

# 轮胎刚度智能预测及在起落架摆振分析中的应用

刘冲冲<sup>1,2</sup>, 刘小川<sup>1,2</sup>, 刘胜利<sup>1,2</sup>, 陈 熠<sup>1,2</sup>, 杨正权<sup>1,2</sup>

(1. 中国飞机强度研究所, 陕西 西安 710065; 2. 结构冲击动力学航空科技重点实验室, 陕西 西安 710065)

**摘要:** 为分析飞机起落架摆振问题, 需要获取航空轮胎的侧向、扭转刚度。建立了一套航空轮胎侧向与扭转刚度智能预测方法, 并在某无人机起落架防摆设计中成功应用。收集了 503 组轮胎侧向、扭转刚度试验测试数据, 来自 3 个轮胎厂商, 7 种轮胎型号, 涵盖不同气压、载荷、压缩量、直径、宽度等特征参数的组合。建立了一个全连接人工神经网络模型, 通过已有轮胎刚度测试数据对神经网络模型进行了训练, 从随机分配的验证集训练效果可以看出, 训练到 1000 次以后, 均值误差基本收敛, 预测值与真实值基本一致。利用训练后的模型对某无人机轮胎侧向与扭转刚度进行了预测, 并将预测结果应用于某无人机起落架摆振稳定性分析, 确定起落架临界阻尼, 指导减摆器的设计。

**关键词:** 摆振; 起落架; 航空轮胎; 扭转刚度; 侧向刚度; 人工神经网络

**中图分类号:** V216.2<sup>+</sup>.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)04-0903-06

**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.04.003

## 引言

飞机起落架摆振是一种有害的自激振动, 如果不加以控制, 轻者会造成起落架损坏, 重者将导致飞机损毁<sup>[1]</sup>。动力学仿真是起落架减摆设计的重要手段, 构建高保真的轮胎模型是提高起落架摆振分析精度的基础<sup>[2]</sup>。

航空轮胎作为飞机支撑、减振、缓冲的关键部件, 对飞机的地面运动特性和载荷特性有着重要的影响。飞机高速滑跑过程中, 在大变形、高速度状态下, 胎体超弹性效应更加明显, 胎体变形复杂, 呈强非线性, 变形又会引起轮胎的航向和侧向滑移, 从而产生摩擦力<sup>[3]</sup>, 因此, 航空轮胎动力学建模是起落架摆振分析的基础技术难题。危银涛等<sup>[4]</sup>将国内外轮胎动力学模型按建模方法分为定性轮胎模型、基于实验的经验性模型、瞬态松弛长度模型、基于结构的模型、轮胎多柔体模型-预测性轮胎模型等<sup>[5-8]</sup>。定性轮胎模型中的“弦”模型可以得到侧偏力/回正力矩与轮胎转向角之间解析的传递函数, 这对研究机轮摆振特别重要, 因此在飞机起落架摆振分析中得到广泛应用<sup>[9-12]</sup>。

轮胎“弦”模型中相关参数, 如侧向刚度、扭转刚度需通过试验获取, 为提高飞机起落架研制效率, 也可以通过经验公式计算。诸德培在文<sup>[13]</sup>中给出了轮胎侧向刚度、扭转刚度及阻尼的经验公式, 但该公式建于上世纪中叶, 随着轮胎制造技术和工艺的变化, 有必要进行发展改进。

近年来, 数据驱动的轮胎动力学建模技术开始兴起。Kusaka 等<sup>[14]</sup>采用线性回归方法, 通过各种轮胎尺寸的大量测量数据, 预测轮胎的主要特性, 如转弯刚度、垂直刚度和动态加载半径, 该模型称为“轮胎统计模型”。Gutiérrez-Gómez 等<sup>[15]</sup>, Singh 等<sup>[16]</sup>在汽车、航空、橡胶等领域建立了多个数据集, 对比了线性回归、支持向量回归、K-近邻、随机森林等多种机器学习方法应用于轮胎性能预测, 其中随机森林方法综合效果较好。Farhadi 等<sup>[17]</sup>使用线性回归和人工神经网络预测轮胎滚动阻力, 结果表明人工神经网络模型比回归模型预测更接近实测数据。

在航空轮胎动力学领域, 国内外还没有开展基于机器学习的建模技术研究。本文针对基于数据驱动的航空轮胎侧向刚度、扭转刚度快速预测方法开展了相关研究。收集了 503 组轮胎侧向、扭转刚度试验测试数据, 来自 3 个轮胎厂商, 7 种轮胎型号, 包含不同气压、载荷、压缩量、直径、宽度等特征参数。建立了一个全连接人工神经网络模型, 通过已有轮胎刚度数据对神经网络模型进行了训练, 相对误差在 10% 以内。利用训练后的神经网络模型对某无人机轮胎侧向刚度与扭转刚度进行了预测, 将预测结果应用于摆振分析, 指导该无人机防摆设计。

## 1 基于深度学习的轮胎刚度预测

建立轮胎侧向刚度与扭转刚度试验数据集、人工智能深度学习模型, 利用试验数据集对模型进行

训练,直至误差收敛,训练完成的神经网络模型即可应用于轮胎刚度预测。

1.1 数据集与数据分析

从经验公式可以看出,轮胎侧向刚度、扭转刚度与轮胎的宽度、直径、额定充气压力、压缩量、类型等参数相关<sup>[1]</sup>。通过轮胎刚度测试,如图1所示,可以获得轮胎充气压力、相关尺寸、载荷(垂向/侧向/扭转)、位移(垂向/侧向/扭转)等数据。因此,参考轮胎刚度经验公式中的变量参数,结合现有实验室测试数据,本文建立的神经网络模型将描述轮胎的特征参数设为直径、宽度、垂直载荷、压缩量、气压。

本文收集的503组轮胎刚度测试数据,来自3个轮胎厂商,7种轮胎型号,不同气压与载荷组合,如表1表示。数据输入参数的整体统计如表2所示。



图1 轮胎刚度测试

Fig. 1 Tire stiffness test

为控制各隐藏层内神经元参数波动对训练结果的影响,使神经元输出值的分布更加均匀,调高训练精度和效率,在训练前,将数据进行特征归一化处理,方法如下:

表1 轮胎参数及刚度

Tab. 1 Tire parameters and stiffness

序号	侧向刚度/ (kN·m <sup>-1</sup> )	扭转刚度/ (kN·m·rad <sup>-1</sup> )	直径/ mm	宽度/ mm	垂直载荷/ kN	压缩量/ mm	气压/ MPa
1	235.56	1.32	620	180	5.81	10	0.5
2	256.31	1.54	620	180	11.62	20	0.5
...	...	...	...	...	...	...	...
502	1263.92	105.54	1030	350	240	64.22	3.4
503	1412.72	128.62	1030	350	280	74.92	3.4

表2 训练数据整体统计表

Tab. 2 Overall statistics of training data

数值	直径/ mm	宽度/ mm	垂直 载荷/ kN	垂直 压缩量/ mm	气压/ MPa
平均值	812.81	267.03	92.120	41.50	1.84
标准差	198.19	79.44	93.35	28.21	0.88
最小值	300.00	125.00	1.20	2.68	0.00
最大值	1030.00	350.00	490.22	130.00	3.40

$$x'_i = \frac{x_i - x_{\text{mean}}}{x_{\text{std}}} \quad (1)$$

式中  $x'_i$  为特征归一化处理结果;  $x_i$  为输入参数;  $x_{\text{mean}}$  为输入参数的平均值;  $x_{\text{std}}$  为输入参数的标准差。扭转刚度、直径、垂直载荷的联合分布如图2所示,扭转刚度、垂直载荷、气压的联合分布如图3所示。

1.2 深度学习模型建立

采用Tensorflow(2.5.0版本)机器学习框架搭建和训练人工神经网络模型。神经网络为全连接模式,结构如图4所示,包含  $n_1$  个隐藏层,每个隐藏层

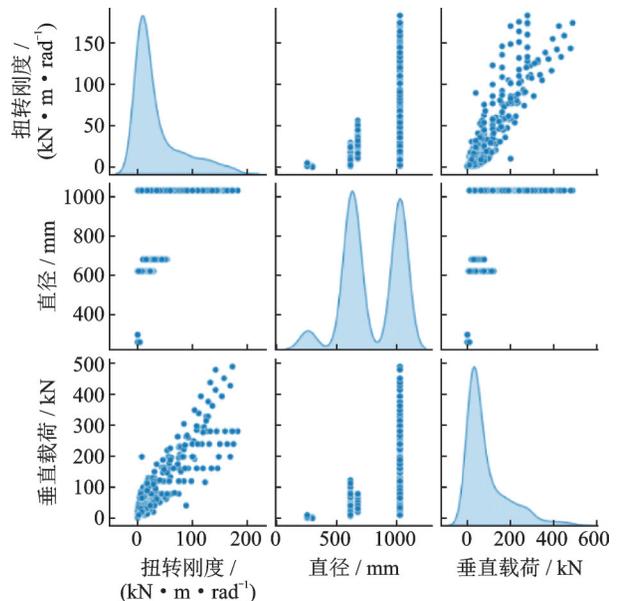


图2 扭转刚度、直径、垂直载荷的联合分布

Fig. 2 Joint distribution of torsional stiffness, diameter, vertical loads

包含  $n_2$  个神经元。通过训练效果的对比设置合适的层数、每层神经元数量、学习率,其中层数即是隐藏层个数,多个隐藏层可对输入特征作多层次的抽象,但层数越多,计算代价越高。学习率是超参数,控制

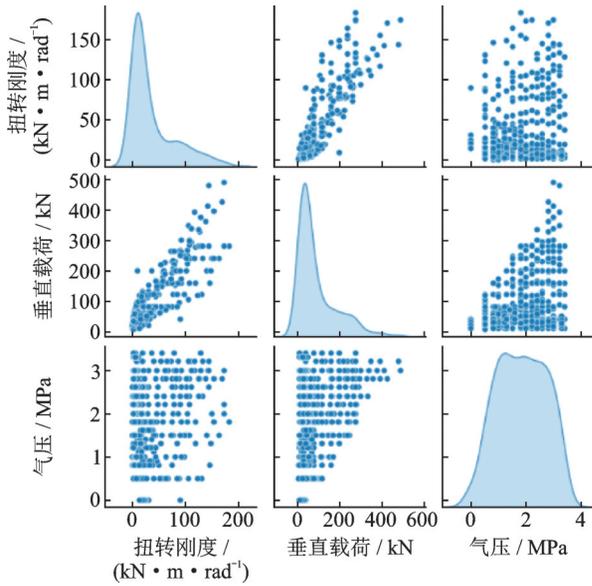


图3 扭转刚度、垂直载荷、气压的联合分布

Fig. 3 Joint distribution of torsional stiffness, vertical loads, air pressure

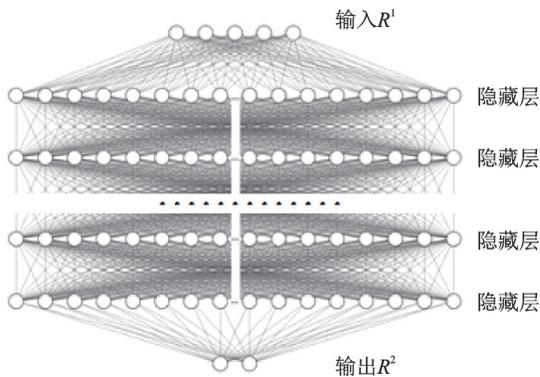


图4 深度神经网络模型

Fig. 4 Deep neural network model

调整神经网络的权重以符合梯度损失,值越低,沿着梯度下降越慢。

训练过程中,通过前馈过程计算得出输出刚度,与实测刚度对比得到误差,通过反馈过程优化训练参数,该过程不断循环,直至误差收敛。

激活函数采用ReLU(Rectified Linear Unit)函数,数学表达式如下所示:

$$ReLU = \begin{cases} x, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

损失函数采用下式所示的二次代价函数:

$$C = \frac{1}{2n} \sum_x |y(x) - a^l(x)|^2 \quad (3)$$

式中  $C$  为代价值; $x$  为样本; $y$  为实际值; $a^l$  为输出值; $n$  为样本的总数。

优化器采用自适应学习 RMSProp(Root Mean Square Prop)算法,该算法在 AdaGrad 算法基础上,改变梯度积累为指数加权的移动平均,更适合应用于连续值预测回归问题。

### 1.3 神经网络训练与结果

通过 TensorFlow 内置函数,将 503 组数据随机分配为 402 组训练数据,101 组验证数据,改变随机分配函数的设置,可以改变数据的随机分配序列。

设置不同的隐藏层数、每层神经元数量和学习率。对比不同配置下的训练结果,可以看出,随着隐藏层数、神经元数量增大,训练效果变优;但当设置过大后,易发生过收敛,且训练时间增加。学习率增大,训练收敛速度增加,学习率降低,收敛的训练次数增大;但当学习率过大时,可能导致训练结果跳跃甚至不收敛。

根据训练结果对比,将神经网络模型隐藏层设置为 8 层,每层神经元数量设置为 128,学习率为 0.0005,该配置下训练相对较优,模型共包括约 10 万个训练参数,训练过程即是对训练参数的优化,得出最优的训练参数组合。

定义训练的均值误差:

$$error_m = \frac{\sum_{i=1}^n |K_{i \text{ Train}} - K_{i \text{ Val}}|}{n} \quad (4)$$

定义训练的相对误差:

$$error_{re} = \frac{\sum_{i=1}^n |K_{i \text{ Train}} - K_{i \text{ Val}}|}{\sum_{i=1}^n |K_{i \text{ Val}}|} \quad (5)$$

式中  $K_{i \text{ Train}}$  为通过神经网络模型预测所得的刚度, $K_{i \text{ Val}}$  为验证数据集中的试验测得的刚度, $n$  为验证数据集的个数。

侧向刚度、扭转刚度均值误差与训练步数变化如图 5,6 所示。从图中可以看出,训练到 1000 次以后,均值误差基本收敛。侧向刚度基本在 500~1600 kN/m 之间分布,预测结果与真实值的均值误差为 59.6 kN/m,相对误差为 8.51%。扭转刚度基本在 30~150 (kN·m/rad) 之间分布,预测结果与真实值的均值误差为 5.45 (kN·m/rad),相对误差为 9.08%。侧向刚度、扭转刚度真实值与预测值对比如图 7,8 所示,预测值与真实值基本一致,分布在直线附近,训练效果良好。改变数据的随机分配序列,训练结果相近。因此,预测结果是可靠的,可以应用于起落架初始设计阶段的摆振稳定性分析。

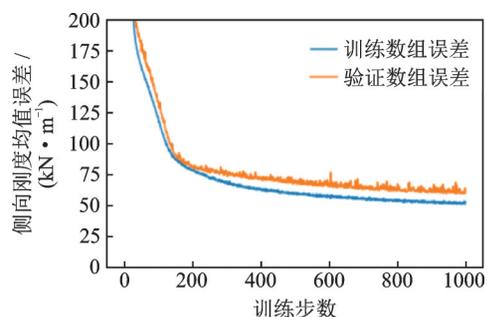


图5 侧向刚度均值误差与训练步数

Fig. 5 Mean error of lateral stiffness and training steps

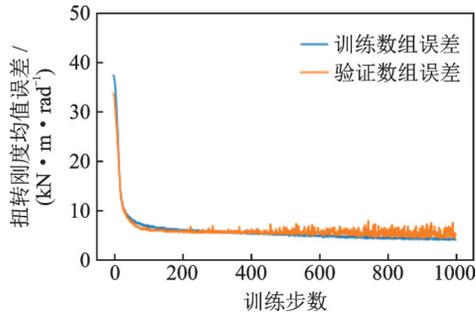


图6 扭转刚度均值误差与训练步数

Fig. 6 Mean error of torsional stiffness and training steps

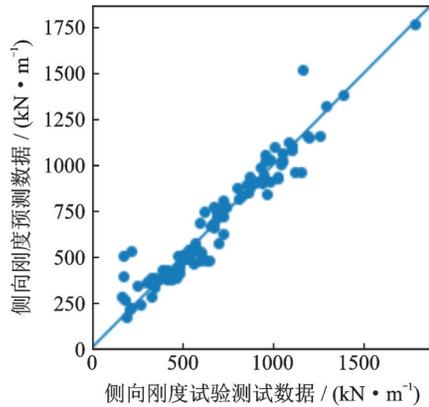


图7 侧向刚度测试值与预测值

Fig. 7 Test and predicted lateral stiffness

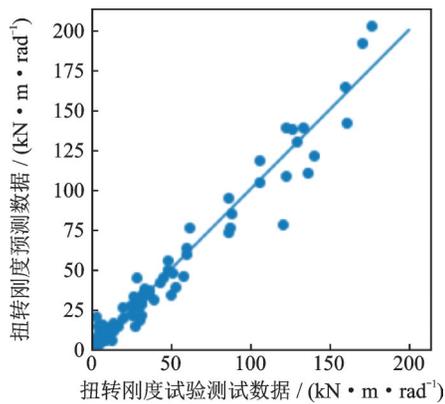


图8 扭转刚度测试值与预测值

Fig. 8 Test and predicted torsional stiffness

## 2 基于预测结果的稳定性算例分析

通过本文建立的人工智能模型预测轮胎侧向刚度与扭转刚度,对一种无人机起落架进行摆振动力学建模及分析,获得起落架摆振抑制临界阻尼。

### 2.1 起落架摆振分析模型

某型无人机起飞重量约4 t,前起落架为支柱式,支柱缓冲器为油气混合式,包括2个机轮与轮胎,1套操纵减摆作动器,1套收放作动器。采用5个自由度描述起落架摆振运动,共包括起落架支柱活

塞下部侧向运动、机轮围绕支柱轴线摆动、减摆器围绕支柱旋转运动、轮胎接地中心侧向偏移、轮胎扭转变形。考虑惯性力、陀螺力矩、弹性恢复力及外部作用力,根据动力学平衡原理建立摆振分析模型,详细建模过程及方程组见文献[7]。摆振分析模型为:

$$\mathbf{M}_{ij}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_{ij}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{ij}\mathbf{q} = \mathbf{Q}, \quad i, j = 1, \dots, N \quad (6)$$

式中  $\mathbf{M}_{ij}$  为系统的广义质量矩阵;  $\mathbf{C}_{ij}$  为系统的等效阻尼矩阵;  $\mathbf{K}_{ij}$  为刚度矩阵;  $\mathbf{q}$  为广义坐标向量;  $\mathbf{Q}$  为广义力;  $N$  为广义坐标数。

轮胎模型采用Smiley轮胎力学模型,该模型在Von Schlippe的弦模型基础上改进,广泛应用于起落架摆振的定性分析,美国汽车工程师协会(SAE)于2018年修订的ARP 4955《航空轮胎试验测试指南》<sup>[18]</sup>中的轮胎摆振特性参数测试方法主要基于该模型而研发。Smiley轮胎力学模型,将轮胎侧偏力/回正力矩与轮胎转向角之间解析的传递解耦为侧向和扭转两个方向,如图9所示。

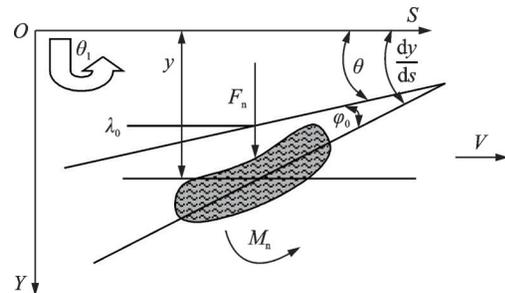


图9 Smiley轮胎力学模型原理图

Fig. 9 Smiley tire mechanics model

在Smiley轮胎力学理论中<sup>[19]</sup>,地面作用在轮胎上的力及力矩可以表示为:

$$F_n = K_\lambda \lambda_0 + C_\lambda \dot{\lambda}_0 \quad (7)$$

$$M_n = K_\varphi \varphi_0 + C_\varphi \dot{\varphi}_0 \quad (8)$$

式中  $K_\lambda$  为轮胎侧向刚度;  $\lambda_0$  为轮胎接地中心变形;  $\varphi_0$  为轮胎扭转变形;  $K_\varphi$  为轮胎扭转刚度;  $C_\lambda$  为轮胎侧向阻尼;  $C_\varphi$  为轮胎扭转阻尼。

### 2.2 航空轮胎刚度预测

将该无人机的前起轮胎尺寸、载荷等特征参数输入到训练完成的神经网络模型,预测得到刚度数据。其中,0.6 MPa轮胎刚度预测结果如表3所示。该压力下,轮胎侧向刚度分布在116.20~131.31 kN/m之间,扭转刚度分布在0.62~1.39 kN·m/rad之间。同理,利用预测模型,计算轮胎在0.5, 0.7 MPa下的刚度。

上述训练任务可以通过神经网络模型一次批量

快速预测,在配置为 Intel(R) Core(TM) i5-8265U CPU @ 1.80GHz,内存 8.00 GB 的笔记本电脑上运行,耗时 38 s。

由于试验室测试轮胎阻尼的频率与摆振频率相

差较大,因此,轮胎侧向阻尼、扭转阻尼没有通过神经网络模型进行训练和预测,而是通过经验公式计算,轮胎侧向阻尼、扭转阻尼详细计算方法见文献[13]。

表 3 轮胎参数及预测刚度

Tab. 3 Tire parameters and predicted stiffness

序号	垂直载荷/ kN	直径/ mm	宽度/ mm	气压/ MPa	压缩量/ mm	侧向刚度/ (kN·m <sup>-1</sup> )	扭转刚度/ (kN·m·rad <sup>-1</sup> )
1	1.2	300	125	0.6	10.45	116.20	0.62
2	2.0	300	125	0.6	14.46	116.51	0.71
3	2.5	300	125	0.6	16.50	122.48	0.89
4	3.25	300	125	0.6	18.92	131.31	1.39

### 2.3 摆振稳定性分析结果

将起落架摆振分析参数以及轮胎刚度、阻尼输入到摆振分析模型中进行计算,得到起落架在不同轮胎充气压力、垂直载荷下的临界阻尼曲线,如图 10 所示。从分析结果可以看出,在 3 种轮胎压力状态,各级使用载荷组合下,起落架减摆器最大临界阻尼在 25 (N·m·s/rad) 以内,取 3 倍安全系数,将该无人机前起落架减摆器在抑制摆振过程中输出阻尼值定为 75 (N·m·s/rad),按此要求对起落架减摆器横截面积及阻尼孔直径进行设计。

该无人机起落架研制完成后,在地面进行了摆振试验测试,在干扰激励过程中,起落架机轮偏角振动响应均能快速收敛,没有发生摆振。

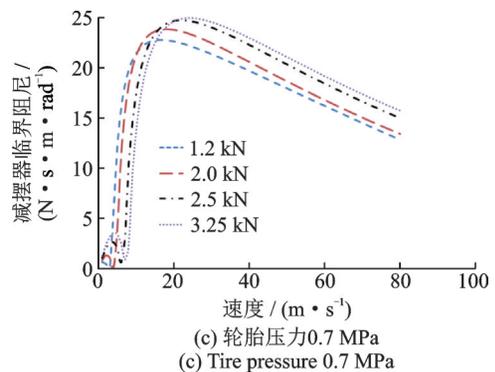
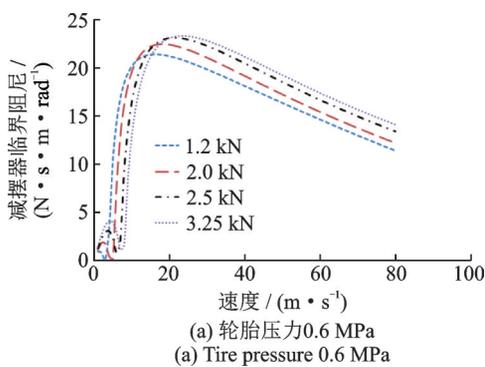
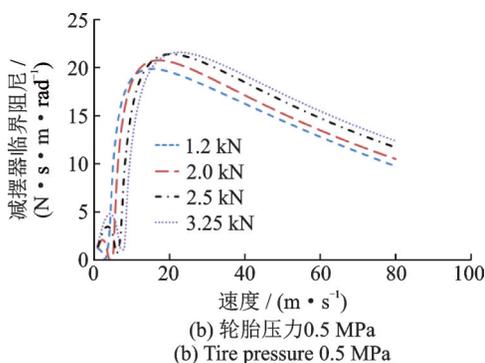


图 10 减摆器临界阻尼

Fig. 10 Critical damping of pendulum reducer



(a) 轮胎压力 0.6 MPa  
(a) Tire pressure 0.6 MPa



(b) 轮胎压力 0.5 MPa  
(b) Tire pressure 0.5 MPa

### 3 结 论

(1) 本文基于轮胎刚度试验数据和深度学习技术,建立了一套航空轮胎侧向与扭转刚度智能预测方法。从随机分配的验证集训练效果可以看出,训练到 1000 次以后,均值误差基本收敛,预测值与真实值基本一致,相对误差在 10% 以内。

(2) 通过本文构建的神经网络模型预测了某无人机前起落架轮胎侧向、扭转刚度,计算耗时 38 s,利用预测结果进行飞机摆振分析,确定了起落架防摆临界阻尼,指导了起落架减摆器参数设计。该案例的成功应用,说明本文建立的轮胎刚度智能预测方法具有较好的工程应用价值。

#### 参考文献:

[1] Wcroft C, Krauskopf B, Lowenberg M, et al. Influence of variable side-stay geometry on the shimmy dynamics of an aircraft dual-wheel main landing gear[J]. SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, 2013, 12(3): 1181-1209.  
[2] Besselink I J M. Shimmy of aircraft main landing gears [D]. Delft: Delft University of Technology, 2000.

- [3] Pacejka H B, Besselink I. Tire and Vehicle Dynamics [M]. 3rd ed. The Netherlands: Elsevier Ltd., 2012.
- [4] 危银涛,冯希金,冯启章,等. 轮胎动态模型研究的进展[J]. 汽车安全与节能学报, 2015, 5(4): 311-323.  
WEI Yintao, FENG Xijin, FENG Qizhang, et al. State of the art for tire dynamical model research [J]. Automotive Safety and Energy, 2015, 5(4): 311-323.
- [5] Guo K, Lu D, Chen S, et al. The uniTire model: a nonlinear and non-steady-state tyre model for vehicle dynamics simulation [J]. Vehicle System Dynamics, 2005, 43(Sup1): 341-358.
- [6] Pacejka H B. The magic formula tyre model [J]. Vehicle System Dynamics, 1992, 21(Sup1): 1-18.
- [7] Smiley R F. Correlation, evaluation, and extension of linearized theories for tire motion and wheel shimmy: NACA-TR-1299 [R]. National Advisory Committee for Aeronautics, 1956.
- [8] Pacejka H B. Tyre and Vehicle Dynamics [M]. 2nd ed. Elsevier Ltd., 2006.
- [9] 刘胜利,刘小川,崔荣耀,等. 机体连接处局部刚度对轻型飞机起落架摆振稳定性的影响研究[J]. 振动工程学报, 2017, 30(2): 249-254.  
Liu Shengli, Liu Xiaochuan, Cui Rongyao, et al. The influence of local stiffness of body joint on the shimmy stability of landing gear of light aircraft [J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(2): 249-254.
- [10] 刘冲冲,刘胜利,崔荣耀. 考虑机体局部刚度影响的前起落架摆振分析[J]. 机械科学与技术, 2017, 36(5): 811-815.  
Liu Chongchong, Liu Shengli, Cui Rongyao. Nose landing gear shimmy analysis considering fuselage local stiffness [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2017, 36(5): 811-815.
- [11] Howcroft C, Lowenberg M, Neild S, et al. Shimmy of an aircraft main landing gear with geometric coupling and mechanical freeplay [J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2015, 10(5): 051011.
- [12] Arreaza C, Behdinan K, Zu J W. Linear stability analysis and dynamic response of shimmy dampers for main landing gears [J]. Journal of Applied Mechanics, 2016, 83(8): 1-10.
- [13] 诸德培. 摆振理论及防摆措施 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1984.
- [14] Kusaka K, Nagayama N. A statistical tire model concept-applications to vehicle development [C]. SAE 2015 World Congress and Exhibition. Detroit, MI, US, 2015.
- [15] Gutiérrez-Gómez L, Petry F, Khadraoui D. A comparison framework of machine learning algorithms for mixed-type variables datasets: a case study on tire performances prediction [J]. IEEE Access, 2010, 8: 214902-214914.
- [16] Singh K B, Sarvari P A, Petry F, et al. Application of machine learning & deep learning techniques in the context of use cases relevant for the tire industry [C]. VDI Wissens Forum, Berlin, 2019.
- [17] Farhadi P, Golmohammadi A, Malvajardi A S, et al. Prediction of the tractor tire contact area, contact volume and rolling resistance using regression model and artificial neural network [J]. Agricultural Engineering International: CIGR Journal, 2019; 21(3): 26-38.
- [18] SAE Aerospace. Recommended practice for measurement of static and dynamic characteristic properties of aircraft tires: SAE ARP 4955A [S]. Warrendale: SAE International, 2018.
- [19] Smiley R F, Horne W B. Mechanical properties of pneumatic tires with special reference to modern aircraft tires [R]. Virginia: NASA Technical Report, 1960.

## Intelligent prediction of tire stiffness and application in landing gear shimmy analysis

LIU Chong-chong<sup>1,2</sup>, LIU Xiao-chuan<sup>1,2</sup>, LIU Sheng-li<sup>1,2</sup>, CHEN Yi<sup>1,2</sup>, YANG Zheng-quan<sup>1,2</sup>

(1. Aircraft Strength Research Institute, Xi'an 710065, China;

2. Laboratory of Aerospace Science and Technology for Structural Impact Dynamics, Xi'an 710065, China)

**Abstract:** It is necessary to obtain the lateral and torsional stiffness of aviation tire to analyze the shimmy of landing gear. In this paper, a set of intelligent prediction methods of aircraft tire lateral and torsional stiffness are established and successfully applied in the anti-shimmy design of landing gear of a UAV. 503 groups of tire lateral and torsional stiffness test data were collected, including 3 tire manufacturers, 7 tire models, different combinations of air pressure, load, compression, diameter and width. A fully connected deep learning neural network model is established. The neural network model is trained through the existing tire stiffness test data. From the training effect of the randomly assigned verification set, it can be seen that after 1000 times of training, the mean error basically converges, and the predicted value is basically consistent with the real value. The trained model is used to predict the lateral and torsional stiffness of the tire of a UAV, and the prediction results are applied to the analysis of the shimmy of the landing gear to determine the critical damping of the landing gear and guide the design of the shimmy damper.

**Key words:** shimmy; landing gear; aviation tire; torsional stiffness; lateral stiffness; artificial neural network

作者简介: 刘冲冲(1985—),男,硕士,高级工程师。电话:(029)88268285;E-mail:liuchongchong623@163.com。

通讯作者: 刘小川(1983—),男,博士,研究员。电话:(029)88268805;E-mail:liuxiaochuan@cae.ac.cn。