第 36 卷第 5 期
2023 年 10 月

振 动 工 程 学 报
Journal of Vibration Engineering

Vol. 36 No. 5
Oct. 2023

桥梁断面范德波尔振子涡激气动力模型参数非线性化的能量原理

陈泓欣[1]，张志田[1]，曾加东[1]，郄 凯[2]

（1.海南大学土木建筑工程学院，海南 海口 570228；2.湖南大学土木工程学院，湖南 长沙 410082）

摘要：采用范德波尔振子类涡激气动力模型，通过能量平衡原理，推导了涡激共振过程中结构的振幅增量、初始气动阻尼、非线性气动阻尼三者之间的基本关系，进而得出模型中气动力参数 ε 与振幅 y_T 之间关系的识别原理。基于某扁平箱梁桥梁断面的节段模型涡振试验结果，对范德波尔类涡激气动力模型参数随振幅的演变关系进行了识别。结果表明，在涡激共振锁定区间内，随着振幅的增加，参数 ε 呈单调下降的趋势。与之相反的是，参数 ε 形成的非线性气动阻尼比却呈非线性增长的规律。当参数 ε 相关的非线性气动阻尼、初始气动阻尼、结构阻尼三者之和为零时，结构达到稳定的涡振极限环状态。研究表明：初始气动阻尼特性决定了结构能否起振而形成涡振锁定区间；识别出模型参数随振幅的变化关系后，高于试验阻尼的结构涡振响应具有可预测性。

关键词：桥梁；涡激共振；范德波尔振子；能量平衡；非线性参数；振幅

中图分类号：U441$^+$.2　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1004-4523(2023)05-1422-08

DOI：10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.05.026

引　言

涡振是一种兼有自激与限幅性质的周期性振动，是由钝体尾流中旋涡的交替脱落所致[1]，但根据钝体的不同形态其机理表现也不同[2]。涡振会使桥梁的正常使用受到严重影响，甚至引起构件的疲劳破坏[3]。因此准确分析大跨度桥梁的涡振响应有实际工程意义[4]。

对桥梁涡振特性的研究主要依赖节段模型风洞试验或计算流体力学（CFD）数值模拟。涡激振动可以由 Navier-Stokes 方程结合边界条件得出，但求解 N-S 方程是困难的。Scanlan[5]提出了由简谐力项、气动阻尼力项与气动刚度项组成的非线性半经验涡激力模型。该模型把气动阻尼项改为由两个气动力参数控制的类范德波尔振子[6]，从而克服了线性模型不能反映涡振物理特性（如自激性质与限幅性质等）的缺陷。之后，文献[7-8]研究表明，Scanlan 经验非线性模型中简谐力项与气动刚度项在大质量比结构中均可忽略。从而 Scanlan 非线性经验模型可简化为范德波尔升力振子模型，模型参数通过稳定的振幅识别。ZHU 等[9]针对扁平箱梁提出了一种非线性涡激力模型，并与 Scanlan 的经验非线性涡激力模型进行了比较。XU 等[10-11]提出了一种采用多项式表达的广义涡激力模型，通过比较评价了经验模型的优劣。这些模型也未能表达涡振时程中气动响应的非线性特征。文献[12]研究了阻尼非线性对涡激力模型参数的影响。GAO 等[13]尝试了一种能描述涡振与颤振的自激力的模型，分析了该模型气动力参数随折减风速的演变。CHEN 等[14]通过 CFD 数值模拟研究了扁平闭口箱梁涡激力的演变历程。ZHANG 等[15]通过 SIDF 模型研究了涡激气动特性随瞬态振幅的分布。ZHANG 等[16]将气动力参数简化为一个，给出了基于瞬态和稳态振幅的识别结果，并用于不同阻尼比下的涡振振幅预测。在气动特征的应用上，张志田等[17]基于能量原理得到节段模型至全桥模型的幅值换算关系。许坤等[18]通过两自由度尾流振子模型研究了桥梁节段至全桥的涡振幅值换算关系。周奇等[19]、秦浩等[20]也研究了涡振幅值换算关系。这些换算关系未考虑非线性气动特性随瞬态振幅的影响。

通常，范德波尔振子涡激力模型是常参数模型。

收稿日期：2022-03-09；**修订日期：**2022-05-17

基金项目：海南省自然科学基金创新团队项目（520CXTD433）；国家自然科学基金重点资助项目（51938012）；国家自然科学基金地区基金资助项目（52068020，52268073）。

常参数模型能正确描述某一风速、某个确定的结构阻尼比下模型的涡振稳态振幅，但不能描述涡激气动力性能随振幅演变的非线性特性。这种情况下识别出来的模型应用十分有限，比如结构阻尼比变化后模型即失效。而对阻尼比的依赖与高度敏感性是涡激共振的特征之一。针对这一问题，本文通过能量原理，探索涡激气动力模型参数非线性化的基本方法。

1　涡激气动力模型

1.1　常参数范德波尔振子模型

以文献[7-8]提出的经验非线性模型为基础，进行简化后可得到如下双参数范德波尔振子涡激气动力模型：

$$F_a=\frac{1}{2}\rho U^2DL\left[Y_1(K)\left(1-\varepsilon\frac{y^2}{D^2}\right)\frac{\dot{y}}{U}\right] \tag{1}$$

式中　ρ 为空气密度；D 为节段模型特征高度；U 为平均来流风速；Y_1 为试验识别得到的参数，为折算频率 $K=D\omega/U$ 的函数，其中 ω 为结构振动圆频率；y 和 $\dot{y}$ 分别为结构位移和速度；ε 为试验识别的气动力参数；L 为节段模型长度。

式(1)具有自激与限幅的双重性质，其初始气动阻尼由 $Y_1(K)$ 确定，当其大于结构阻尼时开始形成涡激振动，此时具有自激性质；随着振幅的增大，参数 ε 发挥并扩大正阻尼作用，从而可限制振幅的无限发展，并最终形成极限环。式(1)表达的气动力在宏观上表现为阻尼形式，它不能反映气动力对结构振动频率的影响，但通常情况下，涡激共振时结构的频率变化可忽略不计。从能量吸收或耗散的角度来看，识别出参数 ε 随风速以及振幅的演变特性后，该模型就具有了完备性。即可真实地反映各风速下结构的初始气动阻尼及其随振幅的演变，从而可重现结构的涡激振动响应。

1.2　参数非线性化及识别原理

对于节段模型，其运动方程可表示为：

$$m\ddot{y}+c\dot{y}+ky=F_a \tag{2}$$

式中　m 为模型的振动质量；c 为结构阻尼系数；k 为悬挂系统的等效刚度；y，$\dot{y}$ 和 $\ddot{y}$ 分别为模型的位移、速度和加速度。

在一个周期 T 内，气动力所做的功 W_a 为：

$$W_a=\int_0^T F_a\,\mathrm{d}y \tag{3}$$

结构振幅变化时，位移以及速度时程可分别表示为：

$$y=y_T\sin(\omega t)\cdot e^{\lambda t} \tag{4}$$

$$\dot{y}=[\omega\cos(\omega t)+\lambda\sin(\omega t)]y_Te^{\lambda t} \tag{5}$$

式中　y_T 为模型在周期 T 内的初始振幅；t 为时间；λ 为振幅增长或衰减指数。

结合式(1)，(3)～(5)可得：

$$W_a/\left(\frac{1}{2}\rho UDL\right)=\frac{1}{4\lambda}Y_1y_T^2\omega^2\left(e^{2\lambda T}-1\right)-\frac{1}{D^2}\varepsilon Y_1y_T^4\omega^4\alpha(\xi)\left(e^{4\lambda T}-1\right) \tag{6}$$

其中：

$$\alpha(\xi)=\frac{10\lambda^4+2\lambda^2\omega^2+\omega^4}{32\lambda\left(\lambda^2+\omega^2\right)^2\left(4\lambda^2+\omega^2\right)} \tag{7}$$

引入指数 λ 与振动宏观阻尼比 ξ 的关系：

$$\lambda=-\xi\omega \tag{8}$$

则式(7)可重新写为：

$$\alpha(\xi)=\frac{10\xi^4+2\xi^2+1}{32\xi\left(\xi^2+1\right)^2\left(4\xi^2+1\right)}\cdot\frac{1}{\omega^3} \tag{9}$$

通常情况下，即使是明显的涡激共振，其宏观阻尼比 $|\xi|\leqslant 0.05$，此时有：

$$\alpha(\xi)\approx\frac{1}{32\xi\omega^3}=\beta(\xi) \tag{10}$$

β 相对 α 的误差随阻尼比 ξ 的变化曲线如图 1 所示。从图中可知，在阻尼比绝对值小于 5% 的情况下，该误差小于 1%。因此 W_a 可简化为：

$$W_a=\frac{1}{2}\rho UDL\frac{Y_1\omega^2}{4\lambda}\cdot\left[y_T^2\left(e^{2\lambda T}-1\right)-\varepsilon y_T^4\frac{1}{8D^2}\left(e^{4\lambda T}-1\right)\right] \tag{11}$$

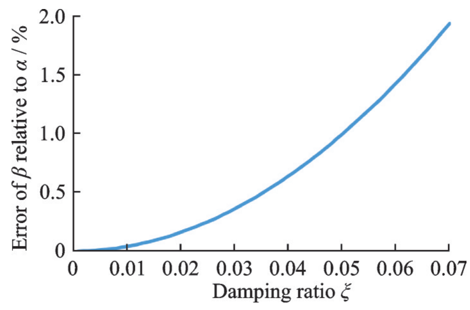

图 1　β 相对 α 的误差随阻尼比 ξ 的变化

Fig. 1　Variation of the β-to-α error with damping ratio ξ

结构阻尼力做功 W_c 为：

$$W_c=-\int_0^T c\dot{y}\,\mathrm{d}y \tag{12}$$

式中　c 为结构阻尼系数，代入时程函数得：

$$W_c = -cy_T^2 \frac{\omega^2}{4\lambda}\left(e^{2\lambda T} - 1\right) \tag{13}$$

式(11)和(13)分别表示气动力和阻尼力在单个周期内所做的功与结构振幅 y_T 以及指数 λ 的关系。当模型振动为稳定的极限环时,气动阻尼与结构阻尼在一个周期内做功互相抵消;当模型处于振幅增长阶段时,单个周期内二者做功有一定差值,具体表现为系统的机械能增大,其增量 ΔW 为:

$$\Delta W = k\left(y_T \Delta y + \frac{1}{2}\Delta y^2\right) \tag{14}$$

式中 Δy 为一个周期内的振幅增量,文献[21]研究表明高阶力分量对振动能量输入贡献甚微,因此可忽略 Δy 高阶项。

由能量守恒定律可得,气动阻尼力做功、结构阻尼力做功以及二者差值的关系为:

$$\Delta W = W_a + W_c \tag{15}$$

将式(11)和(13)代入式(15)后化简得:

$$\varepsilon = \frac{8D^2}{y_T^2\left(e^{2\lambda T} + 1\right)}\left(1 - \frac{c}{\frac{1}{2}\rho UDLY_1}\right) - \frac{\Delta W}{\frac{1}{2}\rho UDLY_1 \frac{\omega^2 y_T^4}{32\lambda D^2}\left(e^{4\lambda T} - 1\right)} \tag{16}$$

从结构动力学可知,在单个周期内有:

$$e^{\lambda T} = 1 + \frac{\Delta y}{y_T} \tag{17}$$

令初始气动阻尼系数为:

$$c_{in} = -\frac{1}{2}\rho UY_1 DL \tag{18}$$

则式(16)可写成:

$$\varepsilon = \frac{8D^2}{y_T^2\left(e^{2\lambda T} + 1\right)}\left(1 + \frac{c}{c_{in}}\right) + \frac{\Delta W \cdot 32\lambda D^2}{c_{in}\omega^2 y_T^4\left(e^{4\lambda T} - 1\right)} \tag{19}$$

根据上式可识别参数 ε 随振幅 y_T 的演变关系。但前提是先识别出 Y_1,从而确定初始气动阻尼 c_{in}。

在稳定的极限环状态下,$\Delta y = 0$,$\Delta W = 0$,此时式(19)简化为:

$$\varepsilon = \frac{4D^2}{y_T^2}\left(1 + \frac{c}{c_{in}}\right) \tag{20}$$

上式表明稳态振动时 ε 的值由结构阻尼、初始气动阻尼以及稳态振幅三者共同确定。

要得到式(18)表示的初始气动阻尼,需要先根据以下公式识别出 Y_1:

$$Y_1 = \frac{n\pi c - m\omega\delta_n}{\frac{1}{2}\rho U n\pi DL} \tag{21}$$

式中 n 为所采用的运动周期数,可根据实际情况选用时程曲线开始的若干个周期;δ_n 为与 n 相对应计算得到的对数衰减率:

$$\delta_n = \ln\left(\frac{y_{T_0}}{y_{T_n}}\right) \tag{22}$$

式中 y_{T_0} 为参考时刻0的结构振幅;y_{T_n} 则为相对于时刻0第 n 个周期后的振幅。

参数识别后,根据式(18)可得到初始气动阻尼比为:

$$\xi_{in} = -\frac{\rho UY_1 DL}{4m\omega} \tag{23}$$

2 应用算例

本文采用图2所示的桥梁主梁断面制作了缩尺比为1:50的节段模型并进行了涡激共振风洞试验,试验装置如图3所示。模型主要特性如表1所示,试验雷诺数范围为 $1.0\times10^4 \sim 1.3\times10^4$。传统涡激共振风洞试验中,通常在某一级风速下达到稳态振幅后再增加风速,连续测试其在下一级风速下的振动。与传统方法不同的是,在本文的试验过程中,每级风速下须首先控制模型至静止状态,再让其自由发展到等幅振动状态,从而得到各级风速下涡激振幅的完整演变过程。

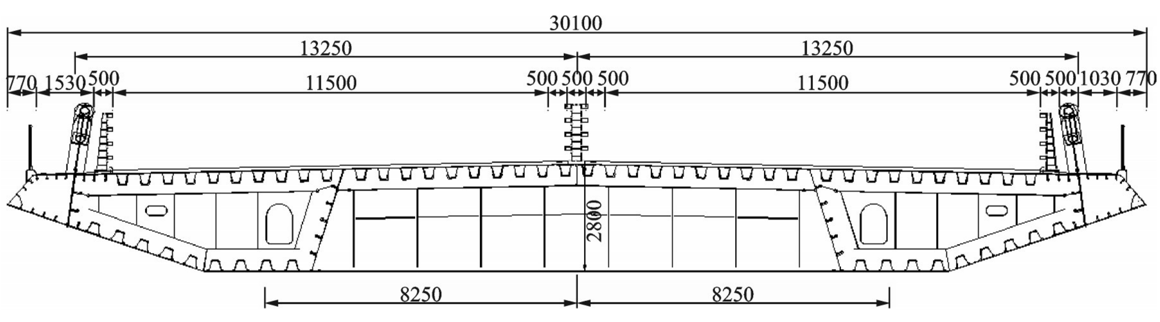

图2 桥梁主梁断面构造图(单位:mm)

Fig. 2 Configuration of the bridge girder section (Unit: mm)

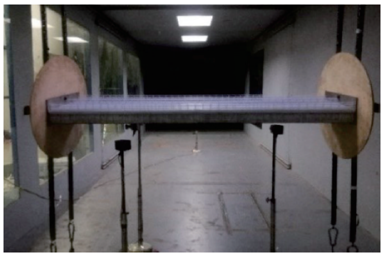

图 3　节段模型测振试验装置

Fig. 3　Experimental set-up of the sectional model vibration test

表 1　模型主要特性

Tab. 1　Major properties of the model

参数	数值
质量/kg	14.69
长 L/m	1.54
高 D/m	0.058
频率 ω/(rad·s^{-1})	29.50
阻尼比 ξ/%	0.3

图 4 给出了该模型在均匀流场下的涡振锁定区间。锁定区间内共测试了六组时程曲线，相应的振幅演变曲线通过 Newmark-β 法计算，结果如图 5 所示，$U/(fD)$=10.19 时的时程局部细节如图 6 所示。在识别初始气动阻尼参数时，取时程曲线起振时若干个周期进行分析，如图 7 所示。但受小振幅以及特征紊流随机激励的影响，具体取几个周期进行分析是一个比较难以确定的问题，因此初始气动力参数的识别结果受多种因素制约。在图 7 中，根据气动阻尼比将给定时程划分为初始气动阻尼识别区、参数演变区和稳定区。其中，初始气动阻尼识别区以表观阻尼比是否接近常值确定；参数演变区内气动阻尼比依赖结构振幅，呈现明显的非线性特性；稳定区结构振幅也不再增加。

本文采用模型的涡激共振基本信息及所识别的初始气动阻尼参数如表 2 所示。尽管锁定区间内涡激振幅值有较大的变化，但初始气动阻尼比 ξ_{in} 却基本保持一恒定值。

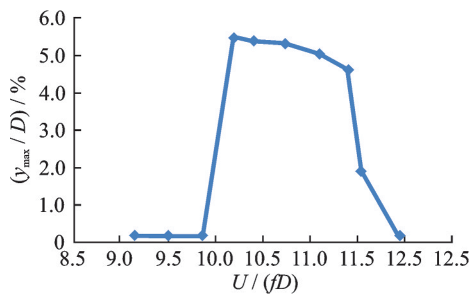

图 4　涡振响应-风速曲线

Fig. 4　Vortex-induced resonance responses versus wind velocities

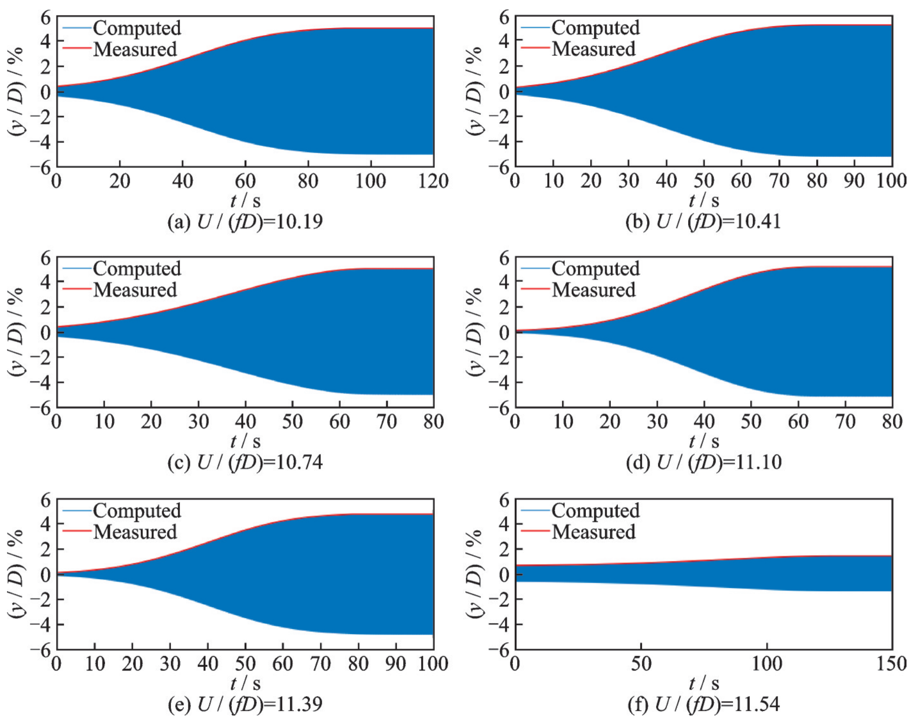

图 5　位移响应时程与振幅

Fig. 5　Time histories of displacement response and vibration amplitudes

在每一级风速下，初始气动力参数 $Y_1(K)$ 确定后，保持其数值不变，根据式(19)可得另一参数 ε 随振幅的非线性演变特征，如图 8 所示。由式(1)可知，正值的参数 ε 代表等效的正阻尼特性。图 8 的

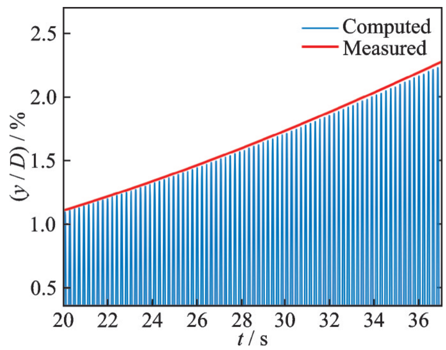

图 6 涡振位移时程局部细节图

Fig. 6 Detailed view of time history of displacement of vortex-induced vibration

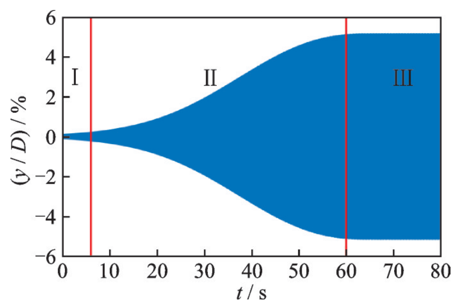

图 7 参数演变分区(Ⅰ. 初始气动阻尼识别区;Ⅱ. 参数演变区;Ⅲ. 稳定区)

Fig. 7 Parameter evolution zones (Ⅰ. The initial aerodynamic damping identification zone; Ⅱ. The parameter evolution zone; Ⅲ. The stable zone)

表 2 涡振时程主要特性

Tab. 2 Major properties of the vortex-induced resonance time histories

$U/(fD)$	$(y/D)/\%$	Y_1	$c_{in}/[\mathrm{N\cdot(m\cdot s^{-1})^{-1}}]$	$\xi_{in}/‰$
10.19	5.46	34.82	−5.256	−6.06
10.41	5.38	33.828	−5.216	−6.02
10.74	5.33	32.729	−5.206	−6.01
11.1	5.05	31.64	−5.204	−6
11.39	4.63	30.823	−5.203	−6
11.54	1.92	30.638	−5.238	−6.04

演变曲线则表明随着结构振幅的增加,参数ε的值在不断减小。ε随着振幅增加而减小的现象容易形成一种假象,即阻碍结构振幅恶性演化的效应在不断降低。但实际上,模型很快就达到了稳定的极限环状态。

造成这一假象的主要原因是ε的数值并不能与该项气动力效应做的功直接联系起来。为更好地探索参数ε的限幅性质,考察由该项引起的非线性气动阻尼比ξ_ε。令W_ε为限幅参数项气动阻尼力做的功,容易得出其表达式为:

$$W_\varepsilon=-\frac{1}{2}\rho U\varepsilon\frac{Y_1\omega^2 y_T^4 L}{32\lambda D}\left(\mathrm{e}^{4\lambda T}-1\right) \tag{24}$$

W_ε所形成的等效非线性气动阻尼系数c_ε可按下式计算:

$$W_\varepsilon=-c_\varepsilon y_T^2\frac{\omega^2}{4\lambda}\left(\mathrm{e}^{2\lambda T}-1\right) \tag{25}$$

将式(24)代入得:

$$c_\varepsilon=\frac{1}{2}\rho UY_1L\frac{\varepsilon y_T^2}{8D}\left(\mathrm{e}^{2\lambda T}+1\right) \tag{26}$$

根据式(26)进而可得非线性气动阻尼比ξ_ε为:

$$\xi_\varepsilon=\frac{1}{2}\rho UY_1L\frac{\varepsilon y_T^2}{16m\omega D}\left(\mathrm{e}^{2\lambda T}+1\right) \tag{27}$$

式(27)给出了ε对气动阻尼的贡献,由式(27)可知ξ_ε由初始气动阻尼参数Y_1与振幅y_T控制。基于式(27)可识别出ξ_ε的演变结果,如图 9 所示。对比图 8 与 9 可知,尽管参数ε随振幅增长而降低,但非线性气动阻尼比ξ_ε仍然随着振幅的增加而增加,且增长的规律是非线性的。在振幅演变最终极限环阶段,式(27)所示的阻尼比与初始气动阻尼比以及结构阻尼比三者之和为零,即

$$\xi_\varepsilon=-\xi_s-\xi_{in} \tag{28}$$

式中 $\xi_s=c/(2m\omega)$为结构阻尼比;$\xi_{in}=c_{in}/(2m\omega)$为初始气动阻尼比。初始气动阻尼比为负可提供结构振动所需能量,克服结构阻尼后使结构产生振幅递增的振动;非线性气动阻尼比提供正气动阻尼使结构振动达到限幅作用。

对于给定气动外形的桥梁断面,其初始气动阻尼比只是风速的函数,即$\xi_{in}=\xi_{in}(U_r)$;而ξ_ε则为风速与振幅的函数,即$\xi_\varepsilon=\xi_\varepsilon(U_r,y_T)$。从图 9 可知,稳定的涡激共振极限环对应着$\xi_\varepsilon=-\xi_s-\xi_{in}$的状态。因此通过试验识别出$\xi_\varepsilon(U_r,y_T)$后,对于更大的结构阻尼比的情况(即$\xi_s'>\xi_s$),由于$-\xi_s'-\xi_{in}<-\xi_s-\xi_{in}$,因此$\xi_\varepsilon'=-\xi_s'-\xi_{in}<\xi_\varepsilon$,即$\xi_\varepsilon'$出现在图 9 中原来的路径上,其最终振幅可直接根据图中的函数关系找出。对于更小的结构阻尼比,由于$\xi_\varepsilon'>\xi_\varepsilon$出现在图中最高点的上方,因此无法预测其最终振幅。

值得指出的是,本文采用的范德波尔振子涡激力模型只考虑了自激气动力而忽略了强迫力。由于强迫力与自激力是不同性质的气动力,因此模型识别得到的初始气动阻尼是基于能量平衡的、具有某种“等效”性质的气动阻尼,由其带来的影响值得进一步研究。

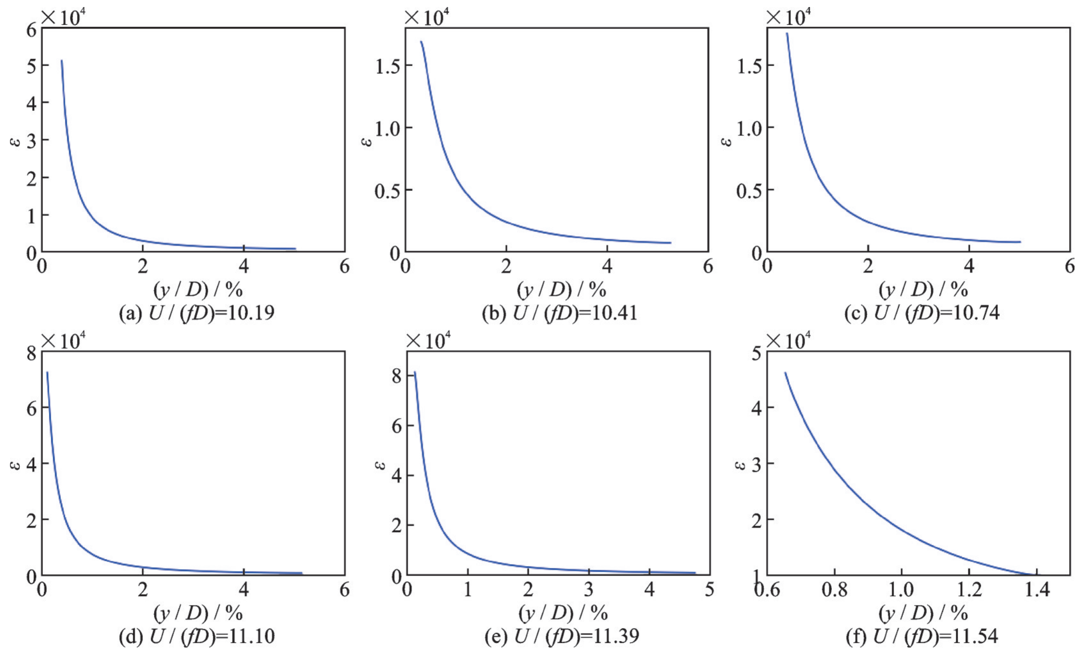

图 8　参数 ε 随振幅的变化

Fig. 8　Variation of parameter ε with the vibration amplitude

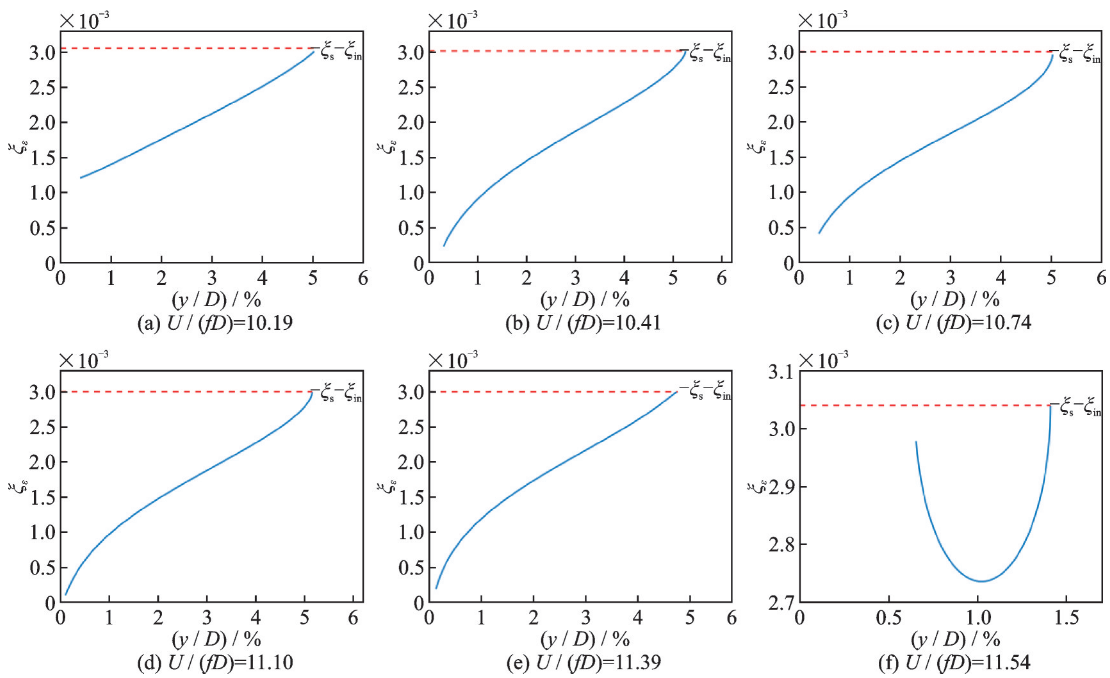

图 9　涡振锁定区间内 ξ_ε 的演变

Fig. 9　Evolution of ξ_ε within the vortex-induced resonance lock-in range

3　结　论

本文以范德波尔振子涡激气动力模型为例，从能量平衡的角度出发研究了气动力模型参数与结构振动幅值的关系。结合以上讨论得到研究结论如下：

（1）根据节段模型涡振响应时程曲线，采用能量平衡的方法可以得到范德波尔振子模型参数随振幅非线性演变的识别途径，本文的推导表明，变参数的范德波尔振子模型在描述结构的能量特性方面具有完备性。

（2）由气动外形以及风速确定的初始气动阻尼，控制着结构是否具有涡激共振锁定区间以及锁定风速区间的宽度。而结构阻尼、初始气动阻尼以及随振幅演变的模型参数 ε 共同决定结构的最终涡振振幅。

（3）由气动参数 ε 控制的非线性气动阻尼比能非常好地体现出结构涡振能量吸收随振幅的非线性演变特性。

(4) 涡激气动力模型参数ε的非线性特性被识别后,可应用于更大结构阻尼比下的涡振响应预测。

参考文献:

[1] 陈政清. 桥梁风工程[M]. 北京:人民交通出版社,2005.

[2] 葛耀君, 赵林, 许坤. 大跨桥梁主梁涡激振动研究进展与思考[J]. 中国公路学报, 2019, 32(10): 1-18.
GE Yaojun, ZHAO Lin, XU Kun. Review and reflection on vortex-induced vibration of main girders of long-span bridges[J]. China Journal of Highway and Transport, 2019, 32(10): 1-18.

[3] 葛耀君, 杨詠昕, 曹丰产, 等. 舟山西堠门悬索桥的气动稳定性能系统研究[C]. 第十三届全国结构风工程学术会议论文集(中册),中国大连, 2007:139-145.

[4] 葛耀君. 大跨度桥梁抗风的技术挑战与精细化研究[C]. 第20届全国结构工程学术会议论文集(第Ⅰ册), 中国宁波, 2011:37-51.

[5] Scanlan R H. State-of-the-art methods for calculating flutter, vortex-induced, and buffeting response of bridge structures: FHWARD-80-050[R]. USA: Department of Transportation. Federal Highway Administration. Office of Research.

[6] VAN DER POL B. The nonlinear theory of electric oscillations[J]. Proceedings of the Institute of Radio Engineers, 1934, 22(9):1051-1086.

[7] SIMIU E, SCANLAN R H. Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design[M]. Third Edition. New York: John Wiley and Sons, 1996.

[8] EHSAN F, SCANLAN R H. Vorte-induced vibrations of flexible bridges[J]. Journal of Engineering Mechanics-ASCE, 1990, 116(6):1392-1411.

[9] ZHU L D, MENG X L, GUO Z S. Nonlinear mathematical model of vortex-induced vertical force on a flat closed-box bridge deck[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2013, 122:69-82.

[10] XU K, GE Y J, ZHAO L, et al. Calculating vortex-induced vibration of bridge decks at different mass-damping conditions[J]. Journal of Bridge Engineering, 2018, 23(3): 04017149.

[11] XU K, GE Y J, ZHAO L. Quantitative evaluation of empirical models of vortex-induced vibration of bridge decks through sectional model wind tunnel testing[J]. Engineering Structures, 2020, 219:110860.

[12] 陈政清, 肖潇, 黄智文, 等. 节段模型弹性悬挂系统的阻尼非线性对涡激力模型参数识别结果的影响[J]. 铁道科学与工程学报, 2021, 18(4):821-829.
CHEN Zhengqing, XIAO Xiao, HUANG Zhiwen, et al. Influence of the nonlinearity of spring-suspended sectional model systems on identification of vortex-induced vibration parameters[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2021, 18(4):821-829.

[13] GAO G Z, ZHU L D, LI J W, et al. Application of a new empirical model of nonlinear self-excited force to torsional vortex-induced vibration and nonlinear flutter of bluff bridge sections[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2020, 205:104313.

[14] CHEN X Y, LI Y L, XU X Y, et al. Evolution laws of distributed vortex-induced pressures and energy of a flat-closed-box girder via numerical simulation[J]. Advances in Structural Engineering, 2020, 23(13): 2776-2788.

[15] ZHANG M J, WU T, XU F Y. Vortex-induced vibration of bridge decks: describing function-based model[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2019, 195:104016.

[16] ZHANG M J, XU F Y, YU H Y. A simplified model to evaluate peak amplitude for vertical vortex-induced vibration of bridge decks[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2021, 192:106145.

[17] 张志田, 陈政清. 桥梁节段与实桥涡激共振幅值的换算关系[J]. 土木工程学报, 2011, 44(7): 77-82.
ZHANG Zhitian, CHEN Zhengqing. Similarity of amplitude of sectional model to that of full bridge in the case of vortex-induced resonance[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, 44(7): 77-82.

[18] 许坤, 葛耀君. 基于尾流振子模型的桥梁节段至实桥涡激共振振幅转换关系[J]. 工程力学, 2017, 34(2): 137-144.
XU Kun, GE Yaojun. Conversion of the vortex-induced amplitudes of sectional models to full-scale bridges based on wake oscillator model[J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(2): 137-144.

[19] 周奇, 孟晓亮, 朱乐东. 基于非线性涡激力广义模型的涡振幅值换算[J]. 土木工程学报, 2020, 53(10): 82-88.
ZHOU Qi, MENG Xiaoliang, ZHU Ledong. Amplitude conversion of vortex-induced vibration based on generalized model of nonlinear vortex-induced force[J]. China Civil Engineering Journal, 2020, 53(10):82-88.

[20] 秦浩, 廖海黎, 李明水. 大跨度变截面连续钢箱梁桥涡激振动线性分析法[J]. 振动工程学报, 2015, 28(6): 966-971.
QIN Hao, LIAO Haili, LI Mingshui. A linear theory of vortex-induced vibration of long span continuous steel box girder bridge with variable cross-section[J]. Journal of Vibration Engineering, 2015, 28(6): 966-971.

[21] ZHANG M J, XU F Y, ZHANG Z B, et al. Energy

budget analysis and engineering modeling of post-flutter limit cycle oscillation of a bridge deck[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics，2019，188：410-420.

Energy mechanism used for non-linearization of vortex-induced aerodynamic loading model of bridge deck sections

CHEN Hong-xin[1]，*ZHANG Zhi-tian*[1]，*ZENG Jia-dong*[1]，*QIE Kai*[2]

（1.School of Civil and Architecture Engineering，Hainan University，Haikou 570228，China；
2.School of Civil Engineering，Hunan University，Changsha 410082，China）

Abstract: Concerned with the Van der Pol type model of vortex-induced aerodynamic loading，fundamental relations among the structural motion amplitude，initial aerodynamic damping，amplitude-related aerodynamic damping are deduced according to the energy balance principle. Further，the basic identification mechanism is obtained in terms of the relation between parameter ε and motion amplitude y_T. Based on experimental results of vortex-induced response of a sectional model，which has a typical flat box girder configuration，the relations between the model parameters and the structural motion amplitude are identified. The results indicate that，within the vortex-induced lock-in range，ε decreases almost monotonously as the structural amplitude y_T increases. On the contrary，the effective damping induced by the ε-related term increases as y_T increases. The structure reaches a steady limit-cycle-oscillation state when the three damping components，including the structural，ε-related and initial aerodynamic，neutralize completely. The research of this work shows the initial aerodynamic damping properties determine if vortex-induced resonance is able to be excited and form a lock-in range. Once the relation between the model parameter and the structural amplitude has been identified，the vortex-induced responses of structural damping ratios less than the one used for identification become predictable from the known parameter-amplitude relation.

Key words: bridge；vortex-induced resonance；Van der Pol oscillator；energy balance；nonlinear parameter；vibration amplitude

作者简介：陈泓欣（1997—），男，硕士研究生。电话：19898027160；E-mail：19081400210002@hainanu.edu.cn。
通讯作者：张志田（1974—），男，博士，教授。电话：13975127541；E-mail：zhangzhitian@hainanu.edu.cn。