

层间弯剪偏心结构精准模型快速建立方法 及多维减震应用

何浩祥, 孙滢鼎, 程 扬

(北京工业大学工程抗震与结构诊治北京市重点实验室, 北京 100124)

摘要: 传统层间剪切模型与建筑结构真实受力状态不符, 不能精准反映实际多维偏心结构的动力响应, 工程可行性较低。目前的弯剪型简化模型建立方法计算效率偏低且无法直接指导三维偏心结构的建模。针对上述不足, 根据结构力学中柔度法的基本原理提出一种精准的快速建立层间弯剪模型的方法。在此基础上, 考虑结构的偏心对结构动力响应的影响, 建立三维弯剪偏心模型, 并通过多维时程分析对比验证在双向及扭转地震波下该简化模型的动力响应相较于有限元模型的差异性。结果表明, 基于柔度法建立的三维弯剪偏心简化模型具有建模精度高和计算效率高的优点, 并可以准确反映真实结构在多维地震作用下的动力响应。在考虑实际偏心后优化布置调谐阻尼器可充分发挥减震性能。

关键词: 有限元模型; 柔度法; 弯剪模型; 动力分析; 扭转; 减震控制

中图分类号: TU311.4; TU973.2⁺3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2023)06-1590-12

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2023.06.014

引 言

随着地震工程学的深化和拓展, 结构抗震理论经历了静力法、反应谱法、静力弹性分析法及非线性时程分析方法等发展阶段, 相应的结构动力学模型也逐步从单自由度结构发展到等效多自由度结构和精细化复杂体系等层次^[1-4]。在此发展过程中, 有限元建模和分析技术发挥了关键的引导和推动作用。虽然利用有限元技术可以较真实地模拟结构在地震作用等激励下的动力响应, 但也存在建模过程繁琐、计算效率偏低及通用性差等问题。更重要的是, 复杂有限元模型的刚度和质量等物理参数通常是庞杂且难以直接提取的, 这导致其在结构主动控制和智能优化等研究方向应用时存在公开性和灵活性较差且计算效率低等局限。为了避免出现上述问题, 在相关研究中通常只选取简单结构体系作为研究对象, 导致相关成果难以在真实复杂结构中有效应用, 限制了结构抗振减振和动力优化的发展。因此, 探究如何建立与真实结构动力性能近似的简化力学模型具有重要的理论和工程意义。

按等效程度来划分, 传统的简化动力学模型包括单自由度模型、多质点模型、层间模型及杆系模型等不同层次。此外, 考虑到杆件或楼层的受力性能

和特征, 简化动力模型主要分为层间剪切模型、层间弯剪模型及弯剪杆系模型等类型^[5-6]。弯剪杆系模型能够更准确地模拟结构力学性能, 其已经成为结构设计和精细动力分析的首选。尽管如此, 由于自由度少及分析效率更高等特点, 层间模型在结构弹性动力分析领域仍然具有广泛的科研需求和应用场景。层间剪切模型和层间弯剪模型的区别在于前者忽略了柱子的轴向变形, 而后者则考虑了柱子的轴向变形和结构整体变形的弯曲效应, 因而更能反映真实结构的受力性能。目前, 层间剪切模型的建立方法比较成熟, 因其刚度矩阵形式简单, 在理论分析中应用广泛。然而, 层间剪切模型并不能准确反映真实结构在地震作用下的动力响应, 工程应用可行性极低, 而层间弯剪模型则更适合在实际结构的模拟和分析中应用。因此, 研究快速建立精准层间弯剪模型的方法是实现较精确地模拟真实结构力学性能的必然途径。

目前关于弯剪型层间模型建立方法的研究较少, 主要包括 Aoyama^[7]提出的层间弯剪模型建立法, 孙焕纯等^[8]提出的等效刚度参数识别法及 Tse 等^[9]提出的简化刚度矩阵建立法等。利用等效刚度参数识别法可以求出满秩刚度矩阵, 能够较充分地体现结构整体变形的弯曲效应, 计算精度高。然而, 对于楼层数较多的高层结构, 该方法所需的荷载组

合数量过多,且求解过程繁琐,需要进行大量矩阵分析方能最终求解出满秩刚度矩阵。在诸如复杂高层结构的多维地震分析、主动减振控制、施工过程模拟及结构优化设计等研究方向,上述传统弯剪型层间模型建立方法的计算效率和灵活性偏低,有必要对其进行改进和优化。

此外,实际的建筑结构是三维不完全对称的空间体系,地震动也是复杂的多维非平稳随机运动,因而地震下结构的响应也呈现多维效果,可能发生平动和扭转耦合破坏。为了更真实地模拟复杂偏心结构的动力响应,有必要建立三维偏心层间弯剪模型。目前关于多维剪切偏心结构的建模研究^[10-11]已经趋于完善,但剪切模型的力学特征与实际模型的相差较大。孙焕纯等^[8]提出的简化弯剪模型建立方法也只考虑了平面结构,未考虑扭转效应。以上几种偏心结构动力学简化模型都有其相应的缺陷,提出针对偏心结构的三维弯剪简化模型建立方法是有必要的。

有鉴于此,基于结构力学动力计算中的柔度法,本文提出一种快速建立精准弯剪模型的方法。该方法以考虑弯剪效应的层间体系为分析对象,通过对每个楼层分别施加单位力,获取结构整体位移,最终反推出结构刚度矩阵,该矩阵为满秩矩阵,且所需荷载组合数即为楼层数,相对于等效刚度识别法其数量大大减少。对于处于不同施工阶段的结构简化模型,使用本文方法只需在原有荷载组合的基础上增加与所新建楼层数量等量的荷载组合即可求出刚度矩阵,并不需要重新建立荷载组合。此外,该方法也可与智能算法和控制算法密切结合起来,有助于结构振动控制在工程实际中的应用。

在此基础上,本文针对多维结构的偏心效应,充分考虑平动及扭转的耦合运动及减震控制需求,将多自由度建筑整体简化为串联单质点多维体系,建立了三维弯剪偏心层间模型。通过精准计算结构整体偏心距,明确了调谐质量阻尼器(Tuned Mass Damper, TMD)和主动质量阻尼器(Active Mass Damper, AMD)的优化布置位置,确保简化模型能够逼近有限元模型,最终实现结构整体的响应求解和最佳调谐减震控制。

1 基于柔度法的弯剪模型建立方法

普通框架结构的平面形式及受力模式如图1(a)所示,可将其简化为如图1(b)所示的层模型体系。

为建立该框架结构的层间弯剪模型,可采用孙

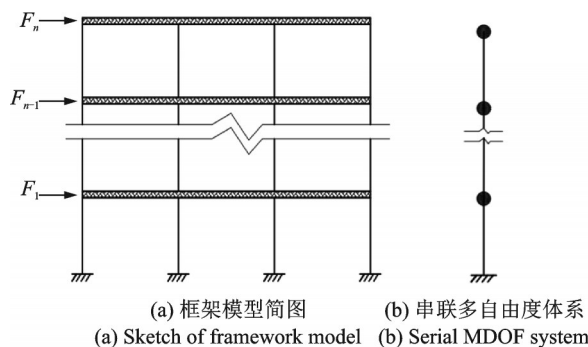


图1 框架模型简图及简化串联多自由度体系图

Fig. 1 Simplified diagram of the framework model and simplified series multi-degree-of-freedom system diagram

焕纯等^[8]提出的针对弯剪模型的刚度参数计算方法,该等效刚度参数识别法是反演问题中常用的方法,可计算出该框架结构的串联多自由度简化体系的总刚度矩阵。通过等效刚度参数识别法求得的刚度矩阵具有如下形式:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \cdots & k_{1n} \\ & k_{22} & k_{23} & \cdots & k_{2n} \\ \text{对} & & k_{33} & \cdots & k_{3n} \\ \text{称} & & & \ddots & \\ & & & & k_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & \cdots & x_n \\ & x_{n+1} & x_{n+2} & \cdots & x_{2n-1} \\ \text{对} & & x_{2n} & \cdots & x_{3n-3} \\ \text{称} & & & \ddots & \\ & & & & x_{n(n+1)/2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中 \mathbf{K} 为该框架结构的总刚度矩阵; k_{ij} 为刚度系数; \mathbf{x} 为刚度系数向量,可表示为: $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n(n+1)/2}\}^T$ 。上述刚度阵是满秩矩阵且对称的,共有 $M = n(n+1)/2$ 个元素,其中 n 为自由度个数,在有限元模型中按静力加载模式至少独立施加 $m = (n+1)/2$ 次荷载组,为了使刚度矩阵具有足够精度,需要采用最小二乘法识别刚度系数,取 $m \geq (1.5 \sim 2)(n+1)/2$ 的整数。

荷载组和结构位移也分别表示为如下向量形式: $\mathbf{F} = [F_1, F_2, F_3, \dots, F_m]$; $\mathbf{U} = [U_1, U_2, U_3, \dots, U_m]$ 。由于 $\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{U}$,将上式改写为: $\mathbf{F}_f = \mathbf{U}_f \mathbf{x}$,其中 \mathbf{U}_f 是 \mathbf{U} 的扩展矩阵,维数为 $nm \times M$, \mathbf{F}_f 是 \mathbf{F} 的扩展矩阵,维数为 $nm \times 1$ 。令 $\mathbf{A} = \mathbf{U}_f^T \mathbf{U}_f$, $\mathbf{P} = \mathbf{U}_f^T \mathbf{F}_f$,则有:

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{P} \quad (2)$$

求解上式则可得刚度系数 k_{ij} ,将刚度系数组合即可得到 n 阶满秩且对角线对称的矩阵 \mathbf{K} 。其中, \mathbf{A} 为 $M \times M$ 阶对称方阵, \mathbf{P} 为 $M \times 1$ 阶列阵。通过此方法可以得到相对准确的刚度矩阵 \mathbf{K} ,但所需荷载组合数过多,计算流程复杂。

为了提高计算效率,针对层间弯剪模型,本文提

出一种基于柔度法的等效刚度识别方法。柔度法的计算原理是同时考虑平衡条件、位移(变形)条件、物理关系三个方面的条件,借助等效结构的受力与变形与原结构完全相同的需求和条件,利用叠加原理建立方程进行求解。柔度矩阵中的各柔度系数 δ_{ij} 代表单位广义力在基本结构上引起的广义位移,而结构的位移与结构的刚度成反比,因此将结构的柔度系数 δ_{ij} 求逆可得到结构的刚度系数 k_{ij} 。

基于上述原理,建立如图 1 所示框架结构的平衡方程为:

$$F_s = \delta_s^{-1} U_s \quad (3)$$

式中 δ_s 表示结构的柔度矩阵, F_s 是由图 1 中的单位水平力组成的列向量。 U_s 是结构各层水平位移分量各自的平均值组成的向量, 可表示为: $U_s = [U_{s1} \ U_{s2} \ \dots \ U_{sn}]$ 。 $U_{sk} = [U_{sk1} \ U_{sk2} \ \dots \ U_{skn}]^T$ 为在第 k 层施加一个单位水平力时结构刚性隔板的层位移矩阵; U_{ski} 为第 i 层的平动位移; n 为结构层数。根据式(3)列出 n 组求 δ_s 中柔度系数的方程如下:

$$\begin{cases} F_{s1} = U_{s11} \delta_{s11}^{-1} + U_{s12} \delta_{s12}^{-1} + \dots + U_{s1n} \delta_{s1n}^{-1} \\ F_{s2} = U_{s21} \delta_{s21}^{-1} + U_{s22} \delta_{s22}^{-1} + \dots + U_{s2n} \delta_{s2n}^{-1} \\ \vdots \\ F_{s(n-1)} = U_{s(n-1)1} \delta_{s(n-1)1}^{-1} + U_{s(n-1)2} \delta_{s(n-1)2}^{-1} + \dots + U_{s(n-1)n} \delta_{s(n-1)n}^{-1} \\ F_{sn} = U_{sn1} \delta_{sn1}^{-1} + U_{sn2} \delta_{sn2}^{-1} + \dots + U_{snn} \delta_{snn}^{-1} \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中的下标中,第一个下标代表框架原结构,第二个下标代表结构分量序号,第三个下标代表结构层数。通过式(4)求出柔度矩阵 δ_s , 最终得到基于柔度法的弯剪模型刚度矩阵为:

$$K = \delta_s^{-1} = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{21} & \delta_{31} & \dots & \delta_{n1} \\ \delta_{12} & \delta_{22} & \delta_{32} & \dots & \delta_{n2} \\ \delta_{13} & \delta_{23} & \delta_{33} & \dots & \delta_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{1n} & \delta_{2n} & \delta_{3n} & \dots & \delta_{nn} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{2n} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \dots & k_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

图 2 为基于柔度法求解弯剪模型刚度矩阵的具体流程。与等效刚度参数识别法相比,该方法可以大量减少独立加载的荷载组数,在保证精度的前提下,显著缩短求解简化力学模型刚度矩阵的时间。

2 多维偏心结构动力方程及其弯剪模型建立方法

基于柔度法建立等效刚度及层间弯剪模型之

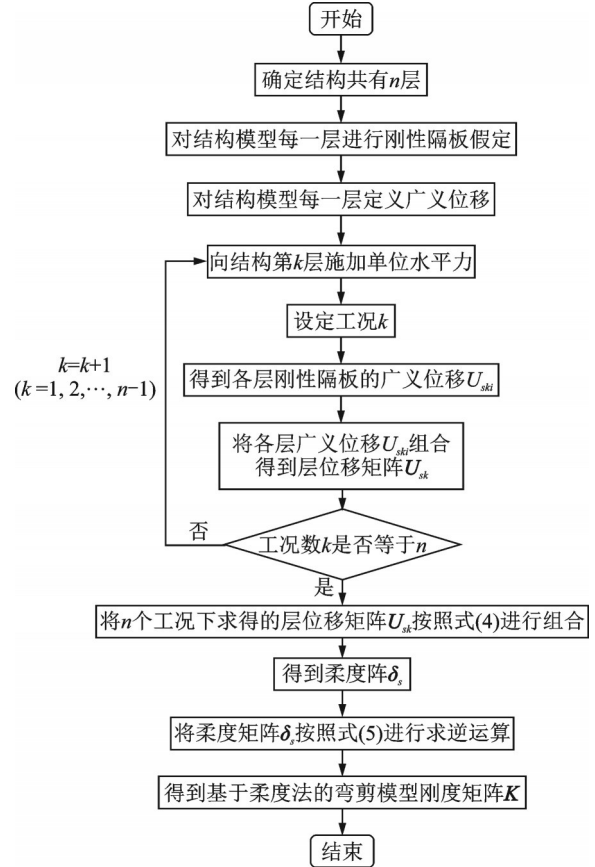


图 2 基于柔度法的弯剪模型建立方法流程图

Fig. 2 Flow chart of bending-shear model building based on flexibility method

后,尚需验证其精准性和工程可行性,并尝试将其应用到实际工程的分析中。为了满足使用功能需求,绝大部分真实结构通常是三维偏心体系^[12-15],其质心和形心是不重合的。此外,由于地震动是一种复杂的多维随机运动,在地震下结构的动力响应呈现多维耦合效应^[16-18]。为得到接近真实结构的动力模型,需要建立结构多维偏心动力方程。目前关于多维剪切偏心结构动力方程及其简化模型的建立方法已趋于完善,但剪切型模型与结构真实力学性能差别明显,因此亟需研究与探索多维弯剪偏心结构动力方程及其简化模型的建立方法。下文首先提出多维弯剪偏心结构平扭耦联动力方程及计算模型的建立方法,之后验证基于柔度法的弯剪简化模型建立方法的有效性及其模型的准确性。

为了分析并考虑结构扭转效应^[19-22],首先将建筑结构平面的坐标原点定于其质心 C_m 上,各层刚性 C_s 的两坐标值 e_x 和 e_y 分别是结构沿 x 和 y 方向的偏心距,即刚性坐标为 (e_x, e_y) 。质心 C_m 是质量中心的简称,通常在有限元软件中可以直接提取各楼层的质心。结构形心是结构各楼层截面的几何中心,对于各楼层构件密度均匀的结构,质心与形心重合。将各楼层截面分成若干个单元,认为每个单元中的

质量是均匀分布的,结构各楼层截面质心求解公式为:

$$\begin{cases} x_m = \sum_i x_i m_i / \sum_i m_i \\ y_m = \sum_i y_i m_i / \sum_i m_i \end{cases} \quad (6)$$

式中 (x_m, y_m) 为区域 D 的质心坐标; m_i 为将楼层截面 D 分割成若干个单元后第 i 个面积单元的质量, (x_i, y_i) 为第 i 个面积单元的形心坐标。

刚心 C_s 为在平面上任意布置的各抗侧力单元的刚度中心。结构设计规范通常参考刚心位置来定义多层建筑的设计偏心。结构楼层刚度中心定义为:当结构只在第 i 层的刚度中心作用水平力时,结构第 i 层只有平动但不发生扭转,而其他层可以有扭转和平动。楼层刚度中心既反映了本层构件的刚度分布,又体现了整体结构中其他各层构件的刚度分布情况。部分有限元软件并不能直接输出结构各层的刚度中心,此时需要对每一层定义三个荷载工况,并分别在质心 C_m (或任意点) 处施加以下荷载再进行计算求解。相关工况如图 3 所示,具体包括:(1)施加 x 方向的单位力,产生转动 R_{zx} ; (2)施加全局 y 方向的单位力,产生转动 R_{zy} ; (3)施加绕 z 轴的单位力矩,产生转动 R_{zz} 。

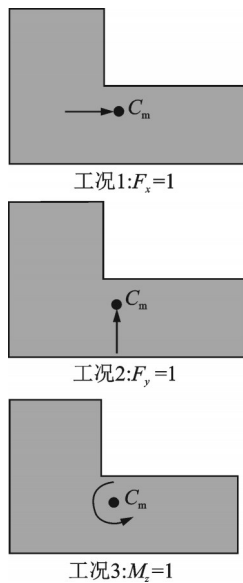


图 3 求解刚心荷载工况图

Fig. 3 Load cases used to determine the center of rigidity

刚心相对于质心 C_m (或任意点) 的坐标值 (e_x, e_y) 的计算公式如下:

$$\begin{cases} e_x = -R_{zy}/R_{zz} \\ e_y = R_{zx}/R_{zz} \end{cases} \quad (7)$$

通过上述方法可求得结构有限元模型中的各层刚心,但对于高层建筑结构的自由度数量巨大,其实用性和计算效率偏低。为快速精准地求得不同形式

多高层结构的刚度中心,本文提出如下迭代计算方法。

由于普通高层结构沿高度方向楼层的质量与刚度变化是均匀的,即各楼层的刚度中心在一条铅直线上。要求出高层结构各层的刚度中心,只取其一层即可。在该层上沿任一方向施加水平力 F_1 ,算出楼层整体扭转角 θ_1 ,然后将 F_1 平行移动距离 d ,再算出扭转角 θ_2 ,此时用二分法逐次平移力 F_1 ,逐次迭代直到求出的扭转角为零为止。这时力 F_1 必通过刚心 C_s ;在垂直于 F_1 的方向任加一力 F_2 ,用上述方法求得 F_2 的作用线, F_1 与 F_2 两作用线的交点即为刚心 C_s 的位置 (e_x, e_y) 。然后需计算出刚心的主轴方向。在通过刚心 C_s 的任意水平方向加力 F ,计算结构在该方向及其水平正交方向的水平位移;之后将力 F 沿水平面旋转 90° ,同样获取结构两向水平位移。随后,采用二分法逐次改变过刚心 C_s 的力 F 的方向,直到垂直于力 F 方向的水平位移为零时为止。此时力 F 的方向及其过刚心 C_s 的垂直方向即为刚心主轴。

通过上述方法确定结构的质心 C_m 与刚心 C_s 坐标后,建立结构动力平衡方程,对总体刚度矩阵和总体质量矩阵做凝聚处理,仅保留顶部的三个自由度 u, v, θ 。结构的刚度矩阵 K 与质量矩阵 M 可分别表示为:

$$K = \begin{bmatrix} K_x & K_{xy} & K_{x\phi} \\ K_{yx} & K_y & K_{y\phi} \\ K_{x\phi} & K_{y\phi} & K_{\phi\phi} + K_x e_y^2 + K_y e_x^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_x & 0 & M_{x\phi} \\ 0 & M_y & M_{y\phi} \\ M_{x\phi} & M_{y\phi} & J \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中 K_x, K_y 和 $K_{\phi\phi}$ 为通过柔度法求得的结构的 x, y 向侧向刚度和扭转刚度,且皆为弯剪结构的满秩刚度矩阵, K_{xy} 和 K_{yx} 的双下标中的第一个下标表示此刚度为该下标方向的刚度,第二个下标表示通过柔度法求第一下标方向刚度时需要向刚性楼板沿第二下标方向施加单位力, $K_{x\phi} = K_x e_y, K_{y\phi} = K_y e_x$; M_x 和 M_y 分别为凝聚后的结构在 x 和 y 方向的质量, $M_{x\phi} = M_x e_y, M_{y\phi} = M_y e_x$; J 为凝聚后的转动惯量。

x 向的结构侧向刚度 K_x 可表示为:

$$K_x = \begin{bmatrix} k_{x11} & k_{x12} & k_{x13} & \cdots & k_{x1n} \\ & k_{x22} & k_{x23} & \cdots & k_{x2n} \\ \text{对} & & k_{x33} & \cdots & k_{x3n} \\ & & & & \vdots \\ & & & & k_{xnn} \end{bmatrix} \quad (10)$$

y 向结构侧向刚度 K_y 与扭转刚度 $K_{\phi\phi}$ 的计算可参考式(10)。

结构阻尼矩阵 C 可采用瑞利正交阻尼假设,其计算方法为:

$$C = aM + bK \quad (11)$$

式中 $a = \frac{2\omega_1\omega_2(\xi_1\omega_2 - \xi_2\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}, b = \frac{2(\xi_2\omega_2 - \xi_1\omega_1)}{\omega_2^2 - \omega_1^2}$ 。

多维弯剪偏心模型动力学方程为:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M\ddot{u}_g(t) \quad (12)$$

式中 \ddot{u}, \dot{u} 及 u 分别为各运动方向上相对于地面的加速度、速度及位移,分别表示为: $\ddot{u} = \{\ddot{u}_x \ \ddot{u}_y \ \ddot{u}_\theta\}^T$, $\dot{u} = \{\dot{u}_x \ \dot{u}_y \ \dot{u}_\theta\}^T$, $u = \{u_x \ u_y \ u_\theta\}^T$; $\ddot{u}_g(t)$ 为地震动输入,可表示为: $\ddot{u}_g(t) = \{\ddot{u}_{xg}(t) \ \ddot{u}_{yg}(t) \ \ddot{\Phi}_{\theta g}(t)\}^T$ 。其中, $\ddot{\Phi}_{\theta g}(t)$ 为水平扭转波,需要进行地震动转动分量的人工合成。

本文采用频域法^[23]对地震波平动分量进行 Fourier 变换,通过数值计算得到转动分量。

地震波运动分量的传播方式如图 4 所示。这里将介质理想化,即假定其为均匀弹性的,当入射波为 SH 波时,根据波动理论可得地震动的转动分量为:

$$\begin{cases} \varphi_2(t) = i\omega u_3 / (2c) \\ \varphi_3(t) = i\omega u_2 / (2c) \end{cases} \quad (13)$$

这就是平动分量与转动分量之间的关系。其中, $i = \sqrt{-1}$, ω 为圆频率, c 为视速度。

由实际地震台记录合成扭转分量的步骤如下:

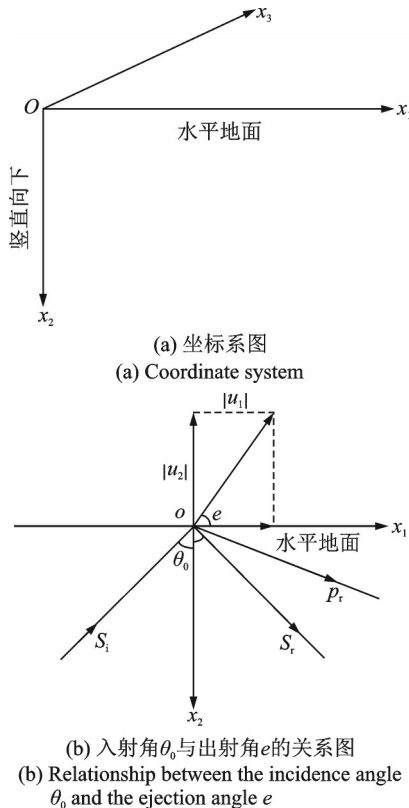


图 4 地面地震动转动模型坐标系

Fig. 4 Coordinate system of ground motion rotation model

(1) 利用式 $u = Tu'$ 将地震的三分量平动分解为平面内运动 $\ddot{u}_1(t)$ 及 $\ddot{u}_2(t)$ 和出平面运动 $\ddot{u}_3(t)$ 。其中, $u' = \{u'_1 \ u'_2 \ u'_3\}^T$ 为地震台实际记录地震的三分量运动, $u = \{u_1 \ u_2 \ u_3\}^T$ 为出平面运动和平面内

运动, T 为坐标变换矩阵: $T = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \alpha$

假定为地震台所记录到的震中方向和水平分量方向之间的夹角;

(2) 对 $\ddot{u}_2(t)$ 与 $\ddot{u}_3(t)$ 进行 Fourier 变换后得 $\ddot{u}_2(\omega)$ 和 $\ddot{u}_3(\omega)$; 将 $\ddot{u}_1(t)$ 及 $\ddot{u}_2(t)$ 代入式 $\tan e = \frac{|u_2|}{|u_1|} = \frac{|\omega^2 u_2|}{|\omega^2 u_1|} = \frac{|\ddot{u}_2|}{|\ddot{u}_1|}$, 求得 e , 然后将 e 代入式 $\theta_0 =$

$\sqrt{21468 - (e - 106.5)^2} - 100.6$, 求得入射角 θ_0 , 最后将入射角 θ_0 代入式 $c = v / \sin \theta_0$, 求得视速度 c 。其中, $|\ddot{u}_1|$ 为平面内竖向运动分量的加速度幅值, $|\ddot{u}_2|$ 为平面内水平运动分量的加速度幅值, e 为广义出射角, v 表示体波传播速度, θ_0 表示入射角随机变量;

(3) 将 $\ddot{u}_2(\omega)$, $\ddot{u}_3(\omega)$ 及 c 代入式 $\varphi_2(\omega) = i\omega u_3(\omega) / (2c)$ 及 $\varphi_3(\omega) = i\omega u_2(\omega) / (2c)$, 求得地震动转动分量 $\varphi_2(t)$ 和 $\varphi_3(t)$ 的 Fourier 谱 $\varphi_2(\omega)$, $\varphi_3(\omega)$;

(4) 将 $\varphi_2(\omega)$, $\varphi_3(\omega)$ 进行逆 Fourier 变换, 取其实际部, 即可得到地震波竖向扭转分量加速度的时程曲线。

定义 $X = \{u, \dot{u}\}^T$, $Y = \{u, \ddot{u}\}^T$ 为系统相对于地面的状态向量, 则运动方程 (12) 可表示为如下状态方程的形式:

$$\dot{X} = AX + B\ddot{u}_g(t), Y = CX + D\ddot{u}_g(t) \quad (14)$$

式中 $A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}M & -M^{-1}C \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}; B = D = \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix}; I$ 为单位矩阵。

综上, 根据多向地震动加速度激励向量, 便可计算结构的平扭耦联动力响应。

具体的多维偏心结构动力方程及其弯剪模型建立方法如图 5 所示。通过该方法可快速建立多维偏心结构的弯剪型简化模型, 并得到结构动力方程, 计算速度快, 结构精度高。

3 算例分析

为了验证三维弯剪偏心模型的刚度矩阵、质量矩阵、刚心、质心及偏心距的计算或识别方法的精度, 检验多维地震作用下结构动力分析结果的准确性, 并探讨通过识别偏心位置而合理化布置 TMD, AMD 对结构减震效果的影响^[24-27], 本文以某 5 层非

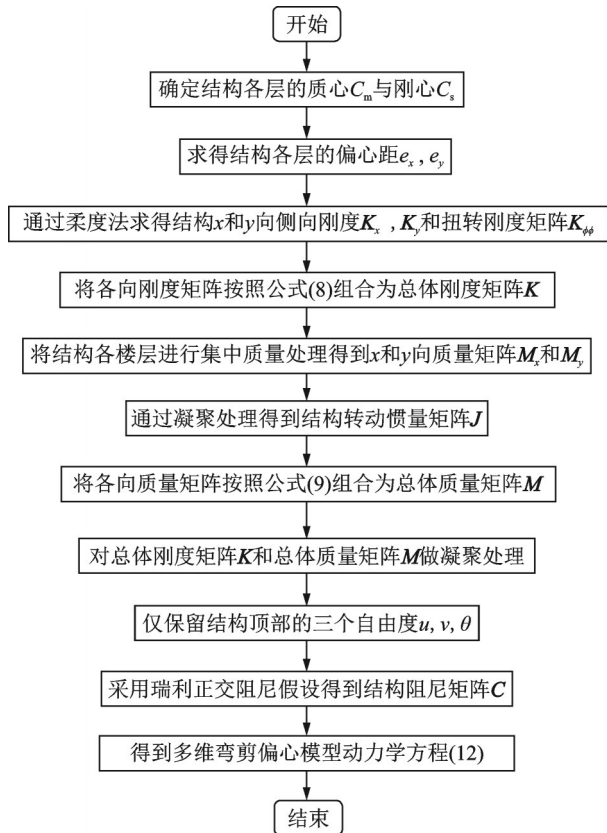


图 5 多维偏心结构动力方程及其弯剪模型建立方法流程图
Fig.5 Flow chart of dynamic equation and bending-shear model of multi-dimensional eccentric structure

对称框架结构为例,将原结构简化为三维层间弯剪偏心模型,并通过柔度法和迭代法分别识别结构刚度矩阵与刚度中心,进而求得偏心距。在此基础上,以偏心距识别结果为依据合理布置 TMD 和 AMD 等调谐减震装置,比较各种减震结构的减震效果。

3.1 结构参数信息

该算例结构为一小型实验楼,基本设计信息如图 6 所示。首层作为结构实验室大厅,层高为 5 m,其余层作为办公室及器材储存室,层高为 4 m。框架结构平面为 L 型,长 36 m,宽 24 m, x 方向柱间距为 7.2 m, y 方向柱间距为 6 m,结构阻尼比设定为 5%。该结构楼层较高,且柱间距较大,属于典型的

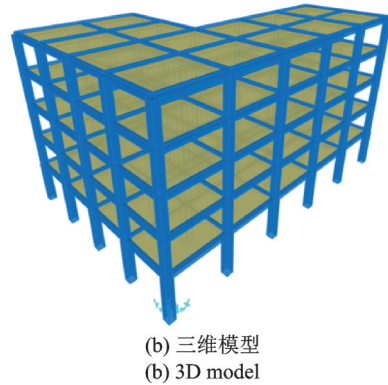
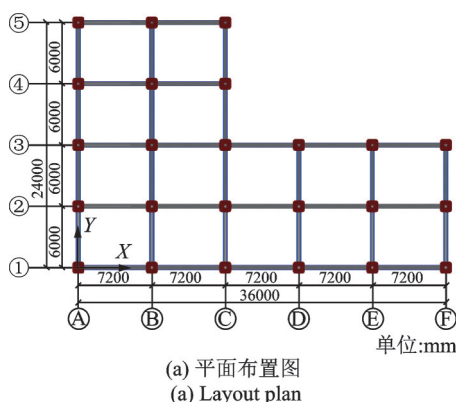


图 6 小型实验楼算例图

Fig. 6 Example diagram of small experimental building

弯剪型结构。该结构平面不对称,且各楼层物品摆放不均匀,各层的质心与刚心并不重合,是偏心结构。结构各楼层参数如表 1 所示。

表 1 建筑结构各参数
Tab. 1 The building structure parameters

楼层	楼层质量 m/kg	质心位置		刚心位置		结构整体 偏心距	
		x/m	y/m	x/m	y/m	e_x/m	e_y/m
1	8.70×10^5	18.11	11.81	14.74	9.81	3.37	2.00
2	7.68×10^5	18.04	11.69	14.75	9.82	3.29	1.87
3	7.68×10^5	18.04	11.69	14.75	9.82	3.29	1.87
4	7.68×10^5	18.04	11.69	14.75	9.82	3.29	1.87
5	7.68×10^5	18.02	11.67	14.71	9.78	3.31	1.89

利用三维有限元分析软件 SAP2000 建立了该结构的精细化有限元模型,并以此为基准将结构简化为层模型体系,分别建立三维剪切偏心模型动力方程与三维弯剪偏心模型动力方程。根据式(12)和式(14)将动力方程表示为 6 个状态方程,并将结构的质量 m 、水平刚度 k_x 和 k_y 、偏心距 e_x 和 e_y 作为状态方程中的状态量。为充分比较两种简化模型与有限元模型动力分析结果的精准度,计算单水平向、双水平向及三向地震波下的结构动力响应并进行对比,单向地震波分别为 x 向、 y 向及扭转波,双向地震波包括 x 向和 y 向地震波,三向地震波包括 x, y 向地震波以及扭转波。

3.2 各模型性能对比

基于有限元模型得到的结构前三阶自振周期 (x 向、 y 向和扭转) 分别为: 0.844, 0.821 和 0.771 s, 相关振型如图 7 所示。

为了检验简化模型的合理性和精度,将三维剪切偏心模型、三维弯剪偏心模型(基于柔度法的简化模型、基于等效刚度参数识别法的简化模型)及有限元模型的动力特性进行对比,表 2 为四种模型的前

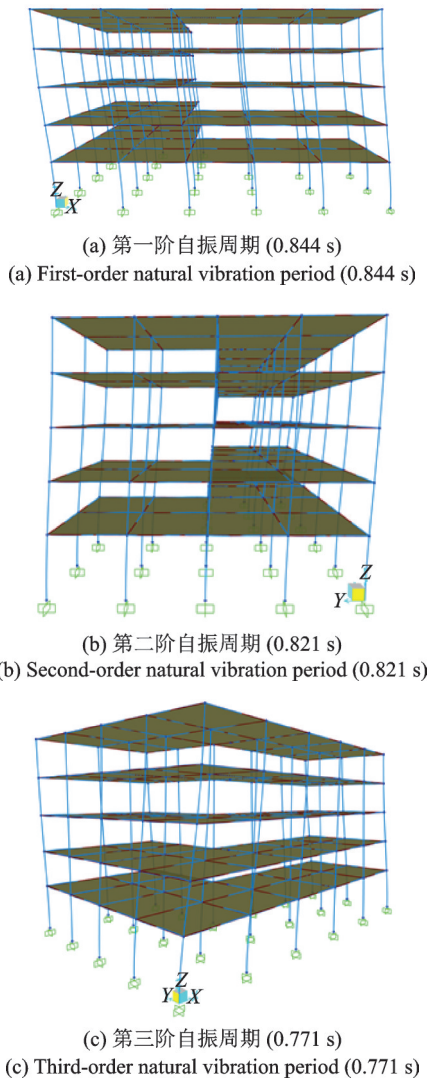


图7 结构有限元模型前三阶模态信息

Fig. 7 First three order modal information of structural finite element model

表2 三种模型的周期、周期相对误差及计算耗时对比 (括号内为相对误差率)

Tab. 2 The period, the relative errors of the period and the calculative time of the three models (Relative errors in parentheses)

模型	第一阶 周期/s	第二阶 周期/s	第三阶 周期/s	计算 时间/s
有限元模型	0.844	0.821	0.771	602.3
弯剪模型(柔度法)	0.845 (0.12%)	0.817 (0.49%)	0.780 (1.17%)	320.4
弯剪模型 (等效刚度参数 识别法)	0.843 (0.12%)	0.818 (0.37%)	0.782 (1.43%)	654.4
剪切模型	0.823 (2.49%)	0.751 (8.53%)	0.624 (19.1%)	463.2

三阶自振周期、相对误差对比及四种模型从建模到分析计算的时间对比。相对误差计算公式为 $|T_f - T_s|/T_f$ (下标“s”代表简化模型,“f”代表有限元模型)。

由表2可以看到:与有限元模型的前三阶周期结果相比,两种三维弯剪偏心模型的误差均在2%以内,令人满意。误差产生的主要原因是简化的过程中将空间结构分布质量简化成层质量,导致结构刚度减小及周期增大。三维剪切偏心模型的误差则比较显著。在保证计算精度的前提下,基于柔度法的三维弯剪偏心模型的计算效率最高,而等效刚度参数识别法因为其复杂的求解刚度矩阵过程导致计算效率偏低。因此在求解复杂结构模型时,宜基于柔度法建立三维弯剪偏心模型。

对El-Centro地震波下的结构进行多维弹性时程分析,按照抗震设计要求将峰值加速度值调整为 4 m/s^2 。利用频域法求得的地面地震波扭转分量加速度时程如图8所示,其角加速度峰值为 0.0135 rad/s^2 。分别计算有限元模型在单向地震波、双向地震波、双向地震波与扭转波共同作用下结构的扭转响应,典型结果如图9所示。结果证明,地震动扭转分量对结构产生的扭转效应影响最显著,而结构偏心导致结构响应出现水平-扭转耦合效应,幅值增大,因而忽略结构偏心的设计和分析是不精确且不安全的。

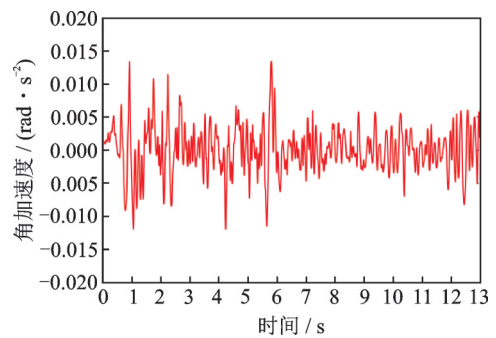


图8 合成El-Centro地震波扭转分量加速度时程

Fig. 8 Time history of synthesized torsional component of El-Centro wave

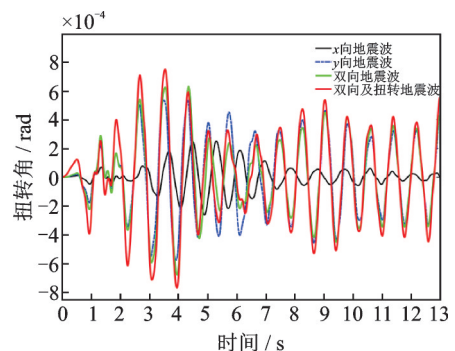
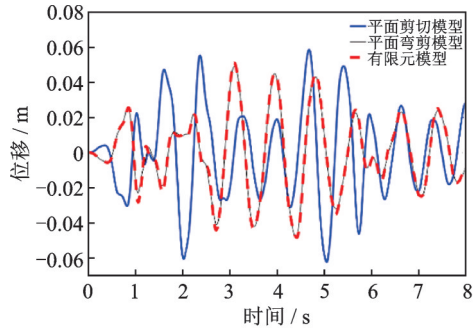


图9 在El-Centro地震波下结构顶层转角时程

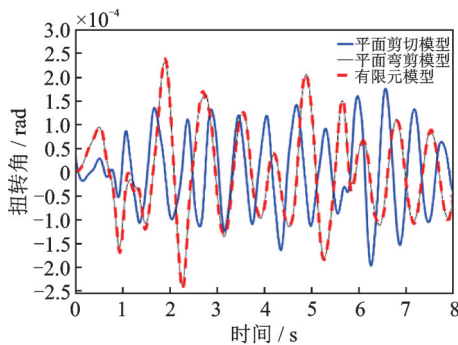
Fig. 9 Time history of structural top layer rotation angle under El-Centro wave

在此基础上,检验平面简化模型和三维简化模型的合理性和准确性,取各种简化模型主振型方向

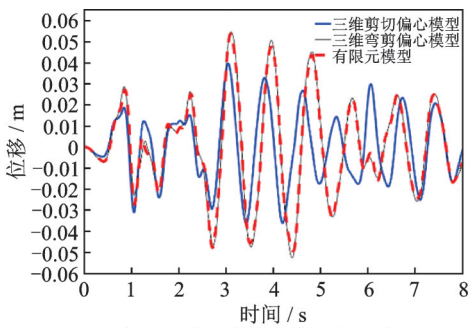
的顶层位移时程和加速度时程进行比较。结构顶层在各工况下的位移时程、加速度时程对比图参见图 10 和 11,计算结果及其特性参数见表 3。结果表明:对于地震下的弯剪型结构,弯曲变形效应不可忽略。基于柔度法求出结构满秩刚度矩阵后,建立的三维



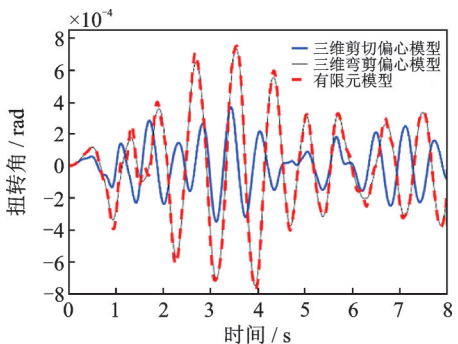
(a) Comparison of displacement time history of planar model under unidirectional seismic wave



(b) Comparison of torsional time history of planar model under unidirectional seismic wave



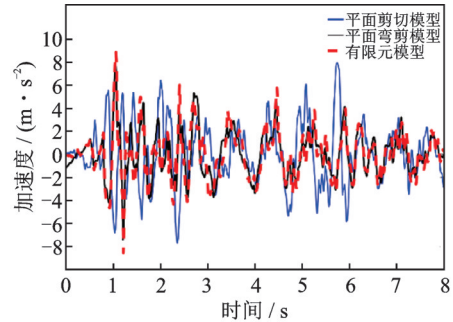
(c) Comparison of displacement time history of 3D eccentricity model under three-directional seismic wave



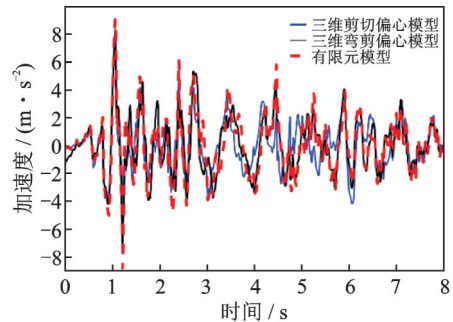
(d) Comparison of torsional time history of 3D eccentricity model under three-directional seismic wave

图 10 结构顶层各工况下位移时程对比图

Fig. 10 Top layer displacement time history comparison under various cases



(a) Comparison of acceleration time history of planar model under unidirectional seismic wave



(b) Comparison of acceleration time history of 3D eccentricity model under three-directional seismic wave

图 11 结构顶层各工况下加速度时程对比图

Fig. 11 Top layer acceleration time history comparison under various cases

弯剪偏心模型的动力响应结果精度非常高,可以有效代替有限元软件进行动力时程分析。剪切模型精度较低,其动力响应误差较大。因此,在动力时程分析中,宜建立弯剪型结构的动力模型及方程;且其求解效率极高,在确保精度的情况下,比精细化有限元模型的求解更加便捷和快速。此外,在结构减振分析和动力优化中,结构的弯曲效应也不应忽视。

3.3 减震方案及结果对比

由于算例结构有较大偏心,加之地震动扭转分量的影响,地震下结构的扭转效应较明显,对结构抗震性能极为不利,需要探究考虑偏心的减震优化控制。由于结构偏心效应,当采用 TMD 或 AMD 对结构进行减震优化控制时,其布置位置对结构减震效果有明显影响。若采用传统的有限元软件建模并开展优化控制分析,需要在不同位置布置 TMD 或 AMD 并进行大量计算,且很难在软件内部直接应用主动控制算法,其计算效率和实用性均较低,阻碍了减振优化的应用和发展。本文提出的三维偏心弯剪结构建模方法可以适当克服上述局限。利用 MATLAB 等数值分析软件即可便捷地建立相关模型。在已知结构质心与刚心坐标的情况下,只需在三维弯剪模型中循环改变 TMD 或 AMD 的位置坐标,即根据优化位置和控制算法进行快速减震优化分析,无需反复调整复杂的有限元模型,计算效率和

表3 模型信息对比 (括号内为相对误差)

Tab. 3 Model information comparison (Relative errors in parentheses)

模型	顶层峰值位移/m			顶层峰值加速度/(m·s ⁻²)			准确性
	单向地震波	双向地震波	多向地震波	单向地震波	双向地震波	多向地震波	
平面剪切模型	0.063 (25%)	—	—	7.921 (10.50%)	—	—	较差
平面弯剪模型	0.049 (1.8%)	—	—	8.786 (0.71%)	—	—	高
平面有限元模型	0.050	—	—	8.849	—	—	
三维剪切偏心模型	—	0.040 (22.50%)	0.040 (26.30%)	—	8.381 (5.61%)	8.422 (7.02%)	差
三维弯剪偏心模型	—	0.052 (0.76%)	0.055 (1.68%)	—	8.464 (4.68%)	8.780 (3.06%)	高
三维有限元模型	—	0.052	0.054	—	8.879	9.058	

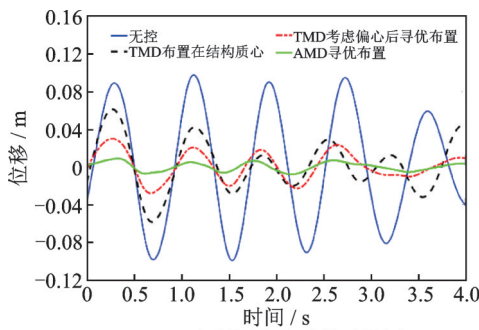
精度均较高。按照上述思路,将结构简化为集中质量三维弯剪模型体系,依据式(12)建立耦合动力方程,将El-Centro波作为地震动输入,计算结构在无控下、TMD在质心处布置、TMD考虑偏心后寻优布置^[24]、AMD考虑偏心后寻优布置的结构多维响应,并比较各方案下的减震效果。相关减震方案名称及编号如表4所示。

表4 结构减震方案

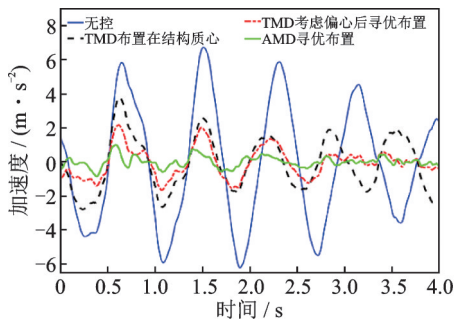
Tab. 4 Structural damping scheme

方案	名称
1	无控
2	TMD位于质心处
3	考虑偏心TMD布置
4	经典最优AMD布置
5	瞬时最优AMD布置
6	LQG控制

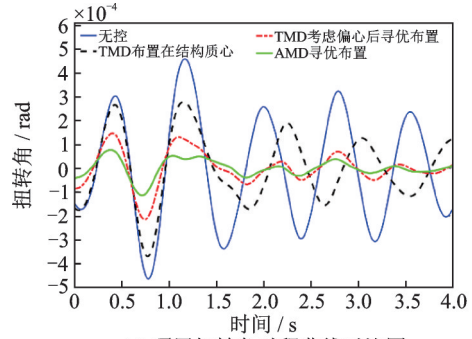
各减震方案下结构响应时程曲线如图12所示。可以看出,考虑偏心后的TMD寻优布置的减震效果



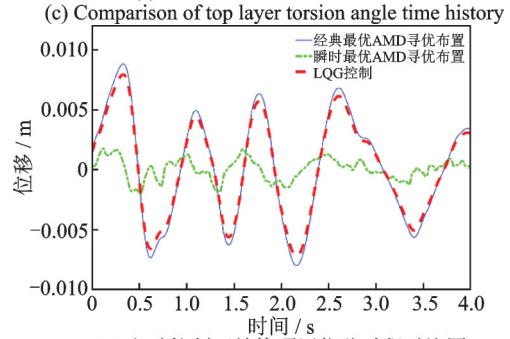
(a) Comparison of top layer displacement time history in x direction



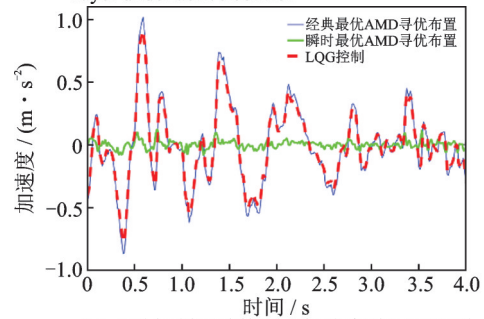
(b) Comparison of top layer acceleration time history in x direction



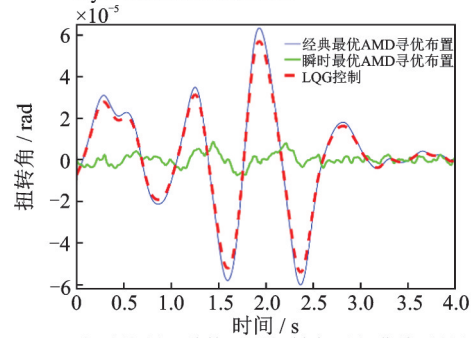
(c) 顶层扭转角时程曲线对比图



(d) Comparison of displacement time history of the top layer under active control



(e) Comparison of acceleration time history of the top layer under active control



(f) Comparison of torsion angle time history of the top layer under active control

图12 各方案减震效果对比图

Fig. 12 Comparison of damping effects of each control scheme

果明显好于将 TMD 布置在质心处的减震效果,且两种减震方案都优于结构在无控时的状态。采用 AMD 的主动控制效果要优于 TMD。三种主动控制减震方案中,瞬时最优主动控制的减震效果最优,经典最优主动控制的减震效果与 LQG 控制的减震效果基本相同,因此在考虑偏心的情况下,宜选择瞬时最优 AMD 对结构进行减震。

4 结 论

针对目前建筑结构层间弯剪模型建立方法的不足,本文提出一种基于柔度法识别三维弯剪偏心结构等效刚度的方法。同时针对三维偏心结构,对多种简化模型进行精确性对比,验证了三维弯剪偏心模型的精确性以及弯曲效应对结构动力特性的影响,最后对一小型实验楼进行多种减震方案的优化设计,并进行了对比分析。本文的主要结论如下:

(1) 基于柔度法提出了多自由度弯剪型结构刚度参数的识别方法,通过典型结构的计算分析证明本文所提的方法计算结果精确性更高、建模过程更简易、灵活性更高。

(2) 针对有限元软件无法直接求取结构各层刚心的弊端,提出根据结构各层质心识别出结构各层刚心的计算方法,进而提出通过层间逐步迭代方式识别结构各层刚心的方法,这两种方法均可快速求得结构刚心所在位置,从而确定结构偏心状态,有助于三维弯剪偏心模型的快速建立。

(3) 考虑刚心、质心偏心对三维结构的影响,基于柔度法识别三维弯剪偏心结构等效刚度,建立三维弯剪偏心模型,并与有限元软件模型、三维杆系有限元模型、平面剪切模型、平面弯剪模型及三维剪切偏心模型在相同动力响应下的结果进行对比,证明偏心对结构动力响应的影响较大,三维弯剪偏心模型的精度更高,可以准确反映真实结构在多维地震作用下的动力响应。普通结构的有限元模型需要考虑杆件的弯曲效应。

(4) 对某偏心结构模型进行分析和减震优化设计。分析仿真模拟数据可知,在考虑偏心后寻优布置 TMD 的减震效果优于 TMD 放置在结构质心位置,寻优布置 TMD 能够减小结构与 TMD 整体的偏心作用。在考虑偏心的情况下瞬时最优 AMD 的减震效果最佳,并且三种主动减震控制方法均优于 TMD 对结构的减震效果。依据偏心位置确定结构减震方案,能够获取更优的减震效果。

相较于采用传统的有限元软件建模开展优化控

制分析,采用本文提出的三维弯剪简化模型可循环改变 TMD 或 AMD 的位置坐标,并根据优化位置和控制算法进行快速减震优化分析,无需反复调整复杂的有限元模型,计算效率和精度均较高。

参考文献:

- [1] 李宏男,霍林生.结构多维减震控制[M].北京:科学出版社,2008:148-159.
- [2] 程耿东.工程结构优化设计基础[M].大连:大连理工大学出版社,2012.
Cheng Gengdong. Introduction to Optimum Design of Engineering Structures[M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 2012.
- [3] 刘大海,杨翠如,钟锡根.高层建筑抗震设计[M].北京:中国建筑工业出版社,1993:328-342.
- [4] 史密斯.高层建筑结构分析与设计[M].陈瑜,龚炳年等,译.北京:地震出版社,1993.
Stafford S B. Structural Analysis and Design of High-rise Buildings[M]. Translated by Chen Y, Gong B N, et al. Beijing: Seismological Press, 1993.
- [5] 和田章,岩田卫,清水敬三,等.建筑结构损伤控制设计[M].曲哲,裴星洙,译.北京:中国建筑工业出版社,2014.
WADA Akira, IWATA Mamoru, SHIMIZU Koizo, et al. Damage Control-Based Design of Buildings[M]. Translated by Qu Zhe, Pei Xingzhu. Beijing: China Architecture & Building Press, 2014.
- [6] 张映雪.三大常用结构的简化振动模型研究[D].镇江:江苏科技大学,2014.
Zhang Yingxue. Research on simplified vibration model of three kinds of commonly used structures[D]. Zhenjiang: Jiangsu University of Science and Technology, 2014.
- [7] Aoyama H. Simple nonlinear models for the seismic response of reinforced concrete buildings[C]//Proceedings of the Review Meeting of the US Japan Cooperative Research Program in Earthquake Engineering, Honolulu, Hawaii. 1975: 291-309.
- [8] 孙焕纯,徐卫真.框架结构的串联多自由度简化体系等效刚度参数的识别法[J].地震工程与工程振动,1995,15(2):100-108.
Sun Huanchun, Xu Weizhen. A parameter identification method for determining the equivalent rigidity coefficients of the simplified series multidegree-of-freedom system for a framed structure[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1995, 15(2): 100-108.
- [9] Tse T K, Kwok K C S, Hitchcock P A, et al. Vibration control of a wind-excited benchmark tall building with complex lateral-torsional modes of vibration[J]. Advances in Structural Engineering, 2007, 10(3):

- 283-304.
- [10] 何浩祥, 张玉悻, 李宏男. 建筑结构在双向地震作用下的扭转振动效应[J]. 沈阳建筑工程学院学报(自然科学版), 2002, 18(4): 241-243.
He Haoxiang, Zhang Yuyi, Li Hongnan. Response of torsional vibration of tall building structures to double horizontal seismic action[J]. Journal of Shenyang Jianzhu University (Natural Science), 2002, 18(4): 241-243.
- [11] 何晓宇, 李宏男. 偏心形式对偏心结构扭转耦联地震响应的影响[J]. 世界地震工程, 2008, 24(3): 36-44.
He Xiaoyu, Li Hongnan. Seismic response analysis of an asymmetric structure considering different eccentricity forms[J]. World Earthquake Engineering, 2008, 24(3): 36-44.
- [12] 符川. 偏心框架结构采用扭转调谐液柱阻尼器的设计方法[J]. 工程科学学报, 2017, 39(5): 802-809.
Fu Chuan. Design method for torsional tuned liquid column damper for eccentric frame structure[J]. Chinese Journal of Engineering, 2017, 39(5): 802-809.
- [13] 姜忻良, 韩阳, 邓振丹. 复杂偏心结构振动台试验水平与扭转位移分析[J]. 振动工程学报, 2014, 27(2): 275-280.
Jiang Xinliang, Han Yang, Deng Zhendan. Horizontal and torsion displacement analysis on shaking table test of complex eccentric structure[J]. Journal of Vibration Engineering, 2014, 27(2): 275-280.
- [14] Falamarz-sheikhabadi M R, Ghafory-ashtiany M. Rotational components in structural loading[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2015, 75: 220-233.
- [15] Bahmani P, van de Lindt J W, Dao T N. Displacement-based design of buildings with torsion: theory and verification[J]. Journal of Structural Engineering, 2014, 140(6): 04014020.
- [16] Zhang Y T, He Z, Lu W G, et al. A spectral-acceleration-based linear combination-type earthquake intensity measure for high-rise buildings[J]. Journal of Earthquake Engineering, 2018, 22(8): 1479-1508.
- [17] Zhou C, Tian M, Guo K. Seismic partitioned fragility analysis for high-rise RC chimney considering multidimensional ground motion[J]. Structural Design of Tall and Special Buildings, 2019, 28(1): e1568.
- [18] Günes N, Ulucan Z C. Nonlinear dynamic response of a tall building to near-fault pulse-like ground motions[J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2019, 17: 2989-3013.
- [19] 邱意坤, 周长东, 张光伟. 三维地震动作用下适用于高耸结构的地震动强度指标[J]. 工程力学, 2020, 37(3): 98-107.
Qiu Yikun, Zhou Changdong, Zhang Guangwei. An earthquake intensity measure for high-rise structures under three-dimensional earthquake ground motions[J]. Engineering Mechanics, 2020, 37(3): 98-107.
- [20] 徐培福, 黄吉峰, 韦承基. 高层建筑结构在地震作用下的扭转振动效应[J]. 建筑科学, 2000, 16(1): 1-6.
Xu Peifu, Huang Jifeng, Wei Chengji. Response of torsional vibration of tall building structures induced by seismic action[J]. Building Science, 2000, 16(1): 1-6.
- [21] 孙广俊, 李爱群, 张志强. 基于等效层模型的静动力抗震分析及其在剪力墙减震设计中的应用[J]. 振动工程学报, 2013, 26(1): 75-82.
Sun Guangjun, Li Aiqun, Zhang Zhiqiang. Static-dynamic earthquake analysis based on equivalent storey model and its application in vibration reduction analysis of shear wall structure[J]. Journal of Vibration Engineering, 2013, 26(1): 75-82.
- [22] 王曙光, 马亚楠, 杜东升. 减震结构采用 Lyapunov 方程的阻尼器优化配置方法[J]. 振动工程学报, 2020, 33(5): 901-909.
Wang Shuguang, Ma Yanan, Du Dongsheng. Optimization for the arrangement of added dampers of energy dissipation structures by using Lyapunov equation[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(5): 901-909.
- [23] 陈国兴. 岩土地震工程学[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
Chen Guoxing. Geotechnical Seismic Engineering[M]. Beijing: Science Press, 2007.
- [24] 何浩祥, 吕永伟, 韩恩圳. 基于参数识别的双向偏心结构 TMD 优化布置[J]. 振动、测试与诊断, 2017, 37(2): 301-306.
He Haoxiang, Lü Yongwei, Han Enzhen. Optimal layout of tuned mass damper on biaxial eccentric structure based on parameter identification[J]. Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis, 2017, 37(2): 301-306.
- [25] He Haoxiang, Lü Yongwei, Han Enzhen. Damage detection for continuous bridge based on static-dynamic condensation and extended kalman filtering[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: 707969.
- [26] 何浩祥, 葛腾飞, 闫维明. 双向水平及扭转调谐质量阻尼器及其减震控制研究[J]. 振动与冲击, 2012, 31(18): 143-147.
He Haoxiang, Ge Tengfei, Yan Weiming. Vibration reduction control of a structure with a two-directional horizontal and torsional tuned mass damper[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(18): 143-147.
- [27] 杜永峰, 刘彦辉, 李慧. 双向偏心结构扭转耦联地震反应的序列最优控制[J]. 地震工程与工程振动, 2007, 27(4): 133-138.
Du Yongfeng, Liu Yanhui, Li Hui. Sequential optimal control of torsional coupled seismic response for bidirectionally eccentric structure[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2007, 27(4): 133-138.

Rapid modeling method and multi-dimensional damping application of accurate interlayer flexural shear eccentric structure model

HE Hao-xiang, SUN Hao-ding, CHENG Yang

(Beijing Key Laboratory of Earthquake Engineering and Structural Retrofit, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: The traditional interlayer shear model of the building structure is not consistent with the real stress of the structure, and cannot accurately reflect the dynamic response of the actual multi-dimensional eccentric structure, so the engineering feasibility is not enough. The current simplified model building method of bending-shear is inefficient and cannot directly guide the modeling of three-dimensional eccentric structure. According to the basic principle of flexibility method in structural mechanics, a fast and accurate method for establishing interlayer flexural shear model is proposed. On this basis, considering the influence of the structure's eccentricity on the dynamic response of the structure, a three-dimensional bending-shear eccentricity model is established, and the effectiveness of the structural damping control under bidirectional and torsional seismic waves is verified by multi-dimensional time-history analysis. The results show that the simplified three-dimensional flexural shear eccentricity model based on the flexibility method has the advantages of high modeling accuracy and computational efficiency, and can accurately reflect the dynamic response of the real structure under multi-dimensional earthquake action. The optimal arrangement of the tuned dampers after considering the actual eccentricity can fully exploit the damping performance.

Key words: finite element model; flexibility method; shear bending model; dynamic analysis; torsion; seismic reduction control

作者简介: 何浩祥(1978—),男,博士,教授。E-mail: hhx7856@163.com。