# 太阳光压与地球阴影作用下的空间柔性梁结构 振动分析与控制

龚浩然1,王 博1,3,李庆军2,吴志刚2,邓子辰1,4

(1.西北工业大学工程力学系,陕西 西安 710072; 2.中山大学航空航天学院,广东 深圳 518107; 3.大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室,辽宁 大连 116024; 4.西北工业大学复杂系统动力学与控制工信部重点实验室,陕西 西安 710072)

摘要:针对运行在地球同步轨道平面内的超大型航天结构,研究其在太阳光压和地影作用下的动态力学行为及控制问题。将超大型航天结构简化为柔性梁结构,基于绝对节点坐标法建立柔性梁的振动控制方程。数值结果表明地影对柔性梁的结构振动幅值有着非常显著的影响。进一步修正分析模型,建立超大型航天结构的准静态分析模型,通过数值试验,验证了模型的有效性;鉴于太阳光压力和地影给柔性梁结构带来的较大幅度振动问题,通过调整轨道控制力,提出一种新的控制方法,数值试验表明:由地影引发的大幅振动得到很好控制。

关键词:振动控制;超大型结构;柔性梁;太阳光压;地影

中图分类号: TB535; V414.3<sup>+</sup>3 文献标志码: A 文章编号: 1004-4523(2023)04-0988-08

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.04.012

## 引言

随着航天科学技术的不断发展,超大型航天器(尺寸千米量级)成为各大航天强国争先研究的焦点,其中空间太阳能电站(Space Solar Power Station, SSPS)是超大型航天器最典型的例子之一[1]。自Glaser<sup>[2]</sup>提出SSPS的构想以来,SSPS的概念方案设计、动力学与控制等问题引起了国内外学者们的广泛关注<sup>[3-4]</sup>。中国科研工作者也提出了一些创新性方案,其中,具有代表性地有杨阳等<sup>[5]</sup>提出的OMEGA型SSPS和钱学森空间技术实验室侯欣宾等<sup>[6]</sup>提出的一种多旋转关节式SSPS。理论研究表明超大型航天器表现出特殊的动力学特性<sup>[7-8]</sup>,比如在轨运行时柔性结构可能会出现大变形,致使现有动力学分析理论和控制方法无法直接应用于超大型航天器动力学分析与控制中。

针对超大型航天器结构的动力学特性,国内外学者们已展开研究。例如,Malla<sup>[9]</sup>研究了初始结构轴向变形、俯仰(姿态)角度和轨道高度对大型空间结构响应的影响规律,研究结果表明:在近地轨道,轴向变形和俯仰角的初始值对结构轴向变形有明显的影响;而在同步地球轨道中,俯仰角的初始值对其

轴向变形的影响可以忽略。考虑重力梯度影响,基 于能量等效原理,将多旋转关节SSPS等效为柔性 梁,穆瑞楠等[10]建立其姿态运动与结构振动的耦合 动力学模型,研究结果表明:重力梯度的二阶项是激 发结构振动的主要因素,姿态运动和结构振动耦合 效应导致结构振动频率降低。此后,考虑重力梯度 影响,基于 Hamilton 原理,穆瑞楠等[11]建立了太阳 帆塔 SSPS 柔性梁模型的振动控制方程,分析了弯 曲振动的影响因素以及其稳定性,研究结果表明:重 力梯度项的影响为简谐波动形式,而姿态运动使得 弯曲振动频率降低,两者作用均随初始姿态角增大 而增强;随着初始姿态角的增大,结构振动的不稳定 区域增大。考虑重力梯度力和力矩,针对 Abacus SSPS 动力学模型, Zhao等[12]建立了其轨道、姿态以 及结构振动的耦合动力学方程。研究结果表明:为 了保证模型的精确性,需要保留较高的惯性矩,对于 地球同步轨道上的SSPS,重力、重力梯度力矩以及 模态力都需要保留到1~2阶。将太阳帆塔式SSPS 简化成两端自由的 Euler 梁模型, 刘玉亮等[13]研究了 其轨道平面内的结构横向振动,研究发现:当SSPS 的结构角频率较低时,重力梯度激励将对SSPS的 振动产生很大影响。针对SSPS梁简化模型,考虑 梁的几何非线性及重力梯度影响,Li等[14]研究了重

收稿日期: 2021-10-13; 修订日期: 2022-02-07

力梯度引起的梁结构动力学特性,研究发现:梁动力 学响应主要受频率比的影响,梁振动的最低固有频 率接近4倍圆形轨道角速度时,重力梯度引起梁的 共振。考虑重力梯度和动力刚化的作用,Liu等[15] 建立了集成对称聚光 SSPS 的线性动力学模型,研 究结果表明:当SSPS质心的轨道角速度、结构模态 和姿态旋转速率满足一定条件时,太阳能帆板的振 动将不稳定,动力刚度会改变结构振动的失稳边界。 考虑太阳热辐射的影响,采用有限元方法建立了绳 系 SSPS 模型, Ishimura 等[16]研究了太阳能帆板的热 致变形,研究结果表明:太阳能帆板的热变形可能会 导致系统的固有频率降低,使系统的姿态和结构振 动耦合效应更加明显。将卫星平台简化为质点,太 阳能帆板面板简化为Euler梁,魏乙等[17]研究了绳系 SSPS太阳能帆板的振动响应,研究发现:在一定条 件下,卫星平台质量越大、绳子越长或者轨道高度越 高,梁中点挠度和轴向平均应变的振幅就越大,并且 卫星平台质量的增加会影响其周期的变化。徐方暖 等[18]在上述模型的基础上研究了太阳光压作用下系 统姿态和结构振动的相互影响,研究发现:柔性梁的 振动和太阳光压都对系统的姿态角产生重要影响, 而且在不同的梁刚度条件下太阳光压对姿态角产生 的影响明显不同;此外,太阳光压也会造成梁的振 动。考虑到太阳光压、重力梯度和热辐射的影响, Mu等[19]指出对于静止轨道的模型,在进出地影时 模型将产生较大的温度梯度,造成明显的热致振动, 重力梯度的影响则较小。

在动力学控制方面,考虑太阳光压和热冲击, Wang等[20]建立了太阳帆塔SSPS的梁简化模型,基 于超磁致伸缩执行器,提出了一种结构振动控制方 法,研究结果表明:该控制方法具有良好的性能,还 可以抑制由于耦合效应引起的姿态变化。考虑太阳 光压的影响, Li等[21]建立了Abacus SSPS的轨道-姿 态-振动耦合梁模型,提出了一种基于离子推进器的 轨道-姿态-振动协调控制器,研究结果表明:采用该 协调控制器,耦合效应得到显著缓解,低频结构振动 得到有效地抑制。针对绳系SSPS大角度回转机动 时太阳能板的振动抑制问题,周荻等[22]提出了姿态 控制和基于绳子张力的主动振动控制技术相结合的 复合控制方法。研究结果表明:该控制方法能够保 证卫星挠性结构振动的衰减性,可以有效地抑制太 阳能板的振动。将绳系SSPS太阳能帆板简化为 梁,Fujii等[23]采用任务函数法设计了反馈控制器, 研究结果表明:采用调整绳子张力的方式控制太阳 能帆板振动是可行性的,地面实验也验证了这一点。

综上所述,不难发现:现有研究工作主要关注重力梯度、热冲击等引起的超大型航天结构振动与控

制;而对于具有超大面质比的 SSPS 结构,由于其进入地影时太阳光压摄动消失,会诱发其产生大幅振动,然而现有工作对此却鲜有关注。因此,本文将采用绝对节点坐标法 (Absolute Nodal Coordinate Formulation, ANCF) [24-25],建立其振动控制方程,并给出太阳光压和地影作用下超大结构的控制策略。

## 1 建立模型

针对 SSPS 进出地影的振动问题,本节基于 Hamilton原理建立其动力学模型。

#### 1.1 动力学模型

首先,将 SSPS 等效为梁结构,考虑重力梯度和太阳光压两种空间摄动,忽略地球扁率、日月引力等其他摄动带来的影响,研究梁在轨道平面内的结构振动,如图 1 所示。

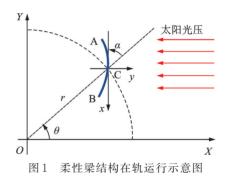


Fig. 1 Schematic diagram of flexible beam structure in orbit

以地心O为原点建立惯性坐标系OXY,其中OX轴指向太阳的方向。图1中AB为简化的梁模型,C为梁模型的中点, $\alpha$ 为姿态角,r为轨道半径, $\theta$ 为轨道转角。假设梁的初始长度为L,密度为 $\rho$ ,横截面积为A,截面二次矩为I,弹性模量为E。

采用 ANCF 将空间梁离散成n个单元,每个单元的长度为 $l_e$ = $L/n_o$ 第i个梁单元上的任意一点的绝对坐标可以表示为:

$$r(x_e) = [X(x_e)Y(x_e)]^{\mathsf{T}} = S(x_e)q$$
 (1)  
式中  $x_e \in [0, l_e]$ 为梁单元内沿梁轴线的局部坐标, $q \in \mathbb{R}^8$ 为梁单元的广义坐标, $S(x_e) \in \mathbb{R}^{2\times 8}$ 为形函数在 $x_e$ 点的取值。系统的总动能可以表示为:

$$T = \frac{1}{2} \int_{V} \rho \dot{\boldsymbol{r}}^{\mathrm{T}} \dot{\boldsymbol{r}} \mathrm{d}V = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \left( \int_{V} \rho \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S} \mathrm{d}V \right) \dot{\boldsymbol{q}} = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{q}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M} \dot{\boldsymbol{q}}$$
(2)

式中  $M \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$  为系统质量矩阵, $\dot{q}$  为广义速度,上述变量具体形式见参考文献[17,25]。采用 Euler-Bernoulli 梁模型,第 $\dot{r}$ 个梁单元的弹性势能可

以表示为:

$$U_{i, \text{ela}} = \frac{1}{2} \int_{0}^{l_{e}} \left[ EA \left( \frac{\partial u_{1}}{\partial x_{e}} \right)^{2} + EI \left( \frac{\partial^{2} u_{t}}{\partial x_{e}^{2}} \right)^{2} \right] dx_{e}$$
 (3)

式中  $u_1$ 和 $u_1$ 分别为梁的轴向变形和横向变形。第 i个梁单元的重力势能为:

$$U_{i, \text{gra}} = -\int_{0}^{l_{e}} \frac{\mu m}{L\sqrt{X^{2} + Y^{2}}} \, \mathrm{d}x_{e} \tag{4}$$

式中 μ为地心引力常数。

梁单元的 Hamilton 函数可以表示为:

$$H(q,p) = T + U_{i,ela} + U_{i,gra}$$
 (5)

通过 Legendre 变换,引入广义动量 $p = M\dot{q}$ ,梁单元的 Hamilton 对偶动力学方程为:

$$\begin{vmatrix}
\dot{q} = \frac{\partial H(q, p)}{\partial p} = M^{-1}p \\
\dot{p} = \frac{\partial H(q, p)}{\partial q} = f_{\text{ela}} + f_{\text{gra}} + f_{\text{con}} + f_{\text{dis}}
\end{vmatrix}$$
(6)

式 中  $p \in \mathbb{R}^8$  为 梁 单 元 的 广 义 动 量 向 量;  $f_{\text{ela}}, f_{\text{gra}}, f_{\text{con}}, f_{\text{dis}}$ 分别为梁单元的弹性力向量、广义重力向量、广义控制力向量和广义摄动力向量。由于重力梯度已经包含在 $f_{\text{gra}}$ 中,所以 $f_{\text{dis}}$ 只包含太阳光压力。由文献[26]可知,一个平面受太阳光压力合力的表示形式为:

$$f_{\text{SRP}} = PA_{\text{SRP}}(\mathbf{v}_{\text{S}}\mathbf{n}) \left[ (\rho_{\text{a}} + \rho_{\text{d}})\mathbf{v}_{\text{S}} + 2\rho_{\text{s}}(\mathbf{v}_{\text{S}}\mathbf{n})\mathbf{n} + \frac{2}{3}\rho_{\text{d}}\mathbf{n} \right]$$
(7)

式中  $P=4.5\times10^{-6}$  Pa 为地球附近的太阳光压常数; $A_{SRP}$ 为该平面的面积; $v_s$  为太阳光子运动的方向单位向量;n 为指向平面内部的单位法向量; $\rho_a$ , $\rho_s$  和 $\rho_a$  分别为该平面的吸收率、镜面反射率和漫反射率,且三者满足:

$$\rho_a + \rho_s + \rho_d = 1 \tag{8}$$

本文参照参考文献[27]将 $\rho_a$ , $\rho_s$ 和 $\rho_d$ 分别取为 0.7,0.1,0.2。

由式(7)得到平面的太阳光压力,利用虚功原理 将太阳光压力转化为均匀分布力,从而得到广义力 表达式为:

$$f_{\text{dis}} = \frac{1}{l_e} \int_{0}^{l_e} \mathbf{S}^{\text{T}}(x_e) dx \cdot f_{\text{SRP}}$$
 (9)

弹性力向量 $f_{ela}$ 和广义重力向量 $f_{gra}$ 在文献[28]已经给出具体形式,广义控制力向量 $f_{con}$ 可根据后文的控制力和虚功原理得到[29]。

#### 1.2 地影模型

由于SSPS运行在地球静止轨道,轨道平面为 地球赤道面(与黄道面存在约23°26′的夹角),所以 一年中太阳赤纬角随时间在 $\pm 23^{\circ}26'$ 变化。当太阳赤纬角绝对值大于  $8.424^{\circ}$ 时,地球静止轨道与地影没有交集。当太阳赤纬绝对值小于  $8.424^{\circ}$ 时,位于地球静止轨道的卫星将经历一年两次的地影期<sup>[30]</sup>。本文选取春分附近的地影期,采用如图 2 所示圆柱模型来表示地影,因此对于本文中的 SSPS 而言,地影的时长主要取决于赤纬角  $\varphi$ 。

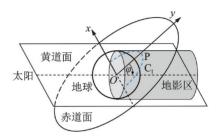


图 2 地影示意图

Fig. 2 Schematic diagram of earth shadow

图中 $C_1$ 曲线为轨道平面与地影区圆柱面的椭圆交线,点P为椭圆交线的长轴端点,xOy为轨道平面内的直角坐标系。可根据 $C_1$ 椭圆半长轴OP的长度和轨道半径 $R_c$ 的大小,来判断SSPS是否经过地影:

$$\begin{cases} R_{\text{OP}} = R_{\text{E}} / \sin \varphi \\ R_{\text{OP}} > R_{\text{C}}, 她影期 \\ R_{\text{OP}} \leqslant R_{\text{C}}, 非地影期 \end{cases}$$
(10)

式中  $R_E$ 为地球半径, $R_{OP}$ 表示 OP的长度。当经过地影时,利用轨道平面内的几何关系计算出 SSPS 进出地影的位置:

$$\begin{cases}
C_{1}: \frac{x^{2}}{R_{E}^{2}} + \frac{y^{2}}{R_{OP}^{2}} = 1 \\
C_{C}: x^{2} + y^{2} = R_{C}^{2}
\end{cases}, y > 0 \tag{11}$$

由式(11)可得航天器在地影区的运行时间  $T_{Shadow}$ ,计算公式如下:

$$T_{\text{Shadow}} = T_{\text{C}} \frac{\arcsin(|x^*|/R_{\text{C}})}{\pi} \tag{12}$$

式中 x\*为式(11)的解,Tc为地球的自转周期。图 3给出了由式(12)得出的地影时长随赤纬角变化曲线,并在图中标记出了本文仿真中选取的赤纬角

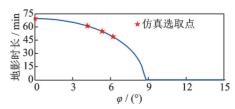


图 3 静止轨道航天器穿过地影时长随赤纬角变化

Fig. 3 Relationship between duration of the earth shadow and sun declination angle for GEO spacecraft

位置。

#### 1.3 姿态与轨道控制

为了提高太阳能电池板利用率,SSPS的太阳能电池板阵列需要保持垂直于太阳光的姿态。因此需要在梁中点处施加姿态控制力矩[14],保持梁的对日定向姿态。采用前馈-反馈控制方法,控制力矩由下式计算:

$$M = M_{\rm F} + K_{\rm D} \gamma + K_{\rm d} \dot{\gamma} \tag{13}$$

式中  $M_F$ 为前馈控制力矩; $\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta - \alpha$ 为姿态误差; $K_p = 0.77$ 和 $K_d = 154$ 分别为比例增益和微分增益; $\dot{\gamma}$ 为 $\gamma$ 对时间的导数。前馈控制力矩用于抵消梁的重力梯度力矩,当梁运行在圆形轨道时,前馈控制力矩可通过下式计算[21]:

$$M_{\rm F} = \frac{3}{2} \omega_0^2 J \sin(2\omega_0 t) \tag{14}$$

式中  $\omega_0$ 为轨道角速度,J为梁绕质心的转动惯量。

此外,由文献[26]可知,太阳光压会造成离心率的快速增长,使SSPS每隔10天需要进行东西方向的轨道机动。文献[21]采用了离子推进器时刻抵消SSPS的太阳光压力,从而避免离心率的快速增长。本文借鉴文献[21]的基本思想,采用质心处的离子推进器抵消太阳光压力。然而,文献中没有考虑地影的影响,当航天器进入地影时,控制力设为0,因此控制力的大小可表示为:

$$F = \begin{cases} F_{\rm C}, & \text{地影外} \\ 0, & \text{地影内} \end{cases} \tag{15}$$

式中

$$F_{\rm C} = PA_{\rm SRP} \left( \rho_{\rm a} + 2\rho_{\rm s} + \frac{5}{3} \rho_{\rm d} \right)$$
 (16)

控制力的方向由航天器指向太阳质心。

## 2 动力学仿真

对上述动力学模型进行数值仿真,假设 SSPS 初始位于图 1 所示的 OX轴正方向,地球初始处于春分点附近( $\varphi = 4.1482^{\circ}, 5.3228^{\circ}, 6.1911^{\circ}$ ),系统的初始姿态误差为 0,结构初始时刻存在稳态变形(在太阳光压的作用下),梁模型的参数如表 1 所示 [14]。

图 1 中端点 B 在 y 方向的变形量为模型的最大变形量,因此仿真主要关注于 B 点在 y 方向上的振动。图 4 给出了 B 点在一个轨道周期内的振动曲线,其中 I,II 区域分别是进入地影前、地影期和离开地影后。可以看出,进入地影之前,梁的变形基本处于稳态阶段;在进入地影之后,梁的振幅剧烈增大,振幅约为 22 m;离开地影之后,梁的变形仍然

表1 柔性梁几何尺寸及材料参数

Tab. 1 Geometry and material parameters of flexible

参数	数值
杨氏模量E	70 GPa
横截面积A	$3.96 \times 10^{-4}  \mathrm{m}^2$
截面二次矩1	$7.2468\times 10^{-8}\mathrm{m^4}$
长度L	600 m
密度 ρ	$2.7\times10^3\mathrm{kg/m^3}$
轨道半径 $R_0$	$4.2164\times10^{5}\mathrm{km}$
照射面积 $A_{\mathtt{SRP}}$	$1.2 \times 10^4\mathrm{m}^2$
仿真步长	$0.0005  \mathrm{s}$
单元数量	20
仿真时间	24 h

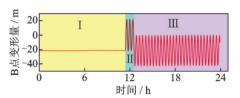


图 4 端点 B 变形量随时间变化

Fig. 4 Vibration of the tip point B of the beam

处在较高水平,B点平均变形量与进入地影前相同,但是最大变形量达到了42 m,其振幅约为21 m,频率与结构的固有频率一致。

图 5 给出了图 4 中 I 区域(进入地影前)端点 B 振动曲线的放大图。在进入地影之前,梁的振动总体而言比较小,可以将其分为两部分:第一部分是与重力梯度频率一致的低频振动,振幅约为 0.27 m;第二部分是与梁固有频率一致的高频振动,振幅约为 0.08 m。由图 4,5 可以看出,在表 1 所示的几何和弹性参数下,重力梯度和姿态控制引起梁的变形远小于太阳光压和轨道控制引起的变形。同时,本文也对轨道和姿态运动进行了仿真,发现地球阴影对于轨道和姿态运动有一定影响但并不显著,现有的

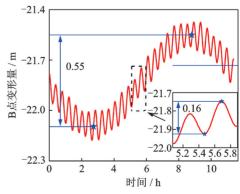


图 5 进入地影前端点 B 变形量

Fig. 5 Vibration of the tip point B before entering the earth shadow

航天器轨道、姿态动力学理论能够解释其规律。本文主要关注超大型空间结构进出地影时的结构振动,因而对姿态、轨道运动方面未作深入讨论。

## 3 振动机理分析

为了研究 SSPS 进出地影时的振动机理,本节在简化边界条件、忽略几何非线性的前提下,提出梁AB 结构振动的准静态模型,并给出解析解。由于梁AB 始终是保持对日定向的,因此其所受太阳光压可以视为一个均布的静载荷,其表达式为:

$$q_{\rm SRP} = \frac{PA_{\rm SRP}}{L} \left( \rho_{\rm a} + \rho_{\rm d} + 2\rho_{\rm s} + \frac{2}{3} \rho_{\rm d} \right) \quad (17)$$

假设 SSPS 在中点 C 进行了完美的姿态控制和 轨道控制,则可以把航天器视为两根悬臂梁,边界条 件为:

$$y(0) = \frac{dy}{dx}(0) = \frac{d^2y}{dx^2} \left( \pm \frac{L}{2} \right) = \frac{d^3y}{dx^3} \left( \pm \frac{L}{2} \right) = 0$$
(18)

Euler-Bernoulli 梁的静力学方程为:

$$EI\frac{\mathrm{d}^4 y}{\mathrm{d}x^4} = q(x) \tag{19}$$

将式(17),(18)代人式(19),得到太阳光压作用于空间梁的挠曲线方程为:

$$y(x) = -\frac{F_{SRP}}{48EIL} (2x^4 - 4Lx^2|x| + 3L^2x^2) (20)$$

式中  $x \in [-L/2, L/2]$ ,因此太阳光压作用于梁时产生的最大变形量(端点的变形量)为:

$$d_{\rm SRP} = -\frac{3F_{\rm SRP}L^3}{384EI} \tag{21}$$

梁在轨运行并保持对日定向姿态时,姿态角将随时间发生变化,但是本文考虑的是位于地球静止轨道上的SSPS,其轨道角速度较小,因此重力梯度变化相比于梁自身的振动变化要慢的多,可以将其视为一个准静态的载荷[14]。把模型当作准静态模型,梁端点产生的变形量为:

$$d_{\text{GGT}} = \frac{11\rho A \omega_0^2 L^5 \sin(2\alpha)}{2560EI} = \frac{11\rho A \omega_0^2 L^5 \sin(\pi - 2\omega_0 t)}{2560EI}$$
(22)

综合太阳光压和重力梯度的影响,结合梁的初始变形状态,梁端点的振动方程为:

$$y = -A_1 \sin(\pi - 2\omega_0 t) - \frac{3F_{SRP}L^3}{384EI}$$
 (23)

式中 振幅 $A_1 = \frac{11\rho A\omega_0^2 L^5}{2560EI}$ 。

当第一次进入地影后,太阳光压力突然消失,控制力也突变为0,此时梁会在弹性力的作用下振动。

由于重力梯度引起的变形远小于太阳光压,此时梁的振动可以视为悬臂梁的自由振动,结合进入地影前的振动状态,其端点的振动方程为:

$$y = -A_2 \cos(\omega_1 t - t_1) \tag{24}$$

式中  $\omega_1$  为悬臂梁的一阶固有频率, $t_1$  为进入地影的时刻,振幅  $A_2 = \frac{3F_{\rm SRP}L^3}{384EI}$ 。由于  $A_2 \gg A_1$ ,在进入地影后,SSPS的振幅剧烈增大。

如果不进行空间梁结构的振动控制,则可以根据梁离开地影时的状态,给出离开地影后B点的振动方程。由式(23)可知,SSPS端点的位移和速度分别为:

$$\begin{cases} y_{es} = -A_2 \cos(\omega_1 T_{\text{Shadow}}) \\ \dot{y}_{es} = \omega_1 A_2 \sin(\omega_1 T_{\text{Shadow}}) \end{cases}$$
 (25)

当离开地影后,梁又将受到太阳光压力的作用, 其表达式为:

$$y = A_3 \sin(\omega_1 t + \phi) - A_2 \tag{26}$$

式中 第二项表示梁在太阳光压和轨道控制力作用下的稳态变形,第一项表示初始条件(25)引起的自由振动。将式(25)代入式(26),即可求得离开地影之后端点的振动方程。取不同的太阳赤纬角(对应不同的地影时长),将上述解析解得到的B点振动曲线与第2节中ANCF仿真结果对比,如图6所示。

从图 6 中可以看出,准静态解析解与 ANCF 数值仿真所得的变形量结果较为吻合,进入地影时间的不同会导致出地影后不同的振动幅值,其原因是

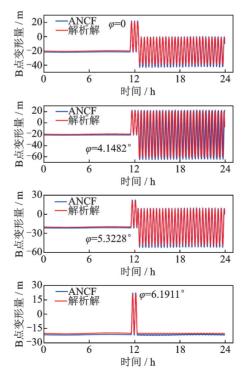


图 6 ANCF 仿真与准静态解析解变形量的对比

Fig. 6 Comparison of vibration between ANCF and the quasi-static model

出地影时刻的振动状态不同。图 6 中的解析解最大变形量和振幅略小于 ANCF 计算结果,原因在于ANCF 考虑了结构变形的几何非线性,解析表达式忽略了这个因素,导致计算结果相对较小。

#### 4 振动控制策略

由于太阳光压力和姿态控制力都发生突变,所以会引起结构内力突变,从而引起较大幅度的结构振动。由于外太空固有的低阻尼特性,结构振动一旦被激起,便会持续很长时间,给SSPS上其他设备的工作造成显著影响。由于SSPS在地影期每隔24h就会进出地影一次,结构振幅可能会形成累加的效果。同时,由于SSPS结构超大,采用压电振动控制等传统小航天器振动控制方法很难达到预期的控制效果,这为SSPS结构的振动控制带来了极大的困难。

当梁进入地影时,不受太阳光压力和轨道控制力矩的影响,结构仅受重力梯度力矩的作用,重力梯度力矩引起的结构振动非常小,因此梁进入地影后,可以近似看作自由振动。另一方面,当梁处于地影外面时,在太阳光压力和集中式的姿态控制力共同作用下产生了结构的变形,采用离子推进器时刻抵消 SSPS 的太阳光压力。航天器在进出地影时刻,太阳光压力和轨道控制力都会发生突变,导致结构大幅振动。基于此结构振动机理,为了降低进出地影时太阳光压消失或出现造成的结构振动,提出一种使轨道控制力缓慢下降的控制方法,控制力可表示为:

$$F = \begin{cases} F_{c}, & 过渡区外 \\ F_{c} \frac{|t - t_{E}|}{T_{G}}, & 过渡区内 \\ 0, & 地影内 \end{cases}$$
 (27)

式中  $t_E$ 为进出地影的时刻(对于进地影前, $t_E$ 为进地影的时刻;对于出地影后, $t_E$ 为出地影的时刻), $T_G$ 为过渡区的时间长度,可以选为梁的最大振动周期,这样可以避免控制力的突变。

为了验证本文提出的控制策略有效性,采用式(27)作为控制力进行数值仿真,结果如图7,8所示。由图7可以看出,采用了本文的控制策略后,点B在进入地影后结构振幅小于0.7 m,出地影后振幅小于0.85 m,结构振幅比图4所示的22 m和21 m得到了大幅降低。这得益于控制力的缓慢变化,如图8所示,控制力在进入地影前缓慢变化到0,在地影内控制力保持为0,出地影后缓慢变为 $F_c$ 。在本文的控制策略中,过渡区的时间长度 $T_c$ 的选择是达到控制

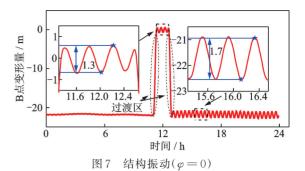


Fig. 7 Structural vibration ( $\varphi = 0$ )

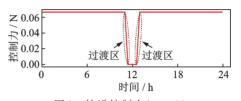


图8 轨道控制力( $\varphi$ =0)

Fig. 8 Orbital control force ( $\varphi = 0$ )

效果的关键,如果 T<sub>G</sub>选择为其他值则无法达到此效果。例如 T<sub>G</sub>选为最大振动周期的一半,进出地影后的结构振幅仍然比较大。值得注意的是,本文的控制策略中并没有加入结构振动控制,而是仅通过轨道控制力的调整就能达到较好的效果。后续研究可以通过加入结构振动控制器,使进出地影后的小幅结构振动缓慢衰减,避免下一次进出地影时出现结构振幅的叠加。

## 5 结 论

本文针对超大型航天器结构,将其等效为柔性梁,分析了其在进出地影时的结构振动特性,并提出了一种抑制振动的控制策略。利用 ANCF 建立柔性梁振动控制方程,并对其在太阳光压力和控制力的共同作用下动力学响应进行了分析,研究发现:梁在进出地影时,柔性梁结构会发生剧烈振动。为了抑制振动,本文进一步修正了分析模型,建立了柔性梁的准静态分析模型,提出了一种抑制柔性梁大幅度振动的控制方法,即通过调整轨道控制力的方式实现减小柔性梁的振动幅值。数值仿真结果表明:通过设置过渡区,促使柔性梁结构控制力缓慢下降,实现了振动幅值降低的目标。

#### 参考文献:

[1] 丁希仑.未来大型航天器的基础:空间可折展机构[J]. 科技导报,2014,32(23):84.

Ding Xilun. The future foundation of large spacescraft: spatial deployable mechanisms [J]. Science and Tech-

- nology Review, 2014, 32(23):84.
- [2] Glaser P E. Power from the sun: its future[J]. Science, 1968, 162(3856): 857-861.
- [3] 杨阳,张逸群,王东旭,等. SSPS太阳能收集系统研究现状及发展趋势[J]. 宇航学报,2016,37(1):21-28.
  - Yang Yang, Zhang Yiqun, Wang Dongxu, et al. Status and trend of the solar energy collection system for space solar power station [J]. Journal of Astronautics, 2016, 37(1): 21-28.
- [4] 邓立为,宋申民,陈兴林.基于分数阶滑模控制的挠性航天器姿态跟踪及主动振动抑制研究[J].振动工程学报,2015,28(1):9-17.
  - Deng Liwei, Song Shenmin, Chen Xinglin. Study on attitude tracking and active vibration suppression of a flexible spacecraft based on fractional order sliding mode control[J]. Journal of Vibration Engineering, 2015, 28 (1): 9-17.
- [5] 杨阳, 段宝岩, 黄进,等. OMEGA 型空间太阳能电站 聚光系统设计[J]. 中国空间科学技术, 2014, 34(5): 18-23.
  - Yang Yang, Duan Baoyan, Huang Jin, et al. SSPS-OMEGA: a new concentrator system for SSPS [J]. Chinese Space Science and Technology, 2014, 34(5): 18-23
- [6] 侯欣宾,王立,张兴华,等.多旋转关节空间太阳能电站概念方案设计[J]. 宇航学报,2015,36(11):1332-1338.
  - Hou Xinbin, Wang Li, Zhang Xinghua, et al. Concept design on multi-rotary joints SPS [J]. Journal of Astronautics, 2015, 36(11): 1332-1338.
- [7] 刘宇飞, 王立, 周璐,等. 空间太阳能电站分级分体式控制方式初探[J]. 宇航计测技术, 2018, 38(5): 84-90. Liu Yufei, Wang Li, Zhou Lu, et al. Discussion on the multi-level multi-body control of space solar power station[J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 2018, 38(5): 84-90.
- [8] 李庆军,邓子辰.空间太阳能电站及其动力学与控制研究进展[J].哈尔滨工业大学学报,2018,50(10):
  - Li Qingjun, Deng Zichen. Review on space solar power stations and their dynamics and control [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2018, 50(10): 1-19.
- [9] Malla R B. Structural and orbital conditions on response of large space structures [J]. Journal of Aerospace Engineering, 1993, 6(2): 115-132.
- [10] 穆瑞楠, 王艺睿, 谭述君, 等. 空间太阳能电站姿态运动-结构振动耦合建模与分析[J]. 宇航学报, 2018, 39 (6): 615-623.
  - Mu Ruinan, Wang Yirui, Tan Shujun, et al. Attitude-structure coupled modeling and dynamics of

- space solar power station [J]. Journal of Astronautics, 2018, 39(6): 615-623.
- [11] 穆瑞楠, 谭述君, 吴志刚, 等. 超大柔性空间结构姿态振动耦合稳定性分析[J]. 宇航学报, 2018, 39(7): 709-714.
  - Mu Ruinan, Tan Shujun, Wu Zhigang, et al. Coupling stability of very large flexible space structures [J]. Journal of Astronautics, 2018, 39(7): 709-714.
- [12] Zhao Y, Zhang JR, Zhang Y, et al. Gravitational force and torque on a solar power satellite considering the structural flexibility[J]. Acta Astronautica, 2017, 140: 322-337.
- [13] 刘玉亮, 邬树楠, 刘家夫, 等. 空间太阳能电站重力姿态-轨道-结构耦合特性[J]. 航空学报, 2017, 38(12): 159-170.
  - Liu Yuliang, Wu Shunan, Liu Jiafu, et al. Gravitational attitude-orbit-structure coupling of space solar power station [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2017, 38 (12): 159-170.
- [14] Li Q, Sun T, Li J, et al. Gravity-gradient-induced transverse deformations and vibrations of a sun-facing beam[J]. AIAA Journal, 2019, 57(12): 5491-5502.
- [15] Liu Y L, Wu S N, Radice G, et al. Gravity-gradient effects on flexible solar power satellites [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2018, 41 (3): 773-778.
- [16] Ishimura K, Higuchi K. Coupling between structural deformation and attitude motion of large planar space structures suspended by multi-tethers [J]. Acta Astronautica, 2007, 60(8-9): 691-710.
- [17] 魏乙,邓子辰,李庆军,等.绳系空间太阳能电站动力学响应分析[J].宇航学报,2016,37(9):1041-1048. Wei Yi, Deng Zichen, Li Qingjun, et al. Analysis of dynamic response of tethered space solar power station [J]. Journal of Astronautics, 2016, 37(9):1041-1048.
- [18] 徐方暖,邓子辰,王博,等.太阳光压作用下空间太阳 能电站的动力学响应[J].西北工业大学学报,2018,36(3):590-596.
  - Xu Fangnuan, Deng Zichen, Wang Bo, et al. Dynamic response of solar power satellite considering solar radiation pressure [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2018, 36(3):590-596.
- [19] Mu R N, Tan S J, Wu Z G, et al. Coupling dynamics of super large space structures in the presence of environmental disturbances[J]. Acta Astronautica, 2018, 148: 385-395.
- [20] Wang B C, Ni Z Y, Fang B. Vibration control of space solar power station in complex environments using giant magnetostrictive actuator[J]. Acta Astronautica, 2021, 182: 119-130.

- [21] Li Q J, Deng Z C. Coordinated orbit-attitude-vibration control of a sun-facing solar power satellite [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2019, 42(8): 1863-1869.
- [22] 周荻, 范继祥. 绳系太阳能发电卫星姿态机动的主动振动控制[J]. 宇航学报, 2012, 33(5): 605-611.

  Zhou Di, Fan Jixiang. Active vibration control of tethered solar power satellite during attitude maneuvering [J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(5): 605-611.
- [23] Fujii H A, Sugimoto Y, Watanabe T, et al. Tethered actuator for vibration control of space structures[J]. Acta Astronautica, 2015, 117: 55-63.
- [24] 孙加亮,田强,胡海岩.多柔体系统动力学建模与优化研究进展[J].力学学报,2019,51(6):1565-1586. Sun Jialiang, Tian Qiang, Hu Haiyan. Advances in dynamic modeling and optimization of flexible multibody systems[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2019,51(6): 1565-1586.
- [25] Shabana A A. Dynamics of Multibody Systems [M]. 4th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.
- [26] Wie B, Roithmayr C M. Attitude and orbit control of a

- very large geostationary solar power satellite [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(3): 439-451.
- [27] Li Q J, Deng Z C, Zhang K, et al. Precise attitude control of multirotary-joint solar-power satellite[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2018, 41 (6): 1431-1438.
- [28] Escalona J L, Hussien H A, Shabana A A. Application of the absolute nodal coordinate formulation to multibody system dynamics[J]. Journal of Sound and Vibration, 1998, 214(5): 833-851.
- [29] Li Q J, Deng Z C, Zhang K, et al. Unified modeling method for large space structures using absolute nodal coordinate[J]. AIAA Journal, 2018, 56 (10): 4146-4157.
- [30] 毛悦,宋小勇,贾小林,等.北斗导航卫星地影状态分析[J].测绘学报,2014,43(4):353-359.

  Mao Yue, Song Xiaoyong, Jia Xiaolin, et al. Earth eclipse status analysis of Beidou navigation satellites [J]. Acta Geodeatica et Cartographica Sinica, 2014, 43(4):353-359.

## Vibration behavior and control of spatial flexible beam under the solar radiation pressure and earth shadow

GONG Hao-ran<sup>1</sup>, WANG Bo<sup>1,3</sup>, LI Qing-jun<sup>2</sup>, WU Zhi-gang<sup>2</sup>, DENG Zi-chen<sup>1,4</sup>

(1.Department of Engineering Mechanics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2.School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-sen University, Shenzhen 518107, China; 3.State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 4.Ministry of Industry and Information Technology Key Laboratory of Dynamics and Control of Complex Systems, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** In this paper, the problems of the vibration behavior and control of the large spatial structure, which is subjected to the solar radiation pressure and earth shadow, are investigated. The large spatial structure is modelled as a flexible beam. Based on the theory of the absolute nodal coordinate and taken solar radiation pressure and gravity gradient into account, the governing equation of the flexible beam is derived. As the numerical results illustrated, the earth shadow has great influence on the beam's vibration amplitude. Hence, a quasi-static model has been developed, and the effectiveness of the quasi-static model has also been verified. In the light of the influence of the solar pressure and the earth shadow on the flexible beam's large vibration, a new strategy has been proposed, by modulating the orbital control of the large spatial structure. The numerical results further validate the effectiveness of the control strategy, and the vibration amplitude of the large spatial structure has been reduced under the earth shadow.

Key words: vibration control; large spatial structure; flexible beam; solar radiation pressure; earth shadow

作者简介: 龚浩然(1998—),男,硕士研究生。E-mail: gonghr1416@mail.nwpu.edu.cn。

通讯作者:王 博(1985-),男,博士,副教授。E-mail: bowang@nwpu.edu.cn。