

多激励下结构反共振频率的计算和配置

史英沙^{1,2}, 黎 胜^{1,2}

(1. 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;

2. 大连理工大学船舶工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 反共振频率是指结构在激励力作用下, 某个自由度的振动响应为零的频率, 其在结构的局部振动控制中具有重要意义。提出了一种结构在多激励作用下反共振频率的计算方法, 并基于该计算方法和部分特征结构配置方法实现了结构在多激励作用下反共振频率的配置。基于结构的质量阵、刚度阵和激励力向量构造出一个线性矩阵, 该矩阵的特征值即为多激励作用下结构的反共振频率。分别以线性面载荷激励的矩形板和多个激励下的弹簧质量系统为例, 计算了反共振频率, 并使用质量阵/刚度阵修改方法和附加简单振子方法配置了结构的反共振频率。数值结果验证了计算方法和配置方法的准确性。

关键词: 反共振频率; 振动控制; 多激励; 分布力; 频率配置

中图分类号: O322; TB535 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)05-1244-07

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.05.007

引 言

在结构动力学中, 反共振是指系统的某个自由度在特定频率下的稳态振动幅值为零^[1]。因此反共振在结构的局部振动控制中具有重要的应用价值。目前反共振主要应用于结构的隔振系统^[2-5]。反共振是系统的局部现象, 不仅与结构的质量和刚度相关, 还与激励位置和响应输出位置相关, 不同的激励位置和响应输出位置存在不同的反共振频率。目前对反共振的研究主要是考虑单个激励的作用, 而在实际工程应用中, 结构受力较为复杂, 有时会受到多个激励力甚至是分布力的作用, 此时结构某个自由度的振动响应与所有的激励力大小及其位置相关。因此在多个激励力, 甚至是分布力作用时, 分析和研究结构某一位置的振动响应为零的频率具有重要意义。目前的文献主要是针对单输入单输出时的反共振频率的计算和灵敏度分析^[6-8]。对单输入单输出时的反共振频率的计算方法主要有两种: 划去质量阵和刚度阵的相关行和列来构造子矩阵方法, 以及 Wang 等^[6]使用的零空间构造矩阵方法。前者无法应用于多个激励作用下的反共振频率的计算, 后者虽可以计算多个激励作用下的反共振频率, 但构造出的矩阵没有明确的物理意义, 难以应用于对反共振频率的配置中。

在结构的动力学控制中, 根据不同需求使用主动方法或被动方法对结构的反共振频率进行配置, 以达到在稳态激励下某一位置振动响应为零的目的。Mottershead^[9]使用测量导纳方法对原点导纳或跨点导纳的反共振频率进行配置。Kyprianou 等^[10]证明通过附加质量弹簧简单振子可以实现对任意反共振频率的配置。Mottershead 等^[11]使用主动振动控制对反共振频率进行配置。Tsai 等^[12]使用逆结构修改方法同时配置一个导纳函数的两个反共振频率。但是上述文献主要关注于单激励系统的反共振频率配置, 而对多个激励力作用时的反共振频率配置研究较少。Shi 等^[13]基于测量导纳的结构修改方法提出了在结构受到多个力作用时的反共振频率的配置, 但该方法局限于对一个反共振频率的配置, 并且不能直接计算得到反共振频率。目前通过部分特征结构配置的方法可实现对多个共振频率的配置^[14-17], 而对多个反共振频率的配置研究较少。若部分特征结构配置方法可应用于反共振频率的配置, 将对结构的局部振动控制具有重要的意义。

本文主要计算和配置了结构受到多个激励力时的反共振频率, 通过构造矩阵, 使得矩阵的特征值为多激励作用下的反共振频率, 从而实现对复杂激励下反共振频率的直接计算。并且基于上述反共振频率的计算方法可把部分特征结构配置方法应用于对多个反共振频率的配置中, 从而实现对多激励作用

收稿日期: 2022-03-23; **修订日期:** 2022-04-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11772080); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(DUT20LAB308)。

下反共振频率的配置。本文分别利用了质量阵/刚度阵修改以及附加一个自由度的简单振子的修改方法,对多激励作用下结构的一个或两个反共振频率进行配置。以线性面载荷激励下的矩形钢板为例研究了分布力下反共振频率的计算和配置,并以多个力激励下的六自由度质量弹簧系统为例研究了多激励下的反共振频率的计算和配置。

1 理 论

1.1 多激励作用下反共振频率的计算

无阻尼结构受迫振动时,系统的运动方程为:

$$[K - \omega^2 M]x = F \quad (1)$$

式中 M 和 K 分别为结构的质量阵和刚度阵; ω 为激励力频率; x 为位移向量; F 为节点激励力向量。

当结构受到分布力作用时,可将分布力转换为等效节点力 F 进行计算。系统的位移响应为:

$$x = Z^{-1}(\omega)F = (K - \omega^2 M)^{-1}F \quad (2)$$

式中 $Z^{-1}(\omega) = H(\omega)$ 为结构的导纳矩阵,矩阵元素 h_{pq} 的求解公式为:

$$h_{pq} = \frac{Z_{pq}^*}{|Z|} = \frac{\text{adj}(K - \omega^2 M)_{pq}}{\det(K - \omega^2 M)} \quad (3)$$

式中 Z_{pq}^* 为矩阵元素 z_{pq} 的代数余子式; $|Z|$ 为矩阵 Z 的行列式; \det 为矩阵的行列式; adj 为矩阵元素的代数余子式。

式(3)中分母为零的频率为结构的共振频率。当分子 $\text{adj}(K - \omega^2 M)_{pq} = 0$ 时,所求频率即为激励力作用在 q 自由度时, p 自由度的响应输出为零的反共振频率。

结构受到多个激励作用时, p 自由度处的振动位移响应为:

$$x_p = f_1 h_{p1} + f_2 h_{p2} + \dots + f_n h_{pn} \quad (4)$$

当位移 $x_p = 0$, 式(4)可写为:

$$f_1 Z_{p1}^* + f_2 Z_{p2}^* + \dots + f_n Z_{pn}^* = 0 \quad (5)$$

根据行列式性质,式(5)可转化为用激励力向量转置 F^T 来替换阻抗矩阵 Z 的 p 行元素的行列式,即为:

$$\begin{vmatrix} z_{11} & \dots & z_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ f_1 & \dots & f_n \\ \vdots & & \vdots \\ z_{n1} & \dots & z_{nn} \end{vmatrix} = 0 \quad (6)$$

式中 $z_{ij} = k_{ij} - \omega^2 m_{ij}$, 其中 $i, j = 1, \dots, n$; F 为实向量。

因此在求解式(6)时可将系统的刚度阵、质量阵

中 p 行元素分别替换为 $k_{pr} = f_r$, $m_{pr} = 0$, 其中 $r = 1, \dots, n$, 从而形成新的矩阵 \bar{K} 和 \bar{M} , 并且式(6)可转化为广义特征值问题的形式:

$$[\bar{K} - \omega^2 \bar{M}] \bar{x} = 0 \quad (7)$$

式(7)求得的特征值即为多激励作用下 p 自由度的反共振频率,特征向量没有具体的物理意义。结构仅有部分自由度受到激励力时,其他自由度的激励力为零,利用上述方法依旧可求解此时的振动位移响应为零的频率。

1.2 多激励作用下反共振频率的配置

1.2.1 基于结构修改的多激励下反共振频率配置

无阻尼结构自由振动时的运动方程为:

$$[K - \omega^2 M]x(\omega) = 0 \quad (8)$$

公式(8)的广义特征值为结构共振频率的平方 ω^2 , 而公式(6)和(7)的特征值为多个激励力作用下结构反共振频率的平方。目前相关文献可通过对结构特征值进行配置实现对共振频率的配置。参考 Mottershead 等^[18]对共振频率和振型节点的配置方法,可实现多个激励力甚至分布力作用下结构反共振频率的配置。

根据文献[18]中的配置方法,在对多激励作用下的结构反共振频率 ω_a 配置时,公式(7)左乘 $\bar{H}(\omega_a) = (\bar{K} - \omega_a^2 \bar{M})^{-1}$, 可得到如下等式:

$$\left[\mathbf{I} + \bar{H}(\omega_a) \begin{bmatrix} 0 & & & \\ & \ddots & & \\ & & k_g & \\ & & & \ddots \\ & & & & 0 \end{bmatrix} \right] \bar{x} = 0 \quad (9)$$

式中 \mathbf{I} 为单位阵; k_g 为 g 自由度的刚度修改量,且修改位置与响应输出位置不相同,即 $p \neq g$ 。

根据公式(9)可以得到在位移响应位置 p 处和结构修改位置 g 处的等式分别为:

$$\begin{aligned} \bar{x}_p + k_g \bar{h}_{pg}(\omega_a) \bar{x}_g &= 0, \\ [1 + k_g \bar{h}_{gg}(\omega_a)] \bar{x}_g &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

式中 当 $\bar{x}_p = 0$, $\bar{x}_g \neq 0$ 时,可得在 g 处刚度的修改量为:

$$k_g = -\frac{1}{\bar{h}_{gg}} \quad (11)$$

同理,对结构进行质量修改时,在响应输出位置和修改位置的等式分别如下:

$$\begin{aligned} \bar{x}_p - \omega_a^2 m_g \bar{h}_{pg}(\omega_a) \bar{x}_g &= 0, \\ [1 - \omega_a^2 m_g \bar{h}_{gg}(\omega_a)] \bar{x}_g &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

令 $x_p = 0$, 可得到质量修改量为:

$$m_g = \frac{1}{\omega_a^2 \bar{h}_{gg}(\omega_a)} \quad (13)$$

在构造广义特征值时用激励力向量替换了结构阻抗矩阵中响应位置的相关元素,因此该结构修改方法仅适用于配置一个响应输出位置的反共振频率,而无法同时配置多个位置的反共振频率。目前已有相关文献通过对特征值的配置实现对多个共振频率的配置。因此基于相关计算方法也通过对构造特征值的配置实现多激励作用下多个反共振频率的配置。

1.2.2 附加一个自由度的简单振子的反共振频率配置

Kyprianou 等^[10]通过对系统附加一个质量弹簧系统来配置共振频率的方法可扩展应用于反共振频率的配置。其配置共振频率的方法如下文所述,在配置多激励作用下的反共振频率时仅需将文献[10]中的刚度阵 K 和质量阵 M 分别替换为公式(7)中的 \bar{K} 和 \bar{M} 。

假设结构有 n 个自由度,并且在第 n 个自由度处增加一个简单振子,如图 1 所示。简单振子连接的自由度 n 与反共振响应输出自由度 p 不同,即 $n \neq p$ 。

简单振子的质量和刚度分别为 dm 和 dk 。此时结构的运动方程为^[10]:

$$\begin{bmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1n} & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ z_{n1} & \cdots & z_{nn} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \\ dx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & -dk & dk \\ 0 & \cdots & dk & -dk + \omega^2 dm \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \\ dx \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中 等式左侧 $z_{ij} = k_{ij} - \omega^2 m_{ij}$, 其中 $i, j = 1, \dots, n$, 是求解特征值的系统阻抗阵。

根据文献[10]公式推导,求解系统特征值的等式为: $dk - \omega^2 dm - \omega^2 dmdk h_{nn} = 0$ 。在式(14)中存在两个未知量 dk 和 dm 。

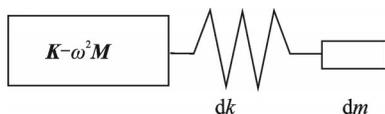


图 1 连接在第 n 个自由度上的简单振子

Fig.1 Simple oscillator connected to the n th degree of freedom

当配置一个特征值频率 ω_i 时,简单振子的刚度为^[10]:

$$dk = \frac{\omega_i^2 dm}{1 - \omega_i^2 dm h_{nn}(\omega_i)} \quad (15)$$

式中 $h_{nn}(\omega_i)$ 为连接简单振子的结构自由度 n 的原点导纳频响函数。为了令 $dk > 0$, 质量和特征频率应满足不等式^[10]:

$$h_{nn}(\omega_i) < 1/(\omega_i^2 dm) \text{ 且 } dm > 0 \quad (16)$$

当同时配置两个特征频率 ω_i 和 ω_j 时,振子的质量为^[10]:

$$dm = \frac{\omega_i^2 - \omega_j^2}{[h_{nn}(\omega_j) - h_{nn}(\omega_i)] \omega_i^2 \omega_j^2} \quad (17)$$

为了使得 $dm > 0$, 特征频率及连接位置的自由度的导纳函数需要满足以下不等式^[10]:

$$\begin{aligned} &(\omega_i^2 - \omega_j^2) > 0 \text{ 且 } h_{nn}(\omega_j) - h_{nn}(\omega_i) > 0 \\ \text{或 } &(\omega_i^2 - \omega_j^2) < 0 \text{ 且 } h_{nn}(\omega_j) - h_{nn}(\omega_i) < 0 \end{aligned} \quad (18)$$

2 数值算例

2.1 矩形板反共振频率的计算和配置

以图 2 所示的矩形钢板为例,其中板长 $L_x = 0.455$ m, 板宽 $L_y = 0.379$ m, 板厚 $h = 0.003$ m, 钢板密度 $\rho_s = 7850$ kg/m³, 杨氏模量 $E = 2.1 \times 10^{11}$ N/m², 泊松比 $\nu = 0.3$, 边界条件为四边简支。计算中采用四边形等参元对矩形板进行离散, 网格为 16×16 , 共有 289 个节点, 803 个自由度。钢板受到垂直板面向下的线性面载荷激励, 对板上节点 a 的反共振频率进行计算和配置, 计算结果如表 1 所示。

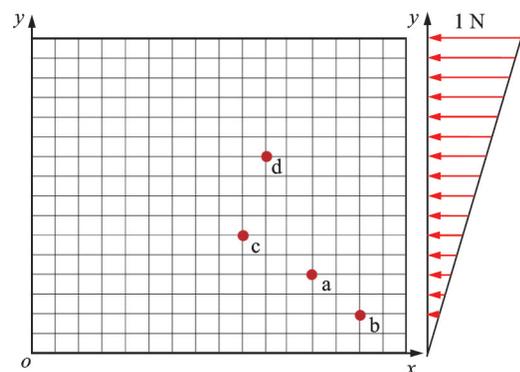


图 2 受线性面载荷的矩形板

Fig.2 The rectangular plate subjected to a linear surface load

首先通过对结构质量阵/刚度阵修改的方法将 300 Hz 配置为节点 a 的反共振频率, 选择修改的位置为节点 b, 通过质量阵/刚度阵修改方法得到需要的修改量为: $\Delta k = -2.992 \times 10^6$ N/m 或 $\Delta m = 0.842$ kg。在节点 b 增加质量后, 节点 a 的反共振频率见表 1 (质量阵/刚度阵修改), 并且节点 a 的频响曲线如图 3 所示。结构修改后节点 a 在 300 Hz 的振动响应为零, 即通过结构修改把 300 Hz 配置为节点

表 1 节点 a 的反共振频率(单位:Hz)

Tab. 1 Antiresonant frequency of node a (Unit: Hz)

频率配置前		频率配置后		
本文方法	文献[6]方法	质量阵/ 刚度阵修改	简单振子- 1个频率	简单振子- 2个频率
193.39	193.39	191.62	191.31	200.00
344.56	344.56	296.00	300.00	300.00
462.43	462.43	300.00	314.68	374.46
539.47	539.47	462.23	460.50	462.16
599.91	599.91	555.38	539.58	540.77
631.18	631.18	618.15	601.17	599.71
—	—	660.03	634.12	634.81

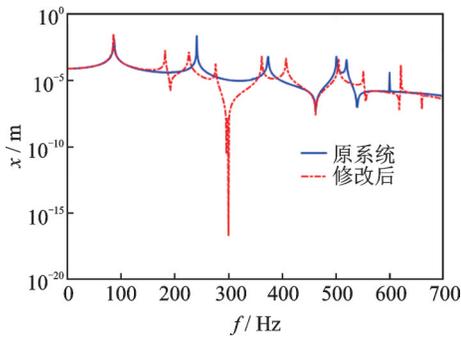


图 3 质量修改后节点 a 的频响曲线

Fig. 3 Frequency response curves of node a after mass modification

a 的反共振频率。

此外也可通过附加简单振子的方法将 300 Hz 配置为节点 a 的反共振频率。在实际工程中可根据已知约束选择符合要求的简单振子的连接位置、质量和刚度。在本算例中要求简单振子的质量和刚度都较小。选择振子的质量和刚度时,首先根据不等式(16)计算连接在不同节点时振子质量的取值范围,然后选取令不等式(16)在各个节点时均成立的振子质量 dm ,再通过公式(15)计算连接在各节点时振子的刚度 dk ,最后选取最小 dk 为振子刚度,它的节点为简单振子的连接位置。在本算例中振子连接在不同节点时不等式(16)均成立的质量范围为 $0 < dm < 0.0889$ kg。当选取 $dm = 0.05$ kg,计算得到在节点 c 处 dk 最小, $dk = 1.3712 \times 10^5$ N/m。附加后的节点 a 的反共振频率见表 1(简单振子-1 个频率),频响函数曲线如图 4 所示。附加简单振子后节点 a 在 300 Hz 处的振动响应为零。

当使用简单振子将 200 和 300 Hz 同时配置为节点 a 的反共振频率,在选取振子附连的位置时需要满足不等式(18),并且要求振子的质量和刚度都较小。在本算例中根据公式(17)振子附加在节点 d 时振子质量最小为 $dm = 0.1187$ kg,此时振子的刚度为 $dk = 3.5186 \times 10^5$ N/m。附加后的节点 a 的反共振

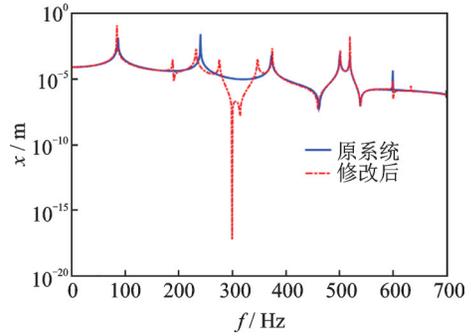


图 4 简单振子-1 个频率节点 a 的频响曲线

Fig. 4 Frequency response curves of node a attached to simple oscillator after assigning one frequency

频率见表 1(简单振子-2 个频率),频响函数曲线如图 5 所示。配置后 200 和 300 Hz 已是节点 a 的反共振频率,见表 1 和图 5。

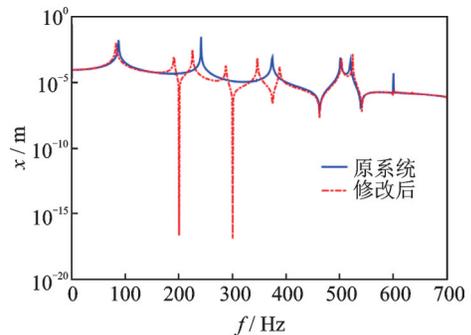


图 5 简单振子-2 个频率节点 a 的频响曲线

Fig. 5 Frequency response curves of node a attached to simple oscillator after assigning two frequencies

2.2 六自由度质量弹簧系统反共振频率的计算和配置

以六个自由度的质量弹簧系统为例^[18],如图 6 所示,质量块 1~6 的激励力向量为 $F^T = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6]^T$,此时分别使用本文方法和文献[6]中方法计算得到质量块 1 的反共振频率,如表 2 所示。

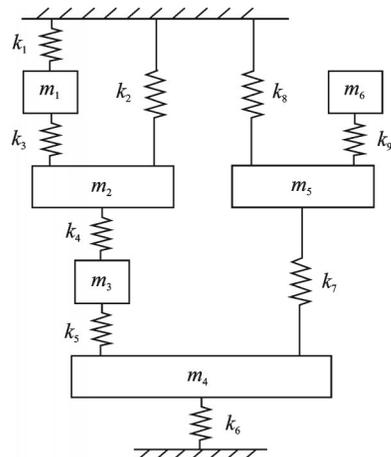


图 6 六自由度质量弹簧系统

Fig. 6 The mass-spring system of six degrees of freedom

表2 质量块1的反共振频率(单位:Hz)

Tab. 2 Antiresonant frequency of mass block 1 (Unit: Hz)

文献[6] 方法	本文 方法	质量阵/ 刚度阵修改	附加简单振子	
			1个频率	2个频率
0.13	0.13	0.15	0.071	0.148
$0.23-0.03i$	$0.23-0.03i$	$0.23-0.03i$	0.15	0.15
$0.23+0.03i$	$0.23+0.03i$	$0.23+0.03i$	$0.23-0.03i$	0.25
0.33	0.33	0.33	$0.23+0.03i$	0.29
0.35	0.35	0.35	0.33	$0.34-0.01i$
—	Inf	Inf	0.35	$0.34+0.01i$
—	—	—	Inf	Inf

若使用质量阵/刚度阵修改方法将 1.5 rad/s 配置为跨点导纳 h_{45} 的零点时,在第3自由度处进行刚度修改,通过公式(11)计算得到刚度的修改量为 $k_3^* = 0.4605 \text{ N/m}$,与文献[9]中的刚度修改计算结果相同。

质量弹簧系统受到多个激励时,根据表2中质量块1的反共振频率,要求将 0.15 Hz 配置为质量块1的反共振频率。使用质量阵/刚度阵修改方法对第6自由度处进行结构修改,计算可得 $\Delta k_6 = -1/\bar{h}_{(6,6)} = 0.1707 \text{ N/m}$ 。修改后质量块1的反共振频率见表2,且质量块1处的位移频响曲线如图7所示。由表2和图7可知,在多个激励力作用下,质量块1在 0.15 Hz 的振动位移响应为零。

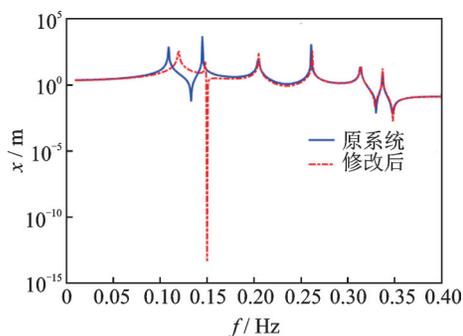


图7 结构修改前后质量块1处的位移响应曲线

Fig. 7 Displacement response curves of mass block 1 before and after structural modification

通过对结构附加简单振子来配置质量块1在多个激励下的反共振频率 0.15 Hz ,此时通过 \bar{K} 和 \bar{M} 构造的矩阵的原点导纳分别为 $h = [0.1516 \ 0.2459 \ 1.5117 \ 1.0699 \ -0.3278 \ -5.8597]$ 。可计算得到简单振子连接在各自由度时均满足不等式(16)的振子质量 dm 的范围,即当 $0 < dm < 0.7447 \text{ kg}$ 时,振子可连接在任意自由度。但因为振子的连接自由度不能与响应输出自由度相同,因此在本算例中,振子不能附加在质量块1处。选取

$dm = 0.5 \text{ kg}$,根据公式(15)计算得到振子连接在2~6自由度时的刚度为 $dk = [0.4986 \ 1.3515 \ 0.8463 \ 0.3877 \ 0.1233] \text{ N/m}$ 。以连接的简单振子刚度较小为目标,将简单振子连接在第6自由度上。在增加简单振子后,质量块1的反共振频率见表2(1个频率),且附加简单振子前后的位移频响曲线如图8所示。可以发现通过附加质量为 0.5 kg 、刚度为 0.1233 N/m 的简单振子后,质量块1在配置的频率 0.15 Hz 时的位移响应为零,即 0.15 Hz 为配置出的反共振频率。

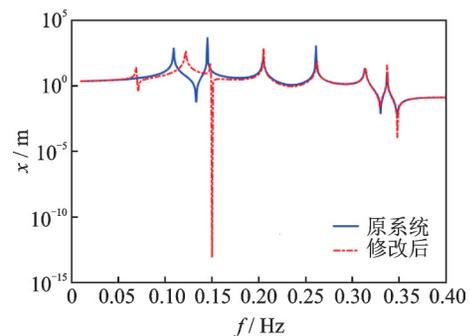


图8 附加简单振子前后质量块1处的位移响应曲线

Fig. 8 Displacement response curves of mass block 1 before and after attaching a simple oscillator

通过附加简单振子同时配置2个反共振频率时,假设质量块1分别在 0.15 和 0.25 Hz 的振动位移响应为零。计算发现只有将简单振子连接在质量块2或3时, $dm > 0$, $dk > 0$,以及不等式(18)才得以满足,此时它们的质量和刚度分别为 $dm_2 = 1.0562 \text{ kg}$, $dk_2 = 1.2195 \text{ N/m}$; $dm_3 = 0.3824 \text{ kg}$, $dk_3 = 0.6983 \text{ N/m}$ 。以连接的简单振子的质量和刚度小为原则,选取将简单振子连接在位置3处。结构修改后使得质量块1的位移为零的频率见表2(2个频率),附加前后的位移频响曲线如图9所示。数值结果显示使用附加简单振子后质量块1在两个配置频率 0.15 和 0.25 Hz 处的振动位移为零。

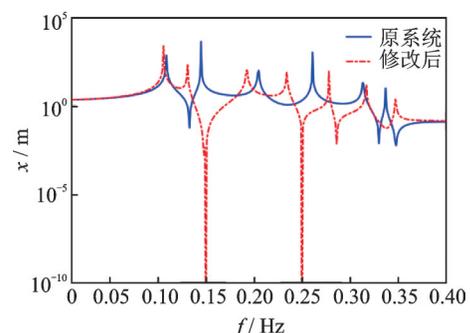


图9 配置2个频率时质量块1处的位移响应曲线

Fig. 9 Displacement response curves of mass block 1 after assigning two frequencies

3 结 论

本文提出了一种计算结构在多激励作用下某自由度振动位移为零的频率的方法。该方法通过结合激励力向量与质量阵和刚度阵从而构造出新的线性矩阵,使得矩阵的广义特征值为多激励作用下结构的反共振频率,并使用部分特征值配置方法实现了多激励作用下结构的反共振频率的配置。在本文中分别计算和配置了线性面载荷激励的矩形板和多个激励下的六自由度系统的反共振频率。数值结果表明,结构在多激励或分布力作用下的计算方法和配置方法的有效性,为结构复杂受力下的反共振频率的研究提供了参考。

参考文献:

- [1] 胡海岩. 论线性系统的反共振问题[J]. 动力学与控制学报, 2018, 16(5): 385-390.
HU Haiyan. On anti-resonance problem of a linear system [J]. Journal of Dynamics and Control, 2018, 16(5): 385-390.
- [2] 付源, 李树森, 刘九庆, 等. 双级驱动隔振系统反共振频率控制器设计与验证[J]. 光学精密工程, 2021, 29(8): 1899-1909.
FU Yuan, LI Shusen, LIU Jiuqing, et al. Design and verification of anti-resonance frequency controller for two stage drive vibration isolation system[J]. Optics and Precision Engineering, 2021, 29(8): 1899-1909.
- [3] 张赣波, 赵耀. 动力反共振液压浮筏的隔振特性分析[J]. 中国造船, 2020, 61(3): 33-46.
ZHANG Ganbo, ZHAO Yao. Analysis of vibration isolation characteristics of dynamic anti-resonant hydraulic raft[J]. Shipbuilding of China, 2020, 61(3): 33-46.
- [4] 肖晗, 董兴建, 彭志科, 等. 液压式动力反共振隔振器带宽分析[J]. 振动与冲击, 2018, 37(6): 130-134.
XIAO Han, DONG Xingjian, PENG Zhike, et al. Analysis on the bandwidth of hydraulic anti-resonant vibration isolators [J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(6): 130-134.
- [5] 李园园, 陈国平, 王轲. 直升机旋翼/机身动力反共振隔振器的优化设计[J]. 振动与冲击, 2016, 35(15): 115-121.
LI Yuanyuan, CHEN Guoping, WANG Ke. Optimization design for dynamic anti-resonance isolators of helicopters' rotor/fuselage[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(15): 115-121.
- [6] Wang B P, Kirk J P. Matrix formulation for minimum response of undamped structures[J]. AIAA Journal, 2006, 44(12): 3072-3079.
- [7] Fu Z F, He J M. Modal Analysis [M]. Boston, Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001: 118-119.
- [8] Mottershead J E. On the zeros of structural frequency response functions and their sensitivities [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 1998, 12(5): 591-597.
- [9] Mottershead J E. Structural modification for the assignment of zeros using measured receptances [J]. Journal of Applied Mechanics-transactions of the ASME, 2001, 68(5): 791-798.
- [10] Kyprianou A, Mottershead J E, Ouyang H J. Assignment of natural frequencies by an added mass and one or more springs [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2004, 18(2): 263-289.
- [11] Mottershead J E, Tehrani M G, James S, et al. Active vibration suppression by pole-zero placement using measured receptances [J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 311(3-5): 1391-1408.
- [12] Tsai S H, Ouyang H J, Chang J Y. Inverse structural modifications of a geared rotor-bearing system for frequency assignment using measured receptances [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 110: 59-72.
- [13] Shi Y S, Li S. An inverse modification method for assigning anti-resonant frequencies [J]. Applied Acoustics, 2020, 170: 107524.
- [14] Belotti R, Richiedei D, Trevisani A. Optimal design of vibrating systems through partial eigenstructure assignment [J]. Journal of Mechanical Design, 2016, 138(7): 071402.
- [15] Liu Z H, Li W Y, Ouyang H J, et al. Eigenstructure assignment in vibrating systems based on receptances [J]. Archive of Applied Mechanics, 2015, 85(6): 713-724.
- [16] Ouyang H J, Zhang J F. Passive modifications for partial assignment of natural frequencies of mass-spring systems [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 50-51: 214-226.
- [17] Kyprianou A, Mottershead J E, Ouyang H J. Structural modification. Part 2: assignment of natural frequencies and antiresonances by an added beam [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 284(1-2): 267-281.
- [18] Mottershead J E, Mares C, Friswell M I. An Inverse Method for The Assignment of Vibration Nodes [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2001, 15(1): 87-100.

Computation and assignment of antiresonant frequency of structure under multiple excitation forces

SHI Ying-sha^{1,2}, LI Sheng^{1,2}

(1.State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China; 2.School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: Anti-resonance is of great significance in the local vibration control of structures. Generally, the antiresonance frequency refers to the frequency at which the vibration response of a degree of freedom is zero when a structure is subjected to an excitation force. In this paper, a method for computing the antiresonance frequency under multiple excitation forces is proposed. And the antiresonance frequency can also be assigned with the calculation method and methods of partial eigenvector assignment. A linear matrix is constructed with the mass matrix, the stiffness matrix and the excitation force vector, so that the eigenvalue of the linear matrix is the antiresonance frequency under multiple excitation forces. In this paper, the antiresonance frequencies are calculated for a rectangular plate excited by linear surface loads and a spring-mass system under multiple excitations. In addition, the antiresonance frequency of the structures is assigned by structural modification and attaching a simple oscillator. Numerical results verify the accuracy of the calculation method and configuration method.

Key words: antiresonant frequency; vibration control; multiple excitation forces; distributed force; frequency assignment

作者简介: 史英沙(1995—),女,博士研究生。电话: 18941165995; E-mail: shiyingsha@mail.dlut.edu.cn。

通讯作者: 黎 胜(1973—),男,博士,教授。电话: (0411)84706702; E-mail: shengli@dlut.edu.cn。