

# 加速度-位移关系的贝叶斯推理方法

陈 苏<sup>1</sup>, 王子彦<sup>1</sup>, 李小军<sup>1,2</sup>, 戴志军<sup>2</sup>, 傅 磊<sup>2</sup>, 孙 浩<sup>3,4</sup>

(1. 北京工业大学城市减灾与防灾防护教育部重点实验室, 北京 100124;

2. 中国地震局地球物理研究所, 北京 100081; 3. 中国人民大学高瓴人工智能学院, 北京 100872;

4. 东北大学土木与环境工程系, 美国 波士顿 02115)

**摘要:** 动力位移是地震工程、军事武器设计和结构健康监测等领域重要的物理量,但在实际测试过程中,通常能直接量测的只有振动加速度信号。由于受环境等不确定性测试条件影响,加速度信号不可避免地含有低频和高频噪声,导致在加速度积分过程中,速度和位移时程会产生较为明显的漂移现象。基于贝叶斯理论框架,构建了动力位移贝叶斯学习识别方法,针对不同噪声工况(白噪声、人工噪声)反演获取了位移响应,识别出的动力位移与解析位移基本一致;利用大型振动台试验数据,对比了不同性能加速度传感信号反演的位移,并分析了其不确定性。结果表明:该动力位移贝叶斯学习识别方法在加速度-位移关系表征方面具备一定的优势,可不依赖对加速度信号的处理实现位移求解,从而避免了噪声累积误差导致的位移积分失真。

**关键词:** 信号处理; 贝叶斯推理; 位移重构; 不确定性分析

**中图分类号:** TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)04-1054-08

**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.04.019

## 1 概 述

振动过程中的物理量测试及表征是地震工程、军事武器设计、结构健康监测、飞行器及医学等多行业的共性科学问题<sup>[1-6]</sup>,众多研究成果都指向加速度-位移关系这一关键转换指标上。在实际测试过程中,通常在直接测量振动加速度信号后通过积分得到位移数据,积分方法大体上分为时域积分法及频域积分法,时域积分法直接对所测加速度信号进行一次积分和二次积分获得速度响应与位移响应;频域积分法通过傅里叶变换将时域信号转换为频域信号,然后在频域内进行积分计算,最后将频域信号通过傅里叶逆变换重构时域信号。由于加速度测试常受到噪声干扰,导致积分得到的速度和位移产生漂移现象。众多学者在本领域开展研究工作并取得了一些研究成果, SINHA 等<sup>[7]</sup>研究表明,采用 Newton-Cotes 积分公式为代表的时域积分难以获得相对准确的速度或位移,而采用四阶 Runge-Kutta 方法等高阶积分算法,干扰噪声会引起更大的误差。Boore 等<sup>[8]</sup>指出在震动记录中不可避免地含有低频和高频噪声,高频噪声需要低通滤波器进行滤波,低频则需要基线修正以还原地震造成的永久位移,但对于分段参数的确定并没有标准且有效的方法;

Dai 等<sup>[9]</sup>采用 L1 范数的方法针对基线校正问题提出了一种最优化并可自行对基线分段识别的方法;郑水明等<sup>[10]</sup>、陈为真等<sup>[11]</sup>将加速度进行基线校正并积分给出了准确度显著提高的位移结果;Lee 等<sup>[12]</sup>则是从设计更具适应性的信号滤波器的角度入手开展研究,提出了 FDM-FIR 滤波器;Hong 等<sup>[13]</sup>通过改进 FDM-FIR 滤波器,提出了 FEM-FIR 滤波器,在频域内确定控制方程的正则系数,并结合有限元思想,将加速度看成梁的弯矩、速度看成转角、位移看成挠度,运用形函数计算结构的振动响应。这些方法针对的对象都是加速度信号中的噪声项,通过各种信号处理手段实现降噪并使得积分位移更趋合理,但实现零噪声的积分条件难度极大,因此,积分获取动力位移结果或多或少存在偏差。

以概率统计为基础的机器学习在近年来受到工业界和学术界的极大关注,并在视觉、语音、自然语言、生物、结构健康监测等领域获得了很多重要的成功应用。其中贝叶斯方法作为重要分支得到了大量应用,从单变量的分类与回归到多变量的结构化输出预测、从有监督学习到无监督及半监督学习等<sup>[14-18]</sup>,加速度-位移关系的研究情况如表 1 所示。

本文采用贝叶斯推理基本理论框架,针对加速度与位移的基本函数关系,从位移信号入手,提出了一种可多次迭代实现位移最优化的方法。采用单自

表1 加速度-位移关系的研究情况

Tab. 1 Research status of acceleration-displacement relationship

研究领域	研究方法	年份	研究者
结构健康检测	零初值法	2016	林楠,等 <sup>[1]</sup>
军事武器设计	对加速度传感器参数频率及数据误差类型进行仿真分析	2018	徐磊,等 <sup>[2]</sup>
军事武器设计	经验模态分解法(EMD)和最小二乘法(SLS)	2012	陆凡东,等 <sup>[3]</sup>
飞行器设计	提出通过遥测加速度振动信号时域数值积分和最小二乘法相结合的方法消除零漂对积分结果精度的影响	2018	王万金,等 <sup>[4]</sup>
医学	以高精度加速度传感器ADXL355为核心器件,设计低功耗、高精度无线加速度采集系统	2018	曹文,等 <sup>[5]</sup>
地震工程	最小二乘法支持向量机的加速度位移测量方法	2018	Tezcan, et al <sup>[6]</sup>
机械工程	采用Newton-Cotes积分公式为代表的时域积分难以获得相对准确的速度或位移,而采用四阶Runge-Kutta方法等高阶积分算法,干扰噪声会引起更大的误差	1993	SINHA, et al <sup>[7]</sup>
地震工程	指出在地震动记录中不可避免地含有低频和高频噪声,高频噪声需要低通滤波器进行滤波,低频则需要基线修正以还原地震造成的永久位移,但对于分段参数的确定并没有标准且有效的方法	2005	Boore, et al <sup>[8]</sup>
地震工程	采用L1范数的方法针对基线校正问题提出了一种最优化并可自行对基线分段识别的方法	2020	Dai, et al <sup>[9]</sup>
地震工程	将加速度进行基线校正并积分给出了准确度显著提高的位移结果	2010	郑水明,等 <sup>[10]</sup> 、 陈为真,等 <sup>[11]</sup>
地震工程	提出了FDM-FIR滤波器	2010	Lee, et al <sup>[12]</sup>
信号处理	通过改进FDM-FIR滤波器,提出了FEM-FIR滤波器	2013	Hong, et al <sup>[13]</sup>
医学	贝叶斯机器学习	2019	Madhukar, et al <sup>[14]</sup>
结构健康检测	贝叶斯压缩感知方法	2014	Huang, et al <sup>[15]</sup>
人工智能	贝叶斯网模型	2003	冀俊忠,等 <sup>[16]</sup>
动力工程	融合专家先验知识和单调性约束的贝叶斯网络参数学习方法	2020	曾强,等 <sup>[17]</sup>
信息工程	稀疏贝叶斯学习的迭代关联成像算法	2019	李瑞,等 <sup>[18]</sup>

由度体系获取的加速度-位移解析关系,采用不同验证工况,证明该方法的适用性及可行性。最后,选取大型振动台模型试验数据,通过对比优质及不良的加速度传感信号,分别反演给出位移数据及其不确定性,结果表明该方法在加速度-位移关系表征方面具备一定的优势,并可依赖对加速度信号的处理实现位移求解。

## 2 基于贝叶斯推理的加速度-位移关系

### 2.1 理论方法

测定的加速度信号  $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_N]^T$ , 与之对应的位移信号的向量表征为  $\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_N]^T$ , 在给定初始条件下, 位移可采用加速度数值积分的方法(Newmark- $\beta$ 法, Wilson- $\theta$ 法等)进行求解, 数值方法在一定程度上可求解出加速度-位移的积分关系, 但低频漂移问题会使得加速度积分获取的位移数据过大(低频下限过低)或过小(低频下限过高)。本文基于贝叶斯推理从加速

度-位移关系进行算法设计:

$$\mathbf{A}\mathbf{d} = \mathbf{a}\Delta t^2 \quad (1)$$

式中  $\mathbf{d}$  为位移向量;  $\mathbf{a}$  为加速度向量;  $\Delta t$  为加速度采样时间间隔; 矩阵  $\mathbf{A}$  为差分矩阵, 如下式所示:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ & & & \vdots & \vdots \\ & & & & \vdots & \vdots \\ & & & & & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ & & & & & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{N \times (N+2)} \quad (2)$$

由于加速度测试过程中存在噪声信号, 式(1)的求解过程将产生欠定性和病态性等求解问题, 此时常采用正则化约束方法将式(1)改写为:

$$\mathcal{J}(\mathbf{d}) = \|\mathbf{A}\mathbf{d} - \mathbf{a}\Delta t^2\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{d}\|_2^2 \quad (3)$$

式中  $\lambda$  为惩罚参数。

从贝叶斯推理角度, 式(3)可定义为目标求解的位移  $\mathbf{d}$  的后验分布, 并采用最大后验概率(Maximum a Posteriori Probability, MAP)估算, 估算式为<sup>[19-20]</sup>:

$$p(d, \sigma^2, \tau^2 | \tilde{a}) \propto p(\tilde{a} | d, \sigma^2) p(d | \tau^2) p(\sigma^2) p(\tau^2) \quad (4)$$

$$\{\hat{d}, \hat{\sigma}^2, \hat{\tau}^2\} = \arg \max_{\{d, \sigma^2, \tau^2\}} \{p(d, \sigma^2, \tau^2 | \tilde{a})\} \quad (5)$$

式中  $\hat{d}$  为位移  $d$  的估计值;  $\tau^2, \sigma^2$  为超参数; 将向量  $a\Delta t^2$  表示为  $\tilde{a}$ ,  $p(\tilde{a} | d, \sigma^2)$  为似然函数,  $p(d | \tau^2)$  为位移向量  $d$  的先验概率密度函数, 可分别由下式的高斯分布 (Gaussian Distribution) 表示:

$$p(\tilde{a} | d, \sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|Ad - \tilde{a}\|^2\right) \quad (6)$$

$$p(d | \tau^2) \propto \frac{1}{\tau^N} \exp\left(-\frac{1}{2\tau^2} \|d\|^2\right) \quad (7)$$

式中  $p(\sigma^2)$  与  $p(\tau^2)$  分别为超参数  $\sigma^2$  与  $\tau^2$  的共轭先验概率密度函数, 并可分别采用下式的逆伽马分布 (Inverse-Gamma Distribution) 表示:

$$p(\sigma^2) = \frac{\beta_0^{\alpha_0}}{\Gamma(\alpha_0)} \sigma^{-2(\alpha_0+1)} e^{-\beta_0 \sigma^{-2}} \quad (8)$$

$$p(\tau^2) = \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} \tau^{-2(\alpha_1+1)} e^{-\beta_1 \tau^{-2}} \quad (9)$$

式中  $\alpha_0, \beta_0, \alpha_1, \beta_1$  为共轭先验分布的超参数<sup>[19]</sup>。

将式(5), (6), (7)和(8)代入式(4)可得:

$$p(d, \sigma^2, \tau^2 | \tilde{a}) \propto \frac{\tau^{-2(\alpha_1+1)-N}}{\sigma^{2(\alpha_0+1)+N}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|Ad - \tilde{a}\|^2 - \frac{1}{2\tau^2} \|d\|^2 - \beta_0 \sigma^{-2} - \beta_1 \tau^{-2}\right) \quad (10)$$

将式(10)取对数, 并分别对目标求解的  $d, \sigma^2, \tau^2$  进行求导取0, 可得3个目标量之间的迭代关系:

$$\hat{d} = \left\{ A^T A + \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\tau}^2} \mathbf{I} \right\}^{-1} A^T \tilde{a} \quad (11)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\|Ad - \tilde{a}\|^2 + 2\beta_0}{N + 2(\alpha_0 + 1)} \quad (12)$$

$$\hat{\tau}^2 = \frac{\|\hat{d}\|^2 + 2\beta_1}{N + 2(\alpha_1 + 1)} \quad (13)$$

基于贝叶斯推理的加速度-位移关系可由多次迭代获取位移最优解, 参数也将在多次迭代后收敛。在算法收敛性方面, 本文选取的计算收敛条件如下式所示:

$$\|\hat{d}_{k+1} - \hat{d}_k\| / \|\hat{d}_k\| \geq \epsilon \quad (14)$$

式中  $k$  为迭代次数,  $\epsilon$  取为  $1 \times 10^{-6}$ 。

## 2.2 方法验证

为了验证本方法的可行性, 设计了单自由度系统, 如图1所示。采用 Newmark- $\beta$  法计算获取单自由度系统顶部加速度  $\ddot{u}$  与位移  $u$ , 两者为解析关系;

选取 Kobe 地震记录作为基底输入 ( $\ddot{u}_g$ ), 验证方法的适用性与可行性。输入地震动及顶部获取的加速度、位移时程曲线如图1所示。

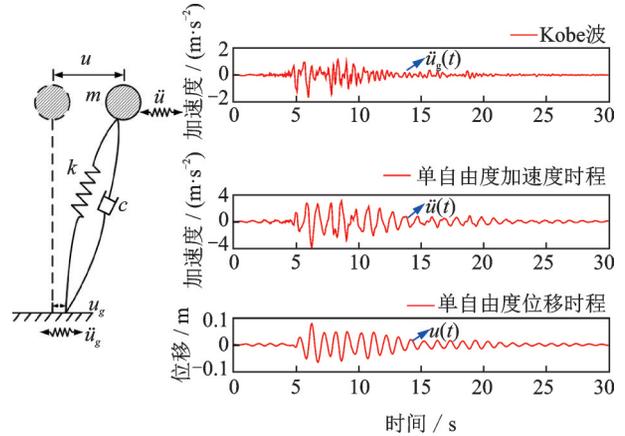


图1 单自由度系统模型输入、顶部加速度及位移时程曲线  
Fig. 1 Input, top acceleration and displacement time history curves of single-degree-of-freedom system model

采用本方法, 以模拟得到的顶部加速度数据作为输入, 计算得到的位移时程与解析位移对比如图2所示, 图3为参数的迭代过程。在加速度信号上分别加5%, 10%及20%的白噪声后, 识别的位移参数与解析位移参数关系如表2所示。由图2, 3和表2可知: 采用贝叶斯推理方法, 计算参数可实现自行迭代, 位移时程数据也在多次迭代后与解析解实现一致, 即使在加速度信号中添加随机噪声, 仍可有效识别位移。

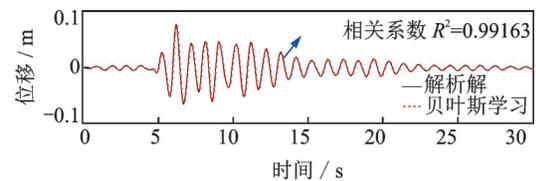


图2 基于贝叶斯推理的位移时程与解析位移时程曲线对比 (无噪声)

Fig. 2 Comparison of displacement time history and analytic displacement time history curves based on Bayesian inference (noiseless)

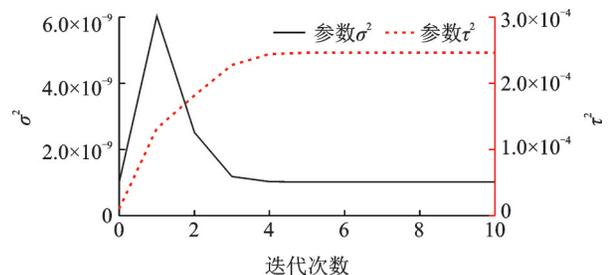


图3 参数迭代过程

Fig. 3 Parametric iterative process

**表2 加速度信号加噪声后识别的位移与解析位移关系**  
**Tab.2 The relationship between recognized displacement and analytic displacement after acceleration signal plus noise**

参数	位移峰值/m	波形相关系数
解析位移峰值	0.077	1.000
0% 白噪声	0.077	0.999
5% 白噪声	0.076	0.990
10% 白噪声	0.077	0.986
20% 白噪声	0.075	0.991

在地震工程应用中,强地震动数据由于受到各种干扰,如放大器随周围环境温度变化引起的零点漂移、传感器频率范围外低频性能的不稳定以及周边环境的噪声、振动干扰,对偏离基线的地震动信号进行积分变换得到的速度、位移可能完

全失真。为模拟这类工程应用问题,本文设计了Kobe地震记录附加典型的两段式人工噪声模型,原始地震记录、基线及加人工噪声后地震动如图4所示。采用图4的地震动加噪记录作为计算输入,应用贝叶斯推理方法给出的位移时程与解析位移时程对比如图5所示。由图5可知:采用贝叶斯推理给出的位移识别能较好地处理基线漂移的地震动数据,并给出合理的位移时程;附加两段式人工噪声后,强非线性会对结构位移响应产生影响,随着基线幅值的减小,计算精度会逐步提高并接近解析解,说明此算法的鲁棒性较强,在地震动数据处理中,可较为准确地识别出位移时程,并能适应不同噪声工况。

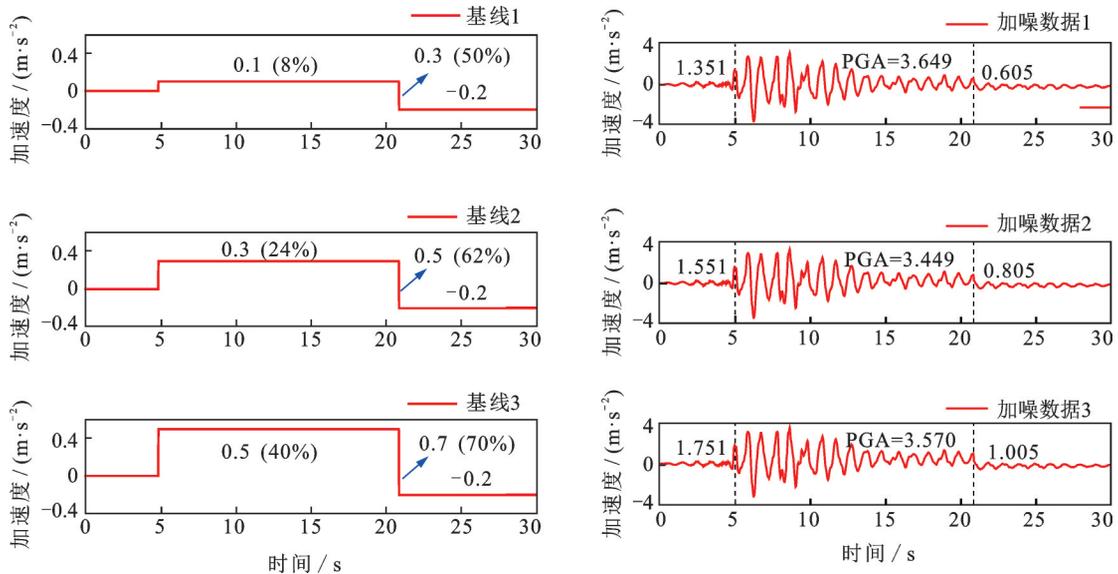


图4 基线及加噪加速度数据

Fig. 4 Baseline and contaminated acceleration data

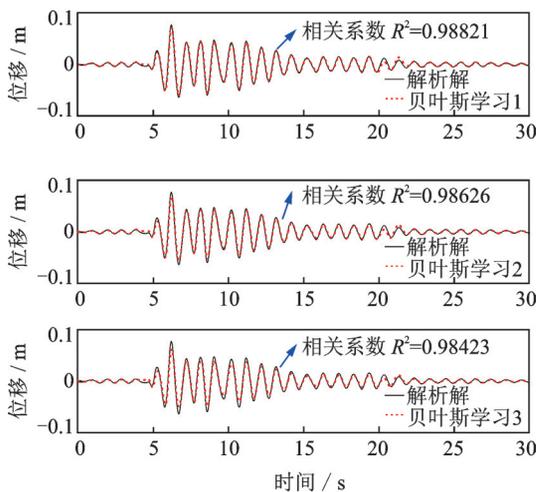


图5 基于贝叶斯推理的位移时程与解析位移时程曲线对比  
 Fig. 5 Comparison of displacement time history and analytic displacement time history curves based on Bayesian inference

### 3 重大结构工程振动台模型试验中的应用

#### 3.1 高层结构振动台模型试验

将本文提出的方法应用在结构大型振动台模型试验中,选取6层单筒钢结构房屋,结构形式及传感器布设如图6所示<sup>[20]</sup>。选取本次试验数据是由于位于同楼层的加速度传感器X6E(测点A)工作性能良好,而加速度传感器X6W(测点B)出现了异常状态,且对两侧位移均进行了测试,这为本方法在实际应用中的验证提供了良好的数据。同楼层加速度及位移时程如图7所示。由图7可知:同楼层位移响应基本一致,测点B处加速度数据出现异常(传感器倾斜或松动)。

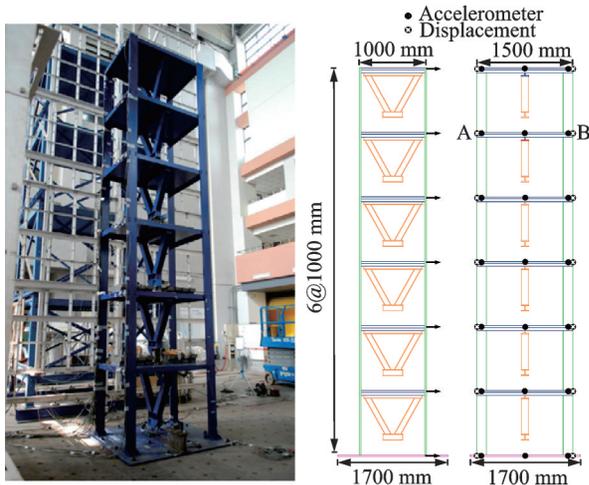
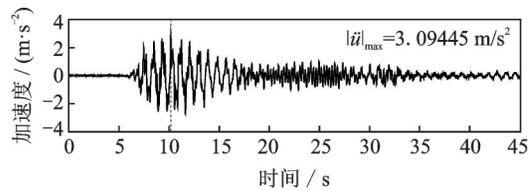


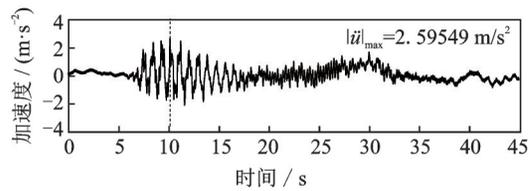
图6 高层结构振动台模型试验设计

Fig. 6 Shaking table model test design of high-rise structure



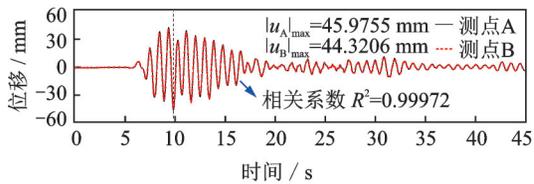
(a) 测点A的加速度时程

(a) The acceleration time history of measuring point A



(b) 测点B的加速度时程

(b) The acceleration time history of measuring point B



(c) 测点A, B的位移时程

(c) The displacement time history of measuring points A and B

图7 同楼层测点的加速度及位移时程

Fig. 7 Test acceleration and displacement time history on the same floor

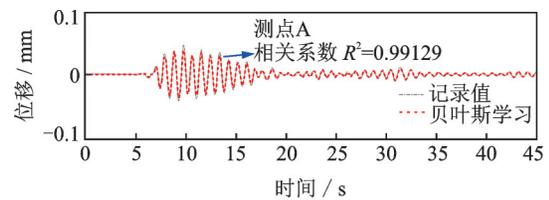
### 3.2 数据分析

采用本文提出的算法分别对加速度数据识别获取的位移时程、频域响应如图8(测点A、测点B)所示。对于测点A,识别获取的位移数据在时域与频域均与实测位移吻合较好,当加速度信号出现显著的多次、多段偏移情况(测点B),从位移时程波形角度,可发现其与测试波形较为一致,峰值略小于测试位移,两者的频域响应基本一致。针对测点B,采用不确定性分析方法对识别获取的位移时程不确定性进行衡量。对于高斯随机变量,采用海塞矩阵(Hes-

sian Matrix)可求解其协方差矩阵(两者为互逆关系),对角及非对角元素的求解如下式所示<sup>[21]</sup>:

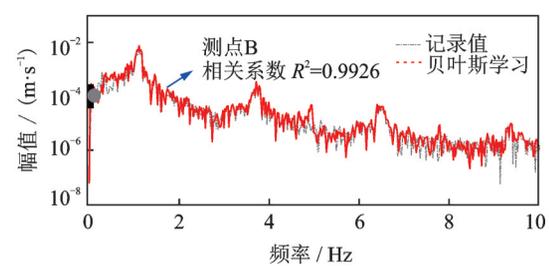
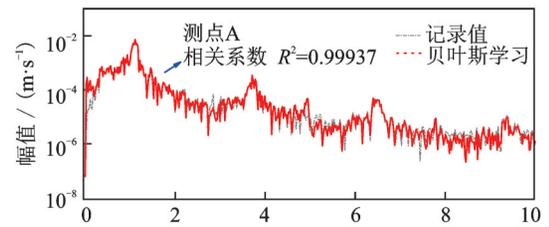
$$H^{(i,i)}(d) = \left[ \frac{\partial}{\partial d_i} \left( \frac{\partial \mathcal{J}(d)}{\partial d_i} \right) \right] \approx \frac{\mathcal{J}(d + \Delta d_i) - 2\mathcal{J}(d) + \mathcal{J}(d - \Delta d_i)}{(\Delta d_i)^2} \quad (15)$$

$$H^{(i,i')} (d) = \left[ \frac{\partial}{\partial d_{i'}} \left( \frac{\partial \mathcal{J}(d)}{\partial d_i} \right) \right] \approx \frac{1}{4\Delta d_i \Delta d_{i'}} [\mathcal{J}(d + \Delta d_i + \Delta d_{i'}) - \mathcal{J}(d + \Delta d_i - \Delta d_{i'}) - \frac{1}{4\Delta d_i \Delta d_{i'}} [\mathcal{J}(d - \Delta d_i + \Delta d_{i'}) + \mathcal{J}(d - \Delta d_i - \Delta d_{i'})]] \quad (16)$$



(a) 楼层测点A位移响应的识别

(a) Identification of displacement response at floor measuring point A



(b) 楼层测点A, B傅里叶谱与测试时程对比

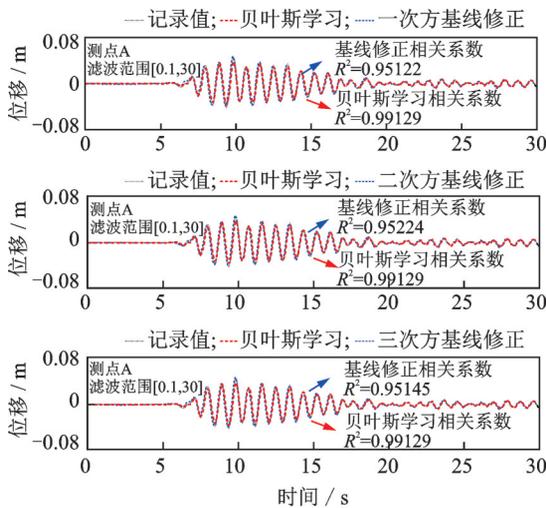
(b) The Fourier spectra response at floor measuring point A and B were compared with the test time history

图8 楼层测点A, B位移响应的识别与测试时程对比  
Fig. 8 Identification of displacement response at floor measuring point A and B and comparison with test time history

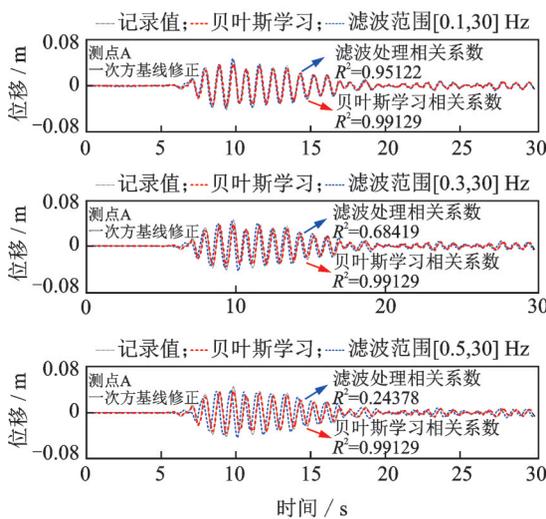
由于位移目标函数为隐式,因此采用差分方法对其矩阵元素进行求解,摄动量( $\Delta d_i$ 及 $\Delta d_{i'}$ )均取为识别位移峰值的 $1 \times 10^{-3}$ 。

图9给出了传统方法(基线校正、滤波处理)下测点A的位移时程与贝叶斯方法、测试结果进行的对比。由图9可知,选用不同的基线、滤波范围进行

处理时,会对位移时程的计算精度产生显著影响,尤其是滤波范围下限的选取对计算精度会产生比较大的影响,而贝叶斯方法在保证计算精度的条件下,采用信息更新算法,可以获取最优参数。图10给出了识别位移正负一倍标准差与实测结果的对比。由图10可知,识别获取的位移与实测差异性均在一倍标准差范围内;利用各采样点识别位移量及协方差进行蒙特卡罗模拟(1000次),可以给出识别后位移各采样点的概率分布。图11给出了A,B,C,D,E,F六个时刻,识别位移点的概率分布,任意时刻均有类似的分布特点,最终可给出带有概率含义的识别位移。



(a) 不同基线校正下测点A位移响应与贝叶斯、测试时程对比  
(a) The displacement response at measuring point A with different baseline corrections was compared with Bayesian and test time history



(b) 不同滤波范围下测点A位移响应与贝叶斯、测试时程对比  
(b) The displacement response at measuring point A under different filter ranges was compared with Bayesian and test time history

图9 传统方法下测点A位移响应与贝叶斯、测试时程对比  
Fig. 9 The displacement response at measuring point A under traditional methods was compared with Bayesian and test time history

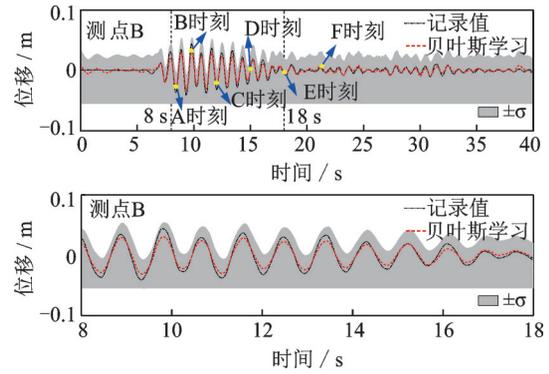


图10 加速度多段偏移识别位移不确定性分析  
Fig. 10 Analysis of displacement uncertainty in multi-segment acceleration migration identification

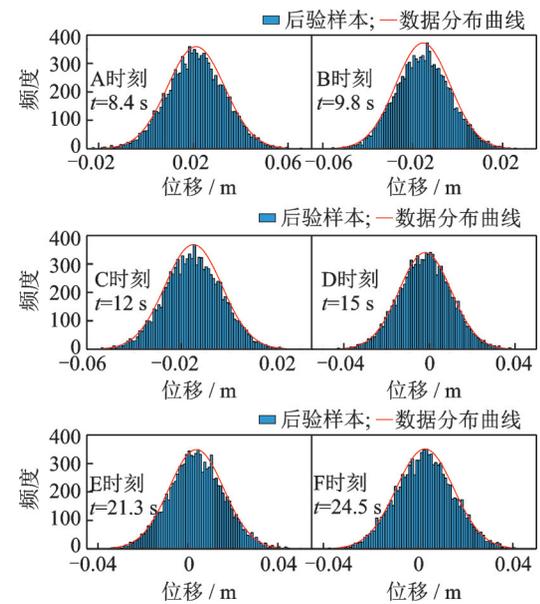


图11 位移时程曲线A~F的概率密度分布

Fig. 11 The probability density distribution at time A~F of the displacement time history curves

## 4 结 论

本文基于贝叶斯理论基本框架,构建了动力位移贝叶斯学习识别方法,最终结论如下:

(1) 针对采用加速度获取位移的实际问题,首先给出了位移识别的理论推导,并采用单自由度系统模拟给出的加速度、位移解析数据,分别模拟了不同噪声(白噪声、人工噪声)工况条件,结果表明:识别获取的动力位移与解析位移基本一致。

(2) 利用高层结构大型振动台试验数据,通过对比性能优良及不良的加速度传感信号,反演给出了楼层的动力位移数据,并分析了数据的不确定性,对方法的适用性及可行性进行了验证。结果表明:本文提出的加速度-位移识别方法可较为准确地给出位移时程,在时域及频域的表现均较好,该方法在加

速度-位移关系表征方面具备一定的优势,并可不必依赖对加速度信号的处理实现位移求解,从而避免了噪声累积误差使得积分求解位移的失真。

(3)本文从贝叶斯学习角度构建加速度-位移关系,给出带有概率分布含义的位移最优解,这是位移求解的新角度,有别于传统信号处理方法(只给出积分位移量,无法给出解的概率),本文重点构建方法的理论架构并验证。实际应用中,高精度差分矩阵和惩罚函数的选取是关键问题,针对大变形问题(地震近场位移、结构倒塌等),高精度差分式的引入对算法稳定性将具有一定的修正意义。

### 参考文献:

- [1] 林楠,李东升,李宏男.基于零初值的测试加速度积分速度与位移的方法[J].中国科学:技术科学,2016,46(6):602-614.  
LIN Nan, LI Dongsheng, LI Hongnan, Novel integration method of measured acceleration to velocity and displacement based on zero initial condition[J]. Scientia Sinica (Technologica), 2016, 46(6): 602-614.
- [2] 徐磊,房立清,霍瑞坤,等.加速度数据误差对弹道积分解算的影响分析[J].火炮发射与控制学报,2018,39(3):27-30.  
XU Lei, FANG Liqing, HUO Ruikun, et al. An analysis of the effects of acceleration data error on the accuracy of trajectory integral solution [J]. Journal of Gun Launch & Control, 2018, 39(3): 27-30.
- [3] 陆凡东,方向,郭涛,等.EMD与SLS法在爆破振动加速度信号时域积分中的应用[J].振动与冲击,2012,31(9):90-93.  
LU Fandong, FANG Xiang, GUO Tao, et al. Application of EMD and SLS in time integration of blasting vibration acceleration[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(9): 90-93.
- [4] 王万金,张志国,徐洪洲.含零漂的遥测加速度振动信号时域积分方法研究[J].计算机测量与控制,2018,26(9):255-258.  
WANG Wanjin, ZHANG Zhiguo, XU Hongzhou. Research of telemetry acceleration vibration signals with zero drift in time domain integration[J]. Computer Measurement & Control, 2018, 26(9): 255-258.
- [5] 曹文,司高潮,姚永杰,等.基于ADXL355加速度传感器的人体呼吸位移测量[J].医疗卫生装备,2018,39(9):1-5.  
CAO Wen, SI Gaochao, YAO Yongjie, et al. Measurement of human respiratory displacement based on ADXL355 acceleration sensor[J]. Chinese Medical Equipment Journal, 2018, 39(9): 1-5.
- [6] Tezcan Jale, Marin-Artieda C C. Least square support vector machine-based approach to obtain displacement from measured acceleration[J]. Advances in Engineering Software, 2018, 115: 357-362.
- [7] SINHA S C, WU D H, JUNEJA V, et al. Analysis of dynamic systems with periodically varying parameters via Chebyshev polynomials[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1993, 115(1): 96-102.
- [8] Boore M D, Bommer J J. Processing of strong-motion accelerograms: needs, options and consequences [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2005, 25(2): 93-115.
- [9] Dai Zhijun, Li Xiaojun, Chen Su, et al. Baseline correction based on L1-Norm optimization and its verification by a computer vision method [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2020, 131: 106047.
- [10] 郑水明,周宝峰,温睿智,等.强震动加速度记录基线校正问题探讨[J].大地测量与地球动力学,2010,30(3):47-50.  
ZHENG Shuiming, ZHOU Baofeng, WEN Ruizhi, et al. Discussion on baseline correction of strong motion data [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2010, 30(3): 47-50.
- [11] 陈为真,汪秉文,胡晓娅.基于时域积分的加速度信号处理[J].华中科技大学学报(自然科学版),2010,38(1):1-4.  
CHEN Weizhen, WANG Bingwen, HU Xiaoya. Acceleration signal processing by numerical integration [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2010, 38(1): 1-4.
- [12] Lee H S, Hong Y H, Park H W. Design of an FIR filter for the displacement reconstruction using measured acceleration in low-frequency dominant structures [J]. International Journal for Numerical Method in Engineering, 2010, 82(4): 403-434.
- [13] Hong Y H, Lee S G, Lee H S. Design of the FEM-FIR filter for displacement reconstruction using accelerations and displacements measured at different sampling rates [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 38(2): 460-481.
- [14] Madhukar N S, Khade P K, Huang L, et al. A Bayesian machine learning approach for drug target identification using diverse data types [J]. Nature Communications, 2019, 10(1): 1-14.
- [15] Huang Y, Beck J L, Wu S, et al. Robust Bayesian compressive sensing for signals in structural health monitoring [J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2014, 29(3): 160-179.
- [16] 冀俊忠,刘椿年,沙志强.贝叶斯网模型的学习、推理和应用[J].计算机工程与应用,2003,39(5):24-27.  
JI Junzhong, LIU Chunnian, SHA Zhiqiang. Bayesian belief network model learning, inference and applica-

- tions[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2003, 39(5): 24-27.
- [17] 曾强, 黄政, 魏曙寰. 融合专家先验知识和单调性约束的贝叶斯网络参数学习方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2020, 42(3): 646-652.
- ZENG Qiang, HUANG Zheng, WEI Shuhuan. Bayesian network parameter learning method based on expert priori knowledge and monotonic constraints [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2020, 42 (3) : 646-652.
- [18] 李瑞, 张群, 苏令华, 等. 基于稀疏贝叶斯学习的双基雷达关联成像[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(12): 2865-2872.
- LI Rui, ZHANG Qun, SU Linghua, et al. Bistatic radar coincidence imaging based on sparse Bayesian Learning[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(12): 2865-2872.
- [19] Yuen K V, Mu H Q. A novel probabilistic method for robust parametric identification and outlier detection[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2012, 30: 48-59.
- [20] Kim J, Lynch J P. Subspace system identification of support-excited structures-part I: theory and black-box system identification [J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2012, 41: 2235-2251.
- [21] Yuen K V. *Bayesian Methods for Structural Dynamics and Civil Engineering*[M]. Singapore: John Wiley & Sons, 2010.

## Bayesian inference-based acceleration-displacement relation recognition method

CHEN Su<sup>1</sup>, WANG Zi-yan<sup>1</sup>, LI Xiao-jun<sup>1,2</sup>, DAI Zhi-jun<sup>2</sup>, FU Lei<sup>2</sup>, SUN Hao<sup>3,4</sup>

(1. The Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering of Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. Institute of Geophysics, China Earthquake Administration, Beijing 100081, China; 3. Gaoling School of Artificial Intelligence, Renmin University of China, Beijing 100872, China; 4. Department of Civil and Environmental Engineering, Northeastern University, Boston 02115, USA)

**Abstract:** Dynamic displacement is an important physical quantity in the fields of seismic engineering, military weapon design, and structural health monitoring. In the actual test process, the acceleration can usually be directly measured. Due to the uncertain test conditions such as the environment, the acceleration signal is unavoidable contains low-frequency and high-frequency noise, which causes a significant drift in velocity and displacement during the acceleration integration process. Based on the theoretical framework of Bayesian inference, a Bayesian learning dynamic displacement identification method is constructed. The results show that, the displacement response obtained by inversion for different noise conditions (white noise, artificial noise) is basically consistent with the analytical displacement; the displacements of inversion of acceleration sensor signals with different performances are compared by using a large shaking table test data, and their uncertainty is analyzed. The results show that this method has certain advantages in the characterization of the acceleration-displacement relationship, and can achieve the displacement solution without relying on the processing of the acceleration signal, thereby avoiding the displacement integral distortion caused by the accumulated noise error.

**Key words:** signal processing; Bayesian inference; displacement reconstruction; uncertainty analysis

**作者简介:** 陈 苏(1986—),男,博士,教授。电话:(010)68729388; E-mail: chensuchina@126.com。

**通讯作者:** 李小军(1965—),男,博士,教授。电话:(010)68729388; E-mail: beerli@vip.sina.com。