

动力吸振器基础变形及参数优化

隋 鹏¹, 申永军^{1,2}, 温少芳²

(1. 石家庄铁道大学机械工程学院, 河北 石家庄 050043;

2. 石家庄铁道大学省部共建交通工程结构力学行为与系统安全国家重点实验室, 河北 石家庄 050043)

摘要: 在 Voigt 吸振器的基础上进行变形, 设计了一种接地刚度吸振器, 提出了基于固定点理论的改进方法, 计算出系统固定点坐标的闭式解。使用解析和数值方法研究了主系统响应最大幅值, 并根据固定点幅值特征进行全局优化, 推导出最优固有频率比和最优阻尼比设计公式。通过数值仿真验证了解析解的正确性。在谐波力激励下, 与局部、全局优化后的 Voigt 吸振器和接地阻尼吸振器进行对比, 发现接地刚度吸振器经全局优化后的响应峰值和接地阻尼吸振器一致, 均小于 Voigt 吸振器的全局优化峰值和接地阻尼吸振器的局部优化峰值, 减振频带宽度最大。与同样应用全局优化的接地阻尼吸振器相比, 接地刚度吸振器在接地阻尼吸振器的减振频带内减振性能更好, 达到常用阻尼比所需的子系统质量更小。

关键词: 动力吸振器; 接地刚度; 参数优化; 固定点理论

中图分类号: O328; TH113.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)04-0979-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.04.011

引 言

动力吸振器 (Dynamic Vibration Absorber, DVA) 的概念自 Frahm^[1] 于 1909 年提出至今, 作为一种简单、高效的被动振动控制设备得到了广泛的研究和应用。文献[2-3]在无阻尼吸振器^[1]的基础上引入阻尼, 设计出经典的 Voigt-DVA, 拥有着更宽的减振频带和更好的减振效果, 并且提出了固定点理论进行参数优化, 将所得的最优设计公式总结到专著中。以此为基础, 拉开了对 DVA 新型结构设计探索的序幕, Ren^[4] 将 Voigt-DVA 主子系统间的阻尼连接到固定结构上, 提出了接地阻尼式 DVA。Liu 等^[5] 使用基于摄动理论的方法推导出该型 DVA 的最优阻尼比, 得到了与固定点理论相同的结果。Cheung 等^[6] 同样研究了接地阻尼式 DVA, 但他们在研究固定点纵坐标和调谐比之间的关系时, 发现该型 DVA 在较高调谐比下可以展现更优良的减振性能。Asami 等^[7-8] 将 Voigt-DVA 中的阻尼替换为黏弹性模型, 提出了一种三要素型 DVA, 并根据 H_{∞} 和 H_2 优化准则进行参数优化。王孝然等^[9]、邢子康等^[10] 将三要素型 DVA 中的 Maxwell 弹簧连接到固定平面, 提出接地三要素型动力吸振器, 进行了局部和全局优化。

近年来, 负刚度结构、放大机构、惯容器等新型元件凭借着优异的振动控制性能, 在结构抑振领域中得到了深入的研究, 发挥着重要的作用, 也为 DVA 性能的进一步提高带来了可能。彭海波等^[11]、王孝然等^[12] 在 Voigt-DVA 和三要素型 DVA 的基础上引入接地负刚度, 证明了合理负刚度元件能够有效提高 DVA 的减振性能。Shen 等^[13]、邢昭阳等^[14] 将杠杆等放大机构引入负刚度吸振器进一步提升了 DVA 的抑振性能, 发现质量比和放大比耦合项达到一定值后最优刚度比为正且减振效果更佳。Wang 等^[15] 设计了 4 种含惯容的负刚度吸振器, 在谐波激励和随机激励下推导出 H_{∞} 下的最优设计公式。隋鹏等^[16-17] 发现在优化含惯容、接地刚度和放大机构组合形式吸振器的过程中, 惯容存在最佳应用范围, 并给出了惯质比取最优应用范围外的建议。Chang 等^[18] 提出了一种准零刚度 DVA 用于控制超低频振动, 使用谐波平衡法计算系统在谐波激励下的一次近似解, 并通过实验证明准零刚度 DVA 的减振效果明显优于线性 DVA。多重动力吸振器因其鲁棒性高、对参数变化不太敏感等优势被广泛应用, Asami 等^[19] 依据 H_{∞} 优化、 H_2 优化、稳定性最大化 3 种优化准则, 使用传递函数计算出串联型、并联型二重 DVA 的数值优化解。Zhu 等^[20] 采用模态叠加法建立了分布式 DVA 耦合板的振动方程, 根据 DVA

收稿日期: 2022-01-29; 修订日期: 2022-04-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(U1934201, 12072206); 河北省教育厅重点项目(ZD2020310)。

振型特点将系统方程转化为二自由度系统方程,应用固定点理论推导出最优闭式解,通过数值仿真验证了优化后的分布式DVA有着良好的多模态振动控制性能。

吸振器概念简洁、便于实现,在不同领域的应用实践中有着多种实现途径。李斌等^[21]基于电磁场理论提出了一种非接触式电涡流DVA,建立电涡流阻尼力计算模型,推导最优参数并设计制造出实验样机。葛正等^[22]提出了一种主动式惯容吸振悬架和车身加速度补偿控制策略,通过分析系统阻抗特性,研究了系统参数对平顺性指标的影响。Sinha^[23]将DVA用于失调叶片-轮盘的振动控制,建立叶片-吸振器耦合模型,后扩展为包括所有刀片和轮盘的多自由度模型,使用蒙特卡罗法模拟分析系统响应情况。Kumbhar等^[24]将形状记忆合金和磁流变弹性体组合构成双向刚度调谐元件,提出了一种自适应调谐DVA,可通过改变外部温度和磁场强度增加等效刚度,进行连续平滑调谐,从而减少低温带来的不利影响。Lei等^[25]将颗粒阻尼器引入DVA,将颗粒阻尼器的附加质量作为调谐质量的一部分,使用固定点理论进行 H_2 优化,证明了该复合吸振器的减振性能明显优于传统吸振器和颗粒阻尼器。孙煜等^[26]使用DVA抑制车体的浮沉及点头现象,采用虚拟激励法和平稳性快速算法分别计算车体加速度响应功率谱密度及运行平稳性。Huang等^[27]提出了一种柔性环结构作为动力吸振器抑制舰载飞轮的高频干扰力,分析了主结构和DVA的振型,通过模态测试和干扰力测量对比得出此型吸振器能够有效抑制不同转速下的高频干扰力。Ishikawa等^[28]将附着在管道上的圆盘状黏弹性材料建模为DVA和Houde阻尼器,考虑管道的一阶和二阶振动,基于固定点理论推导出材料的设计参数,并使用锤击测试进行验证。阻尼环抑制飞轮的发射段振动放大和在轨微振动的抑振机理之一为动力吸振器,基于此贺晓东等^[29]研究了阻尼环各界面的干摩擦阻尼对阻尼环抑制性能的影响。陈杰等^[30]将铁道车辆的车下设备视为DVA,车体看作弹性梁,建立车辆-设备的垂向耦合动力学模型,依据 H_∞ 和 H_2 优化准则,以主系统位移和加速度为优化目标推导最优悬挂参数,表明优化后的4种结果均能提高乘坐舒适性。郭一鸣等^[31]提出了一种减小怠速工况下转向盘大幅振动的DVA及优化方法,首先采用最小二乘法识别吸振器等效参数,基于多目标鲁棒性优化方法进行参数优化,并进行了装车试验。尤泰文等^[32]针对高速动车组地板局部共振问题,提出了加装波纹板的局部刚度优化和加速度响应优化两种地板吸振方案。

通过回顾总结吸振器的起源、发展与应用,可以发现无论是新型结构设计还是具体设备应用,都是建立在经典Voigt-DVA及其变体基础上的。同时,随着现代设备对吸振器抑振要求的提高,DVA的结构变得愈发复杂,随之会产生一系列安装、优化等实际应用限制问题。所以对经典Voigt-DVA的基础变形和参数优化等问题的研究是十分必要的。

本文旨在探究Voigt-DVA新型基础变体设计的可能性与可行性,分析新式基础构型的减振性能与动力学特性,并探索新结构的系统特征与优化方法,为高性能复杂吸振器的设计、研究与应用奠定基础。将经典Voigt-DVA中的吸振器刚度连接至固定平面,提出了一种基础变体——接地刚度吸振器。通过解析和数值方法研究了固定点纵坐标和调谐比间的关系,对固定点理论提出改进,推导出固定点坐标,并进行全局优化。与Voigt-DVA和接地阻尼式DVA的局部优化和全局优化结果在谐波激励下进行了全面比较,证明了本文结构的优良特性。

1 接地刚度吸振器模型及参数优化

接地刚度动力吸振器模型如图1所示。其中, m_1 和 k_1 分别表示主系统质量和刚度, m_2 和 k_2 分别表示吸振器质量和刚度, c 表示吸振器阻尼, F_0 与 ω 分别代表外界激励力的振幅与频率。

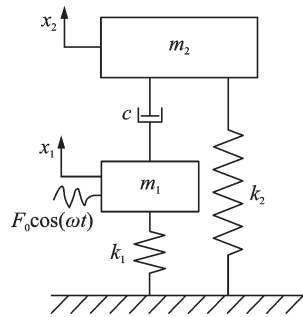


图1 接地刚度动力吸振器模型

Fig. 1 Dynamic vibration absorber model with grounded stiffness

假设主、子系统均作垂向运动,根据牛顿第二定律列出二自由度耦合系统的动力学方程为:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F_0 \cos(\omega t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

引入以下参数:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1}, \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}, \xi = \frac{c}{2m_2\omega_2}, f = \frac{F_0}{m_1}。$$

将式(1)进行参数变换,得到:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 + 2\mu\omega_2\xi(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = f\cos(\omega t) \\ \ddot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 + 2\omega_2\xi(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

1.1 解析解

设式(1)解的形式为:

$$x_1 = X_1 e^{j\omega t}, x_2 = X_2 e^{j\omega t} \quad (3)$$

式中 j 为虚数单位。将式(3)代入式(2)得:

$$X_1 = \frac{f(jA_1 + B_1)}{jC_1 + D_1}, X_2 = \frac{f(jA_2 + B_2)}{jC_1 + D_1} \quad (4)$$

式中

$$\begin{cases} A_1 = 2\omega\omega_2\xi \\ B_1 = -\omega^2 + \omega_2^2 \\ C_1 = 2\omega\omega_2\xi[-\omega^2(1 + \mu) + \omega_1^2 + \mu\omega_2^2] \\ D_1 = (\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2) \\ A_2 = 2\omega\omega_2\xi \\ B_2 = 0 \end{cases} \quad (5)$$

引入参数:

$$\lambda = \frac{\omega}{\omega_1}, v = \frac{\omega_2}{\omega_1}, X_{st} = \frac{F_0}{k_1}$$

定义主系统振幅放大因子 A :

$$A^2 = \left| \frac{X_1}{X_{st}} \right|^2 = \frac{\xi^2 A_3^2 + B_3^2}{\xi^2 C_2^2 + D_2^2} \quad (6)$$

其中:

$$\begin{cases} A_3 = 2v\lambda \\ B_3 = v^2 - \lambda^2 \\ C_2 = 2\lambda[v + \mu v^3 - v\lambda^2(1 + \mu)] \\ D_2 = (v^2 - \lambda^2)(-1 + \lambda^2) \end{cases} \quad (7)$$

1.2 最优参数

根据经典固定点理论,将式(6)进行简单推导可证明系统归一化位移幅频曲线通过2个与阻尼比无关的固定点P和Q。令式(6)中频率比 $\lambda = 0$,易知幅频曲线在该点的纵坐标为一个定值,即第3个固定点O。为了证明此结果,便于后续优化,现在图2中给出阻尼比分别为0.4,0.6和0.8时的幅频曲线。从图2中可以观察到3条曲线均通过O,P和Q点,而且还可以发现3条曲线均为单峰曲线,与普通的二自由度系统双峰幅频特性不同,这是由于在子系统质量较小的情况下该模型出现了自由度退化现象^[33]。

由于固定点位置与阻尼比无关,按照经典固定点理论优化步骤,首先令阻尼比趋于零和趋于无穷时的响应值相等,即:

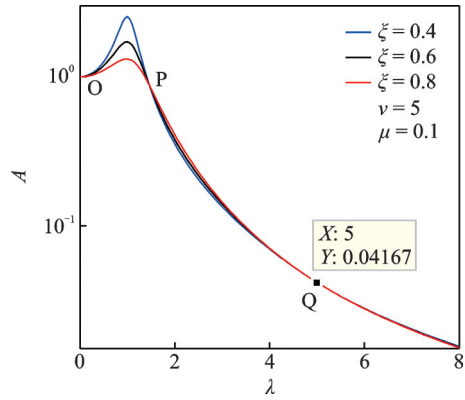


图2 不同阻尼比下的归一化幅频响应曲线

Fig. 2 Normalized amplitude-frequency response curves under different damping ratios

$$\left| \frac{A_3}{C_2} \right| = \left| \frac{B_3}{D_2} \right| \quad (8)$$

将式(7)中的系数代入式(8)可得:

$$\frac{2v\lambda}{2\lambda[v + \mu v^3 - v\lambda^2(1 + \mu)]} = \frac{v^2 - \lambda^2}{(v^2 - \lambda^2)(-1 + \lambda^2)} \quad (9)$$

化简得:

$$2 + \mu v^2 - \lambda^2(2 + \mu) = 0 \quad (10)$$

由于式(9)的数学特征,求解式(10)只能得到一个可能的固定点横坐标,无法继续应用经典固定点理论进行后续优化。为求解出本模型的固定点横坐标,便于后续优化,现对固定点理论进行改进。令阻尼比趋于无穷时响应值的平方等于式(6),即:

$$\left(\frac{A_3}{C_2} \right)^2 = A^2 = \frac{\xi^2 A_3^2 + B_3^2}{\xi^2 C_2^2 + D_2^2} \quad (11)$$

化简得:

$$(v - \lambda)^3(v + \lambda)^3[2 + v^2\mu - \lambda^2(2 + \mu)] = 0 \quad (12)$$

令阻尼比趋于零时响应值的平方等于式(6),并化简得:

$$(v - \lambda)(v + \lambda)[2 + v^2\mu - \lambda^2(2 + \mu)] = 0 \quad (13)$$

求解式(12)或(13)可得到相同的结果,即P,Q点的横坐标为:

$$\lambda_P = \sqrt{\frac{2 + \mu v^2}{2 + \mu}} \quad (14a)$$

$$\lambda_Q = v \quad (14b)$$

将式(14)代入式(6)可得P,Q点纵坐标为:

$$A_P = \frac{2 + \mu}{\mu|v^2 - 1|} \quad (15a)$$

$$A_Q = \frac{1}{|v^2 - 1|} \quad (15b)$$

将 $\lambda = 0$ 代入式(6)可得O点纵坐标:

$$A_0 = 1 \quad (16)$$

至此,得到了本模型3个固定点位置的解析解,分别代入图2中的初始参数,可以发现3点解析解坐标与图2中3点对应的数值解坐标相同,验证了推导过程的正确性。

根据式(15),(16)可以得到3个固定点幅值与固有频率比的关系图,如图3实线所示。由图3的解析曲线可知,该型吸振器的固定点与其他吸振器呈现出不同的特征,横坐标非零的2个固定点幅值随固有频率比变化的曲线没有交点。为进一步验证结果,使用数值算法对接地刚度吸振器的最大幅值进行求解,即对式(6)在选定固有频率比时的最大振幅进行求解:

$$A_{\max}(\mu, \lambda, v, \xi) = \min \left\{ \max_{\xi} [A(\mu, \lambda, v)] \right\} \quad (17)$$

取质量比 $\mu = 0.1$, 固有频率比 $v \in [0.01, 6]$, 步长取 0.01; 激励频率比 $\lambda \in [0, 5]$, 步长为 0.001。使用序列二次规划法对式(17)进行求解,得到 v 与主系统最大振幅间的关系,在图3中用红色圆圈表示。观察图3易知,固有频率比较小时本吸振器最大幅值数值解与P点解析解吻合良好,固有频率比较大时与O点解析解吻合良好,进一步验证了上述推导的正确性。

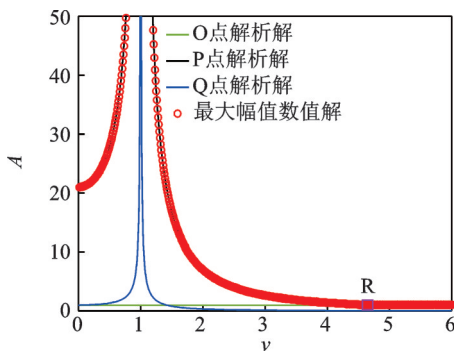


图3 固定点幅值解析解和全局最大幅值数值解对比
Fig. 3 Comparison between the analytical solution of fixed-point amplitude and the numerical solution of global maximum amplitude

综合图3和式(15)可知,P点的纵坐标恒大于Q点,两点纵坐标均在 $v = 1$ 处趋于无穷。如仍按照经典固定点理论,将横坐标非零的2个固定点等高处理,两固定点将会重合,幅值趋于无穷,显然不遵循 H_{∞} 优化准则。由于P点幅值恒大于Q点,且图3中R点为固定点P点和O点幅值曲线的交点,故R点可以用于参数优化。

令式(15a)和式(16)相等,得到最优频率比:

$$v_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{2(1+\mu)}{\mu}} \quad (18)$$

为了使减振效果达到最佳,根据极值条件,将横坐标非零的固定点调整为最高点,令P点处的导数满足下式:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial \lambda^2} = 0 \quad (19)$$

为了求解该式,记:

$$A_1^2 = \frac{p}{q} \quad (20)$$

则:

$$\frac{\partial A_1^2}{\partial \lambda^2} = \frac{\partial}{\partial \lambda^2} \left(\frac{p}{q} \right) = \frac{p'q - pq'}{q^2} = 0 \quad (21)$$

其中:

$$\begin{aligned} p' &= \partial p / \partial \lambda^2, q' = \partial q / \partial \lambda^2, \\ p' &= 2[\lambda^2 + v^2(-1 + 2\xi^2)], \\ q' &= 2\langle \lambda^2 - 3\lambda^4 + 2\lambda^6 + 2v^6\xi^2\mu^2 + \\ &v^4\{-1 + 4\xi^2\mu + \lambda^2[1 - 8\xi^2\mu(1 + \mu)]\} + \\ &v^2\langle 4\lambda^2 - 3\lambda^4 + 2\xi^2\{1 + \lambda^2(1 + \mu)\} \cdot \\ &[-4 + 3\lambda^2(1 + \mu)]\} - 1 \rangle \rangle. \end{aligned}$$

将式(14a)和(18)代入式(19),得到最优阻尼比:

$$\xi_{\text{opt}} = \frac{1}{2(1+\mu)\sqrt{\mu}} \quad (22)$$

为了更好地说明基于固定点理论的改进方法和经典固定点理论优化方法在优化流程上的不同,绘制优化方法流程对比图如图4所示。

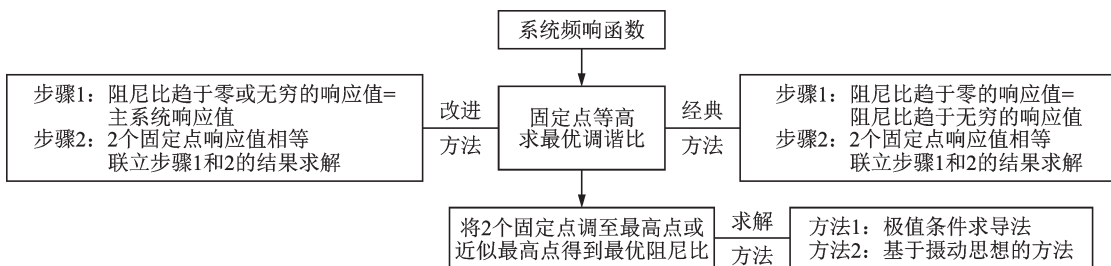


图4 优化流程对比图
Fig. 4 Optimization process comparison chart

2 数值仿真

2.1 数值解与解析解对比

为了验证上述优化过程的正确性,选取质量比 $\mu = 0.1$,激励幅值 $F_0 = 1000$ N,根据前面的优化结果得到最优频率比 $\nu_{opt} = 4.6904$,最优阻尼比 $\xi_{opt} = 1.4374$ 。使用四阶 Runge-Kutta 法,计算时间设置为 600 s,可以得到谐波激励下的数值解。忽略瞬态响应,对稳态解的最大响应值进行归一化处理,从而可以得到归一化的位移幅频曲线。图 5 给出了主系统响应的解析解和数值解曲线,分别用黑色实线和红色圆圈表示。由图 5 可以观察到,解析解和数值解完全吻合,验证了提出的固定点优化改进方法的正确性,同时证明了优化后的接地刚度吸振器具有良好的抑振性能。

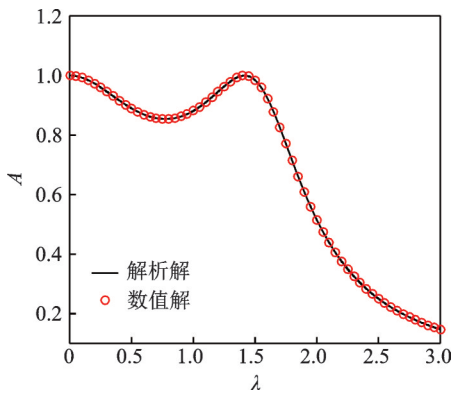


图 5 解析解与数值解对比

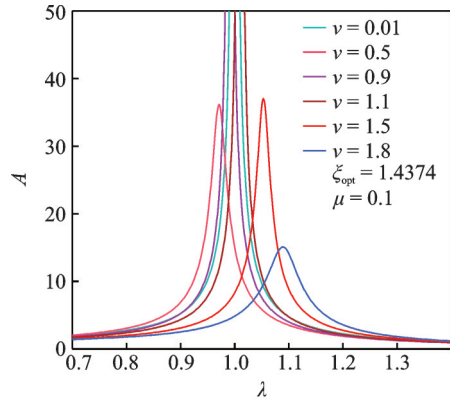
Fig. 5 Comparison between the analytical solution and numerical solution

2.2 固有频率比和阻尼比与接地刚度 DVA 振幅的关系

根据前述分析发现,接地刚度 DVA 的幅频特性、优化过程等均与其他类型吸振器有很大不同,为了更加全面地展现其动力学特性,预测系统行为,现对定质量比条件下固有频率比和阻尼比对主系统响应的关系进行分析。

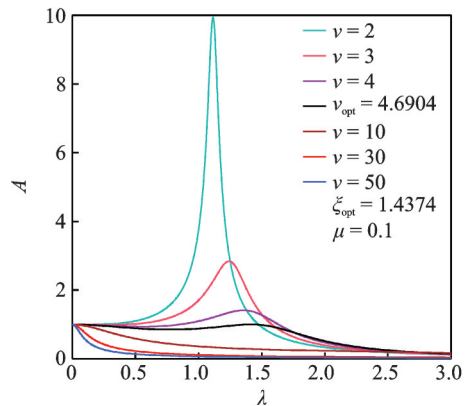
由于频率比取 1 附近值时幅值趋于无穷,现分别任取频率比 $\nu = 0.01, 0.5, 0.9, 1.1, 1.5, 1.8$ 和 $\nu = 2, 3, 4, 10, 30, 50$ 与理论最优频率比 $\nu_{opt} = 4.6904$ 时的幅频曲线作比较,其中各曲线均取质量比 $\mu = 0.1$,最优阻尼比 $\xi_{opt} = 1.4374$,得到固有频率比处于 $0 < \nu < 2$ 和 $\nu \geq 2$ 范围内,不同频率比与主系统幅值的关系如图 6 所示。由图 6 可知,阻尼比取最优值,当频率比小于 1 时,随着频率比的增大,主

系统振幅峰值先减小后增大;当频率比大于 1 时,频率比越大,峰值越小。忽略频率比取 $\nu = 1$ 附近值的情况,对于本模型而言,固有频率比越大,系统减振性能越好,即 DVA 的接地刚度 k_2 趋于无穷时,系统减振效果最好,此时本模型相当于一个单自由度阻尼系统。



(a) $0 < \nu < 2$ 时, 频率比对主系统的影响

(a) When $0 < \nu < 2$, the influence of frequency ratio on the primary system



(b) $\nu \geq 2$ 时, 频率比对主系统的影响

(b) When $\nu \geq 2$, the influence of frequency ratio on the primary system

图 6 固有频率比对主系统幅值的影响

Fig. 6 The influence of natural frequency ratio on the amplitude of the primary system

任取阻尼比 $\xi = 0.1, 0.5, 1, 10, 30, 50$ 与理论最优阻尼比 $\xi_{opt} = 1.4374$ 时的幅频曲线作比较,各曲线均取质量比 $\mu = 0.1$,最优频率比 $\nu_{opt} = 4.6904$,得到阻尼比与主系统幅值的关系如图 7 所示。由图 7 可知,频率比取最优值,阻尼比取值小于最优值时,阻尼比越大,主系统振幅峰值越小;阻尼比取值大于最优值时,阻尼比越大,峰值越大。当阻尼比趋近于零时,本模型相当于一个只含有主系统刚度 k_1 的单自由度无阻尼系统;当阻尼比趋于无穷时,本模型相当于主系统刚度 k_1 和接地刚度 k_2 并联的单自由度无阻尼系统。

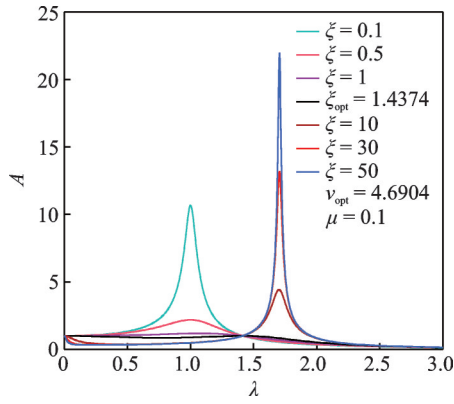


图7 阻尼比对主系统幅值的影响

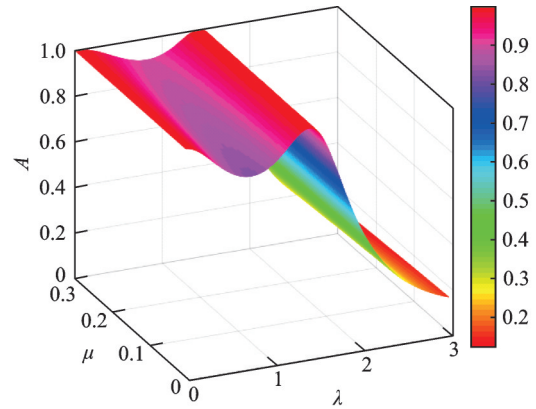
Fig. 7 The influence of damping ratio on the amplitude of the primary system

2.3 质量比对接地刚度DVA性能的影响

取 $\mu \in [0.01, 0.3]$, 绘制接地刚度DVA的归一化位移幅频响应曲线和最优参数变化如图8所示。由图8(a)可知, 随着质量比增大, 接地刚度DVA的响应峰值不变, 局部幅值逐渐增大, 但保持在较为稳定的范围内。由图8(b)可知, 最优频率比和阻尼比均随质量比的增加而减小。此外, 接地刚度DVA在低质量比处的最优参数较大, 在实际应用时可通过杠杆、菱形桁架、齿轮结构、滚珠丝杠等具有等比放大功能的辅助结构来实现, 并可进行任意调节, 减少工作时间过长和工作环境恶化导致的失调问题, 保证系统良好的减振性能。

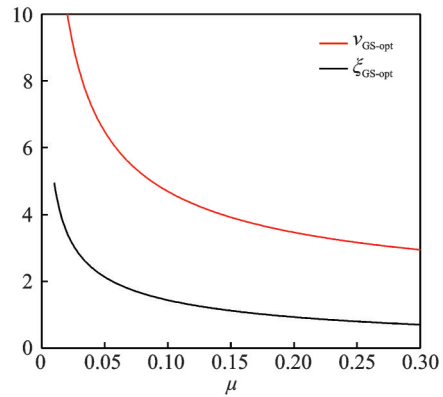
3 变质量比下的模型对比

将 Voigt-DVA 及两种基础变体接地阻尼吸振器 (Grounded damper DVA, GD-DVA)、接地刚度吸振器 (Grounded stiffness DVA, GS-DVA) 的最优设计公式、响应峰值和减振频带宽度 d 进行总结, 如表1所示。将2个横坐标非零的固定点等高优化的方法



(a) 幅频曲线与质量比关系

(a) Relationship between amplitude-frequency curve and mass ratio



(b) 最优参数与质量比关系

(b) Relationship between optimal parameters and mass ratio

图8 不同质量比下接地刚度DVA幅频响应曲线与最优参数变化

Fig. 8 Amplitude-frequency response curve and optimal parameter change of grounded stiffness DVA under different mass ratios

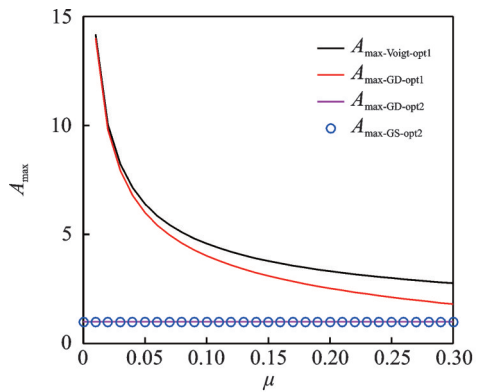
称为方法一; 纵坐标较高、横坐标非零的固定点与横坐标为零的固定点等高优化方法称为方法二。幅频曲线双峰间距为减振频带宽度。Voigt-DVA应用方法一和GS-DVA应用方法二得到的结果均为全局优化结果。GD-DVA应用方法一得到的结果为局部优化结果, 应用方法二得到的结果为全局优化结果。

表1 吸振器参数最优设计公式和性能指标

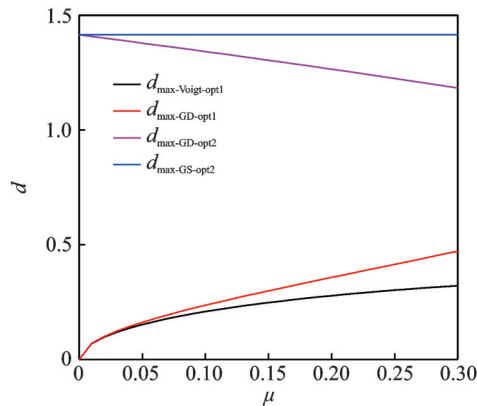
Tab. 1 Optimal design formula and performance index of vibration absorber parameters

DVA 类型	ν_{opt1}	ξ_{opt1}	ν_{opt2}	ξ_{opt2}	A_{max}	d
Voigt-DVA	$\frac{1}{1+\mu}$	$\sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}}$	-	-	$\sqrt{1+\frac{2}{\mu}}$	$\frac{\sqrt{1+\frac{\mu}{2+\mu}} - \sqrt{1-\frac{\mu}{2+\mu}}}{\sqrt{1+\mu}}$
GD-DVA	$\sqrt{\frac{1}{1-\mu}}$	$\sqrt{\frac{3\mu}{8(1-0.5\mu)}}$	-	-	$(1-\mu)\sqrt{\frac{2}{\mu}}$	$\frac{\sqrt{1+\frac{\mu}{2}} - \sqrt{1-\frac{\mu}{2}}}{\sqrt{1-\mu}}$
	-	-	$\sqrt{\frac{2(1-\mu)}{\mu}}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\mu+\frac{1}{\mu}}-1$	1	$\sqrt{2-2\mu}$
GS-DVA	-	-	$\sqrt{\frac{2(1+\mu)}{\mu}}$	$\frac{1}{2(1+\mu)\sqrt{\mu}}$	1	$\sqrt{2}$

根据表1中的公式,现给出质量比 $\mu \in [0.01, 0.3]$, 3种DVA在不同优化方法下的归一化位移幅频曲线响应峰值和减振频带宽度随质量比的变化如图9所示。从图9(a)中可以看出,全局优化后的Voigt-DVA和局部优化后的GD-DVA响应峰值均随质量比的增大而减小。而全局优化后的GD-DVA和GS-DVA响应峰值均为1,与质量比无关,均小于全局优化后的Voigt-DVA和局部优化后的GD-DVA响应峰值。从图9(b)中可以看出,GS-DVA的减振频带最宽,不随质量比变化。全局优化后的Voigt-DVA和局部优化后的GD-DVA减振频带宽度随质量比增加而增加。全局优化后的GD-DVA减振频带宽度随质量比增加而减小,大于全局优化后的Voigt-DVA和局部优化后的GD-DVA减振频带宽度。



(a) 幅频曲线响应峰值与质量比关系
(a) Relationship between amplitude-frequency curve response peak value and mass ratio



(b) 减振频带宽度与质量比关系
(b) Relationship between damping bandwidth and mass ratio

图9 吸振器性能评价指标与质量比关系

Fig.9 Relationship between performance evaluation index and mass ratio of vibration absorbers

由于全局优化后的GS-DVA和GD-DVA减振性能相似,下面进一步比较不同激励频率比下两者的性能差异。定义GS-DVA和GD-DVA的响应幅值差为 $\Delta A = A_{GS-opt2} - A_{GD-opt2}$, 取质量比 $\mu \in (0, 0.3]$, 激励频率比 $\lambda \in [0, 3]$, 作等高线图如图10所示。其中小于零的等值线代表GS-DVA的响应幅值更低,大于零的等值线则恰恰相反。由图

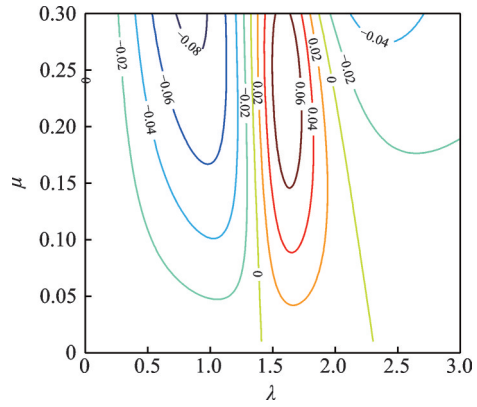


图10 GS-DVA和GD-DVA响应幅值差等高线图
Fig.10 Contour map of response amplitude difference between GS-DVA and GD-DVA

10可知,在GD-DVA的减振频带内,GS-DVA的减振性能优于GD-DVA。

工程实践中常取阻尼比 $0 < \xi \leq 1$, 由表1公式知全局优化后的GS-DVA和GD-DVA最优阻尼比有大于1的情况。将最优阻尼比公式 $\xi_{GS-opt2}$ 和 $\xi_{GD-opt2}$ 代入常用阻尼比范围,可得两者的质量比应用范围为:

$$\begin{cases} \mu_{GS-opt2} \geq 0.1797 \\ \mu_{GD-opt2} \geq 0.2087 \end{cases} \quad (23)$$

显然,均使用方法二优化后的GS-DVA质量比应用范围大于GD-DVA,在实际应用中更易实现。

4 结论

回顾了动力吸振器的结构设计和固定点理论优化方法的发展历程,对Voigt吸振器进行基础变形,提出了一种接地刚度动力吸振器,并进行优化分析,得到以下主要结论。

由于系统方程的特点,无法使用经典固定点理论计算固定点坐标,对固定点优化理论作出调整,提出了一种基于固定点理论的改进优化方法,推导出GS-DVA的固定点坐标。

研究了固定点幅值与固有频率比间的关系,发现GS-DVA横坐标非零的两个固定点幅值曲线没有交点,无法将这两个点等高处理后进行局部优化,因此进行了全局参数优化。

在不同质量比下,与Voigt-DVA的全局优化结果和GD-DVA的局部、全局优化结果进行对比,结果表明全局优化后的GS-DVA主系统响应峰值与GD-DVA相同,均为1,小于全局优化后的Voigt-DVA和局部优化后的GD-DVA;GS-DVA的减振频带最宽且为定值。均进行全局优化的前提下,在GD-DVA的减振频带内,GS-DVA的抑振效果更好。GS-DVA达到常用阻尼比所需的质量比更小,更易于工程实践,对吸振器的设计与应用提供了更多选择。

参考文献:

- [1] Frahm H. Device for damping vibrations of bodies: U. S. Patent 089958[P]. 1909-10-30.
- [2] Ormnodroyd J, Den Hartog J P. The theory of the dynamic vibration absorber[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1928, 50: 9-22.
- [3] Den Hartog J P. *Mechanical Vibrations*[M]. New York: McGraw-Hall Book Company, 1947: 112-132.
- [4] Ren M Z. A variant design of the dynamic vibration absorber[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 245(4): 762-770.
- [5] Liu K F, Liu J. The damped dynamic vibration absorbers: revisited and new result[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 284(3-5): 1181-1189.
- [6] Cheung Y L, Wong W O. H-infinity optimization of a variant design of the dynamic vibration absorber—revisited and new results[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(16): 3901-3912.
- [7] Asami T, Nishihara O. Analytical and experimental evaluation of an air damped dynamic vibration absorber: design optimizations of the three-element type model[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1999, 121(3): 334-342.
- [8] Asami T, Nishihara O. H₂ optimization of the three-element type dynamic vibration absorbers[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2002, 124(4): 583-592.
- [9] 王孝然, 申永军, 杨绍普. 接地式三要素型动力吸振器的 H_∞ 优化[J]. *动力学与控制学报*, 2016, 14(5): 448-453.
Wang Xiaoran, Shen Yongjun, Yang Shaopu. H_∞ optimization of the grounded three-element type dynamic vibration absorber[J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2016, 14(5): 448-453.
- [10] 邢子康, 申永军, 李向红. 接地式三要素型动力吸振器性能分析[J]. *力学学报*, 2019, 51(5): 1466-1475.
Xing Zikang, Shen Yongjun, Li Xianghong. Performance analysis of grounded three-element dynamic vibration absorber[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(5): 1466-1475.
- [11] 彭海波, 申永军, 杨绍普. 一种含负刚度元件的新型动力吸振器的参数优化[J]. *力学学报*, 2015, 47(2): 320-327.
Peng Haibo, Shen Yongjun, Yang Shaopu. Parameters optimization of a new type of dynamic vibration absorber with negative stiffness[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(2): 320-327.
- [12] 王孝然, 申永军, 杨绍普, 等. 含负刚度元件的三要素型动力吸振器的参数优化[J]. *振动工程学报*, 2017, 30(2): 177-184.
Wang Xiaoran, Shen Yongjun, Yang Shaopu, et al. Parameter optimization of three-element type dynamic vibration absorber with negative stiffness[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2017, 30(2): 177-184.
- [13] Shen Y J, Xing Z Y, Yang S P, et al. Parameters optimization for a novel dynamic vibration absorber[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 133: 106282.
- [14] 邢昭阳, 申永军, 邢海军, 等. 一种含放大机构的负刚度动力吸振器的参数优化[J]. *力学学报*, 2019, 51(3): 894-903.
Xing Zhaoyang, Shen Yongjun, Xing Haijun, et al. Parameters optimization of a dynamic vibration absorber with amplifying mechanism and negative stiffness[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(3): 894-903.
- [15] Wang X R, He T, Shen Y J, et al. Parameters optimization and performance evaluation for the novel inerter-based dynamic vibration absorbers with negative stiffness[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 463: 114941.
- [16] 隋鹏, 申永军, 杨绍普. 一种含惯容和接地刚度的动力吸振器参数优化[J]. *力学学报*, 2021, 53(5): 1412-1422.
Sui Peng, Shen Yongjun, Yang Shaopu. Parameters optimization of a dynamic vibration absorber with inerter and grounded stiffness[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(5): 1412-1422.
- [17] Sui P, Shen Y J, Yang S P, et al. Parameters optimization of dynamic vibration absorber based on grounded stiffness, inerter, and amplifying mechanism[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2021, 28(23-24): 3767-3779.
- [18] Chang Y P, Zhou J X, Wang K, et al. A quasi-zero-stiffness dynamic vibration absorber[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2021, 494: 115859.
- [19] Asami T, Yamada K. Numerical solutions for optimal double-mass dynamic vibration absorbers attached to a damped primary system[J]. *Mechanical Engineering Journal*, 2020, 7(2): 19-00051.
- [20] Zhu X Z, Chen Z B, Jiao Y H. Optimizations of distributed dynamic vibration absorbers for suppressing vibrations in plates[J]. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, 2018, 37(4): 1188-1200.
- [21] 李斌, 牛文超, 徐兆懿. 电涡流耗能动力吸振器设计与试验研究[J]. *西北工业大学学报*, 2016, 34(1): 18-24.
Li Bin, Niu Wenchao, Xu Zhaoyi. Eddy current vibration absorber design and experiments[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2016, 34(1): 18-24.
- [22] 葛正, 王维锐. 车辆主动惯容式动力吸振悬架系统研究[J]. *振动与冲击*, 2017, 36(1): 167-174.
Ge Zheng, Wang Weirui. Vehicle active ISD-DVA suspension system[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 36(1): 167-174.
- [23] Sinha A. Vibration absorbers for a mistuned bladed disk[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2018, 140(5): 051002.
- [24] Kumbhar S B, Chavan S P, Gawade S S. Adaptive tuned vibration absorber based on magnetorheological elastomer-shape memory alloy composite[J]. *Mechani-*

- cal Systems and Signal Processing, 2018, 100: 208-223.
- [25] Lei X F, Wu C J. Investigating the optimal damping performance of a composite dynamic vibration absorber with particle damping[J]. Journal of Vibration Engineering and Technologies, 2018, 6(6): 503-511.
- [26] 孙煜,周劲松,宫岛,等.基于人体敏感频率的二自由度动力吸振器研究[J].铁道学报,2019,41(6):46-52. Sun Yu, Zhou Jinsong, Gong Dao, et al. Study on two-dimensional dynamic vibration absorber based on human sensitive frequency[J]. Journal of the China Railway Society, 2019, 41(6):46-52.
- [27] Huang X C, Su Z W, Wang S, et al. High-frequency disturbance force suppression mechanism of a flywheel equipped with a flexible dynamic vibration absorber[J]. Journal of Vibration and Control, 2020, 26(23-24): 2113-2124.
- [28] Ishikawa S, Tanaka K, Yano D, et al. Design of a disc-shaped viscoelastic damping material attached to a cylindrical pipe as a dynamic absorber or Houde damper[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 475: 115272.
- [29] 贺晓东,黄修长,华宏星.用于飞轮微振动抑制的黏弹性-干摩擦阻尼环设计[J].机械工程学报,2020,56(23):98-106. He Xiaodong, Huang Xiuchang, Hua Hongxing. Design of viscoelastic-dry friction damping ring for micro-vibration suppression of a flywheel[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(23):98-106.
- [30] 陈杰,孙维光,郑伟,等.基于动力吸振器理论的车下设备悬挂 H_{∞} 和 H_2 优化[J].铁道科学与工程学报,2020,17(9):2363-2371. Chen Jie, Sun Weiguang, Zheng Wei, et al. H_{∞} and H_2 optimization of under-vehicle equipment suspension based on dynamic vibration absorber theory[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2020, 17(9): 2363-2371.
- [31] 郭一鸣,曾广劲,陈守义,等.转向盘动力吸振器稳健性设计研究与应用[J].振动与冲击,2021,40(4):205-211. Guo Yiming, Zeng Guangjin, Chen Shouyi, et al. Research and application of robust design of a steering wheel dynamic vibration absorber[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021,40(4): 205-211.
- [32] 尤泰文,周劲松,宫岛,等.高速动车组地板局部振动控制研究[J].机械工程学报,2021,57(4):140-147. You Taiwen, Zhou Jinsong, Gong Dao. Research on local vibration control of high-speed EMU floor[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(4): 140-147.
- [33] 胡海岩.振动力学——研究性教程[M].北京:科学出版社,2020:50-51. Hu Haiyan. Vibration Mechanics—Research-oriented Coursebook[M]. Beijing: Science Press, 2020: 50-51.

Foundation variant and parameter optimization of dynamic vibration absorber

SUI Peng¹, SHEN Yong-jun^{1,2}, WEN Shao-fang²

(1.School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China;

2.State Key Laboratory of Mechanical Behavior and System Safety of Traffic Engineering Structures, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract: Deformed on the basis of the Voigt vibration absorber, a grounded stiffness vibration absorber is presented, and an improved method based on the fixed-point theory is proposed to calculate the closed-form solution of the fixed-point coordinates of the system. Analytical and numerical methods are used to study the maximum amplitude of primary system response, and global optimization is performed according to the fixed-point amplitude characteristics. The design formulas for the optimal natural frequency ratio and the optimal damping ratio are derived. Numerical simulation is used to verify the correctness of the analysis. Under the excitation of harmonic force, compared with the local and global optimized Voigt vibration absorber and grounded damper vibration absorber, it is found that the response peak of the grounded stiffness vibration absorber after the global optimization is consistent with the grounded damper vibration absorber. Both are smaller than the global optimized peak value of Voigt vibration absorber and the local optimized peak value of grounded damper vibration absorber. The vibration damping bandwidth of the grounded stiffness vibration absorber is the largest. Compared with the grounded damper vibration absorber after global optimization, the grounded stiffness vibration absorber has better vibration damping performance in the vibration damping frequency band of the grounded damper vibration absorber. And the mass of the subsystem required to achieve the common damping ratio is much smaller.

Key words: dynamic vibration absorber; grounded stiffness; parameter optimization; fixed-point theory

作者简介: 隋 鹏(1998—),男,硕士研究生。E-mail:suipeng1998@163.com。

通讯作者: 申永军(1973—),男,博士,教授,博士生导师。E-mail:shenyongjun@126.com。