

振动波分离引起的能量耗散性能分析

徐文健^{1,2}, 王 栋¹

(1. 西北工业大学航空学院, 陕西 西安 710072; 2. 中国航天科工集团八五一一研究所, 江苏 南京 210007)

摘要:通过在结构上附加阻尼弹簧支撑,利用非经典阻尼引起的模态复化效应使系统产生振动局部化现象,研究了简支梁结构在简谐波激励作用下振动响应的抑制问题。采用波传播法描述结构的位移响应,利用阻尼弹簧支撑限制行进波分量向梁左侧区域的传播,从而实现了行波和驻波的空间分离和振动能量的定向传递。采用振动功率流方法分析了结构中的波形转换、能量储存和流动,确定了振动能量的流动方向。详细研究了阻尼弹簧支撑设计对梁结构振动能量的耗散作用,揭示了行波与驻波分离发生时时刻振动能量的传递规律。通过典型算例,充分展示了利用阻尼弹簧支撑抑制结构振动响应的效果。探讨了激励频率、支撑刚度、位置和阻尼系数等参数对振动能量耗散性能的影响,比较了不同设计方案的抑振效果和能量耗散状况。

关键词: 能量耗散; 振动响应局部化; 振动功率流; 行波与驻波分离; 阻尼弹簧支撑

中图分类号: O328 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)05-1292-08

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.05.013

引言

当前,工程结构所受到的载荷环境更加复杂,工程结构设计日益向集成化和智能化方向发展,因此对其振动响应及噪声水平的限制也越来越严苛^[1]。现已有多种方法和技术用来控制结构的振动响应水平、抑制噪声的传播。其中被动(耗能)减振装置以其稳定性好、设计加工简单、无需能量供给等优势而被广泛采用^[2-3]。在汽车、桥梁和飞机等工程结构的振动控制领域,人们提出了通过优化结构设计、局部附加动力吸振器和动力隔离装置等方法抑制结构的振动。针对宽频、瞬态外激励引起的振动问题,可以通过附加非线性冲击吸振器或能量阱等装置,将振动能量定向引导至特定区域内并快速有效地耗散掉^[4-6]。

通常,振动波通过特定形式在结构内部传播^[7]。对于有限长连续体结构,其振动响应往往以驻波叠加的形式表现^[8]。若能从结构振动响应中分离出行波,则振动就可以在有限长弹性体中以波动的形式传播,从而构造出振动能量在结构内单向传递的区域并加以限制和利用^[9-12]。而详细分析结构内部振动波的传递现象对于所采取的振动能量耗散策略及其吸收装置参数的设计至关重要。如在振动系统中引入局部阻尼,结构将产生模态复化效应,振动系统

内部将可能发生行波和驻波的分离以及空间定向传播现象,进而实现振动能量单向传递机制,为结构被动控制策略提供新的途径^[12]。

当结构的参数设计不易修改时,还可通过对结构附加支撑的方式改善振动系统的刚度分布及其动态特性,如改善结构的固有频率和振型^[13-14]、抑制结构的振动水平^[14]、平衡结构的支撑约束反力^[15]等。王栋等^[16]通过在输液管道结构上附加弹性支撑(支架)的方法,有效控制了输液管道系统的固有频率值,避免结构与外激励发生有害的共振,并且探讨了附加支承的最小刚度和最优位置对管道系统第一阶固有频率的影响。李炆等^[17]研究了两端带有弹性支撑的轴向运动梁模型的横向振动问题,通过计算力传递率分析系统的隔振效果。赵小颖等^[18]建立了带有中间弹簧支撑的轴向运动梁的动力学控制方程,发现弹簧能够显著改变梁的横向振动特性。

以上研究大多关注的是结构附加了弹性支撑的固有频率和振动位移变化情况,并未从振动波传播和能量传递的角度分析振动的传递与能量的耗散问题。实际上,振动能量的耗散是抑制振动响应的根本途径之一。因此,分析附加弹性支撑的结构中振动波的传播途径,控制振动波的行进与定向传播条件,对实现振动能量的定向传递和耗散具有非常重要的理论意义,对工程结构附加弹性支撑的设计也具有明确的指导作用。

本文对简支梁结构附加阻尼弹簧支撑的抑振效果进行研究,探讨了系统振动响应达到稳态以后的能量分布情况,分析了振动能量的传递规律和耗散过程。采用局部附加阻尼的方法,探讨了简支梁结构在简谐位移激励下行波和驻波的空间分离现象,进而实现振动能量的耗散和结构减振。运用功率流理论研究了一维连续体结构的振动,计算了系统振动能量耗散率,并详细分析了附加支撑的设计参数对行波与驻波发生分离的影响。

1 振动波的描述

波传播法(Wave Propagation Approach, WPA)是描述位移响应振动波的基本方法之一^[19]。吴崇建^[19]利用WPA法分析了梁结构振动功率流的一般表达式,并通过实验验证了功率流理论的计算值与实际测量值具有很好的一致性。

对于长度为 L 的无阻尼线弹性欧拉-伯努利(Euler-Bernoulli)均匀截面梁,如图 1 所示。假设材料的弹性模量为 E ,截面惯性矩为 I ,单位长度的质量为 m 。用 x 表示沿梁轴线方向的无量纲坐标。当承受随空间和时间变化的外载荷 $p(x, t)$ 作用时,若跨中无附加支撑,则梁的横向振动位移可用四阶偏微分方程表示:

$$\frac{EI}{L^4} \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} = p(x, t) \quad (1)$$

式中 EI 为梁的抗弯刚度; $v(x, t)$ 为梁的横向位移。若外激励是简谐激励,则其稳态解也是简谐函数。采用分离变量法将振动位移响应分解为空间和时间函数两部分:

$$v(x, t) = V(x) \cdot e^{j\omega t} \quad (2)$$

式中 ω 为外激励频率。于是,梁的位移响应的幅值(特征)函数 $V(x)$ 可表示为^[20]:

$$V(x) = A_1 e^{kx} + A_2 e^{-kx} + A_3 e^{jkx} + A_4 e^{-jkx} \quad (3)$$

其中,未知系数 $A_n (n=1, 2, 3, 4)$ 可通过梁的边界条件确定。 k 为梁弯曲波的波数, $k^4 = \frac{mL^4 \omega^2}{EI}$ 。则梁的稳态响应可表示成:

$$v(x, t) = (A_1 e^{kx} + A_2 e^{-kx} + A_3 e^{jkx} + A_4 e^{-jkx}) \cdot e^{j\omega t} \quad (4)$$

式(4)描述了梁结构的振动弯曲波,式中的 $A_1 e^{kx}$ 项和 $A_2 e^{-kx}$ 项均为实数,分别表示沿横坐标轴(梁的轴线)负向和正向的近场波。由于近场波具有不传播、迅速衰减的性质,因此也被称为渐逝波或瞬逝波^[20]。但在结构的“间断”点,近场波将会扮演波形转换的角色。 $A_3 e^{jkx}$ 项和 $A_4 e^{-jkx}$ 项均为复数,

$A_3 e^{jkx}$ 表示沿坐标负向传播的行进波,而 $A_4 e^{-jkx}$ 表示沿坐标正向传播的行进波,即传播波。

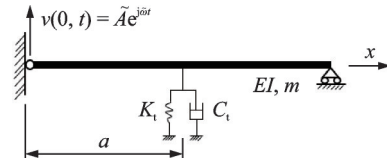


图 1 局部附加阻尼弹簧支撑的简支梁

Fig. 1 Schematic for a pinned-pinned beam attached with a damping-spring support

2 梁内部行波与驻波的空间分离

若在简支梁跨中某个位置 $x=a$ 处,附加一个带阻尼的阻尼弹簧支撑。即梁通过线弹簧 K_1 和黏滞阻尼器 C_1 与地面连接,如图 1 所示。在梁的左端边界施加沿垂直方向的简谐位移激励 $v(0, t) = \tilde{A} e^{j\omega t}$ 。其中 \tilde{A} 表示位移激励的幅值。

为了方便以后的研究推导,首先对系统的各参数进行无量纲化处理:

$$\bar{A} = \frac{\tilde{A}}{L}, c = \sqrt{\frac{EI}{mL^4}}, \tau = ct, \omega = \frac{\tilde{\omega}}{c} \quad (5)$$

$$k_1 = \frac{K_1 L^3}{EI}, c_1 = \frac{C_1 c L^3}{EI} \quad (6)$$

式中 c 为梁振动的时域无量纲化因子,单位是 s^{-1} 。

对式(1)进行无量纲化处理,假设简支梁不受外力作用,即 $p(x, \tau) = 0$,并将附加支撑作为边界处理^[12],可在支撑两侧的区域分别得到系统振动的微分控制方程:

$$v_{1,xxxx}(x, \tau) + v_{1,\tau\tau}(x, \tau) = 0, \quad 0 \leq x \leq a^- \quad (7)$$

$$v_{2,xxxx}(x, \tau) + v_{2,\tau\tau}(x, \tau) = 0, \quad a^+ \leq x \leq 1 \quad (8)$$

式中 $v_{,xxxx}$ 表示对 x 求四阶导数; $v_{,\tau\tau}$ 表示对 τ 求二阶导数。

假设简支梁初始是静止的,即 $v(x, 0) = v_{,\tau}(x, 0) = 0$,在无量纲化坐标系下,其边界条件可以表示成:

$$v_1(0, \tau) = \bar{A} e^{j\omega\tau}, v_{1,xx}(0, \tau) = 0 \quad (9a)$$

$$v_2(1, \tau) = 0, v_{2,xx}(1, \tau) = 0 \quad (9b)$$

在附加弹簧支撑处,简支梁两侧的位移和转角应保持连续:

$$v_1(a^-, \tau) = v_2(a^+, \tau), v_{1,x}(a^-, \tau) = v_{2,x}(a^+, \tau) \quad (10)$$

而在弹簧支撑位置左右两侧,梁截面上的弯矩和剪力应相互平衡:

$$v_{1,xx}(a^-, \tau) = v_{2,xx}(a^+, \tau) \quad (11)$$

$$v_{1,xxx}(a^-, \tau) - [k_1 v_1(a^-, \tau) + c_1 v_{1,\tau}(a^-, \tau)] = v_{2,xxx}(a^+, \tau) \quad (12)$$

利用分离变量法分别求解系统的稳态响应。此时 $k^4 = \omega^2$, 由式(3)可得梁结构每段内的位移稳态响应:

$$V_1(x) = A_{11}e^{kx} + A_{12}e^{-kx} + A_{13}e^{ikx} + A_{14}e^{-ikx}, \quad 0 \leq x \leq a^- \quad (13)$$

$$V_2(x) = A_{21}e^{kx} + A_{22}e^{-kx} + A_{23}e^{ikx} + A_{24}e^{-ikx}, \quad a^+ \leq x \leq 1 \quad (14)$$

为了实现支撑左侧区域内无向左的行进波的传播,左侧梁结构内的左行进波分量(第三项)应为零,即系数 $A_{13} = 0$,该系数可由左侧边界和跨中的支撑条件决定。当阻尼弹簧支撑的位置和简谐位移激励频率确定以后,通过约束条件 $A_{13} = 0$ 可以求得相应的弹性支撑刚度和阻尼系数。为了简化方程求解,用复系数 $\hat{k}_1^* = k_1^* + j\omega c_1^*$ 表示弹性支撑刚度:

$$\hat{k}_1^* = \frac{f(k, a)}{g(k, a)} \quad (15)$$

式中

$$f(k, a) = 4jk^3 \{ e^{k(a-1)(2+2j)} - e^{2k[(1+j)a-j]} \} \quad (16)$$

$$g(a, k) = e^{2ka} + je^{2jk(a-1)} + (1-j)e^{k(a-1)(2+2j)} - e^{k[2+a(3+j)]} - e^{k[a(1+3j)-2j]} + e^{k[a(3+3j)-2-2j]} - e^{2k(a-1)} + e^{ka(1+j)} - (1+j)e^{2k[a(1+j)-j]} + je^{2k[a(2+j)-1-j]} \quad (17)$$

此时系统会产生振动局部化的稳态响应。振动能量从简支梁的左边界以简谐激励的形式输入,以行波的方式从左向右传播,无反射地透过支撑,继续向前传播至右边界并发生全反射^[12]。由于已经要求在弹性支撑左侧($0 \leq x \leq a^-$)向左行进波分量为零,将没有振动波越过支撑回流到激励源位置。由行波携带的能量将被束缚在弹簧支撑的右侧($a^+ \leq x \leq 1$)区域内,并在右侧区域形成驻波,从而可实现行波与驻波在空间的定向分离现象^[12]。为了能实现上述振动局部化现象,支撑右侧区域的右行波和左行波必须具有相同的波数 k ,从而在该区域形成纯粹的驻波。当系统达到稳态后,由左边界输入的一部分能量将最终被阻尼单元耗散掉。

应当注意的是:弹性支撑复刚度系数 \hat{k}_1^* 的计算如式(15)~(17)所示,仅与梁的截面性能、支撑位置和激励频率有关,与简谐位移激励幅值 \bar{A} 无关。即无论激励幅值的大小如何,都能形成行波与驻波的分离现象。

用一个数值算例来验证以上结论。如图1所示的简支梁结构,在跨中 $a=0.2$ 处附加一个阻尼弹簧支撑。假设位移激励频率 $\omega = 100\pi$, $\bar{A} = 1$ 。由

式(15)可得: $\hat{k}_1^* = 4812.14$ 和 $c_1^* = 28.12$ 。图2所示为简支梁在一个周期内不同时刻的振动位移响应。

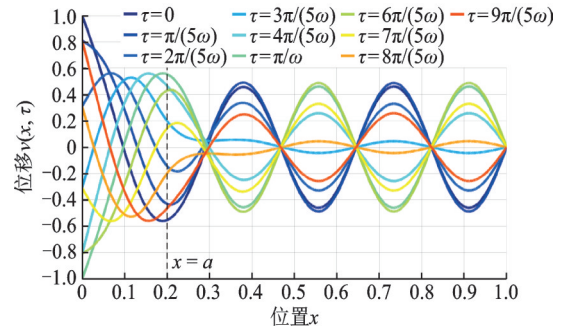


图2 在 $a=0.2$ 处附加一个支撑,激励频率 $\omega=100\pi$ 时简支梁在一个周期内不同时刻的位移响应

Fig.2 Displacement response at different moments in the pinned-pinned beam attached with a damping-spring support, when $a=0.2, \omega=100\pi$

如图2所示,简支梁结构上的振动行波与驻波发生了空间分离现象。行波主要出现在阻尼弹簧支撑的左侧区域,然后无反射地透过弹性支撑,传播至简支梁的右侧区域。由于入射波与反射波振幅相同、频率相同、振动方向相同,并且在同一直线上沿相反方向传播,叠加后形成了振动驻波。而弹性支撑左侧的左行进波分量为零,右侧的反射波未通过弹簧支撑处,因此驻波仅出现在弹簧支撑的右侧区域。此时驻波区域梁的最大振幅为0.49,仅为初始时刻简谐激励幅值的一半。这主要是由于弹簧支撑内的阻尼对系统振动能量进行了稳定消耗的结果。

附加阻尼弹簧支撑改变了梁的刚度分布,提高了结构的固有频率。表1列出了附加弹簧支撑前后简支梁的前五阶固有频率参数。外激励频率与结构的固有频率有较大差距,不会产生共振现象。由表1还可以发现结构的基频增加幅度最大,而第五阶固有频率没有变化。这是因为附加支撑刚好在简支梁第五阶振型的其中一个节点上。

表1 附加弹性支撑前后简支梁的固有频率参数

Tab.1 Natural frequency parameters of the pinned-pinned beam with/without the support attachment

模态阶次 n	固有频率参数 k_n^2	
	无支撑	附加弹性支撑
1	9.87	20.66
2	39.48	66.61
3	88.83	133.83
4	157.91	182.13
5	246.74	246.74
6	319.43	360.24

注: $k_n^2 = \omega_n^2 \sqrt{\frac{mL^4}{EI}}$ 。

为了研究行波与驻波的空间分离现象与激励频率的关系,现将激励频率改为 $\omega=200\pi$, 所得相应的弹簧刚度和阻尼系数如表 2 所示。此时简支梁振动位移响应如图 3(a) 所示, 在支撑位置右侧仍然出现了振动驻波。与图 2 相比驻波的个数由 4 个变成了 6 个, 这是由于在波速不变的情况下, 激励频率变大将导致波长变小, 支撑位置右侧出现的驻波个数也随之变多。

表 2 行波与驻波分离情况下振动系统参数及能量耗散率
Tab. 2 System parameters and energy dissipation ratios when the separation of traveling and standing waves occur in the beam

支撑位置 a	激励频率 ω	刚度 \hat{k}_i^*	阻尼 c_i^*	能量损耗率 $D/\%$
0.20	100π	4812.14	28.12	72.89
0.20	200π	6380.02	55.73	69.36
0.52	100π	8031.42	16.39	58.25

此外,若将弹簧支撑位置改为 $a=0.52$, 所得弹簧支撑参数如表 2 所示。此时简支梁在不同时刻梁的振动位移如图 3(b) 所示, 可以看出支撑位置右侧仍然会出现驻波。与图 2 相比驻波的个数由 4 个变成了 2 个, 这是由于弹簧支撑位置更靠近右端, 波长不变的情况下右侧区域的驻波个数也随之减少。

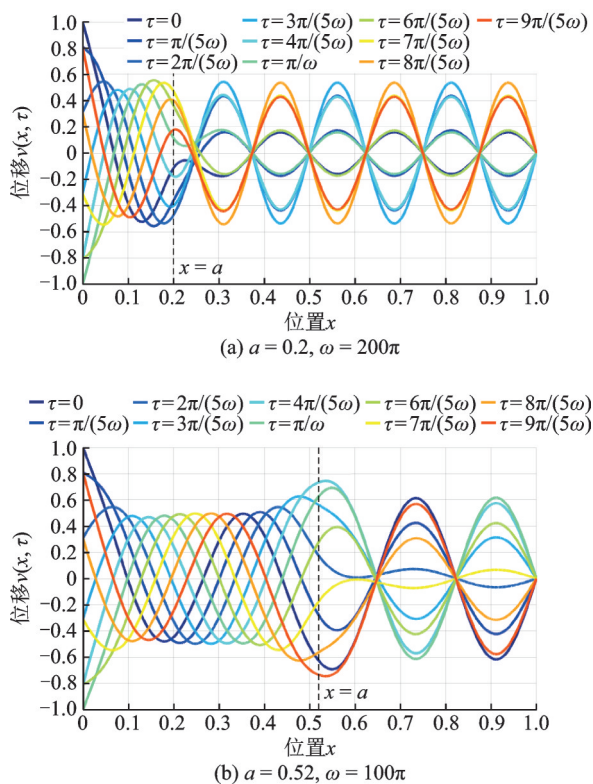


图 3 局部附加阻尼弹簧支撑的简支梁一个周期内不同时刻的振动位移响应

Fig. 3 Displacement responses at different moments in the pinned-pinned beam attached with a damping-spring support

通过以上分析可知:改变简谐激励频率或弹簧支撑位置后,梁结构内部仍然可以发生振动行波与驻波的空间分离现象,但驻波的个数和节点出现的位置也会随之发生改变。如式(15)所示,特定的复刚度系数与激励频率 ω 和弹簧支撑位置 a 有关。因此改变激励频率 ω 和弹簧支撑位置 a 后,相应的弹簧刚度和阻尼系数也将发生改变,如表 2 所示。

3 结构的振动功率流分析

通常情况下,结构的振动能量与其振动水平密切相关。研究振动能量的传递可为结构动力学研究和设计提供新的分析视角,因为结构功率流的空间图像要比振动加速度分布表征更多有效的信息等^[19]。本节运用结构振动功率流理论研究一维连续体结构的振动,分析附加阻尼弹簧支撑的设计参数对行波与驻波发生分离的影响,探寻振动能量的传递规律和耗散过程,以期建立新的能量耗散判定法则提供有益的参考数据。

3.1 输入功率流

根据振动功率流理论,若结构上任意一点受到简谐力的激励,输入结构的瞬时功率流为^[19]:

$$\dot{P}_s(\omega, \tau) = \text{Re}(p_0 e^{i\omega\tau}) \cdot \text{Re}(v_{,x} e^{i\omega\tau}) \quad (18)$$

式中 p_0 为简谐力幅值; $v_{,x}$ 表示结构的横向位移响应速度; $\text{Re}(\cdot)$ 表示对括号里的参数取实部。

由于振动功率流既包含力和速度的幅度,又考虑了两者间的相位关系,这使得振动功率流分析方法有以下优点:结构振动功率流描述了结构上各点的振动能量,该值对相位不敏感,对频散现象也不敏感;结构上某点的振动能量是一个正标量值。但振动功率流却是具有大小和方向性的量。正的功率流表示振动能量沿着坐标轴正向传播;反之则沿着坐标轴负向传播。通过分析结构中的波形转换、能量的储存和流动,可以明确判断振动能量的流动方向,建立新的能量耗散性能判定准则。对于图 1 所示简支梁结构,输入到系统中的功率流由梁左端边界的支反力与位移激励决定。

3.2 传递功率流

弯曲波引起梁结构两种内载荷——剪力载荷和弯矩载荷,这两种内力都以结构振动波的形式传播能量。在细长梁中由剪力分量产生的瞬时功率流 P_s 为:

$$P_s(x, \tau) = EI v_{,xxx} v_{,x} \quad (19)$$

而由弯矩分量产生的瞬时功率流 P_m 为^[19]:

$$P_m(x, \tau) = -EIv_{,xx}v_{,x\tau} \quad (20)$$

因此总的瞬时传递功率流 P 为:

$$P = P_s + P_m = EI(v_{,xxx}v_{,\tau} - v_{,xx}v_{,x\tau}) \quad (21)$$

为了研究梁内部发生行波与驻波空间分离时能量的传递情况,可用截面上总的瞬时传递功率流 P 考察振动能量随时间和位置的变化情况。对于图2所对应的系统,总的瞬时传递功率流变化如图4所示。

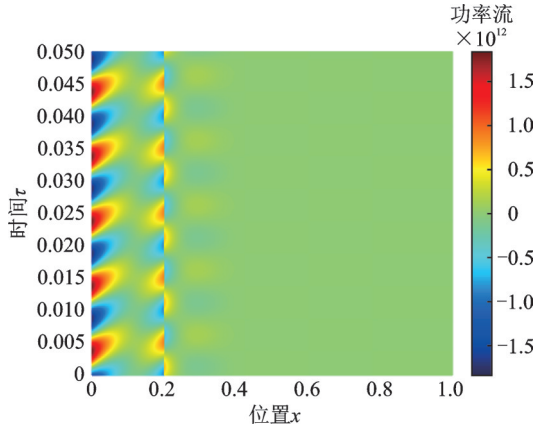


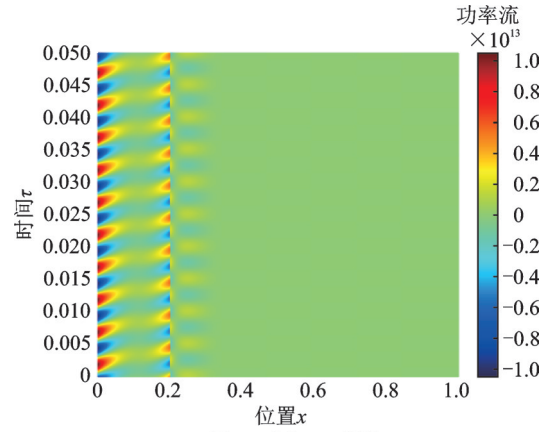
图4 $a=0.2, \omega=100\pi$ 时简支梁的瞬时传递功率流时空演变

Fig. 4 Spatio-temporal evolution of the vibration power flow in the pinned-pinned beam when $a=0.2, \omega=100\pi$

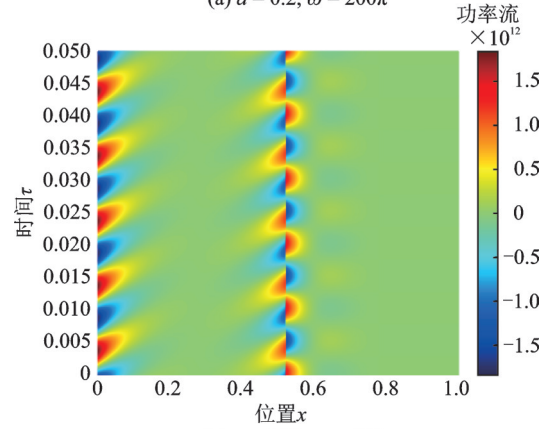
如图4所示,在简支梁的左端瞬时传递功率流较大,这是由于简谐位移激励和支反力引起的。在跨中弹簧支撑位置 $a=0.2$ 附近,支反力引起的剪力载荷和梁中的弯矩载荷共同作用产生瞬时功率流。支撑位置的右侧附近区域瞬时功率流虽然较小,但并不为零。只有在出现驻波的区域瞬时功率流为零。说明在有驻波的区域振动能量只在波腹和波节间来回振荡,并不向外传递。由于激励频率 $\omega=100\pi$ 时,位移响应周期为0.02,因此沿纵坐标同一位置瞬时功率流随着时间变化的周期为0.01。

为了研究能量传递情况与激励频率和弹簧支撑位置的关系,将激励频率改为 $\omega=200\pi$,此时简支梁的瞬时传递功率流的时空演变如图5(a)所示;将弹簧支撑位置改为 $a=0.52$,此时简支梁的瞬时传递功率流的时空演变如图5(b)所示。

可以看到,不论是改变激励频率或阻尼弹簧支撑位置,最大的瞬时传递功率流都出现在简支梁的最左端。从梁的左端到附加支撑位置均有瞬时功率流传递,这是振动行波造成的必然结果。附加弹簧支撑位置支反力产生的瞬时功率流也比较大,在支撑位置的右侧附近区域瞬时功率流较小。而出现驻波的区域瞬时功率流均为零,能量在动能和势能之间相互转换,但不会将能量向外传递。



(a) $a=0.2, \omega=200\pi$



(b) $a=0.52, \omega=100\pi$

图5 局部附加阻尼弹簧支撑的简支梁的瞬时传递功率流的时空演变

Fig. 5 Spatio-temporal evolution of the vibration power flow in the pinned-pinned beam attached with a damping-spring support

4 振动能量耗散分析

当附加了阻尼弹簧支撑的简支梁系统振动响应达到稳态以后,在 x 处梁单位长度的振动能量由动能和势能两部分组成^[20]。其中动能的计算表达式为:

$$E_k(x, \tau) = \frac{1}{2} m \cdot \text{Re}[v_{,\tau}(x, \tau)]^2 \quad (22)$$

势能的计算表达式为:

$$E_p(x, \tau) = \frac{1}{2} EI \cdot \text{Re}[v_{,xx}(x, \tau)]^2 \quad (23)$$

截面 x 处的总能量为动能与势能的和:

$$E(x, \tau) = E_k(x, \tau) + E_p(x, \tau) \quad (24)$$

通过式(23),(24)可计算系统振动达到稳态后的动能和势能,动能和势能的变化情况如图6所示。

如图6(a)所示,系统的最大动能出现在简支梁的左端。当左端简谐位移为波节时,振动速度最大,动能亦最大。此时势能为零,能量全部以动能的形

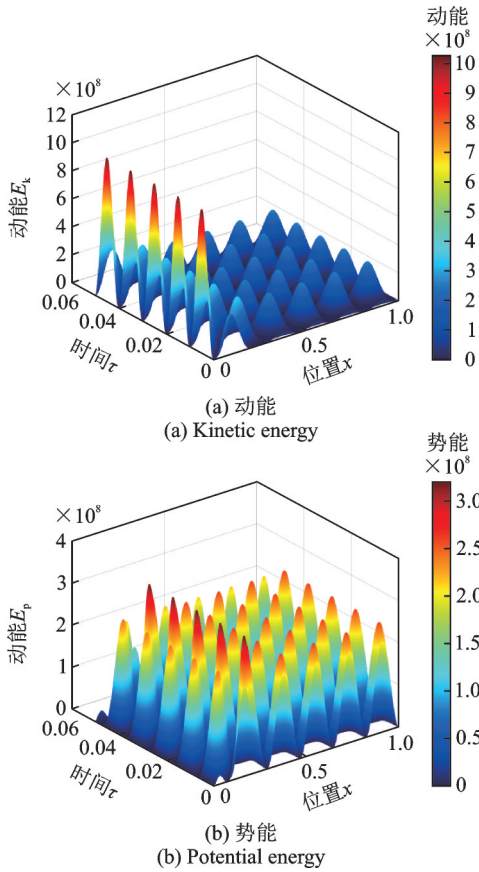


图 6 $a=0.2, \omega=100\pi$ 时简支梁的能量变化
Fig. 6 Spatio-temporal evolution of the vibration energies in the pinned-pinned beam when $a=0.2, \omega=100\pi$

式存在。当该点简谐位移为波峰(腹)时,速度为零,动能也为零。可以看到弹簧支撑的左侧区域动能较大,右侧区域的动能变小,但势能略有增加。驻波区域的最大动能为 2.36×10^8 ,最大势能数值为 2.30×10^8 ,数值比较接近,但并不完全相等。这是因为从左侧传递的能量与阻尼耗散仅仅在一个周期内达到平衡的结果。由式(24)可以计算当振动系统达到稳定后的总能量变化情况,如图 7 所示。

由图 7(a)可以看出,简支梁的最左端振动能量最大,附加支撑位置左侧区域系统的振动能量相对较强。而在支撑右侧驻波产生的区域内,振动能量被有效削减。靠近支撑位置右侧的第一个能量峰值随着时间 τ 略有轻微变化,这是因为在支撑附近存在渐逝波的缘故,而后面的能量峰值基本保持不变^[20]。在驻波的波节处振动能量不随时间变化,一直保持为零。而在波峰处的能量始终为极大值状态。为了研究系统能量的耗散性能,图 7(b)绘制了简支梁不同位置的振动能量峰值变化曲线,可更加清楚地认识振动能量衰减状况。

由振动能量峰值曲线可以明显看出简支梁的左端能量最大,这是简谐位移激励作用的位置,可用该值表示系统的输入能量 E_i 。当系统振动达到稳态以

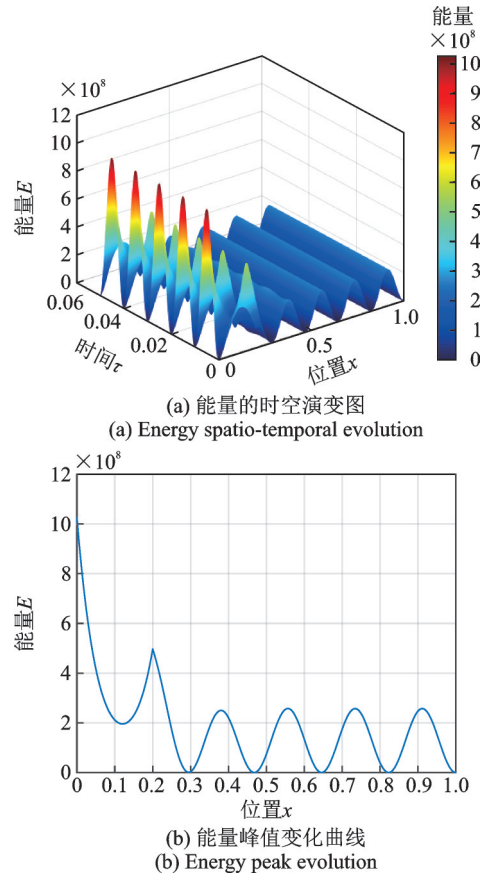


图 7 $a=0.2, \omega=100\pi$ 时,简支梁振动能量变化状况
Fig. 7 Vibration energy evolution in the pinned-pinned beam when $a=0.2, \omega=100\pi$

后,驻波区域的能量峰值可以表示系统剩余的振动能量。用最后一个波峰位置的能量表示系统剩余的振动能量 E_r ,则可定义振动系统能量损耗率 D 为:

$$D = \left(1 - \frac{E_r}{E_i}\right) \times 100\% \quad (25)$$

当弹性支撑的位置 $a=0.2$,激励频率 $\omega=100\pi$ 时,系统能量耗散率达到了 72.89%。改变激励频率或弹性支撑的位置,振动能量仍有较大的耗散率,计算结果如表 2 所示。可以看到,支撑越靠近简支梁的左端,振动能量耗散率越高。运用附加阻尼弹簧支撑,通过耗散系统的振动能量的方式能有效地抑制结构的振动响应。

5 结 论

本文采用局部附加阻尼弹簧支撑的方法,研究了欧拉-伯努利简支梁结构在端点简谐位移激励作用下的稳态振动响应。利用非经典阻尼引起的模式复化效应使系统振动产生局部化现象,描述了梁结构中振动弯曲波的传播过程和分离现象。探讨了在简谐激励作用下附加弹性支撑的梁结构中实现振动波定向传播的条件,实现了行波和驻波的空间分离

和振动能量的定向传播。运用结构振动功率流理论,详细分析了阻尼弹簧支撑构件对梁结构振动能量的耗散作用,揭示了行波与驻波分离发生时刻振动能量的传递过程和变化规律。讨论了系统振动响应达到稳态后的能量分布情况,详细分析了实现振动行波和驻波分离的情况下,梁结构中振动能量的耗散规律。通过典型算例,充分展示了弹簧阻尼支撑抑制结构振动响应的效果。研究结果如下:

(1) 阻尼弹簧支撑设计可以使系统发生振动局部化的稳态响应。改变简谐激励频率或弹簧支撑位置后,梁内部仍然可以发生行波与驻波的空间分离现象。但是驻波的个数和出现的位置也会随之发生改变。

(2) 系统的最大瞬时传递功率流出现在简支梁的最左(输入)端。附加弹簧支撑位置附近的瞬时功率流也比较大。在支撑位置的右侧区域瞬时功率流较小,而在驻波形成区域瞬时功率流为零。振动能量只在动能和势能之间相互转换,不会将能量传递至支撑位置的左侧区域。

(3) 改变激励频率、支撑刚度系数、位置、阻尼系数等因素,振动能量的耗散率也将有所变化,但仍然能达到50%以上。说明这种方法能够较好地抑制结构的振动响应。

参考文献:

- [1] 徐鉴. 振动控制研究进展综述[J]. 力学季刊, 2015, 36(4): 547-565.
XU Jian. Advances of research on vibration control[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2015, 36(4): 547-565.
- [2] Symans M D, Charney F A, Whittaker A S, et al. Energy dissipation systems for seismic applications: current practice and recent developments[J]. Journal of Structural Engineering, 2008, 134(1): 3-21.
- [3] Saaed T E, Nikolakopoulos G, Jonasson J, et al. A state-of-the-art review of structural control systems[J]. Journal of Vibration and Control, 2015, 21(5): 919-937.
- [4] 鲁正, 王自欣, 吕西林. 非线性能量阱技术研究综述[J]. 振动与冲击, 2020, 39(4): 1-16.
LU Zheng, WANG Zixin, LÜ Xilin. A review on nonlinear energy sink technology[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(4): 1-16.
- [5] 王栋. 冲击减振器对振动能量耗散性能分析[J]. 机械学报, 2014, 50(17): 87-92.
WANG Dong. Analysis of vibration energy dissipation with vibro-impact absorber[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(17): 87-92.
- [6] 付伟庆, 李茂, 张春巍. 被动变阻尼耗能装置的设计与性能试验研究[J]. 振动工程学报, 2020, 33(5): 869-876.
FU Weiqing, LI Mao, ZHANG Chunwei. Design and performance experiment on passive variable damping energy dissipation device[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(5): 869-876.
- [7] Byron F W, Fuller R W. Mathematics of Classical and Quantum Physics[M]. New York, US: Dover Publications Inc., 1992.
- [8] Hagedorn P, Dasgupta A. Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems[M]. Hoboken, New Jersey, US: Wiley, 2007.
- [9] Blanchard A, Gendelman O V, McFarland D M, et al. Mode complexity in a harmonically forced string with a local spring-damper and transitions from vibrations to waves[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 334: 282-295.
- [10] Blanchard A, McFarland D M, Bergman L A, et al. Damping-induced interplay between vibrations and waves in a forced non-dispersive elastic continuum with asymmetrically placed local attachments[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2015, 471(2176): 20140402.
- [11] Cheng X, Blanchard A, Tan C A, et al. Separation of traveling and standing waves in a finite dispersive string with partial or continuous viscoelastic foundation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 411: 193-209.
- [12] Cheng X, Bergman L A, McFarland D M, et al. Co-existing complexity-induced traveling wave transmission and vibration localization in Euler-Bernoulli beams[J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 458: 22-43.
- [13] 李海勤, 孔宪仁, 刘源. 接触非线性对声黑洞梁减振效果的影响[J]. 力学学报, 2019, 51(4): 1189-1201.
LI Haiqin, KONG Xianren, LIU Yuan. Effect of contact nonlinearity on acoustic black hole beam for vibration damping[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2019, 51(4): 1189-1201.
- [14] 黄意新, 穆洲, 郭明全, 等. 复杂边界条件轴向功能梯度梁动力学分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2018, 50(10): 143-150.
HUANG Yixin, MU Zhou, GUO Mingquan. Dynamic analysis of axially functionally graded beams with complex boundary conditions[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2018, 50(10): 143-150.
- [15] 田瑞, 王栋. 梁结构振动支承约束反力控制[J]. 噪声与振动控制, 2021, 41(2): 50-55.
TIAN Rui, WANG Dong. Optimal design of beam structure supports for controlling[J]. Noise and Vibration Control, 2021, 41(2): 50-55.

- [16] 王栋, 李正浩, 任建亭. 输液管道附加支承刚度优化设计[J]. 计算力学学报, 2016, 33(6): 851-855.
WANG Dong, LI Zhenghao, REN Jianting. Optimal stiffness design of additional support for fluid-conveying pipe including fluid-structure interaction[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2016, 33(6): 851-855.
- [17] 李炆, 谭霞, 丁虎, 等. 两端带有弹簧支撑的轴向运动梁振动分析[J]. 动力学与控制学报, 2019, 17(4): 335-340.
LI Yang, TAN Xia, DING Hu, et al. Nonlinear transverse vibration of an axially moving beam with vertical spring boundary[J]. Journal of Dynamics and Control, 2019, 17(4): 335-340.
- [18] 赵小颖, 李彪, 丁虎, 等. 中间约束轴向运动梁横向非线性振动[J]. 振动与冲击, 2019, 38(5): 142-145.
ZHAO Xiaoying, LI Biao, Ding Hu, et al. Nonlinear transverse vibration of an axially moving beam with an intermediate spring constraint[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(5): 142-145.
- [19] 吴崇建. 波传播法解析结构振动[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2019.
WU Chongjian. Wave Propagation Approach for Structural Vibration[M]. Harbin: Harbin Engineering University Press, 2019.
- [20] 胡海岩. 振动力学——研究性教程[M]. 北京: 科学出版社, 2020.
HU Haiyan. Vibration Mechanics—Research-Oriented Coursebook[M]. Beijing: Science Press, 2020.

Analysis of vibration energy dissipation through wave separation

XU Wen-jian^{1,2}, WANG Dong¹

(1.School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2.No. 8511 Research Institute of CASIC, Nanjing 210007, China)

Abstract: The suppression of the dynamic response of a beam structure is studied under a single harmonic displacement excitation. By attaching a damping spring support to the structure and using the modal complex effect caused by non-classical damping, the system vibration is effectively localized. The structural displacement response is described by using the Wave Propagation Approach, and the traveling wave's propagation is constrained only in the left region of the viscoelastic support. Then, the spatial separation of the traveling and standing waves appears within the beam, and the directional propagation of the vibration energy is eventually achieved. The waveform conversion, energy storage and flow in the structure are analyzed by the vibration power flow method, and the flow direction of the vibration energy is determined, which may help reveal the mechanism of the vibration energy transformation. The dissipation effect of the damping spring support on the vibration energy of the beam structure is analyzed in detail, and the transmission law of the vibration energy upon the wave separation is discussed. Through a typical example, the effect to suppress structural vibration response is fully demonstrated by using a damping spring support, and the vibration suppression and energy dissipation of the different design schemes are compared.

Key words: energy dissipation; vibration response localization; vibration power flow; separation of traveling and standing waves; damping spring support

作者简介: 徐文健(1998—),男,硕士研究生。电话:18066088756;E-mail:1873003666@qq.com。

通讯作者: 王 栋(1962—),男,博士,教授。电话:15029930716;E-mail:dwang@nwpu.edu.cn。