考虑土塞效应的半埋入式管桩水平振动动力阻抗解析解答

梁志孟[1], 崔春义[1], 许成顺[2], 王坤鹏[1], 辛 宇[1]

(1.大连海事大学土木工程系, 辽宁 大连 116026;
2.北京工业大学城市与工程安全减灾省部共建教育部重点实验室, 北京 100124)

摘要: 基于Novak平面应变理论,综合考虑半埋入式管桩土塞效应的影响,建立了层状黏弹性土中半埋入式管桩水平振动分析模型。通过引入势函数法和分离变量法分别求出了桩侧土和土塞部分的频域解析表达式,进而利用桩-土耦合条件以及传递矩阵法推导出层状土中半埋入式管桩桩顶水平阻抗的解析解答,将所得解进行退化并与已有理论解进行对比,以验证其合理性。在此基础上,通过进一步参数化分析分别探讨了桩-土各参数对桩顶水平动力阻抗的影响规律。研究结果表明:随着埋入比的增大,桩顶水平动刚度和动阻尼幅值均增大;随着表层土体弹性模量的增大,半埋入式管桩桩顶水平动刚度和动阻尼幅值增大,而桩周土中、下层土体的此种影响可忽略;随着土塞高度的减小,半埋入式管桩桩顶水平动刚度幅值减小,而桩顶水平动阻尼幅值则增大。

关键词: 水平振动; 管桩; 水平阻抗; 土塞效应; 半埋入式
中图分类号: TU473.1+1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)06-1485-09
DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.06.003

引 言

半埋入桩作为一种常见的基础形式,被广泛应用于桥梁、码头以及高耸建筑等各类工程结构当中。近年来,对于完全埋入式桩基水平振动的研究较为丰富,而对于半埋入式桩基水平振动特性的研究相对较少[1-4]。因此,深入开展半埋入式桩基水平振动研究,对于相关工程设计与实践具有十分重要的参考价值和指导作用。

在完全埋入式桩基水平振动研究方面,Gazetas等[5]、El Naggar等[6]和Mylonakis等[7]早期将桩侧土简化为一系列相互独立的弹簧和阻尼器,探究了完全埋入地基土中的桩基水平振动动力响应问题。进一步地,刘东甲等[8]、胡安峰等[9-10]和雷文军等[11]将桩身简化为Bernoulli-Euler梁和Timoshenko梁模型,分别推导出了均质和层状土中的桩基水平振动解析解答。王珏等[12-13]和梁发云等[14]则通过采用双参数(Pasternak)地基模型综合考虑了土体剪切效应对桩体水平振动的影响。在此基础上,Gazetas等[15]、刘林超等[16]、高洪波等[17]和韩红霞等[18]采用Novak平面应变理论,对不同地基条件下各类桩基的水平振动特性规律进行了探讨。此外,Haldar等[19]、Kaynia等[20]、干钢等[21]和刘林超等[22]借助积分变换法和传递矩阵法,求解出了单桩水平振动解析解答。特别地,文献[23-24]和沈纪苹等[25]考虑桩芯土的作用,利用桩-土完全耦合条件推导出了管桩桩顶动力阻抗解析表达式。

在半埋入式桩基水平振动研究方面,任青等[26]基于Winkler地基模型,建立了水平、竖向荷载联合作用下的半埋入实体单桩的水平振动分析模型。在此基础上,闫启方等[27]基于Novak薄层法,利用分数导数黏弹性模型描述桩侧土体的应力-应变关系,并借助传递矩阵法求解出了半埋入端承桩水平振动闭合式解析解答。进一步地,刘圆圆等[28]和杨紫健等[29]分别考虑地基土体纵向成层特性和饱和介质性,各自推导出了半埋入式实体桩水平振动对应解析解答。

上述半埋入式桩基水平振动的研究大多围绕单层地基和实体桩工况展开。不难看出,随着管桩在实际工程中的广泛应用,进一步开展半埋入式管桩水平振动的相关研究十分必要[30-31]。基于此,本文将基于Novak平面应变理论,综合考虑半埋入式管桩土塞效应的影响,建立层状土中半埋入式管桩水平振动分析模型,通过引入势函数法、分离变量法以及传递矩阵法,推导出层状黏弹性土中半埋入式管桩桩顶水平阻抗解析解答。在此基础上,通过参数

收稿日期: 2022-04-09; **修订日期:** 2022-05-26
基金项目: 国家重点研发计划项目(2021YFB2601102);国家自然科学基金面上项目(51878109,52178315)。

化分析探讨管桩埋入比、各层土体弹性模量和土塞长度对半埋入式管桩桩顶水平阻抗的影响规律。

1 定解问题力学模型的建立

1.1 力学模型及基本假设

本文所建立的层状土中半埋入式管桩水平振动力学模型如图1所示。其中，半埋入式管桩桩顶受水平简谐荷载 $F_0 e^{i\omega t}$ 作用，F_0 为激振力幅值，i为虚数单位，$i=\sqrt{-1}$。管桩桩长为 L，第 i 层段管桩的内径和外径分别为 r_0^i 和 r_1^i，l_i 为桩-土系统第 i 层段厚度。对于桩身埋入段的土塞部分(即 L_p 段桩身)，同时具有桩侧土、桩芯土塞对管桩的横向作用力，分别为 N_1^i 和 N_0^i。不同地，对于埋入段空心部分(即 L_h 段桩身)，仅有桩侧土对管桩的作用(即 N_0^i 为零)；而对于未埋入段外露桩身部分(即 L_e 段桩身)，由于没有地基土的约束，N_1^i 和 N_0^i 均为零。基本假定如下：

(1)半埋入式管桩等效为Bernoulli-Euler梁，忽略桩体剪切变形，桩端采用固定支承。

(2)桩侧和桩芯各层土体均为均质、各向同性黏弹性介质。

(3)桩-土系统振动为小变形，忽略土体的竖向位移。桩-土界面完全接触，无脱开和滑移现象[23]。

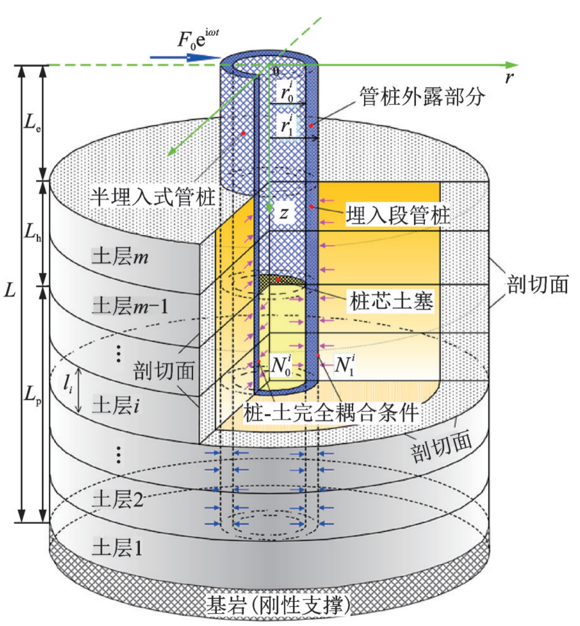


图1 层状土中半埋入式管桩水平振动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of horizontal vibration of pipe pile partially embedded in layered soil

1.2 定解问题描述

基于Novak平面应变理论，第 i 层段桩侧土体的控制方程可表示为：

$$(\lambda^i+2\mu^i)\frac{\partial(\Delta^i e^{i\omega t})}{\partial r}-\frac{2\mu^i\partial(\mathfrak{R}^i e^{i\omega t})}{r\partial\theta}=\frac{\rho^i\partial^2}{\partial t^2}(u_r^i e^{i\omega t}) \tag{1}$$

$$(\lambda^i+2\mu^i)\frac{\partial(\Delta^i e^{i\omega t})}{r\partial\theta}-\frac{2\mu^i\partial(\mathfrak{R}^i e^{i\omega t})}{\partial r}=\frac{\rho^i\partial^2}{\partial t^2}(u_\theta^i e^{i\omega t}) \tag{2}$$

式中 $\Delta^i=\frac{1}{r}\left(\frac{\partial(ru_r^i)}{\partial r}+\frac{\partial u_\theta^i}{\partial\theta}\right)$，$\mathfrak{R}^i=\frac{1}{2r}\left(\frac{\partial(ru_\theta^i)}{\partial r}-\frac{\partial u_r^i}{\partial\theta}\right)$，其中 u_r^i 和 u_θ^i 分别为第 i 层段桩侧土体的径向和环向位移；λ^i 和 μ^i 为第 i 层段桩侧土体的复拉梅常数，$\mu^i=G^i(1+2i\xi^i)$，其中 G^i 和 ξ^i 分别为第 i 层桩侧土体的剪切模量和阻尼比，$\lambda^i=2\nu^i\mu^i/(1-2\nu^i)$，其中 ν^i 为第 i 层段桩侧土体的泊松比；ρ^i 为第 i 层段桩侧土体的密度；$i=1,2,\cdots,m-1,m$。

类似地，第 i 层桩芯土塞部分的控制方程可表示为：

$$(\lambda_0^i+2\mu_0^i)\frac{\partial(\Delta_0^i e^{i\omega t})}{\partial r}-\frac{2\mu_0^i\partial(\mathfrak{R}_0^i e^{i\omega t})}{r\partial\theta}=\frac{\rho_0^i\partial^2}{\partial t^2}(u_{r0}^i e^{i\omega t}) \tag{3}$$

$$(\lambda_0^i+2\mu_0^i)\frac{\partial(\Delta_0^i e^{i\omega t})}{r\partial\theta}-\frac{2\mu_0^i\partial(\mathfrak{R}_0^i e^{i\omega t})}{\partial r}=\frac{\rho_0^i\partial^2}{\partial t^2}(u_{\theta0}^i e^{i\omega t}) \tag{4}$$

式中 $\Delta_0^i=\frac{1}{r}\frac{\partial(ru_{r0}^i)}{\partial r}+\frac{\partial u_{\theta0}^i}{\partial\theta}$，$\mathfrak{R}_0^i=\frac{1}{2r}\left(\frac{\partial(ru_{\theta0}^i)}{\partial r}-\frac{\partial u_{r0}^i}{\partial\theta}\right)$，其中 u_{r0}^i 和 $u_{\theta0}^i$ 分别为第 i 层桩芯土塞的径向和环向位移；λ_0^i 和 μ_0^i 分别为桩芯土塞的复拉梅常数，$\mu_0^i=G_0^i(1+2i\xi_0^i)$，其中 G_0^i 和 ξ_0^i 分别为桩芯土塞的剪切模量和阻尼比，$\lambda_0^i=2\nu_0^i\mu_0^i/(1-2\nu_0^i)$，其中 ν_0^i 为桩芯土塞的泊松比；ρ_0^i 为桩芯土塞的密度。

半埋入式管桩第 i 层段桩身水平振动的控制方程可表示为：

$$E_p^i I_p^i\frac{\partial^4 u_p^i e^{i\omega t}}{\partial z^4}+m_p^i\frac{\partial^2 u_p^i e^{i\omega t}}{\partial t^2}+f_1^i u_p^i e^{i\omega t}+f_0^i u_p^i e^{i\omega t}=0 \tag{5}$$

式中 u_p^i，E_p^i，I_p^i 和 m_p^i 分别为管桩第 i 层段桩身的水平位移、弹性模量、惯性矩和单位长度质量；f_1^i 和 f_0^i 分别为第 i 层段桩侧土和桩芯土对管桩桩身的水平作用力幅值。

1.3 桩-土系统边界条件

(Ⅰ)桩侧土

桩-土完全接触条件：

$$\begin{cases}u_r^i\big|_{r=r_1^i}=u_p^i\big|_{r=r_1^i}\cos\theta\\ u_\theta^i\big|_{r=r_1^i}=-u_p^i\big|_{r=r_1^i}\sin\theta\end{cases} \tag{6}$$

对于无限远处,位移为零,则有:

$$\begin{cases} u_r^i\big|_{r\to\infty}=0 \\ u_\theta^i\big|_{r\to\infty}=0 \end{cases} \tag{7}$$

(Ⅱ)桩芯土塞部分

当$r_0\to 0$时,有:

$$\lim_{r_0\to 0} u_{r_0}^i=\text{有限值} \tag{8}$$

桩-土塞部分完全接触条件:

$$\begin{cases} u_{r0}^i\big|_{r=r_0^i}=u_{\mathrm{p}}^i\big|_{r=r_0^i}\cos\theta \\ u_{\theta 0}^i\big|_{r=r_0^i}=-u_{\mathrm{p}}^i\big|_{r=r_0^i}\sin\theta \end{cases} \tag{9}$$

(Ⅲ)管桩

桩顶边界条件:

$$\frac{\partial^2 u_{\mathrm{p}}^i}{\partial z^2}\Big|_{z=0}=0 \tag{10}$$

$$E_{\mathrm{p}}^i I_{\mathrm{p}}^i\frac{\partial^3 u_{\mathrm{p}}^i}{\partial z^3}\Big|_{z=0}=F_0 \tag{11}$$

桩底边界条件:

$$u_{\mathrm{p}}^i\big|_{z=L}=0 \tag{12}$$

$$\frac{\partial u_{\mathrm{p}}^i}{\partial z}\Big|_{z=L}=0 \tag{13}$$

2　定解问题求解

2.1　桩侧土振动方程的求解

对第i层段桩侧土体引入势函数,有:

$$\begin{cases} u_r^i=\dfrac{\partial\varphi^i}{\partial r}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\psi^i}{\partial\theta} \\ u_\theta^i=\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\varphi^i}{\partial\theta}-\dfrac{\partial\psi^i}{\partial r} \end{cases} \tag{14}$$

式中　φ^i 和 ψ^i 表示第 i 层段桩侧土体的位移势函数。

将势函数式(14)代入式(1)和(2)中,可得:

$$(\nabla^{i2}+\beta^{i2})\varphi^i=0 \tag{15}$$

$$(\nabla^{i2}+\eta^{i2})\psi^i=0 \tag{16}$$

式中　$\nabla^i=\dfrac{\partial^2}{\partial r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}+\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2}{\partial\theta^2}$;$\beta^i=-\dfrac{\rho^i\omega^2}{\lambda^i+2\mu^i}$;$\eta^i=-\dfrac{\rho^i\omega^2}{\mu^i}$。

结合边界条件式(7),并考虑到u_r^i为偶函数,u_θ^i为奇函数,则有:

$$\varphi^i=A^iK_1(\beta^i r)\cos\theta \tag{17}$$

$$\psi^i=B^iK_1(\eta^i r)\sin\theta \tag{18}$$

式中　$K_1(\bullet)$为一阶第二类变形 Bessel 函数;A^i和B^i为待定系数。

进一步地,求解得到第i层段桩侧土体的径向和环向位移分别为:

$$u_r^i=-\left[A^iK_1(\beta^i r)/r+A^i\beta^iK_0(\beta^i r)-B^iK_1(\beta^i r)/r\right]\cos\theta \tag{19}$$

$$u_\theta^i=\left[B^iK_1(\eta^i r)/r+B^i\eta^iK_0(\eta^i r)-A^iK_1(\eta^i r)/r\right]\sin\theta \tag{20}$$

式中　$K_0(\bullet)$为零阶第二类变形 Bessel 函数。

将式(19)和(20)代入式(6)中,可得:

$$A^i=\frac{-[2K_1(\eta^i r_1^i)+\eta^i r_1^i K_0(\eta^i r_1^i)]u_{\mathrm{p}}^i}{\beta^iK_1(\eta^i r_1^i)K_0(\beta^i r_1^i)+\eta^iK_1(\beta^i r_1^i)K_0(\eta^i r_1^i)+\beta^i\eta^i r_1^iK_0(\beta^i r_1^i)K_0(\eta^i r_1^i)} \tag{21}$$

$$B^i=\frac{-[2K_1(\beta^i r_1^i)+\beta^i r_1^i K_0(\beta^i r_1^i)]u_{\mathrm{p}}^i}{\beta^iK_1(\eta^i r_1^i)K_0(\beta^i r_1^i)+\eta^iK_1(\beta^i r_1^i)K_0(\eta^i r_1^i)+\beta^i\eta^i r_1^iK_0(\beta^i r_1^i)K_0(\eta^i r_1^i)} \tag{22}$$

基于上述已求得的第i层段桩侧土体的径向位移u_r^i和环向位移u_θ^i,可求得第i层段桩侧土对管桩桩身的水平作用力为:

$$\begin{aligned} N_1^i&=-\int_0^{2\pi}(\sigma_{r1}^i\cos\theta-\tau_{r\theta 1}^i\sin\theta)\Big|_{r=r_1^i}r_1^i\,\mathrm{d}\theta= \\ &-\pi r_1^i[A^i\beta^{i2}(\lambda^i+2\mu^i)K_1(\beta^i r_1^i)+B^i\mu^i\eta^{i2}K_1(\eta^i r_1^i)]=f_1^iU_{\mathrm{p}}^i \end{aligned} \tag{23}$$

式中　σ_{r1}^i和$\tau_{r\theta 1}^i$分别为第i层段桩侧土的径向应力和切向应力;U_{p}^i为管桩桩身的位移幅值。

2.2　桩芯土塞部分振动方程的求解

同理,对第i层段管桩桩芯土塞引入势函数,有:

$$\begin{cases} u_{r0}^i=\dfrac{\partial\varphi_0^i}{\partial r}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\psi_0^i}{\partial\theta} \\ u_{\theta 0}^i=\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\varphi_0^i}{\partial\theta}-\dfrac{\partial\psi_0^i}{\partial r} \end{cases} \tag{24}$$

式中　φ_0^i和ψ_0^i表示桩芯土塞的位移势函数。

将势函数式(24)分别代入式(3)和(4)中,可得:

$$(\nabla^{i2}+\beta_0^{i2})\varphi_0^i=0 \tag{25}$$

$$(\nabla^{i2}+\eta_0^{i2})\psi_0^i=0 \tag{26}$$

式中　$\beta_0^i=-\dfrac{\rho_0^i\omega^2}{\lambda_0^i+2\mu_0^i}$;$\eta_0^i=-\dfrac{\rho_0^i\omega^2}{\mu_0^i}$。

结合边界条件式(8),并考虑到u_{r0}^i为偶函数,$u_{\theta 0}^i$为奇函数,则有:

$$\varphi_0^i=C^iI_1(\beta_0^i r)\cos\theta \tag{27}$$

$$\psi_0^i=D^iI_1(\eta_0^i r)\sin\theta \tag{28}$$

式中　$I_1(\bullet)$为一阶第一类变形 Bessel 函数;C^i和D^i为待定系数。

进一步地,求解得到桩芯土塞径向和环向位移分别为:

$$u_{r0}^i=\left[C^i\beta_0^iI_0(\beta_0^ir)-C^iI_1(\beta_0^ir)/r+D^iK_1(\beta_0^ir)/r\right]\cos\theta \tag{29}$$

$$u_{\theta0}^i=-\left[C^iK_1(\eta_0^ir)/r+D^iI_1(\eta_0^ir)/r-D^i\eta_0^iI_0(\eta_0^ir)\right]\sin\theta \tag{30}$$

式中 $I_0(\bullet)$为零阶第一类变形Bessel函数。

将式(29)和(30)代入式(9)中,可求得:

$$C^i=\frac{[2I_1(\eta_0^ir_0^i)-\eta_0^ir_0^iI_0(\eta_0^ir_0^i)]u_p^i}{\beta_0^iI_1(\eta_0^ir_0^i)I_0(\beta_0^ir_0^i)+\eta_0^iI_1(\beta_0^ir_0^i)I_0(\eta_0^ir_0^i)-\beta_0^i\eta_0^ir_0^iI_0(\beta_0^ir_0^i)I_0(\eta_0^ir_0^i)} \tag{31}$$

$$B^i=\frac{[2I_1(\beta_0^ir_0^i)-\beta_0^ir_0^iI_0(\beta_0^ir_0^i)]u_p^i}{\beta_0^iI_1(\eta_0^ir_0^i)I_0(\beta_0^ir_0^i)+\eta_0^iI_1(\beta_0^ir_0^i)I_0(\eta_0^ir_0^i)-\beta_0^i\eta_0^ir_0^iI_0(\beta_0^ir_0^i)I_0(\eta_0^ir_0^i)} \tag{32}$$

基于上述已求得的桩芯土塞径向位移u_{r0}^i和环向位移$u_{\theta0}^i$,可进一步求得第i层段桩芯土塞对管桩桩身的水平作用力为:

$$N_0^i=\int_0^{2\pi}(\sigma_{r0}^i\cos\theta-\tau_{r\theta0}^i\sin\theta)\Big|_{r=r_0^i}r_0^i\,\mathrm{d}\theta=\pi r_0^i[C^i\beta_0^{i2}(\lambda_0^i+2\mu_0^i)I_1(\beta_0^ir_0^i)+D^i\mu_0^i\eta_0^{i2}I_1(\eta_0^ir_0^i)]=f_0^iU_p^i \tag{33}$$

式中 σ_{r0}^i和$\tau_{r\theta0}^i$分别为第i层段桩芯土的径向应力和切向应力。

2.3 半埋入式管桩桩身振动方程的求解

将式(23)和(33)代入式(5)并整理可得:

$$\frac{\partial^4u_p^i\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}}{\partial z^4}+\gamma^{i4}u_p^i\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}=0 \tag{34}$$

式中 $\gamma^{i4}=(-\omega^2m_p^i+f_1^i+f_0^i)/(E_p^iI_p^i)$。

令$u_p^i(z,t)=U_p^i(z)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$,并对式(34)进行求解可得:

$$U_p^i(z)=Y_1^i\cosh(\gamma^iz)+Y_2^i\sinh(\gamma^iz)+Y_3^i\cos(\gamma^iz)+Y_4^i\sin(\gamma^iz) \tag{35}$$

式中 Y_1^i,Y_2^i,Y_3^i和Y_4^i均为待定系数。

基于此,可求得转角、弯矩和剪力的表达式分别为:

$$\Theta_p^i(z)=\eta^i[Y_1^i\sinh(\eta^iz)+Y_2^i\cosh(\eta^iz)-Y_3^i\sin(\eta^iz)+Y_4^i\cos(\eta^iz)] \tag{36}$$

$$M_p^i(z)=-E_p^iI_p^i\eta^{i2}[Y_1^i\cosh(\eta^iz)+Y_2^i\sinh(\eta^iz)-Y_3^i\cos(\eta^iz)-Y_4^i\sin(\eta^iz)] \tag{37}$$

$$Q_p^i(z)=-E_p^iI_p^i\eta^{i3}[Y_1^i\sinh(\eta^iz)+Y_2^i\cosh(\eta^iz)+Y_3^i\sin(\eta^iz)-Y_4^i\cos(\eta^iz)] \tag{38}$$

进一步地,式(35)~(38)可整理为如下矩阵形式:

$$\begin{Bmatrix}U_p^i(z)\\\Theta_p^i(z)\\M_p^i(z)\\Q_p^i(z)\end{Bmatrix}=\boldsymbol{t}_i(z)\begin{Bmatrix}Y_1\\Y_2\\Y_3\\Y_4\end{Bmatrix} \tag{39}$$

式中

$$\boldsymbol{t}_i(z)=\begin{bmatrix}\cosh(\eta^iz)&\sinh(\eta^iz)&\cos(\eta^iz)&\sin(\eta^iz)\\\eta^i\sinh(\eta^iz)&\eta^i\cosh(\eta^iz)&-\eta^i\sin(\eta^iz)&\eta^i\cos(\eta^iz)\\\eta^{i2}\cosh(\eta^iz)E_pI_p&\eta^{i2}\sinh(\eta^iz)E_pI_p&-\eta^{i2}\cos(\eta^iz)E_pI_p&-\eta^{i2}\sin(\eta^iz)E_pI_p\\\eta^{i3}\sinh(\eta^iz)E_pI_p&\eta^{i3}\cosh(\eta^iz)E_pI_p&\eta^{i3}\sin(\eta^iz)E_pI_p&-\eta^{i3}\cos(\eta^iz)E_pI_p\end{bmatrix}。$$

在局部坐标系下,层状土中第i层段桩身上下两端的水平位移、转角、弯矩和剪力之间的关系可表示为:

$$\begin{Bmatrix}U_p^i(l_i)\\\Theta_p^i(l_i)\\M_p^i(l_i)\\Q_p^i(l_i)\end{Bmatrix}=T_i\begin{Bmatrix}U_p^i(0)\\\Theta_p^i(0)\\M_p^i(0)\\Q_p^i(0)\end{Bmatrix} \tag{40}$$

根据桩段间连续条件,在整体坐标系下采用传递矩阵法可求得管桩桩底和桩顶的水平位移、转角、弯矩和剪力之间的关系为:

$$\begin{Bmatrix}U_p^i(L)\\\Theta_p^i(L)\\M_p^i(L)\\Q_p^i(L)\end{Bmatrix}=T\begin{Bmatrix}U_p^i(0)\\\Theta_p^i(0)\\M_p^i(0)\\Q_p^i(0)\end{Bmatrix} \tag{41}$$

式中 $T=\{T_m\ \ T_{m-1}\ \ \cdots\ \ T_i\ \ \cdots\ \ T_2\ \ T_1\}$。

由于管桩桩底为固定约束,进而将式(12)和(13)代入式(41)中,可得:

$$\begin{Bmatrix}M_p^i(0)\\Q_p^i(0)\end{Bmatrix}=\boldsymbol{K}_p\begin{Bmatrix}U_p^i(0)\\\Theta_p^i(0)\end{Bmatrix} \tag{42}$$

式中

$$\boldsymbol{K}_p=-\begin{bmatrix}T(1,3)&T(1,4)\\T(2,3)&T(2,4)\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}T(1,1)&T(1,2)\\T(2,1)&T(2,2)\end{bmatrix}。$$

综上,可进一步求得层状土中半埋入式管桩桩顶水平阻抗K_{QU}的表达式为:

$$K_{QU}=\frac{Q_p(0)}{U_p(0)}=\boldsymbol{K}_p(2,1)=K_r+\mathrm{i}K_i \tag{43}$$

式中 K_r和K_i分别代表桩顶的水平动刚度和动阻尼。

3 算例分析

本文算例模型将基于前述层状黏弹性土中半埋入式管桩水平振动力学模型和推导所得对应桩顶水

平动力阻抗解析解答展开。其中,将地基土体沿纵向分为3层,如图1所示,由地基底部自下而上分别为l_1,l_2和l_3。前述解析解答推导过程中所采用的频率为圆频率ω,而在后续分析中采用频率$f=\omega/(2\pi)$。此外,本文采用MATLAB软件对式(43)所得解进行计算。如无特殊说明,算例模型具体参数取值[24]如下:

$L=20$ m, $r_1^i=0.5$ m, $r_0^i=0.38$ m, $m=3$, $L_e/L=0.1$, $l_1/L=0.3$, $l_2/L=0.3$, $l_3/L=0.3$, $\rho_p^i=2500$ kg/m^3,桩身波速 $V_p^i=3200$ m/s,桩身泊松比 $\upsilon_p^i=0.25$, $\rho_1^i=\rho_0^i=2020$ kg/m^3, $E_p^1/E_s^1=1000$, $E_p^2/E_s^2=1250$, $E_p^3/E_s^3=1500$, $\xi_1^i=\xi_0^i=0.05$, $\nu_1^i=\nu_0^i=0.3$。

3.1 解析解答合理性验证

为了验证本文所推导的层状黏弹性土中半埋入式管桩水平振动动力阻抗解析解答的合理性,将本文解与已有相关解析解答进行退化对比验证。具体地,令$L_e\to0$ m,$L_h\to0$ m,$m=1$,$r_0^i\to0$ m,将本文层状土中半埋入式管桩水平振动解析模型退化至文献[32]中所述黏弹性土中实体桩水平振动工况中,并与已有文献解[32]进行对比。本文退化解与已有文献解[32]在3种不同桩-土弹性模量比条件下的对比情况如图2所示。由图2可见,本文推导所得的层状黏性土中管桩桩顶水平阻抗退化解与已有文献解[32]吻合良好。

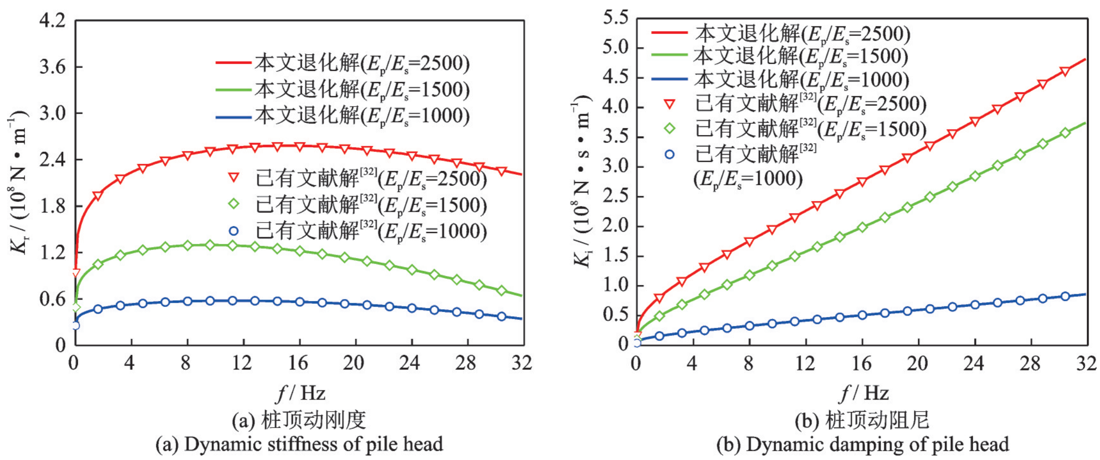


图2　本文退化解与已有文献解[32]对比情况($L_e\to0$ m,$L_h\to0$ m,$m=1$,$r_0^i\to0$ m)

Fig. 2　Comparisons of degenerated solution in this paper with existing solution in reference [32] ($L_e\to0$ m,$L_h\to0$ m,$m=1$,$r_0^i\to0$ m)

3.2 半埋入式管桩桩顶水平阻抗影响因素分析

图3所示为埋入比变化对半埋入式管桩桩顶水平阻抗的影响情况。其中,L_e/L表示管桩埋入线以上部分长度与总桩长之比。由图3可见,在其他条件不变的情况下,埋入比变化对半埋入式管桩桩顶水平阻抗的影响显著。具体地,随着埋入比的增大,桩顶水平动刚度和动阻尼幅值增大。

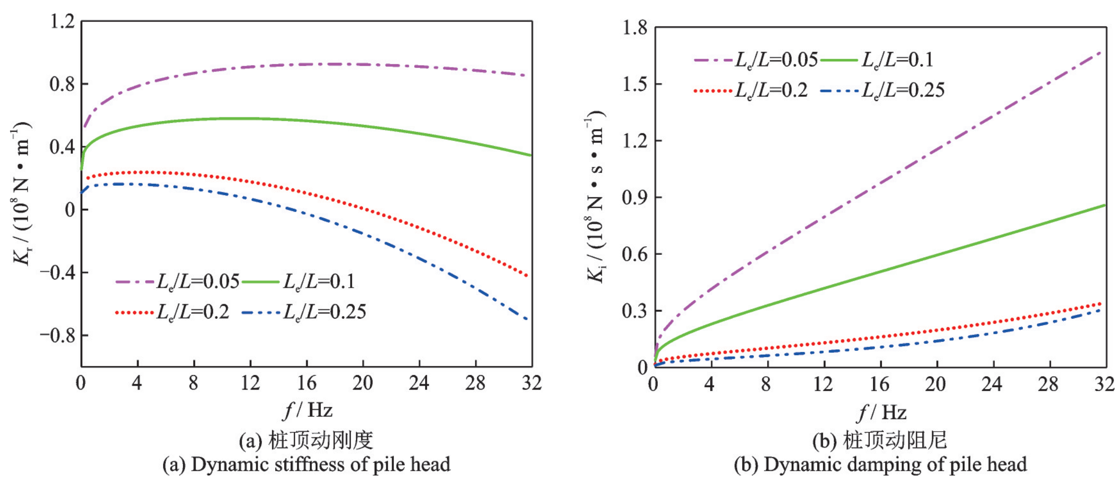
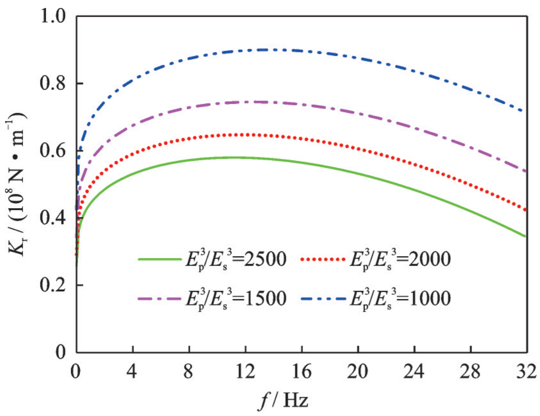


图3　埋入比对桩顶水平阻抗的影响

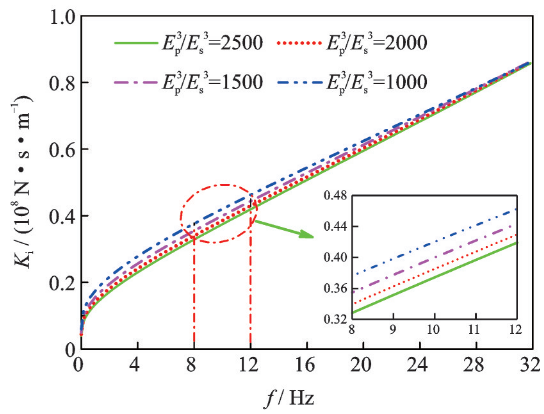
Fig. 3　Influence of embedment ratio on the horizontal impedance of pile head

图 4 和 5 所示分别为层状桩周土中各层段土体弹性模量变化对半埋入式管桩桩顶水平阻抗的影响情况。由图 4 可见，在其他条件不变的情况下，随着表层土体弹性模量的增大，半埋入式管桩桩顶水平动刚度和动阻尼幅值亦增大。不同地，从图 5 中不难看出，桩周土中、下层土体弹性模量变化对半埋入式管桩桩顶水平动刚度和动阻尼的影响均可忽略。这表明桩周土中的表层土体相对于中、下层土体对半埋入式管桩桩顶水平振动特性的影响更为显著。

图 6 所示为土塞高度 L_p 变化对半埋入式管桩桩顶水平阻抗的影响情况。由图 6 可见，在其他条件不变的情况下，随着土塞高度的减小，半埋入式管桩



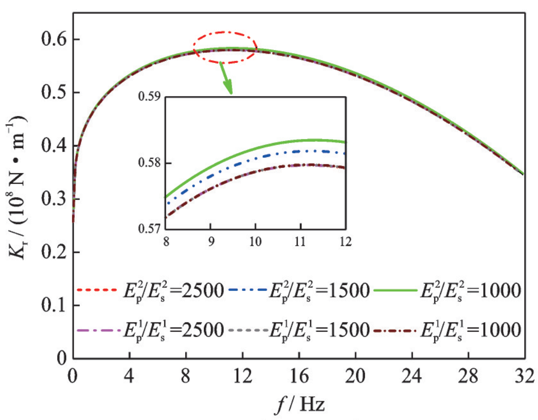
(a) 桩顶动刚度
(a) Dynamic stiffness of pile head



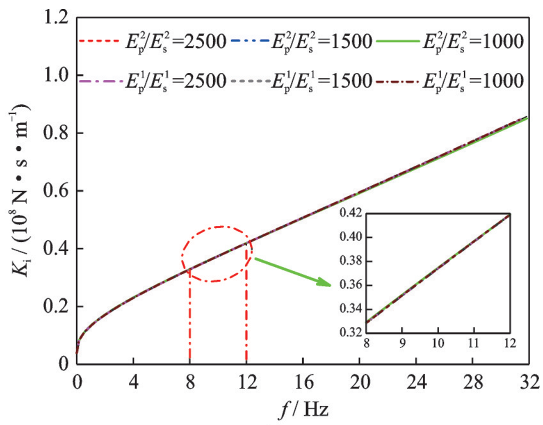
(b) 桩顶动阻尼
(b) Dynamic damping of pile head

图 4 表层土体弹性模量对桩顶水平阻抗的影响

Fig. 4 Influence of elastic modulus of surface soil layer on the horizontal impedance of pile head



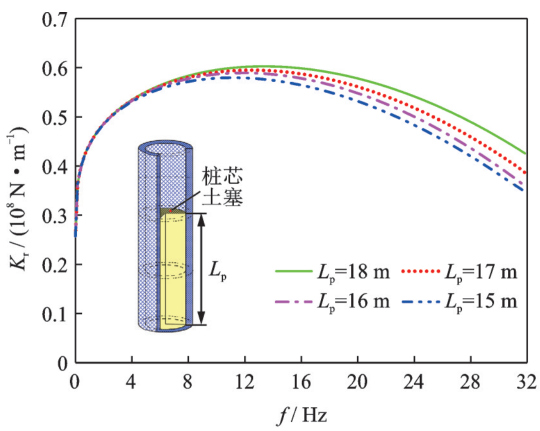
(a) 桩顶动刚度
(a) Dynamic stiffness of pile head



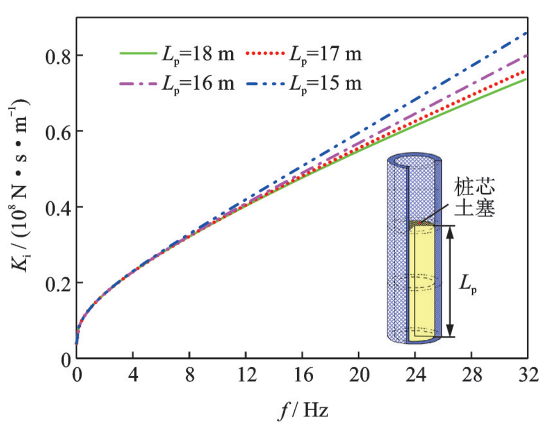
(b) 桩顶动阻尼
(b) Dynamic damping of pile head

图 5 中、下层土体弹性模量对桩顶水平阻抗的影响

Fig. 5 Influence of elastic modulus of middle and lower soil layers on the horizontal impedance of pile head



(a) 桩顶动刚度
(a) Dynamic stiffness of pile head



(b) 桩顶动阻尼
(b) Dynamic damping of pile head

图 6 土塞高度对桩顶水平阻抗的影响

Fig. 6 Influence of soil plug height on the horizontal impedance of pile head

桩顶水平动刚度幅值减小，而桩顶水平动阻尼幅值随土塞高度的减小而增大。

4 结　论

本文基于Novak平面应变理论，综合考虑半埋入式管桩土塞效应的影响，建立了层状黏弹性土中半埋入式管桩水平振动分析模型，推导出了层状土中半埋入式管桩桩顶水平阻抗解析解答，并探讨了管桩埋入比、各层土体弹性模量和土塞高度对半埋入式管桩桩顶水平阻抗的影响规律，计算分析结果表明：

(1)埋入比变化对半埋入式管桩桩顶水平阻抗的影响显著。具体地，随着埋入比的增大，桩顶水平动刚度和动阻尼幅值增大。

(2)随着表层土体弹性模量的增大，半埋入式管桩桩顶水平动刚度和动阻尼幅值均显著增大，而桩周土中、下层土体的此种影响可忽略。

(3)随着土塞高度的减小，半埋入式管桩桩顶水平动刚度幅值减小，而桩顶水平动阻尼幅值随土塞高度的减小而增大。

(4)通过与已有解进行退化对比分析，验证了本文推导所得的对应解析解答的合理性和精度，可为相关工程设计与实践提供参考。

参考文献：

[1] 杨紫健，吴文兵，陆洪智，等．黏弹性地基中楔形桩水平振动特性研究[J]．哈尔滨工业大学学报，2021，53(11)：74-83.
YANG Zijian，WU Wenbing，LU Hongzhi，et al. Horizontal vibration characteristics of tapered pile embedded in viscoelastic foundation[J]. Journal of Harbin Institute of Technology，2021，53(11)：74-83.

[2] 付鹏，胡安峰，李怡君，等．海洋高桩基础水平振动特性分析[J]．振动与冲击，2019，38(17)：88-94.
FU Peng，HU Anfeng，LI Yijun，et al. Horizontal vibration characteristics of offshore elevated piles[J]. Journal of Vibration and Shock，2019，38(17)：88-94.

[3] 辛宇，崔春义，许成顺，等．双参数层状地基中大直径单桩水平振动解析解与分析[J]．振动工程学报，2022，35(3)：585-594.
XIN Yu，CUI Chunyi，XU Chengshun，et al. Analytical analysis and solution of horizontal vibration of large diameter single pile in two-parameter layered soils[J]. Journal of Vibration Engineering，2022，35(3)：585-594.

[4] 郑长杰，丁选明，栾鲁宝．黏弹性地基中管桩水平动力特性分析[J]．岩土力学，2017，38(1)：26-32.
ZHENG Changjie，DING Xuanming，LUAN Lubao. Analysis of lateral dynamic response of pipe pile in viscoelastic soil layer[J]. Rock and Soil Mechanics，2017，38(1)：26-32.

[5] Gazetas G，Fan K，Kaynia A. Dynamic response of pile groups with different configurations[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering，1993，12(4)：239-257.

[6] El Naggar M H，Novak M. Nonlinear analysis for dynamic lateral pile response[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering，1996，15(4)：233-244.

[7] Mylonakis G，Gazetas G. Lateral vibration and internal forces of grouped piles in layered soil[J]. Journal of Geotechnical & Geoenvironmental Engineering，1999，125(1)：16-25.

[8] 刘东甲，王建国．均匀土中有限长桩瞬态横向动力响应[J]．工程力学，2003，20(6)：160-165.
LIU Dongjia，WANG Jianguo. Transient lateral response of a finite pile in homogeneous soil[J]. Engineering Mechanics，2003，20(6)：160-165.

[9] 胡安峰，谢康和，肖志荣．水平荷载下单桩动力反应分析[J]．浙江大学学报（工学版），2003，37(4)：420-425.
HU Anfeng，XIE Kanghe，XIAO Zhirong. Dynamic response analysis for a single pile subjected to lateral loading[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science)，2003，37(4)：420-425.

[10] 胡安峰，谢康和，肖志荣．层状土中考虑剪切变形的单桩水平振动解析解[J]．浙江大学学报（工学版），2005，39(6)：869-873.
HU Anfeng，XIE Kanghe，XIAO Zhirong. Analytical solutions for lateral vibration of pile in layered soils considering shear deformation[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science)，2005，39(6)：869-873.

[11] 雷文军，魏德敏．分层土中单桩和群桩的水平动力阻抗计算[J]．工程力学，2004，21(5)：36-40.
LEI Wenjun，WEI Demin. The lateral impedances of single pile and pile groups in layered soils[J]. Engineering Mechanics，2004，21(5)：36-40.

[12] 王珏，周叮，刘伟庆，等．考虑成层土剪切效应的相邻桩基动力相互作用[J]．振动工程学报，2013，26(5)：732-742.
WANG Jue，ZHOU Ding，LIU Weiqing，et al. Dynamic interaction between adjacent piles considering soil shear effect in layered foundation[J]. Journal of Vibration Engineering，2013，26(5)：732-742.

[13] Wang J，Zhou D，Liu W Q. Horizontal impedance of pile groups considering shear behavior of multilayered

soils[J]. Soils and Foundations, 2014, 54(5): 927-937.

[14] 梁发云, 李彦初, 黄茂松. 基于Pasternak双参数地基模型水平桩简化分析方法[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(增刊1): 300-304.
LIANG Fayun, LI Yanchu, HUANG Maosong. Simplified method for laterally loaded piles based on Pasternak double-parameter spring model for foundations[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35 (Sup1): 300-304.

[15] Gazetas G, Dobry R. Horizontal response of piles in layered soils[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1984, 110(1): 20-40.

[16] 刘林超, 杨骁. 基于严格平面应变模型的土中群桩水平振动研究[J]. 工程力学, 2010, 27(7): 168-174.
LIU Linchao, YANG Xiao. Lateral vibration of pile groups in soil based on plane strain model[J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(7): 168-174.

[17] 高洪波, 刘林超, 闫启方. 分数导数微分算子描述的粘弹性土层中群桩的水平振动研究[J]. 工程力学, 2012, 29(6): 160-168.
GAO Hongbo, LIU Linchao YAN Qifang. Lateral vibration of pile groups in viscoelastic soil layer described by fractional derivative operator[J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(6): 160-168.

[18] 韩红霞, 崔武文, 李雨润. 水平振动荷载作用下桩基动力特性[J]. 振动与冲击, 2015, 34(13): 127-132.
HAN Hongxia, CUI Wuwen, LI Yurun. Dynamic characteristics of a pile under horizontal vibration loading [J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(13): 127-132.

[19] Haldar S S, Bose S K. Dynamic soil stiffness in lateral vibrations of a floating pile[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1990, 9(1): 51-56.

[20] Kaynia A M, Kausel E. Dynamics of piles and pile groups in layered soil media[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1991, 10(8): 386-401.

[21] 干钢, 吴世明. 桩基水平振动动力特性研究[J]. 浙江大学学报(自然科学版), 1996, 30(5): 490-496.
Gan Gang, WU Shiming. Dynamic behavior of pile under horizontal vibration[J]. Journal of Zhejiang University (Natural Science), 1996, 30(5): 490-496.

[22] 刘林超, 闫启方. 分数导数模型描述的粘弹性土层中桩基水平振动研究[J]. 工程力学, 2011, 28(12): 139-145.
LIU Linchao, YAN Qifang. Lateral vibration of single pile in viscoelastic soil described by fractional derivative model[J]. Engineering Mechanics, 2011, 28 (12): 139-145.

[23] 栾鲁宝, 丁选明, 刘汉龙, 等. 考虑竖向荷载影响的大直径管桩水平振动响应解析解[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(10): 1859-1868.
LUAN Lubao, DING Xuanming, LIU Hanlong, et al. Analytical solution of lateral dynamic response of a large diameter pipe pile considering influence of axial load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38 (10): 1859-1868.

[24] Zheng C J, Liu H L, Ding X M, et al. Resistance of inner soil to the vertical vibration of pipe piles[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, 94: 83-87.

[25] 沈纪苹, 陈蕾. 基于传递矩阵法的层状土中管桩水平动力阻抗分析[J]. 岩土力学, 2016, 37(10): 2810-2816.
SHEN Jiping, CHEN Lei. Analysis of horizontal dynamic impedance of pipe pile in layered soils based on transfer-matrix formulation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(10): 2810-2816.

[26] 任青, 黄茂松, 韩东晓. 考虑轴力的部分埋入群桩基础水平振动特性[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, 30 (9): 1932-1944.
REN Qing, HUANG Maosong, HAN Dongxiao. Lateral vibration properties of partially embedded pile groups foundation considering axial forces[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, 30 (9): 1932-1944.

[27] 闫启方, 余萍, 陈晴晴. 基于FDV模型的土体中部分埋入端承摩擦桩的水平动力阻抗[J]. 信阳师范学院学报(自然科学版), 2014, 27(4): 614-618.
Yan Qifang, Yu Ping, Chen Qingqing. Lateral dynamic impedance of partially embedded end bearing friction pile in soil described by fractional derivative viscoelastic model[J]. Journal of Xinyang Normal University (Natural Science Edition), 2014, 27(4): 614-618.

[28] 刘圆圆, 孙箭林. 层状饱和土中部分埋入单桩的水平振动响应[J]. 世界地震工程, 2016, 32(4): 284-292.
LIU Yuanyuan, SUN Jianlin. Horizontal dynamic response of single pile partially embedded in layered saturated soil[J]. World Earthquake Engineering, 2016, 32 (4): 284-292.

[29] 杨紫健, 刘浩, 张云鹏, 等. 非饱和地基中部分埋入桩的水平振动问题[J]. 振动工程学报, 2023, 36(1): 247-255.
YANG Zijian, LIU Hao, ZHANG Yunpeng, et al. Horizontal vibration of partially embedded piles in unsaturated foundation[J]. Journal of Vibration Engineering, 2023, 36(1): 247-255.

[30] 刘林超, 陈磊磊, 闫启方. 饱和土中部分土塞部分外露管桩的水平动力阻抗[J]. 振动与冲击, 2017, 36 (20): 158-164.

LIU Linchao, CHEN Leilei, YAN Qifang. Horizontal dynamic impedance of part soil part exposed pipe pile in saturated soil[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(20): 158-164.

[31] 黄茂松，钟锐. 海上风机部分埋入群桩水平-摇摆振动与结构共振分析[J]. 岩土工程学报，2014，36(2)：286-294.

HUANG Maosong, ZHONG Rui. Coupled horizontal-rocking vibration of partially embedded pile groups and its effect on resonance of offshore wind turbine structures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(2): 286-294.

[32] Novak M. Dynamic stiffness and damping of piles[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, 11(4): 574-598.

Analytical solution of dynamic impedance for the horizontal vibration of partially embedded pipe pile considering soil plug effect

LIANG Zhi-meng[1], *CUI Chun-yi*[1], *XU Cheng-shun*[2], *WANG Kun-peng*[1], *XIN Yu*[1]

(1.Department of Civil Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;

2.Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: Based on Novak's plane strain theory, a horizontal vibration analysis model of the pipe pile partially embedded in visco-elastic layered soil is established by comprehensively considering the influence of the soil plug effect of partially embedded pipe piles. The analytical expressions in the frequency domain of the surrounding soil and soil plug are obtained respectively by introducing the potential function and variable separation methods. The analytical solution for the horizontal impedance of the partially embedded pipe pile in layered soil is derived by using the pile-soil coupling conditions and the transfer matrix method. The degradation of the obtained solution is compared with the existing theoretical solution to verify its rationality. On this basis, the influence of pile-soil parameters on the horizontal dynamic impedance of the pile head is further discussed by conducting an extensive parametric analysis. The results show that: the horizontal dynamic stiffness and dynamic damping amplitudes of the pile head increase with the increases of buried ratio; with the increases of the elastic modulus of surface soil, the horizontal dynamic stiffness and dynamic damping amplitudes of the partially embedded pipe pile head increase, while the influence of the middle and lower layers around the pile can be ignored; with the decreases of soil plug length, the horizontal dynamic stiffness amplitude of the partially embedded pipe pile head decreases, while the horizontal dynamic damping amplitude of pile head increases.

Key words: horizontal vibration; pipe pile; horizontal impedance; soil plug effect; partially embedded

作者简介: 梁志孟(1992—)，男，博士研究生。E-mail: liangzhimeng207@163.com。

通讯作者: 崔春义(1978—)，男，博士，教授。电话：(0411)84723186；E-mail: cuichunyi@dlmu.edu.cn。