

基于改进伽辽金法解释筒支输流管颤振误判

丁明¹, 范祖相², 孟帅¹

(1. 上海交通大学海洋工程国家重点实验室, 上海 200240; 2. 上海齐耀动力技术有限公司, 上海 201203)

摘要: 两端筒支输流管系统内流效应保守, 即系统不会从内流中获取或损失能量。基于传统伽辽金法线性分析, 在内流超临界区可预测到模态耦合颤振现象, 但是系统没有能量输入以维持该振动。该悖论已困扰学者多年, 通过非线性分析已证明模态耦合颤振不可能发生, 但发生耦合颤振误判的机理尚未可知。内流主要引入离心力、科氏力和惯性力, 其中科氏力项为反对称矩阵。基于加权残值法, 采用一组新的加权函数提出了改进伽辽金法, 利用权函数和基函数的正交性可使科氏力项消失, 从而实现系统结构动力方程全解耦。基于改进伽辽金法预测某柔性输流管系统固有频率, 在亚临界区与文献数据吻合较好, 在超临界区未发生颤振误判。同时发现, 基于传统伽辽金法可能高估了输流管系统高阶固有频率, 且随着模态阶数的增加和内流速度的加快更加显著。

关键词: 筒支输流管; 内流效应; 颤振悖论; 加权残值法; 改进伽辽金法

中图分类号: O353.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)06-1564-08

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.06.011

引言

输流管系统已被广泛应用于航空航天、核工程、石油化工及海洋工程等领域。输流管流固耦合问题可归结为典型的无穷维连续陀螺系统动力学模型。Paidoussis 在其著作中详细阐述了内流效应^[1]。内流效应分为两类: 一类是保守内流效应, 输流管在振动过程中不会从内流获取或损失能量。另一类是非保守内流效应, 输流管可从内流中损失能量(阻尼作用)或者吸取能量导致系统失去稳定性。

输流管内流效应主要取决于内流的方向、内流是单相流还是多相流, 输流管形状、边界条件以及周围环境等^[1]。当前学者们的主要精力是将内流效应理论应用于解决实际工程问题^[2-12]。孙玉东等^[4]以实际管路系统为研究对象, 考虑内流和管路结构的相互作用, 建立了液-管耦合振动噪声动力学分析一体化有限元模型, 分别对消声压力筒和管路挠性元件的噪声、振动衰减作用进行研究。郭海燕等^[5]基于内流效应对海洋立管响应特性的影响, 对现用的两部经典海洋立管设计标准(API RP2RD 和 DNV-OS-F201)提出改进建议。陈正翔等^[6]开展了实际工程常见的受多个弹性支座支承的输流管系统稳定性分析。张智勇等^[7]进行了充液直管固-液耦合振动响应研究。齐欢欢等^[8]采用了时滞主动控制

方法对输流管颤振失稳进行控制以提高其临界流速。张挺等^[9]基于有限积分法研究瞬时关闭时输流直管轴向耦合振动响应特性。段金龙等^[10]分析了剪切流作用下顶张式海洋立管在不同内流速度和密度下横向涡激振动响应特性。鲍健等^[11]分析了内外流对细长海洋弹性管振动特性的作用机制。针对水动力段塞流诱导的柔性立管振动响应问题, 高岳等^[12]开展了段塞流诱导的悬链线型柔性立管模型振动响应测试。

内流效应尚有众多基础科学问题未解决^[1, 13-27]。例如, 对于自由端含有点质量的悬臂输流管, 利用伽辽金法计算系统固有频率时通常采用两种方法: (1) 将集中质量作为边界条件; (2) 利用狄拉克函数将点质量嵌入输流管振动方程。当内流速度为零时两种方法计算结果一致。但是当内流速度不为零时两种方法计算结果显著不同, 此时第二种方法正确, 该问题发生原因未可知^[13]。对于空气环境悬臂喷管, 当内流速度达到临界流速时, 输流管会发生颤振而失去稳定性。研究者通过现有内流效应理论可很好地预测临界内流速度, 但是将同样方法应用在浸没在静水环境中的悬臂吸管时, 理论上系统会在较小内流速度下失稳, 但实验中临界内流速度非常大^[14-16]。学者们通过修正悬臂吸管的数学模型研究该问题。例如, Paidoussis 等^[15]提出在悬臂管的低端吸口处需考虑外流环境负压增压效应。Kuiper 等^[16-17]研究发现

收稿日期: 2022-08-01; 修订日期: 2022-08-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51879161)。

外部水曳力对吸管稳定性有着重要影响。Kuiper等^[18]通过模型实验发现,当内流速度超过临界值后,悬臂吸管将会呈现复杂的动态响应特征,且整个实验中没有观察到平面振动。Giacobbi等^[19]采用解析法、数值计算和模型实验对上述现象进行了深入的探讨。尽管该问题尚未解决,Adiputra等^[20-21]基于现有内流效应理论分析了海洋温差发电装置悬臂吸管系统的稳定性。在新型吸管工程应用背景下,Butt等^[22-23]对悬臂吸管系统在内流和轴向外流联合下的稳定性进行理论及实验分析。

对于两端简支输流管系统,其内流效应保守^[1]。利用传统伽辽金法线性分析时,在超临界区预测到模态耦合颤振现象,但没有能量输入以维持该振动。Ch'ng等^[24]基于输流管非线性模型发现,两端固定特别是两端简支的输流管道在有限(伽辽金)近似的数值积分中得出稳定的极限环颤振运动是可能的。Holmes^[25]基于有限维非线性模型得到的研究结果与线性模型一致,同样预测到了颤振现象。其后,Holmes^[26]基于有限维非线性模型进行无限维度分析,通过李雅普诺夫第二法评估输流管道在超临界区的稳定性,研究证明颤振不能发生。Paidoussis^[1]和Sadeghi等^[27]基于非线性模型分析发现,系统在超临界区发生屈曲失稳,且随着内流速度进一步增加,输流管屈曲响应幅值增加。Paidoussis对该研究历程进行了总结^[1]。马腾等^[28]通过在输流管的两端引入边界支承弹簧,采用一种改进傅里叶级数的方法建立了输流管耦合振动分析模型,依然预测到模态耦合颤振现象。于是产生了第一个疑问:既然对于非线性模型,采用不同求解方法会影响超临界区响应预测,那么对于线性模型可否通过修正求解方法避免颤振误判呢?考虑到伽辽金法是加权残值法的一种,本研究尝试从加权残值法求解角度对线性模型产生颤振误判进行探讨。第二个疑问:既然非线性模型可以避免颤振误判,探究线性模型发生颤振误判的机理有工程意义吗?作者认为该研究具有重要的工程应用背景。例如,随着海洋开发步入深海区,海洋立管长径比的大幅增加致使立管的柔性增强,柔性立管开始得到应用(尤其是在深海采矿领域),且新型柔性立管系统涌现(例如,为克服海床多变地形环境,有学者提出一种悬浮柔性输流管系统^[29]),柔性立管的内流效应突显,且可能进入超临界区^[30-32]。在海洋立管响应特性仿真计算中,因基于线性模型的伽辽金法求解简便实用且可对激发的模态进行分析等优势被一直广泛应用,尤其在试验数据处理中很难采用非线性模型^[33-36]。例如,在深海立管(内部传输高速流体)涡激振动试验数据处理

中,一般先建立海洋立管的结构动力线性模型,然后采用伽辽金法,利用实验数据,分析海洋流体力以及激发的立管模态^[33]。

1 颤振悖论

1.1 数学模型

简支输流管系统如图1所示,且采用二维坐标系 oxy 。原点 o 为输流管左端点, y 为横向, x 为未发生形变时的轴向, L 为输流管的长度。忽略重力效应,输流管在恒预张力作用下的横向振动控制方程为^[1]:

$$(M+m)\ddot{w} + EIw'''' + C_0\dot{w} + 2MU\dot{w}' - (T - MU^2)w'' = 0 \quad (1)$$

式中 M 为单位长度内流质量; m 为输流管道单位长度的质量; w 为横向形变; EI 为输流管道横向弯曲刚度; C_0 为输流管道阻尼系数; U 为内流单相流速; T 为预张力;上角标“ $'$ ”表示对 x 的导数;上标“ \cdot ”表示对时间 t 的导数。

引入无量纲参数:

$$\eta = \frac{w}{L}, \xi = \frac{x}{L}, \tau = t \sqrt{\frac{EI}{L^4(M+m)}},$$

$$c = \frac{C_0 L^2}{\sqrt{(M+m)EI}}, \Gamma = \frac{TL^3}{EI},$$

$$u = U \sqrt{\frac{ML^2}{EI}}, \beta = 2 \sqrt{\frac{M}{M+m}}.$$

可得输流管系统横向振动无量纲振动控制方程为:

$$\ddot{\eta} + \eta'''' + c\dot{\eta} + \beta u \eta' - (\Gamma - u^2)\eta'' = 0 \quad (2)$$

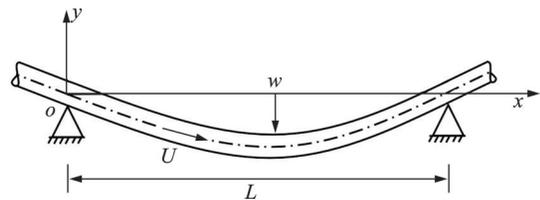


图1 简支输流管系统

Fig. 1 A simply-supported fluid-conveying pipe

1.2 加权残值法

基于加权残值法^[37],可假设:

$$\eta(\xi, \tau) \approx \sum_{j=1}^N q_j(\tau) \phi_j(\xi), j = 1, \dots, N \quad (3)$$

式中 $\phi_j(\xi)$ 为采用的试函数,试函数需要满足正交以及边界条件; N 为基函数的数目; $q_j(\tau)$ 为对应的广义时间坐标,得:

$$\sum_{j=1}^N [\phi_j \ddot{q}_j + \phi_j''' q_j + c \phi_j \dot{q}_j + \beta u \phi_j' \dot{q}_j - (\Gamma - u^2) \phi_j'' q_j] = 0 \quad (4)$$

由于 $\eta(\xi, \tau)$ 只是近似解, 设定 $\eta(\xi, \tau)$ 与精确解之间的残差为 $R[\eta, \xi, \tau]$, 即:

$$R[\eta, \xi, \tau] = \eta(\xi, \tau) - \sum_{j=1}^N q_j(\tau) \phi_j(\xi) \quad (5)$$

加权残值法需要选定一组权函数 $\psi_i (i=1, \dots, N)$, 使得残差的加权积分为 0, 即:

$$\int_0^1 \psi_i(\xi) R[\eta(\xi, \tau), \xi, \tau] d\xi = 0 \quad (6)$$

进而求得:

$$\sum_{j=1}^N \left\{ \int_0^1 \psi_i \phi_j \ddot{q}_j d\xi + \left[c \int_0^1 \psi_i \phi_j d\xi + \beta u \int_0^1 \psi_i \phi_j' d\xi \right] \dot{q}_j + \left[\int_0^1 \psi_i \phi_j''' d\xi - (\Gamma - u^2) \int_0^1 \psi_i \phi_j'' d\xi \right] q_j \right\} = 0 \quad (7)$$

采用不同权函数 ψ_i , 加权残值法有不同实现版本。若采用的权函数为基函数本身, 则称为伽辽金法。

1.3 伽辽金法

可采用简支梁模态函数为试函数, 即:

$$\phi_j(\xi) = \sin(j\pi\xi), \quad j=1, \dots, N \quad (8)$$

若采用伽辽金法, 权函数和试函数相同即 $\psi_j = \phi_j$ 。利用简支梁模态函数正交性条件:

$$\int_0^1 \phi_i \phi_j d\xi = \begin{cases} \frac{1}{2}, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (9)$$

$$\int_0^1 \phi_i \phi_j' d\xi = \begin{cases} 0, & i=j \\ \frac{[1 - (-1)^{i+j}]ij}{2(i^2 - j^2)}, & i \neq j \end{cases} \quad (10)$$

$$\int_0^1 \phi_i \phi_j'' d\xi = \begin{cases} -\frac{1}{2}(i\pi)^2, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (11)$$

$$\int_0^1 \phi_i \phi_j''' d\xi = \begin{cases} -\frac{1}{2}(i\pi)^4, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (12)$$

最后得到输流管系统结构动力方程为:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = 0 \quad (13)$$

式中 M 为质量矩阵, 且 $M = \mathbf{I}_{N \times N}$, $\mathbf{I}_{N \times N}$ 为 N 阶单位阵; C 为阻尼矩阵, 且 $C = C_1 + C_2$, C_1 为系统结构阻尼矩阵, $C_1 = c_s \mathbf{I}_{N \times N}$, c_s 为结构阻尼系数, C_2 为内流科里奥利力矩阵, $C_{2ij} = 4\beta u \int_0^1 \phi_i \phi_j' d\xi$; K 为刚度矩阵, $K_{ij} = (i\pi)^4 + (i\pi)^2(\Gamma - u^2)$; $q = (q_1 \quad q_2 \quad \dots \quad q_N)^T$ 。

矩阵 C_1 为反对称矩阵, 故 C 为反对称矩阵, 可

令 $z = \begin{Bmatrix} q \\ \dot{q} \end{Bmatrix}$, 即转化为标准特征值问题:

$$B\dot{z} + Ez = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

式中 $B = \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C \end{bmatrix}$, $E = \begin{bmatrix} -M & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$ 。

设 $A = -B^{-1}E$, 则有:

$$z = A \exp(\lambda\tau) = A \exp(j\Omega\tau) \quad (15)$$

式中 λ 为系统特征值; $j = \sqrt{-1}$ 。当 $u \neq 0$ 时 λ 为复数。 Ω 实部 $\text{Re}(\Omega)$ 为固有频率, 虚部 $\text{Im}(\Omega)$ 与阻尼有关^[1]。

利用 MATLAB 自编程, 已完成对输流管道固有频率计算程序的验证(详见参考文献[30])。参考文献[1]中的某柔性简支输流管系统, 设 $\beta = 0.1$, $\Gamma = 0$, 忽略结构阻尼 $c = 0$, 取 $N = 4$, 系统固有频率随着内流速度的变化曲线如图 2 所示, 与文献[1]中的前三阶固有频率数据吻合较好。随着内流速度的增加, 系统的第一阶固有频率逐步减小。当 $u = \pi$, $\text{Re}(\Omega_1) = 0$, 第一阶模态发生屈曲失稳。当 $u = 2\pi$, $\text{Re}(\Omega_2) = 0$, 第二阶模态发生屈曲失稳。随着 u 的持续增加, 第一阶和第二阶模态耦合颤振, 于是产生一悖论: 内流效应保守, 系统不会从内流中吸取能量来维持颤振, 为什么会发生颤振误判?

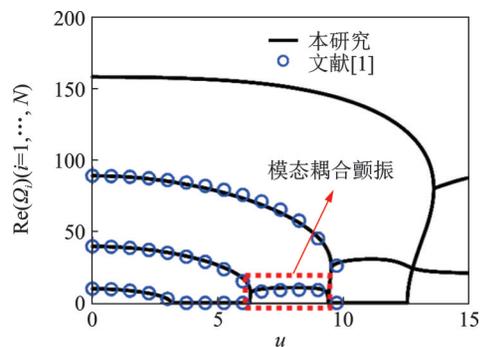


图 2 输流管系统固有频率随 u 变化曲线

Fig. 2 The varying curves of the natural frequencies of the pipe with increase of u

2 悖论解释

2.1 伽辽金法的局限

伽辽金法中, 若采用 N 个试函数, 则结构动力方程(13)是由 N 个加权残值方程构成的, 其中第 i 个加权残值 Δ_i^N 方程(上标 N 为采用的基函数数目)为:

$$\Delta_i^N = \ddot{q}_i + [(i\pi)^4 + (i\pi)^2(\Gamma - u^2)]q_i + 4\sqrt{\beta}u \sum_{j=1}^N \dot{q}_j \int_0^1 \phi_i \phi_j' d\xi \quad (16)$$

当基函数增加到 $N + 1$ 时,第 i 个加权残值 Δ_i^{N+1} 为:

$$\Delta_i^{N+1} = \ddot{q}_i + [(i\pi)^4 + (i\pi)^2(\Gamma - u^2)]q_i + 4\sqrt{\beta}u \sum_{j=1}^{N+1} \dot{q}_j \int_0^1 \phi_i \phi_j' d\xi \quad (17)$$

对于任意 $i(i=1, \dots, N)$,根据式(16)和(17)得:

$$\begin{aligned} \Delta_i^{N+1} - \Delta_i^N &= 4\sqrt{\beta}u \dot{q}_{N+1} \int_0^1 \phi_i \phi_{N+1}' d\xi = \\ &4\sqrt{\beta}u \dot{q}_{N+1} (N+1) \int_0^1 \sin(i\pi\xi) \cos[(N+1)\pi\xi] d\xi = \\ &4\sqrt{\beta}u \dot{q}_{N+1} \frac{-i(N+1)[\cos(i\pi)\cos(N\pi) + 1]}{(N+1)^2 - i^2} \end{aligned} \quad (18)$$

假设基于伽辽金法求出的解收敛,则当 $N \rightarrow \infty$ 时,对于任意的 $i(i=1, \dots, N)$ 有:

$$\Delta_i^{N+1} - \Delta_i^N \rightarrow 0 \quad (19)$$

这里取 $i = N - 2$ 为例,

$$\begin{aligned} \Delta_{N-2}^{N+1} - \Delta_{N-2}^N &= 4\sqrt{\beta}u \dot{q}_{N+1} \cdot \\ &\frac{-(N-2)(N+1)\{\cos[(N-2)\pi]\cos(N\pi) + 1\}}{(N+1)^2 - (N-2)^2} = \\ &4\sqrt{\beta}u \dot{q}_{N+1} \frac{-2N^2 + 2N + 4}{6N - 3} \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (20)$$

因此,采用伽辽金法随基函数数目 N 的增加不存在收敛解,这显然不满足加权残值法的收敛条件^[37]。同时依据式(18), Δ_i^{N+1} 和 $\Delta_i^N(i=1, \dots, N)$ 的差异与内流速度 u 成正比。因此,若 u 足够大,采用伽辽金法求得的输流管固有频率是不可信的,甚至是错误的。

基于计算发现,随着 N 增加不会消除耦合颤振误判,同时随着模态提高和内流速度的增加,预测结果差别增大。举例说明,设输流管参数 $\beta = 0.1$, $\Gamma = 0, c = 0$,基于伽辽金法在 $N = 4, 5$ 时计算出的输流管固有频率随内流速度的变化曲线如图 3 所示。

2.2 改进伽辽金法

可否找到合适的权函数 ψ_i 确保满足加权残值法收敛性条件呢? 经过验算,提出权函数为:

$$\psi_i(\xi) = \phi_{N+i}'(\xi), i = 1, \dots, N \quad (21)$$

式中 $\phi_{N+i}(\xi)$ 依然为简支梁的模态函数; N 仍然为

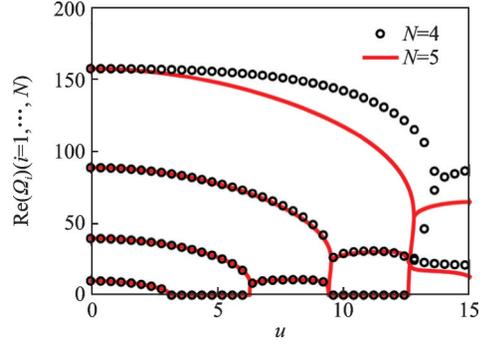


图 3 基于伽辽金法采用不同 N 预测输流管系统固有频率随 u 的变化

Fig. 3 The predicted natural frequencies of the pipe vary with the increase of u at different N via Galerkin method

式(3)中采用的基函数数目。利用正交性条件:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \psi_i \phi_j' d\xi &= \int_0^1 \phi_{N+i}' \phi_j' d\xi = \\ j(N+i)\pi^2 \int_0^1 \cos[(N+i)\pi\xi] \cos(j\pi\xi) d\xi &= 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\int_0^1 \psi_i \phi_j'' d\xi = -(j\pi)^2 \int_0^1 \psi_i \phi_j d\xi \quad (23)$$

$$\int_0^1 \psi_i \phi_j''' d\xi = (j\pi)^4 \int_0^1 \psi_i \phi_j d\xi \quad (24)$$

进而求得:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \int_0^1 \psi_i \phi_j d\xi \{ \ddot{q}_j + c_s \dot{q}_j + [(i\pi)^4 + \\ (j\pi)^2(\Gamma - u^2)]q_j \} &= 0 \end{aligned} \quad (25)$$

最后得到输流管系统结构动力方程为:

$$\Phi M \ddot{q} + \Phi C \dot{q} + \Phi K q = 0 \quad (26)$$

式中

$$\Phi = \begin{bmatrix} \int_0^1 \psi_1 \phi_1 d\xi & \cdots & \int_0^1 \psi_1 \phi_N d\xi \\ \int_0^1 \psi_2 \phi_1 d\xi & \cdots & \int_0^1 \psi_2 \phi_N d\xi \\ \vdots & & \vdots \\ \int_0^1 \psi_N \phi_1 d\xi & \cdots & \int_0^1 \psi_N \phi_N d\xi \end{bmatrix} \quad (27)$$

M 为系统质量矩阵,且 $M = I_{N \times N}$; C 为阻尼矩阵,且 $C = C_1 + C_2$,系统结构阻尼矩阵 $C_1 = c_s I_{N \times N}$ 。需要强调说明的是,利用式(22)内流引入科里奥利力矩阵 C_2 的元素为:

$$C_{2ij} = 4\beta u \int_0^1 \psi_i \phi_j' d\xi = 0 \quad (28)$$

基于权函数和试函数正交性,科里奥利力项 C_2 消失了; K 为系统的刚度矩阵,且 $K = K_1 + (\Gamma - u^2)K_2$,其中:

$$K_1 = \begin{bmatrix} \pi^4 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (2\pi)^4 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & (N\pi)^4 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} \pi^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (2\pi)^2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & (N\pi)^2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

若 Φ 矩阵可逆, 则式(26)可转化为:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = 0 \quad (31)$$

可以发现, 式(31)由 N 个独立加权残值方程构成。 M, C, K 矩阵的非对角元素皆为 0, 从而实现了系统结构动力方程全解耦。其中, 第 i 个加权残值方程为:

$$\Delta_i^N = \ddot{q}_i + c\dot{q}_i + \left[(i\pi)^4 + (i\pi)^2(\Gamma - u^2) \right] q_i = 0 \quad (32)$$

观察式(32)可知, 加权残值与基函数的数量 N 无关, 这意味着当基函数的数量增加到 N^* ($N^* > N$) 时:

$$\Delta_i^{N^*} - \Delta_i^N = 0 \quad (33)$$

对任意 i ($i = 1, \dots, N$) 皆成立。换言之, 随着 N 增加, 利用式(31)求解能保证收敛。由于此方法属于加权残值法的一种, 而且与伽辽金法采用相同的基函数, 这里定义为改进伽辽金法。

设定 $\delta = \frac{c}{2}$, $\omega_{i0}^2 = (i\pi)^4 + (i\pi)^2(\Gamma - u^2)$, 根据式(32)可得第 i 阶阻尼振动微分方程标准形式为:

$$\ddot{q}_i + 2\delta\dot{q}_i + \omega_{i0}^2 q_i = 0 \quad (34)$$

忽略结构阻尼, 则可以直接求出第 i 阶固有频率为:

$$\text{Re}(\Omega_i) = \text{Re} \left\{ \sqrt{(i\pi)^4 + (i\pi)^2(\Gamma - u^2)} \right\} \quad (35)$$

采用简支输流管的参数 $\beta = 0.1, \Gamma = 0$, 首先计算发现 Φ 可逆, 然后取 $N = 4$ 计算输流管系统固有频率随流速的变化曲线如图 4 所示。随着内流速度增加, 系统的第一阶固有频率逐步减少。 $u = \pi$ 时 $\text{Re}(\Omega_1) = 0$, 发生第一阶模态屈曲失稳。 $u = 2\pi$ 时 $\text{Re}(\Omega_2) = 0$, 发生第二阶模态屈曲失稳。很明显, 在亚临界区与文献[1, 26-27]数据较好吻合。但是在内流超临界区未发生模态耦合颤振误判。同时发现, 当增加试函数数目 N 时, 计算结果具有一致收敛性且始终未发生模态耦合颤振误判。举例说明, 当 $N = 5$ 时, 计算结果如图 4 所示, 与 $N = 4$ 时的仿真曲线较好吻合。

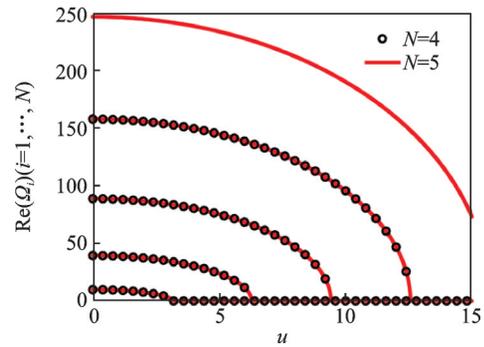


图 4 基于改进伽辽金法采用不同试函数数量 ($N = 4$ 和 $N = 5$) 预测输流管系统固有频率随 u 的变化

Fig. 4 The natural frequencies of the pipe vary with the increase of u at $N = 4$ and $N = 5$ via the modified Galerkin method

2.3 比较分析

内流速度 $u = 0$ 时, 内流产生的科氏力项消失。基于伽辽金法和改进伽辽金法得到的结构动力方程即式(13)和(26)都可以完全解耦, 任一加权残值 Δ_i^N 方程与采用基函数数量 N 及输流管系统参数无关。此时, 两种方法都能满足加权残值法的收敛性条件, 采用两种方法计算输流管系统固有频率的结果一致。

当内流速度 $u > 0$ 时, 基于伽辽金法得到的结构动力方程因科氏力项为反对称矩阵导致无法完全解耦。在本文提出的改进伽辽金法中, 利用选取的权函数和试函数的正交性让科氏力项为零, 进而使结构动力方程完全解耦。计算发现, 基于改进伽辽金法可消除颤振误判, 同时发现, 采用伽辽金法可能高估了系统的高阶固有频率, 且随模态阶数增加和内流速度加快更加显著。

举例说明, 选取输流管参数 $\beta = 0.1, \Gamma = 0, c = 0$, 基于伽辽金法和改进伽辽金法计算出系统固有频率随内流速度的变化曲线如图 5 所示。在 $u = 0$ 时,

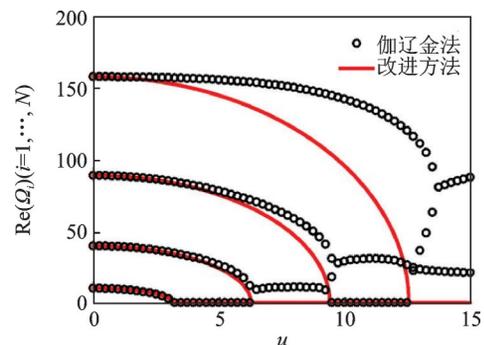


图 5 基于伽辽金法与改进伽辽金法采用 $N = 4$ 预测某个输流管系统的固有频率随 u 的变化

Fig. 5 The predicted natural frequencies vary with the increase of u based on Galerkin method and modified Galerkin method at $N = 4$

两种方法计算的结果一致,即频率曲线起点相同,但随着内流速度的增加,第二阶、第三阶和第四阶固有频率开始分离,且第四阶分离最为显著。

3 结 论

两端简支输流管系统的内流效应保守,即系统不会从内流中获取或损失能量。利用伽辽金法通过线性方法计算得到两端简支输流管的固有频率,在亚临界区与试验数据拟合较好,但是当内流速度超过临界流速后,预测到一阶模态和二阶模态耦合颤振现象。尽管学者们认定颤振现象不可能发生,但其发生的机理尚不清楚。考虑到伽辽金法属于加权残值法的一种,本研究基于加权残值法对该悖论进行探讨。

从线性角度看,内流效应引入离心力、科氏力和惯性力三项。采用伽辽金法求解时,因科氏力项为反对称矩阵,由加权残值方程构成的输流管结构动力方程不能完全解耦,这导致采用伽辽金法求解不符合加权残值法收敛条件。提出一组新的权函数,可利用权函数和试函数的正交性使科氏力项消失,进而使输流管系统结构动力方程完全解耦,并满足加权残值法收敛条件。该方法属于加权残值法的一种,定义为改进伽辽金法。基于改进伽辽金法计算两端简支输流管固有频率,在亚临界区与文献[1, 26-27]吻合较好,在超临界区未发生颤振误判,进而完成对模态耦合颤振悖论的解释。同时发现,基于传统伽辽金法可能高估输流管系统高阶的固有频率,且随着模态阶数增加和内流速度加快更加严重。由于固有频率对于输流管动态特性分析与稳定性预判有着重要影响,本研究具有工程应用价值。例如,海洋立管正常作业时,仿真计算通常设定立管为两端简支。需要准确预测立管系统固有频率以防止/抑制涡激振动^[29]、躲避参激不稳定区^[30]等。

需要指出的是,式(26)转化到式(31)的前提是 Φ 可逆。尽管通过MATLAB计算发现,当 $N=1\sim 100$ 时, Φ 皆可逆。未来研究将对 Φ 的可逆性进行严格证明。同时,采用的权函数是基于简支梁边界条件提出的,并不适用于其他边界条件输流管系统(比如悬臂输流管等)。但是本研究为实现各种边界条件输流管系统结构动力方程的全解耦,尤其为处理内流科氏力项提供了一种思路。同时,关于是否有其他因素影响颤振误判需进一步研究。

参考文献:

[1] Paidoussis M P. Fluid-Structure Interactions Volume 1:

Slender Structures and Axial Flow [M]. Second Edition. San Diego: Academic Press, 2014.

[2] 江建祥,黄幼玲.弹性支承输流管道固有频率计算[J].振动工程学报,1992,5(4):396-402.

Jiang Jianxiang, Huang Youling. Calculation of the eigenfrequency of the fluid-conveying pipes on spring-support [J]. Journal of Vibration Engineering, 1992, 5(4): 396-402.

[3] 金基铎,林影,邹光胜.悬臂输流管的颤振和混沌运动分析[J].振动工程学报,1997,10(3):314-320.

Jin Jiduo, Lin Ying, Zou Guangsheng. Flutter and chaotic motions of a cantilevered fluid conveying pipe [J]. Journal of Vibration Engineering, 1997, 10(3): 314-320.

[4] 孙玉东,王锁泉,刘忠族,等.液-管耦合空间管路系统振动噪声的有限元分析方法[J].振动工程学报,2005,18(2):149-154.

Sun Yudong, Wang Suoquan, Liu Zhongzu, et al. Unified finite element method for analyzing vibration and noise in 3-D piping system with liquid-pipe coupling [J]. Journal of Vibration Engineering, 2005, 18(2): 149-154.

[5] 郭海燕,张文冬,李效民.关于海洋立管设计标准中内流作用的分析与探讨[J].海洋工程,2010,28(2):44-49.

Guo Haiyan, Zhang Wendong, Li Xiaomin. Analysis and discussion on the effect of internal flow in the design standard of marine risers [J]. The Ocean Engineering, 2010, 28(2): 44-49.

[6] 陈正翔,张维衡.简单输液管系的稳定性分析[J].振动工程学报,1998,11(1):38-45.

Chen Zhengxiang, Zhang Weiheng. Stability analysis of simple pipe system conveying fluid [J]. Journal of Vibration Engineering, 1998, 11(1): 38-45.

[7] 张智勇,沈荣瀛.充液直管管系中的固-液耦合振动响应分析[J].振动工程学报,2000,13(3):455-461.

Zhang Zhiyong, Shen Rongying. Fluid-structure interaction of the straight liquid-filled piping system [J]. Journal of Vibration Engineering, 2000, 13(3): 455-461.

[8] 齐欢欢,徐鉴.输液管道颤振失稳的时滞控制[J].振动工程学报,2009,22(6):576-582.

Qi Huanhuan, Xu Jian. Delayed feedback control for flutter in the pipe conveying fluid [J]. Journal of Vibration Engineering, 2009, 22(6): 576-582.

[9] 张挺,郭晓梅,谭志新,等.基于有限积分法的输流直管轴向流固耦合有限积分法数值模拟[J].振动工程学报,2019,32(1):160-167.

Zhang Ting, Guo Xiaomei, Tan Zhixin, et al. Numerical simulation on FSI characteristics of fluid-conveying straight pipe by finite integration method [J]. Journal of

- Vibration Engineering, 2019, 32(1): 160-167.
- [10] 段金龙,周济福,王旭,等.剪切流场中含内流立管横向涡激振动特性[J].力学学报,2021,53(7):1876-1884.
- Duan Jinlong, Zhou Jifu, Wang Xu, et al. Cross-flow vortex-induced vibration of a flexible riser with internal flow in shear current[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(7): 1876-1884.
- [11] 鲍健,陈正寿.细长输流管内外流耦合振动特性研究[J].海洋工程,2022,40(2):78-87.
- Bao Jian, Chen Zhengshou. Study on coupling vibration characteristics of slender fluid-conveying pipe subject to internal flow and external current[J]. The Ocean Engineering, 2022, 40(2): 78-87.
- [12] 高岳,朱红钧,颜知音,等.变工况气液段塞流诱导的柔性立管振动响应[J].振动工程学报,2023,36(4):1044-1053.
- Gao Yue, Zhu Hongjun, Yan Zhiyin, et al. Slug flow-induced vibration of a flexible catenary riser model with variable gas-liquid flows[J]. Journal of Vibration Engineering, 2023, 36(4): 1044-1053.
- [13] 赵桂欣,孟帅,车驰东,等.解释自由端含集中质量悬臂输流管固有频率计算悖论[J].振动与冲击,2023,42(7):18-24.
- Zhao Guixin, Meng Shuai, Che Chidong, et al. Explanation for paradox in natural frequency calculation of cantilever fluid-conveying pipe system with an end-mass[J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42(7): 18-24.
- [14] Paidoussis M P. Some unresolved issues in fluid-structure interactions[J]. Journal of Fluids and Structures, 2005, 20: 871-890.
- [15] Paidoussis M P, Semler C, Gagnon M W. A reappraisal of why aspirating pipes do not flutter at infinitesimal flow[J]. Journal of Fluids and Structures, 2005, 20(1): 147-156.
- [16] Kuiper G L, Metrikine A V. Dynamic stability of a submerged, free-hanging riser conveying fluid[J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 280: 1051-1065.
- [17] Kuiper G L, Metrikine A V, Battjes J A. A new time-domain drag description and its influence on the dynamic behavior of a cantilever pipe conveying fluid[J]. Journal of Fluids and Structures, 2007, 23(3): 429-445.
- [18] Kuiper G L, Metrikine A V. Experimental investigation of dynamic stability of a cantilever pipe aspirating fluid[J]. Journal of Fluids and Structures, 2008, 24(4): 541-588.
- [19] Giacobbi D B, Rinaldi S, Semler C, et al. The dynamics of a cantilevered pipe aspirating fluid studied by experimental, numerical and analytical methods[J]. Journal of Fluids and Structures, 2012, 30: 73-96.
- [20] Adiputra R, Utsunomiya T. Stability based approach to design cold-water pipe (CWP) for ocean thermal energy conversion (OTEC)[J]. Applied Ocean Research, 2019, 92: 101921.
- [21] Adiputra R, Utsunomiya T. Linear vs non-linear analysis on self-induced vibration of OTEC cold water pipe due to internal flow[J]. Applied Ocean Research, 2021, 110(8): 102610.
- [22] Butt M F J, Paidoussis M P, Nahon M. Dynamics of a confined pipe aspirating fluid and concurrently subjected to external axial flow: a theoretical investigation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2021, 509: 116148.
- [23] Butt M F J, Paidoussis M P, Nahon M. Dynamics of a confined pipe aspirating fluid and concurrently subjected to external axial flow: an experimental investigation[J]. Journal of Fluids and Structures, 2021, 104(2): 103299.
- [24] Ch'ng E, Dowell E H. A theoretical analysis of nonlinear effects on the flutter and divergence of a tube conveying fluid[C]. New York: ASME, 1977: 65-81.
- [25] Holmes P J. Bifurcations to divergence and flutter in flow-induced oscillations: a finite dimensional analysis[J]. Journal of Sound and Vibration, 1977, 53(4): 471-503.
- [26] Holmes P J. Pipes supported at both ends cannot flutter[J]. Journal of Applied Mechanics, 1978, 45(3): 619-622.
- [27] Sadeghi Y M, Paidoussis M P. Nonlinear dynamics of extensible fluid-conveying pipes, supported at both ends[J]. Journal of Fluids and Structures, 2009, 25: 535-543.
- [28] 马腾,杜敬涛,许得水,等.任意弹性边界支承输流管路系统耦合振动特性分析[J].振动工程学报,2018,31(3):441-449.
- Ma Teng, Du Jingtao, Xu Deshui, et al. Vibration characteristics analysis of fluid-conveying pipe system with general elastic boundary supports[J]. Journal of Vibration Engineering, 2018, 31(3): 441-449.
- [29] Wang Z Q, Yang H Z. Parametric instability of a submerged floating pipeline between two floating structures under combined vortex excitations[J]. Applied Ocean Research, 2016, 59: 265-273.
- [30] Meng S, Zhang X Q, Che C D, et al. Cross-flow vortex-induced vibration of a flexible riser transporting an internal flow from subcritical to supercritical[J]. Ocean Engineering, 2017, 139: 74-84.
- [31] Meng S, Song S D, Che C D, et al. Internal flow effect on the parametric instability of deepwater drilling risers[J]. Ocean Engineering, 2018, 149: 305-312.
- [32] Pavlou D G. Inner flow-induced buckling of fiber-rein-

- forced polymetric catenary risers [J]. Journal of Off-shore Mechanics and Arctic Engineering, 2020, 142: 061801.
- [33] Song L J, Fu S X, Gao J, et al. An investigation into the hydrodynamics of a flexible riser undergoing vortex-induced vibration [J]. Journal of Fluids and Structures, 2016, 63: 325-350.
- [34] Liang X, Zha X, Jiang X, et al. Semi-analytical solution for dynamic behavior of a fluid-conveying pipe with different boundary conditions [J]. Ocean Engineering, 2018, 163: 183-190.
- [35] Balkaya M, Kaya M O. Analysis of the instability of pipes conveying fluid resting on two-parameter elastic soil under different boundary conditions [J]. Ocean Engineering, 2021, 241: 110003.
- [36] Ebrahimi-Mamaghani A, Mostoufi N, Sotudeh-Gharebagh R, et al. Vibrational analysis of pipes based on the drift-flux two-phase flow model [J]. Ocean Engineering, 2022, 249: 110917.
- [37] Finlayson B A, Scriven L E. The method of weighted residuals—a review [J]. Applied Mechanics Reviews, 1966, 19(9): 735-748.

An explanation for the flutter paradox in the supercritical region of a simply-supported fluid-conveying pipe based on modified Galerkin method

DING Ming¹, FAN Zu-xiang², MENG Shuai¹

(1.State Key Laboratory of Marine Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2.Shanghai MicroPowers Co., Ltd., Shanghai 201203, China)

Abstract: The internal flow effect of a simply-supported pipe is conservative, since the system does not gain or lose energy in the course of vibration. Based on linear analysis via traditional Galerkin method, when the internal flow velocity exceeds a critical value, a coupled-mode flutter occurs, which constitutes a paradox as there is no energy to sustain the oscillation. Although it has demonstrated that the flutter does not exist adopting nonlinear analysis method, the paradox remains to be clarified. From linear analysis viewpoint, internal flow introduces centrifugal force, Coriolis force and initial force. Coriolis matrix is skew-symmetric (anti-symmetric). A modified Galerkin method is proposed based on the weighted residual approach. The Coriolis force term disappears by using the orthogonality of the weighting functions and base functions and the dynamic equation can be fully decoupled. The natural frequencies of a flexible pipe system are predicted via the modified method. The predictions in the subcritical region fit well with literature and the flutter phenomenon does not appear. An explanation is given for the paradox. Moreover, it has demonstrated that the predictions by traditional Galerkin method overestimate the natural frequencies, and it becomes more obvious in higher-order modes at larger internal flow velocities.

Key words: simply-supported fluid-conveying pipe; internal flow effect; flutter paradox; weighted residual approach; modified Galerkin method

作者简介: 丁明(1997—),男,博士研究生。E-mail: DM-ing@sjtu.edu.cn。

通讯作者: 孟帅(1985—),男,博士,副教授。E-mail: mengshuai001@sjtu.edu.cn。