产生总的位移与未设置屏障时由入射波单独产生的位移之间的比值）来评价多空沟对平面P波入射情况下的隔振效果，A_R值小于1时说明有隔振效果，且A_R值越小说明隔振效果越好。

为了验证本文解计算精度，引入应力残差$|\sigma-\mathrm{i}\tau_{r\theta}|$，取级数项$n=7$，剪切波速为$c_{\mathrm{S}}=100$ m/s，P波入射频率为75 Hz，空沟间距$d_{12}/a=20$，宽度$a=0.4$，长度$b=3$ m，由图3给出了双空沟周边应力分布图。从图3可以看出，空沟1($j=1$)和空沟2($j=2$)周边应力最大值在3.5 kPa以内，满足计算精度要求。

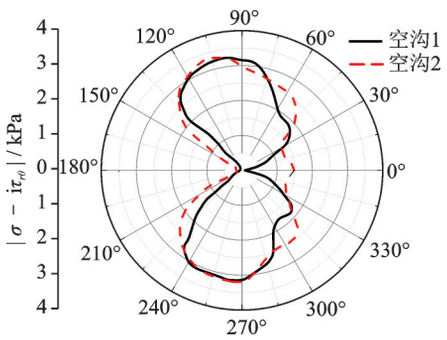

图3 空沟周边应力残差值

Fig. 3 Residual stress around the open trench

为了进一步验证本文解答及计算程序的正确性，首先，取$N=1$，$d_{jk}=0$，将本文公式退化为单空沟公式，与文献[18]中公式一致，说明了本文公式推导的正确性；然后，取土体的纵波波速和横波波速分别为$c_{\mathrm{P}}=160$ m/s和$c_{\mathrm{S}}=100$ m/s，固有圆频率$\omega=75$ Hz，空沟的宽度$a=0.4$ m，长度$b=4.0$ m。通过计算空沟后侧屏蔽区域A_R等值线与文献[18]对比，如图4所示，两者计算结果吻合较好，说明了本文编程计算的正确性。

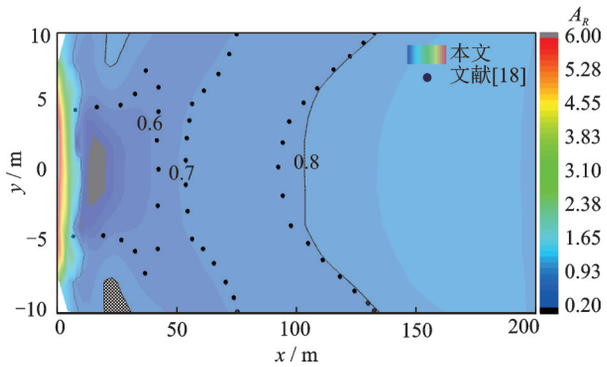

图4 退化为单空沟时计算结果验证

Fig. 4 Verification of the calculated results when the model is backed to a single open trench

3.2 隔振效果分析与讨论

为了分析不同入射频率下双空沟对隔振效果的影响，首先对入射波频率进行无量纲化处理，$\eta_{\mathrm{P}}=\frac{\omega a}{\pi c_{\mathrm{P}}}$；另外取空沟宽度$a=0.4$ m，空沟长度$b/a=10$，空沟间距$d_{12}/a=7$。图5给出了$y/a=0$处振幅衰减比A_R随x/a的变化曲线。从图5可以看出，入射波频率η_{P}较大时，双空沟能发挥出更好的隔振效果。

为了更直观地反映出不同入射频率下双空沟对平面P波的隔振效果，图6给出了平均振幅衰减比随入射频率η_{P}的变化曲线。从图6可以看出，随着

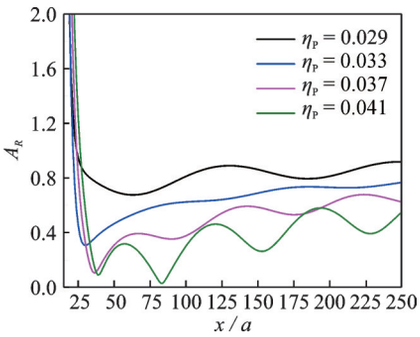

图 5　不同入射频率下 A_R 随 x/a 的变化

Fig. 5　The change of A_R with x/a at different incident frequencies

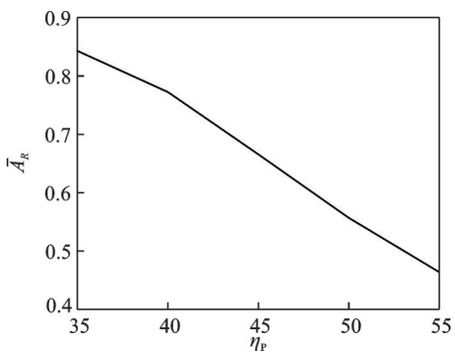

图 6　平均振幅衰减比 $\bar{A}_R$ 随无量纲频率 η_P 的变化

Fig. 6　Variation of average amplitude decay ratio $\bar{A}_R$ with dimensionless frequency η_P

入射频率 η_P 的增大，平均振幅衰减比逐渐减小，隔振效果越好。

为了分析空沟间距对双空沟隔振效果的影响，取空沟宽度 a=0.4 m，空沟长度 b/a=10，入射频率 η_P = 0.041，图 7 给出了 y/a=0 处不同空沟间距下振幅衰减比 A_R 随 x/a 的变化曲线。从图 7 可以看出，不同空沟间距取值下，双空沟对 P 波的隔振效果均明显优于单空沟对 P 波的隔振效果。

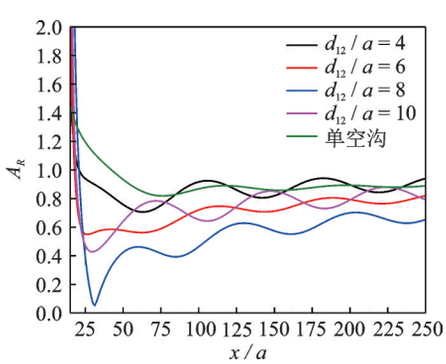

图 7　不同空沟间距时 A_R 随 x/a 的变化

Fig. 7　A_R varying with x/a at different open trench spacing

同样，为了进一步反映出空沟间距对隔振效果的影响，图 8 给出了平均振幅衰减比 $\bar{A}_R$ 随空沟间距 d_{12}/a 的变化曲线。从图 8 可以看出，当 $d_{12}/a \leqslant 8$ 时，平均振幅衰减比 $\bar{A}_R$ 随 d_{12}/a 的增大而减小；当 $d_{12}/a > 8$ 时，平均振幅衰减比 $\bar{A}_R$ 随 d_{12}/a 的增大而增大。说明存在一定的空沟间距，即 d_{12}/a 等于 8 左右时，双空沟能发挥出更好的隔振效果。

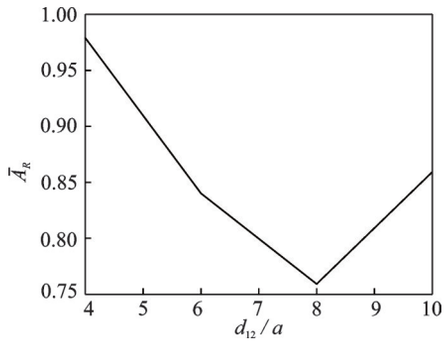

图 8　平均振幅衰减比 $\bar{A}_R$ 随 d_{12}/a 的变化

Fig. 8　The change of average amplitude decay ratio $\bar{A}_R$ with d_{12}/a

为分析空沟长度对隔振效果的影响，取入射频率 η_P = 0.041，空沟宽度 a=0.4 m，图 9 给出了不同空沟长度下 y/a=0 处的振幅衰减比 A_R 随 x/a 的变化曲线。从图 9 可以看出，空沟长度对隔振效果的影响非常明显，随着空沟长度的增加隔振效果越好。图 10 给出了平均振幅衰减比 $\bar{A}_R$ 随空沟长度 b/a 的

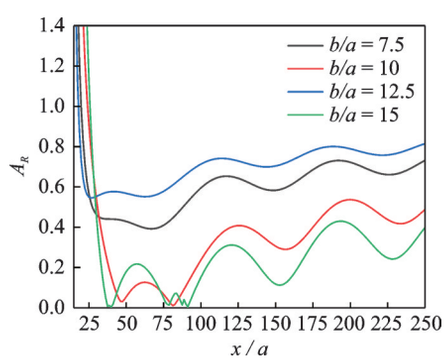

图 9　不同空沟长度下 A_R 随 x/a 的变化

Fig. 9　The change of A_R with x/a at different open trench lengths

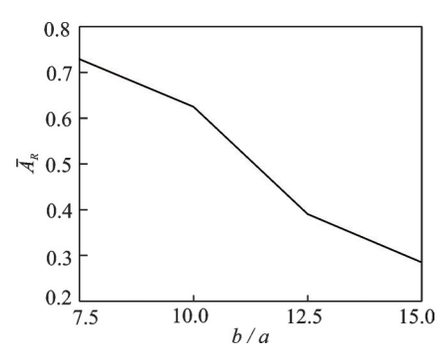

图 10　平均振幅衰减比 $\bar{A}_R$ 随空沟长度 b/a 的变化

Fig. 10　The average amplitude decay ratio $\bar{A}_R$ varies with the open trench length b/a

变化曲线。从图10中可以看出,平均振幅衰减比$\bar{A}_R$随空沟长度b/a的增加而减小,进一步说明,随着空沟长度的增加,隔振效果越好。

4 结 论

基于弹性波散射基本理论,在复数域上进行波函数展开,由空沟周边应力自由边界条件,并借助保角映射理论和多极坐标变换技术建立无穷阶线性方程组,给出了多空沟对弹性P,SV波散射的解析解答。最后参数分析了双空沟对P波的隔振效果,得到如下结论:

(1)随着入射波频率的增大,隔振效果越明显。

(2)存在一定的空沟间距,即当d_{12}/a等于8左右时,双空沟能发挥出更好的隔振效果。

(3)空沟长度对隔振效果的影响非常明显,随着空沟长度的增加,隔振效果越好。

参考文献:

[1] Woods R D. Screening of surface waves in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1968, 94(4): 951-979.

[2] Haupt W A. Model tests on screening of surface waves [C]. Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Stockholm, 1981, 3: 215-222.

[3] Ulgen D, Toygar O. Screening effectiveness of open and in-filled wave barriers: a full-scale experimental study[J]. Construction and Building Materials, 2015, 86: 12-20.

[4] 徐平, 张天航, 石明生, 等. 空沟对冲击荷载隔离的现场试验与数值模拟[J]. 岩土力学, 2014, 35(S1): 341-346.
XU Ping, ZHANG Tianhang, SHI Mingsheng, et al. In-situ test and numerical simulation of isolation of impact loads by open trenches[J]. Rock & Soil Mechanics, 2014, 35(S1):341-346.

[5] Beskos D E, Dasgupta B, Vardoulakis I G. Vibration isolation using open or filled trenches-Part 1: 2-D homogeneous soil[J]. Computational Mechanics, 1986, 1(1):43-63.

[6] Dasgupta B, Beskos D E, Vardoulakis I G. Vibration isolation using open or filled trenches-Part 2: 3-D homogeneous soil[J]. Computational Mechanics, 1990, 6(2):129-142.

[7] Emad K, Manolis G D. Shallow trenches and propagation of surface waves[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1985, 111(2): 279-282.

[8] 巴振宁, 王靖雅, 梁建文. 层状地基中隔振沟对移动列车荷载隔振研究-2.5维IBEM方法[J]. 振动工程学报, 2016, 29(5): 860-873.
BA Zhenning. Wang Jingya. LIANG Jianwen. Reduction of train-induced vibrations by using a trench in a layered foundation[J] Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(5): 860-873.

[9] 巴振宁, 梁建文, 王靖雅. 空沟对层状饱和地基中列车移动荷载的隔振性能研究[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(5): 848-858.
BA Zhenning, LIANG Jianwen, WANG Jingya. Isolation effect of an open trench against train-induced vibrations in a saturated layered ground[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(5): 848-858.

[10] Andersen L, Nielsen S R K. Reduction of ground vibration by means of barriers or soil improvement along a railway track[J]. Soil Dynamics & Earthquake Engineering, 2005, 25(7): 701-716.

[11] Adam M, Von Estorff O. Reduction of train-induced building vibrations by using open and filled trenches[J]. Computers and Structures, 2005, 83(1): 11-24.

[12] 李伟, 高广运. 二维层状地基空沟主动隔振分析[J]. 地下空间, 2004, 24(3): 391-394.
LI Wei, GAO Guangyun. 2D Analysis of active isolation using open trench in layered medium[J]. Underground Space, 2004, 24(3): 391-394.

[13] 高广运, 彭争光, 李伟, 等. 三维层状地基空沟主动隔振分析[J]. 西北地震学报, 2006, 28(3): 210-215.
GAO Guangyun, PENG Zhengguang, LI Wei, et al. 3-D analysis of active vibration isolation by open trench in layered ground[J]. Northwestern Seismological Journal, 2006, 28(3): 210-215.

[14] May T W, Bolt B A. The effectiveness of trenches in reducing seismic motion[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1982, 10(2): 195-210.

[15] Saikia Ankurjyoti, Das Utpal Kumar. Analysis and design of open trench barriers in screening steady-state surface vibrations[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2014, 13(3): 545-554.

[16] Shrivastava R K, Kameswara Rao N S V. Response of soil media due to impulse loads and isolation using trenches[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2002, 22(8): 695-702.

[17] 徐平, 石明生, 郭长江. 空沟对SH波隔离效果的理论解答[J]. 地下空间与工程学报, 2015, 11(3): 647-651.
XU Ping, SHI Mingsheng, GUO Changjiang. Theoretical analysis of isolation effects of an open trench on incident SH waves[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2015, 11(3): 647-651.

[18] 徐平. 空沟对平面纵波隔离效果的理论解答[J]. 振动与冲击, 2017, 36(5): 67-71.

XU Ping. Theoretical analysis for isolation effect of an open trench on plane longitudinal waves[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(5): 67-71.

[19] YOUNESIAN D, SADRI M. Performance analysis of multiple trenches in train-induced wave mitigation[J]. Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control, 2014, 33(1): 47-64.

[20] HWANG J H, TU T Y. Ground vibration due to dynamic compaction[J]. Soil Dynamic and Earthquake Engineering, 2006, 26(5): 337-346.

[21] Gao G Y, Chen J Q, Gu X, et al. Numerical study on the active vibration isolation by wave impeding block in saturated soils under vertical loading[J]. Soil Dynamic and Earthquake Engineering, 2017,93: 99-112.

[22] Ma Q, Zhou F X, Zhang W Y. Vibration isolation of saturated foundations by functionally graded wave impeding block under a moving load[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2019,41(2):108-118.

[23] 周凤玺,马强,周志雄.二维地基中空沟-波阻板联合隔振屏障分析[J].岩土力学,2020,41(12):4087-4092.
ZHOU Fengxi, MA Qiang, ZHOU Zhixiong. 2D analysis of vibration-isolation efficiency of an open trench-wave impedence block barrier[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020,41(12):4087-4092.

[24] Kattis S E, Polyzos D, Beskos D E. Modelling of pile wave barriers by effective trenches and their screening effectiveness[J]. Soil Dynamic and Earthquake Engineering, 1999,18(1): 1-10.

[25] Kattis S E, Polyzos D, Beskos D E. Vibration isolation by a row of piles using a 3-D frequency domain BEM[J]. International Journal for Numerical Method in Engineering, 1999, 46(5): 713-728.

[26] Álamo G M, Bordón J D R, Aznárez J J, et al. The effectiveness of a pile barrier for vibration transmission in a soil stratum over a rigid bedrock[J]. Computers and Geotechnics, 2019,110:274-286.

[27] 赵凯, 刘长武, 张国良. 用弹性力学的复变函数法求解矩形硐室周边应力[J]. 采矿与安全工程学报, 2007, 24(3): 361-365.
ZHAO Kai, LIU Changwu, ZHANG Guoliang. Solution for perimeter stresses of rocks around a rectangular chamber using the complex function of elastic mechanics[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2007, 24(3): 361-365.

Analysis of elastic wave scattering and vibration isolation performance of multiple open trenches: plane P-SV wave incident

ZHOU Feng-xi[1,2], *LIANG Yu-wang*[1]

(1.School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;
2.Western Engineering Research Center of Disaster Mitigation in Civil Engineering of Ministry of Education, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: In foundation vibration control, the shallower single open trench has an unsatisfactory vibration isolation effect due to its low scattering efficiency. As one of the countermeasures, multiple open trenches can achieve the ideal vibration isolation effect by improving the scattering efficiency. According to the basic theory of elastodynamics, the wave function expansion is carried out in the complex number domain. The governing equations of the problem are established from the free boundary conditions of the stress around the hollow trench and with the help of conformal mapping theory and multi-polar coordinate transformation technology, the analytical solution to plane P-SV wave scattering is given. Taking double open trench as an example, the effects of excitation frequency, cavity length and cavity spacing on vibration isolation are analyzed. The results show that the vibration isolation effect of double open trenches is better than that of single open trench. With the increase of cavity length, the vibration isolation effect is better. The existence of certain open trench spacing makes vibration isolation effect of double open trenches better.

Key words: multiple open trench; plane P-SV wave; wave function expansion; conformal mapping; analytical solution; vibration isolation effect

作者简介: 周凤玺(1979—),男,博士,教授。E-mail: geolut@163.com。