# 散射体固液形态下超材料带隙特性分析

蒋 璇<sup>1,2,3</sup>,柴怡君<sup>1,2,3</sup>,耿 谦<sup>1,2,3</sup>,杨雄伟<sup>1,2,3</sup>,李跃明<sup>1,2,3</sup>

(1.西安交通大学航天航空学院,陕西西安710049; 2.机械结构强度与振动国家重点实验室,陕西西安710049;3.先进飞行器服役环境与控制陕西省重点实验室,陕西西安710049)

摘要:弹性超材料可以实现减振降噪、波导、隐身等弹性波操控功能,具有广阔的工程应用前景。本文引入固液相 变材料作为散射体对比研究了散射体固液两种形态下的带隙特性和隔振性能,利用数值方法计算单胞的能带结构 和动态有效质量,研究了影响超材料带隙特性的因素,并通过试验验证了两种形态超材料的隔振性能。结果表明: 液态散射体超材料可产生局域共振带隙实现低频段隔振,固态散射体超材料可产生Bragg带隙实现宽频段隔振;同 时,改变外界条件对两种设计形态的带隙均起到很好的调控作用。由此,超材料散射体两种设计状态的转变实现了 带隙类型的转变和隔振频段的调节,可为适应热环境下的相变散射体超材料构型设计和隔振特性调控提供参考 依据。

关键词:超材料;固液相变;能带结构;动态有效质量;隔振特性

**中图分类号:** TB535<sup>+</sup>.1; TB564 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)03-0825-12

DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.03.025

# 引 言

超材料(Metamaterial)<sup>[1]</sup>是一类由人工设计的 具有特殊物理性质的复合材料。超材料在减振降噪 方面的禁带产生机理主要有布拉格散射(Bragg Scattering)机理<sup>[2]</sup>和局域共振(Local Resonance)机 理<sup>[3]</sup>两种。传统局域共振型弹性超材料往往局限在 较窄带隙区间,为此,大量学者为实现带隙对特定频 段的隔振作用,开展了具有带隙可调的超材料研究, 探究超材料带隙调节机理以及各可调参数对超材料 构件动态响应的影响规律。

根据以往的研究发现,局域振子类型、结构形状、尺寸参数、材料参数、布置方式均影响着超材料的隔振性能<sup>[48]</sup>,但对于大多数超材料,形态全为固体时,结构可重构性低,实际工程环境中不易调节带隙的频段。

相继由固体和流体构成的超材料被频繁研究, 通过引入流体与固体相互作用效应来设计可重构超 材料。Hao等<sup>[9]</sup>提出了一种由分裂空心球和海绵衬 底组成的可调谐负模量超材料,实验发现空心球含 水量的增加对共振频率的影响显著。Jin等<sup>[1011]</sup>研究 了由充液空心柱构成的薄板结构的振动特性,获得 了与充液高度相关的局域模态,为用于感测液体的 声学特性、多路复用器和无线通信提供了可能。 Wang等<sup>[12]</sup>通过在固体基质中选择性地填充液体, 设计了不同的耦合共振声弹波导,并讨论了波沿不 同线路的传输特性。Wang等<sup>[13]</sup>对由流体填充的空 心柱的一维超结构带进行实验验证,进一步证明带 隙和通带的频率范围可以通过流体填充来控制。 Zhang 等<sup>[14]</sup>设计了一种可调谐流固超材料,通过嵌 入泵控制单胞中的液体分布可以实现超材料带隙和 动态有效质量密度区间的调谐。Yuan 等<sup>[15]</sup>证明了 通过向固体表面凹槽中添加不同体积的液体,不仅 可以有效地调节弹性波和声波的频散曲线,还可以 实现同时彩虹捕获。Dong 等<sup>[16]</sup>研究了流体预压对 流固超材料特性的影响,发现流体预压可以扩宽带 隙并产生新的带隙。Wu 等<sup>[17]</sup>利用液相材料作为散 射体、薄膜作为包覆层,构造了流固超材料单胞结 构,证明了改变液体密度和包覆层厚度可调节所设 计的超材料频散曲线、带隙区间和有效质量区间。

为进一步探究固一固超材料和液一固超材料的带 隙特性,更有效地推进超材料的实际工程应用,本文 以固液相变材料作为散射体,利用其散射体两种极 端状态的转变来实现带隙类型的转变和隔振频段的 调节。运用有限元方法计算液态散射体超材料 (液-固超材料)和固态散射体超材料(固-固超材料) 的带隙特性和相应一维有限周期结构的振动传输频

收稿日期: 2021-11-14; 修订日期: 2022-01-26

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11772251,11802220);中核集团领创科研项目。

响曲线;同时,对比研究了材料参数、结构参数和外 界条件对带隙特性的影响,并通过试验验证了两类 超材料构件的隔振性能。

# 1 结构模型与计算方法

#### 1.1 液-固、固-固超材料构型设计

本文根据文献[17]中流固耦合型超材料的设 计,给出如图1所示的液-固、固-固超材料单胞构型, 该结构是将液-固相变材料作为散射体填充到基体 材料中,并用包覆层材料进行上下底面密封。图1 中,A<sub>1</sub>和A<sub>2</sub>分别为固态散射体和液态散射体,B为 包覆层,C<sub>1</sub>和C<sub>2</sub>分别为基体框架和基体梁。该超材 料单胞结构基体框架的长度 $l_m$ 和宽度 $w_m$ 相等,内部 散射体的长度 $l_i$ 和宽度 $w_s$ 相等,框架高度为 $h_m$ ,包覆 层厚度为 $h_c$ 。



图1 液-固、固-固超材料单胞构型

Fig. 1 Unit cell configurations of liquid-solid metamaterial and solid-solid metamaterial

#### 1.2 数值建模

目前对超材料能带结构的计算多采用数值方法,利用商业软件 COMSOL Multiphysics 5.4 相应 模块功能进行计算,其核心是求解波动方程。当内 部散射体为完全固态时,利用固体力学模块,弹性波 在介质中波动方程为:

$$\nabla \cdot \left[ C(\boldsymbol{r}) : \nabla \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}, t) \right] = \rho(\boldsymbol{r}) \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}(\boldsymbol{r}, t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

式中  $u = (u_x, u_y, u_z)$ 代表位移矢量;r = (x, y, z)代表位置矢量;t为时间变量;C(r)和 $\rho(r)$ 分别为材料的弹性张量和质量密度。

当内部散射体为完全液态时,利用固体力学和 压力声学模块,假设不考虑黏性,则液态介质的波动 方程为:

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho(\mathbf{r})} \nabla p\right) = -\frac{1}{\rho(\mathbf{r}) c_0(\mathbf{r})} \omega^2 p \qquad (2)$$

式中 p为压强; $\omega$ 为频率; $c_0$ 为声波波速。

由于超材料的周期性,能带结构的计算可以缩 减为在一个代表性的单胞中进行。对于流固耦合问 题,利用有限元求解时离散形式的特征值方程为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{s} & \mathbf{S}_{fs}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\omega}^{2} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{s} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{S}_{fs} & \mathbf{M}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}$$
(3)

$$\boldsymbol{K}_{s} = \int \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} C(\boldsymbol{r}) \boldsymbol{B} \mathrm{d} \boldsymbol{V}_{e} \qquad (4)$$

$$\boldsymbol{M}_{s} = \int \rho(\boldsymbol{r}) \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{N} \mathrm{d} \boldsymbol{V}_{e} \tag{5}$$

式中 U和p分别为固体场单元节点的位移矩阵和 流体场单元节点的压力矩阵;K<sub>s</sub>和K<sub>f</sub>分别代表固体 和流体的刚度矩阵;M<sub>s</sub>和M<sub>f</sub>分别为固体和流体的 质量矩阵;B为应变矩阵;N为形函数矩阵;V<sub>e</sub>代表 单胞的整个区域;S<sub>f</sub>表示流固耦合矩阵以及S<sup>T</sup><sub>f</sub>表示 其转置矩阵。

根据流固耦合下的动力学平衡方程式(3),即可 求得流固耦合结构内部流体场的压强以及固体场的 位移、速度等物理量。

当内部为完全固态散射体时,此时单胞的离散 形式的特征值方程可写为:

$$(\boldsymbol{K}_{s}-\boldsymbol{\omega}^{2}\boldsymbol{M}_{s})\boldsymbol{U}=0 \tag{6}$$

当研究弹性波在其中传播时的频散关系时,结 合周期性结构中波传播的Bloch定理,其单胞变形 需满足Floquet周期性边界条件,可表示为:

$$\boldsymbol{u}_d = \boldsymbol{u}_s \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\boldsymbol{k}\boldsymbol{a}} \tag{7}$$

式中  $u_a$ 为单胞周期性边界(目标面)的位移向量;  $u_s$ 为单胞周期性边界(源面)的位置向量;i代表虚数 单位;k为简约波矢;a为晶格矢量。

分别将式(3)和(6)与式(7)联立,将波矢 k 遍历 结构对应的不可约布里渊区,求解相应的特征值问题,便可得到液-固超材料、固-固超材料的能带 结构。

## 2 带隙特性研究

#### 2.1 液-固、固-固超材料单胞的能带结构

本节将研究沿一维周期排布组成的超材料能 带结构,因此波矢方向为沿x方向,取值区间为  $[0, \pi/a]$ ,其中a为单胞的晶格常数,针对本研究对 象,a取 60 mm, $l_m$ 取 40 mm, $l_s$ 取 36 mm, $h_c$ 取 0.34 mm。当内部散射体为液态时,数值计算了如 表1所示的固定材料参数下的能带结构,该能带 结构如图2所示。黑色、红色、蓝色与绿色散点分 别对应z方向偏振弯曲波、y方向偏振弯曲波、扭 转剪切波与x方向压缩波,灰色阴影区域为能带 结构计算的带隙范围。图3给出了图2不同类型 弹性波相应点的振动模式,其中箭头方向代表振 动位移方向。

如图3所示,模态A主要表现为内部液态散射体与包覆层横向变形的局域共振模式,此时基体保

 
 Tab. 1 Material parameters of each component of metamaterial unit cell

表1 超材料单胞各组分材料参数

参数	组分材料			
	树脂	PVC	液态	固态
			伯蛨	石垣
密度/(kg·m <sup>-3</sup> )	1240	1204.8	800	916
杨氏模量/GPa	3.0	3.5	-	0.02
泊松比	0.3	0.319	-	0.37
体积模量/GPa	-	-	1.3	-
热膨胀系数/(10 <sup>-6</sup> •K <sup>-1</sup> )	120	80	-	-



图2 液-固超材料能带结构

Fig. 2 Band structure of liquid-solid metamaterial



图 3 不同类型弹性波对应点的振动模式



持静止;模态B表现为基体的横向振动;模态C表现 为单胞整体结构沿y方向的平移运动;模态D主要 表现为局域共振单元带动基体梁绕其中心点的扭转 振动;模态E表现为单胞整体结构沿x方向的水平 移动。由图2可以发现,在161~229 Hz频率区间 内,仅面内弯曲、扭转剪切与压缩波可在该类超材料 传播,即存在z方向振动的弯曲波带隙。该带隙的 起始频率表现为局域单元结构的共振给基体施加反 向作用力,使得基体在z方向的振动被抑制,表现为 基体无z方向的振动模态,在能带结构上呈现为水 平的局域共振能带线,此时弯曲波带隙打开,局域共 振模态被激发。带隙的截止频率所对应的模态表明 基体梁有明显的横向振动,此时局域共振单元的抑 制作用衰减,弯曲波带隙关闭。

相对于液-固超材料能带结构,采用表1所示的 固态散射体材料参数计算了固-固超材料的能带结 构,如图4所示。黑色、红色、蓝色与绿色点线分别 对应z方向偏振弯曲波、y方向偏振弯曲波、扭转剪 切波与x方向压缩波,灰色阴影区域为能带结构计 算的带隙范围。图5给出了图4不同类型弹性波相 应点的振动模式,不同于完全液态散射体下的局域 共振模型,此时模态a和模态b的振动表现为单胞整 体结构的z方向振动,模态c表现为单胞产生平行于 xy平面沿y方向的运动,模态d表现为单胞结构绕 其中心的扭转运动,模态e的振动模式与模态c类



Fig. 4 Band structure of solid-solid metamaterial





似,表现为单胞产生平行于xy平面沿x方向的运动。因此在模态a和b的频率范围内,仅有面内平移振动和绕其中心的扭转运动,没有z方向的振动,故存在z方向振动的弯曲波带隙,带隙频段范围为529~890 Hz。根据带隙中心频率f<sub>0</sub>计算通过该单胞的波长,可知该带隙为Bragg带隙,并结合上述弹性波对应振型中不同于液态散射体超材料的局域共振单元的模式,其振动形式表现为单元的整体振动,该带隙的产生机理主要受周期性结构条件变化的材料与波的相互耦合作用的影响。

当散射体固液形态不同时,超材料的带隙产生 机制也有所不同。散射体为液态时的液-固超材料 的包覆层和液态散射体可以等效为"弹簧-振子"模 型,两者组成的共振单元的低频谐振与基体的弹性 波发生耦合使其无法传播,一般带隙宽度都较窄;而 当散射体呈固态时,材料参数因形态不同发生改变, 包覆层和固态散射体不再构成共振单元,从其能带 结构对应弹性波振动模式判断此时带隙为布拉格带 隙,材料特性的周期性分布使得入射的弹性波在各 个周期界面的前后都发生来回反射,前向波和反向 波相互叠加,使得某些频段的波在周期结构中没有 对应的振动模式,从而导致带隙的产生,带隙宽度较 宽。综上可知,超材料散射体的固液状态的转变可 以实现带隙类型的转变和隔振频段的调节,可为适 应热环境下的相变散射体超材料构型设计和隔振特 性调控提供参考依据。

# 2.2 液-固、固-固超材料单胞的动态有效质量与 传输特性

对于散射体为液态时,"基体-包覆层-散射体" 三组元构成的局域共振型弹性超材料,其隔振带隙 的产生通常可以用负的动态有效质量密度来解释。 对于超材料单胞而言,表现为在某一频率区间,由散 射体与包覆层反共振传递给基体的反向力,将大于 由外界传递过来的正向激励,使得基体产生与外载 方向相反的无穷大的加速度,即存在负动态有效质 量。单胞的动态有效质量<sup>[18]</sup>可表示为:

$$m_{\text{eff},i} = \frac{F_i}{a_i} = \frac{F_i}{-\omega^2 D_i} \tag{8}$$

式中 m<sub>eff,i</sub>为单胞沿*i*方向的动态有效质量;F<sub>i</sub>为施 加于单胞周期边界处沿*i*方向的合力;a<sub>i</sub>为单胞周期 边界在简谐激励下沿*i*方向的加速度响应;D<sub>i</sub>为单 胞周期边界在简谐激励下沿*i*方向的位移响应。

此外,本节建立了超材料构成的一维有限周期 结构有限元仿真模型,对该结构的弯曲振动进行了 谐响应分析。定义传输系数为:

$$T = 20 \lg \frac{\int u_{z_{\text{output}}} ds}{\int u_{z_{\text{input}}} ds}$$
(9)

式中 *u<sub>z\_output</sub>*表示响应端各节点沿*z*方向的位移响应幅值;*u<sub>z\_input</sub>*表示激励端各节点沿*z*方向的位移响应幅值。

液·固、固-固超材料单胞动态有效质量和对应 的一维有限周期结构的传输谱如图6所示。阴影处 为单胞能带结构计算带隙区间,可以看出,液-固超 材料构件的隔振范围与单胞的负动态有效质量区间 基本吻合,该模型作为等效的"弹簧-振子"模型,当 波频率接近局域共振频率时加速度趋于无穷大,带 隙区间内包覆层和液态散射体局域共振作用导致基 体产生与外界激励相反的加速度,此时单胞具有负 的动态有效质量;固-固超材料能带结构的带隙区间 与一维有限周期结构传输曲线的衰减区间基本一 致,但不具有负的动态有效质量,单胞动态有效质量 接近稳定正值,这是由于此时的带隙主要受到结构 的周期性限制,导致介质与弹性波之间发生耦合,前 向波与反向波之间发生相消干涉现象,部分频率的 弹性波无法穿透结构,阻碍了波的传播。





Fig. 6 The dynamic effective mass of unit cells and the vibration transmission curve of corresponding one-dimensional finite periodic structure

#### 2.3 液-固、固-固超材料带隙影响因素研究

#### 2.3.1 材料参数对带隙特性的影响

如图7所示,在一种材料参数改变、其余材料参数(如表1所示)保持不变时,分别研究了散射体密度、 基体密度和包覆层密度对液-固、固-固超材料带隙特性的影响。由图7可知,当散射体为液态时,带隙的起 始频率和截止频率随着散射体密度的增大而减小,系 统等效质量增加,带隙宽度变化较小;改变基体的密 度对带隙的截止频率影响较大,起始频率基本保持不 变,这是由于带隙的起始频率取决于局域共振单元的 变化。当散射体为固态时,固态散射体密度和基体密 度均影响带隙的位置和宽度,起始频率和截止频率随





两种材料密度的增加而降低,此时带宽变化趋势与液态情况相反。液-固、固-固超材料包覆层密度的变化 对带隙的起始和截止频率几乎没有影响。

材料模量变化对能带特性的影响如图8所示。 形态不同的散射体超材料随着散射体模量的增大, 带隙的起始、截止频率都是先增大,到一定大小后基 本保持不变;当增大基体的杨氏模量,带隙的上下边 界频率均增大到一定大小后保持稳定,带隙宽度则 受弹性波不同模式之间的耦合作用强度影响先增大 后减小再增大至稳定。其中散射体为液态时,当基 体的杨氏模量接近包覆层的杨氏模量时,开始出现 局域共振现象,带隙类型由布拉格带隙开始向局域 共振带隙转变;散射体为固态时,当基体的杨氏模量 明显大于包覆层的杨氏模量时,开始出现局域共振 现象,此后带隙的位置和带宽增大到一定大小后基 本保持不变。

散射体为液态时,包覆层杨氏模量对带隙特性 有剧烈影响,因为包覆层作为"弹簧-振子"模型中的 "弹簧",其提供局域共振系统的弹性,影响系统等效 刚度导致局域共振模态固有频率变化;散射体为固 态时,带隙主要受周期性结构的影响,改变包覆层的 杨氏模量,系统整体刚度增加,带隙截止频率增加, 带隙宽度增大。





如图9所示,研究了材料阻尼对带隙特性的影响。由于液-固超材料带隙主要受局域共振单元的影响,增加包覆层阻尼对系统等效刚度影响较大,导致带隙起始频率和截止频率增加,而基体阻尼几乎不受影响;固-固超材料带隙则主要受基体、散射体阻尼系数的影响,此时包覆层阻尼提供的刚度变化相对于系统整体刚度变动较小,故对带隙的增长速率小于散射体为液态时的情况。随着基体阻尼系数的增加,起始频率和截止频率增加;固态散射体阻尼的增加对带隙下边界几乎没有影响,截止频率增加,带宽增大。





<sup>2.3.2</sup> 结构参数对带隙特性的影响

保持其他结构参数不变,通过改变包覆层厚度 得到带隙特性的变化趋势如图10所示。由图10可



知,结构参数的变化影响着两类超材料的带隙起始 频率、截止频率以及带隙宽度。为了更好地描述包 覆层厚度对液-固超材料带隙的影响,通过定义带隙 截止频率减去起始频率并除以二者的算术平均值为 相对带隙宽度,此时液-固超材料模型为局域共振型 超材料,而对于这类Lorentz模型即Mass-in-Mass模 型,其相对带宽将单调由散射体与基体的静态质量 比决定<sup>[19]</sup>。包覆层厚度的变化会引起质量矩阵的改 变,但其提供的动能相较于内部液体是微乎其微的, 因此质量矩阵元素的变动也是微小的,故相对带宽 几乎不受包覆层厚度变化的影响,此时包覆层厚度 的变化主要引起刚度矩阵的改变,带隙的起始、截止 频率增加,带宽增大;当散射体为固态时,包覆层厚 度相较于系统质量矩阵变动微小,对布拉格带隙起 始、截止频率的影响微小。

2.3.3 不同外界条件对带隙特性的影响

如图 11 所示,针对液-固、固-固两种超材料, 考虑到环境温度的影响以及在制备过程中包覆 层可能产生的预应力,研究了温升和包覆层预应



Fig. 11 The variation of bandgap range and bandwidth of metamaterials when temperature rise

力对两种状态超材料带隙特性的影响。散射体 为完全液态时,随着温度的增加,考虑到基体和 包覆层温升产生的热膨胀,带隙的起始、截止频 率增大,带宽增加,此时温升产生的热应力起到 刚化作用;散射体为完全固态时,基体和包覆层 温升产生热应力起到软化作用。当考虑内部固 体散射体的热应力,得到温升△T=20℃时带隙 范围及带宽随固态散射体热膨胀系数的变化趋 势如图12所示。固态散射体热膨胀系数的增大 对带隙下边界影响较大,使得带隙宽度减小,逐 渐抵消软化作用。



图 12 △T=20 ℃时带隙范围及带宽随固态散射体热膨胀系数的变化

Fig. 12 The variation of bandgap range and bandwidth with thermal expansion coefficient of solid scatterers at  $\Delta T$ =20 °C

如图 13 所示,液-固超材料带隙随着包覆层面 内预应力的增加,包覆层薄膜的静态弯曲刚度改变, 带隙的起始、截止频率增大,带隙宽度增加;而相比 于液-固超材料,包覆层面内预应力的改变对固-固 超材料的带隙变化影响较小,继续增大面内预应力, 对固-固超材料带隙下边界频率影响较大,带隙宽度 减小。





Fig. 13 The influence of in-plane prestress in coating layer on bandgap characteristics

### 3 有限周期结构隔振特性试验验证

为了验证完全液-固、完全固-固两种状态下超 材料的带隙特性,本文开展了液-固、固-固超材料构 成的一维有限周期结构的振动测试试验研究,并与 振动传输曲线数值结果进行对比。如图14所示,该 超材料结构振动测试平台的实验装置包括悬挂装 置、函数信号发生器(HAD-SF-2)、功率放大器 (B&K type 2718)、激振器(MB Exciter Modal 2)、信 号转换器、加速度传感器(Endevco2220E)和LMS 数据采集系统。同时依据图1所示的设计结构,采 用 3D 打印增材制造技术和传统加工技术制备了实 验试件。



图 14 实验装置和超结构试件

Fig. 14 Experimental setup and the specimen of the superstructure

实验中试件通过弹性细绳悬挂以构造近似自由 的边界条件,避免了重力对超材料梁的弯曲振动传 输实验结果的影响。在试件两自由端分别粘贴布置 加速度传感器A和B,用以拾取超结构输入与输出 的横向加速度信号。通过信号发生器产生正弦扫频 信号经过功率放大器放大进而使激振器产生相应的 激励。激振器激发的弹性波通过试件由激励端传输 至响应端,两端布置的加速度传感器A与B将采集 的加速度信号通过信号转换器转换为电压信号,最 后由LMS数据采集系统与PC分析获得指定带宽下 结构两自由端的传递函数,即横向位移传输系数。

利用上述的振动测试平台和测试方法,首先对 基体试件进行了动态振动响应测试,得到实验测试 结果如图 15 中的紫色点线所示。实验测试的频响 曲线与有限元结果相比,在低频范围内频响曲线趋 势与有限元结果吻合良好,在较高频范围内实验结 果传输系数衰减更剧烈。考虑到实际中的基体试件 材料存在一定的阻尼,在数值模拟中尝试考虑基体 材料的阻尼,可以看到,随着基体阻尼系数的增加, 计算得到带隙以外的频响曲线整体不断衰减,且向 实验结果靠拢,当基体阻尼系数取0.1时,计算得到 的频响曲线与实验结果较接近。



图 15 考虑阻尼的基体试件振动传输曲线 Fig. 15 The vibration transmission curves of matrix specimen with different damping coefficients

固态散射体超材料的一维有限周期结构的频响 曲线如图 16 所示。从实验测试的频响曲线中可以 明显看到,在529~890 Hz之间振动衰减明显,这与 能带图和数值计算所得的频响曲线表现出几乎一致



图 16 固-固超材料能带结构与对应一维有限周期结构振动 传输曲线

Fig. 16 Band structure of solid-solid metamaterial and the vibration transmission curves of corresponding onedimensional finite periodic structure 的隔振特性。

结合 2.3.1 和 2.3.3 小节中材料阻尼效应和包覆 层预应力对超材料带隙特性的影响,通过频响曲线 的变化趋势来研究阻尼和包覆层预应力对一维 固-固有限周期结构振动特性的影响。如图17所 示,分别计算了材料不同阻尼系数和不同包覆层预 应力的频响曲线。随着石蜡阻尼系数的增加,计算 得到的带隙以外频响曲线逐渐衰减,且接近实验结 果衰减幅值,同时结构阻尼的存在使得带隙的截止 频率移向更高的频段,从而增加带隙的宽度,但阻尼 特性几乎不影响带隙内的衰减;随着包覆层预应力 的增加,振动传输曲线的峰值频率向高频移动,带隙 的起始频率增加,截止频率几乎不受影响,带隙宽度 减小,带隙内的振动传输曲线衰减减小。结合一维 固-固有限周期结构振动传输曲线的变化趋势,考虑 到实验中结构材料具有阻尼以及试件制备中包覆层 预应力的影响,导致实验结果较数值模拟的带隙衰 减程度较低,峰值频率有所偏差。





由于液态石蜡的熔点高于室温,液-固超材料的 内部散射体的制备须在加热环境中完成,其中加热 对基体、包覆层材料的热效应影响较大,故下文中 液-固超材料隔振性能的验证实验,通过将其内部散 射体液态石蜡换为水来实现。液态散射体超材料的 一维有限周期结构振动传输曲线如图 18 所示。可 以看出,实验测试结果与有限元仿真结果在隔振区 间吻合良好,该液-固超材料的一维有限周期结构可 以对低频段范围内的振动造成明显的衰减。



图 18 液-固超材料能带结构与对应一维有限周期结构振动 传输曲线

Fig. 18 Band structure liquid-solid metamaterial and the vibration transmission curves of corresponding onedimensional finite periodic structure

如图 19 所示,通过对考虑阻尼特性和包覆层预 应力效应下的一维液-固有限周期结构进行振动传 输曲线计算,可以发现,包覆层的阻尼系数的增加使





Fig. 19 Variation of vibration transmission curve of one-dimensional liquid-solid finite periodic structure

[2] Kushwaha M S, H

得结构振动传输曲线的衰减减小,尤其在带隙附近, 靠近带隙的峰值衰减,造成带隙宽度增加;包覆层的 预应力此时几乎不影响振动传输曲线的衰减程度, 随着包覆层预应力的增加,峰值频率逐渐向高频 移动。

通过对散射体不同形态下的超材料构成的一维 有限周期结构进行实验,测得的振动传输曲线的总体 趋势与数值计算出的传输曲线的总体趋势一致,并通 过计算材料阻尼和包覆层预应力对振动传输曲线的 影响,间接讨论了数值结果与实验结果的部分偏差。 同时考虑到实验中激振器的激振杆不是完全理想地 垂直于结构表面,在激发面外偏振模式的同时会附带 引起面内方向的振动,导致传感器采集信号的变化, 进一步使得测量振动传输曲线的衰减减小,峰值处的 频率有所偏差。上述因素对实验结果都有一定的影 响,但是实验结果依然较好地验证了本文所研究的散 射体形态不同的超材料构成的一维有限周期结构的 隔振性能,可为适应热环境下的相变散射体超材料构 型设计和隔振特性调控提供参考依据。

# 4 结 论

本文以固液相变材料作为散射体,研究了液态 散射体、固态散射体超材料的带隙特性及其影响因 素和隔振性能,可得到如下结论:

(1)散射体为完全液态时可产生局域共振带隙, 实现低频段隔振,完全固态时产生Bragg带隙实现 宽频段隔振,超材料散射体两种极端状态的转变可 实现带隙类型的转变和隔振频段的调节。

(2)散射体固液形态影响了超材料的带隙类型, 材料参数、结构参数和外界条件对液态散射体、固态 散射体两种超材料的带隙特性的影响也有所不同。 其中通过改变基体杨氏模量可实现带隙类型的转 变,且改变其余材料参数、结构参数、温度与包覆层 预应力对两种结构的带隙均起到很好的调控作用。

(3)以液态散射体、固态散射体的超材料单胞组成的一维有限周期结构为试验件,测试得到了超材料构件的频响曲线,验证了完全液-固、完全固-固两种状态下超材料的减振特性,且考虑了阻尼特性和包覆层预应力对有限周期结构振动传输曲线变化的影响。

#### 参考文献:

[1] Wang Y F, Wang Y Z, Wu B, et al. Tunable and active phononic crystals and metamaterials [J]. Applied Mechanics Reviews, 2020, 72: 040801.

- 835
- [2] Kushwaha M S, Halevi P, Dobrzynski L, et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites [J]. Physical Review Letters, 1993, 71(13): 2022-2025.
- [3] Liu Z Y, Zhang X X, Mao Y W, et al. Locally resonant sonic materials [J]. Science, 2000, 289 (5485) : 1734-1736.
- [4] 王家声,刘艳,李秋彤,等.材料与几何参数对薄膜超 材料吸声性能的影响[J].噪声与振动控制,2021,41
  (4):54-59.
  WANG Jiasheng, LIU Yan, LI Qiutong, et al. Influence of material and geometric parameters on sound absorption performances of membrane acoustic metamaterials [J]. Noise and Vibration Control, 2021, 41(4): 54-59.
- [5] 夏利福,杨德庆.含负泊松比超材料构件的潜艇振动 与声辐射性能分析[J].振动工程学报,2019,32(6): 956-965.

XIA Lifu, YANG Deqing. Vibration and underwater sound radiation performance analysis of submarine with auxetic metamaterial ribs[J]. Journal of Vibration Engineering, 2019, 32(6): 956-965.

 [6] 刘少刚,赵跃超,赵丹.基于磁流变弹性体多包覆层
 声学超材料带隙及传输谱特性[J].物理学报,2019, 68(23):154-166.

LIU Shaogang, ZHAO Yuechao, ZHAO Dan. Bandgap and transmission spectrum characteristics of multilayered acoustic metamaterials with magnetorheological elastomer [J]. Acta Physica Sinica, 2019, 68 (23) : 154-166.

- [7] 牛嘉敏,吴九汇.非对称类声学超材料的低频宽带吸声特性[J].振动与冲击,2018,37(19):45-49.
  NIU Jiamin, WU Jiuhui. Low frequency wide band sound absorption performance of asymmetric type acoustic metamaterials [J]. Journal of Vibration and Shock, 2018,37(19):45-49.
- [8] 吴旭东,左曙光,倪天心,等.并联双振子声子晶体梁 结构带隙特性研究[J].振动工程学报,2017,30(1): 79-85.

WU Xudong, ZUO Shuguang, NI Tianxin, et al. Study of the bandgap characteristics of a locally resonant phonoic crystal beam with attached double oscillators in parallel [J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(1): 79-85.

- [9] Hao L M, Ding C L, Zhao X P. Tunable acoustic metamaterial with negative modulus[J]. Applied Physics A, 2012, 106(4): 807-811.
- [10] Jin Y B, Pennec Y, Pan Y D, et al. Phononic crystal plate with hollow pillars actively controlled by fluid filling[J]. Crystals, 2016, 6(6): 64.
- [11] Jin Y B, Pennec Y, Pan Y D, et al. Phononic crystal plate with hollow pillars connected by thin bars[J]. Jour-

nal of Physics D: Applied Physics, 2017, 50(3): 035301.

- [12] Wang Y F, Wang T T, Wang Y S, et al. Reconfigurable phononic-crystal circuits formed by coupled acoustoelastic resonators[J]. Physical Review Applied, 2017, 8(1): 014006.
- [13] Wang T T, Wang Y F, Wang Y S, et al. Tunable fluid-filled phononic metastrip[J]. Applied Physics Letters, 2017, 111(4): 041906.
- [14] Zhang Q, Zhang K, Hu G K. Tunable fluid-solid metamaterials for manipulation of elastic wave propagation in broad frequency range[J]. Applied Physics Letters, 2018, 112(22): 221906.
- [15] Yuan S M, Ma T X, Chen A L, et al. Liquid-assisted tunable metasurface for simultaneous manipulation of surface elastic and acoustic waves [J]. AIP Advances,

2018, 8(3): 035026.

- [16] Dong H, Hu Y H. Harnessing fluid pre-pressure to tune the properties of phononic crystals[J]. Extreme Mechanics Letters, 2019, 34: 100582.
- [17] Wu L, Geng Q, Li Y M. A locally resonant elastic metamaterial based on coupled vibration of internal liquid and coating layer [J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 468: 115102.
- [18] Li Z, Li Y M, Kumar S, et al. Thermal tuning of negative effective mass density in a two-dimensional acoustic metamaterial with hexagonal lattice [J]. Journal of Applied Physics, 2019, 126(15): 155102.
- [19] Huang H H, Sun C T. Wave attenuation mechanism in an acoustic metamaterial with negative effective mass density [J]. New Journal of Physics, 2009, 11 (1): 013003.

# Analysis of band gap characteristics of metamaterials in the solid-liquid state of scatterers

JIANG Xuan<sup>1,2,3</sup>, CHAI Yi-jun<sup>1,2,3</sup>, GENG Qian<sup>1,2,3</sup>, YANG Xiong-wei<sup>1,2,3</sup>, LI Yue-ming<sup>1,2,3</sup>

(1.School of Aerospace Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an 710049, China;

3. Shaanxi Key Laboratory of Environment and Control for Flight Vehicle, Xi'an 710049, China)

Abstract: Elastic metamaterials can be used for vibration and noise reduction, waveguide, stealth and other special elastic wave control functions, which have broad engineering application prospects. In this paper, solid-liquid phase change materials are introduced as the scatterer to compare the band gap characteristics and vibration isolation performance of the scatterer under the two forms of solid and liquid. The numerical method is used to calculate the band structure and the dynamic effective mass of unit cells, the factors affecting the band gap characteristics of metamaterials are studied, and the vibration isolation performance of two forms of metamaterials is verified by experiments. The results show that the liquid scatterer metamaterial can generate local resonant band gap to achieve low frequency vibration isolation, and the solid scatterer metamaterial can generate Bragg band gap to achieve wide frequency vibration isolation. At the same time, the band gap of the two design forms can be well regulated by changing the external conditions. Therefore, the transformation of the two design states of the metamaterial scatterers realizes the transformation of the band gap type and the adjustment of the vibration isolation band, which can provide a reference for the configuration design and the regulation of the vibration isolation characteristics of the phase change scatterers metamaterial adapted to the thermal environment.

Key words: metamaterial; solid-liquid phase transition; band structure; dynamic effective mass; performance of vibration isolation

作者简介: 蒋 璇(1997—), 女, 硕士研究生。电话: 17702439252; E-mail: jiangxuan9252@stu.xjtu.edu.cn。 通讯作者: 李跃明(1961—), 男, 博士, 教授。电话: (029)82668340; E-mail: liyueming@mail.xjtu.edu.cn。