高效低频消波俘能非线性防波结构

李鹏程¹,张海成¹,金华清¹,毕仁贵²,徐道临¹,刘磊磊³,王新宇³, 陈彧超⁴

(1.湖南大学机械与运载工程学院,湖南长沙410082; 2.吉首大学物理与机电工程学院,湖南吉首416000;3.上海船舶设计研究院,上海200120; 4.中国船舶科学研究中心,江苏无锡214082)

摘要:时刻存在的海洋波浪侵扰严重影响海洋工程装备的安全运行和服役性能,而海洋波浪能又是具有诸多优点的绿色可再生能源。如何通过混合消波-俘能结构减小波浪载荷的同时利用海洋能源是海洋工程领域的基础科学问题。传统消波-俘能结构尤其是深远海浮式结构存在低频消波俘能难的技术瓶颈。基于减小系统等效动刚度思想,提出非线性混合消波-俘能结构,并开展消波俘能特性研究。设计了一种连杆拉簧负刚度机构并应用于混合消波-俘能结构。为了求解非线性混合消波-俘能结构的波浪-结构物流固耦合问题,提出了混合特征值匹配法和谐波平衡法的半解析非线性频域求解方法。研究了机构关键参数对消波俘能性能的影响,揭示了负刚度机构提高低频消波俘能性能的"相位控制"机理。

关键词:波浪能;消波俘能;相位控制;非线性刚度
中图分类号:P743.2;O322 文献标志码:A 文章编号:1004-4523(2024)01-0071-12
DOI:10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.01.008

引 言

地球近80%的面积被海洋覆盖,波涛汹涌的海 洋一方面蕴藏着丰富的海洋资源,另一方面也时刻 侵扰着海洋结构建筑物的安全^[1]。防波堤,也被称 为波浪衰减器,能够有效地减少波浪的作用载荷,从 而减少波浪的冲击和侵蚀并提供安全的避风港^[2]。 同时,从能量角度看,海洋波动激励也是一种能量作 用,且海洋波浪能是一种典型的绿色可再生能源[3], 因此合理设计防波结构消减波浪作用载荷的同时综 合利用海洋波浪能源是海洋工程中研究的重点之 一。浮式防波堤因其具有建设成本低、灵活性好和 对环境友好的优势而广受研究人员的青睐^[2]。通过 将浮式防波堤与波能转换器(Wave Energy Converter,简称WEC)集成设计,可以实现成本分摊以及消 波功能和俘能功能集成[4]。近年来,浮式防波堤与 WEC的混合技术迅速发展, Michailides 等^[5]提出了 一种由多个模块组成的柔性浮式防波堤,类似于筏 式 WEC,相邻模块之间通过能量捕获(Power take-off,简称PTO)系统连接,PTO系统由模块的 相对纵摇运动驱动。赵玄烈^[6]对单浮筒式浮式防波 堤一波浪能装置集成系统的水动力特性和能量输出 特性开展了理论分析和试验研究,并在此基础上,采 用了多浮体的方案对集成系统进行改进。纪巧玲 等[7]基于方箱式浮式防波堤-波浪能转换集成系统 和幕帘式防波堤的研究成果,提出了一种方箱-垂直 挡浪板式浮式防波堤-波浪能转换集成系统,建立了 数学模型对该集成系统的水动力特性和能量输出特 性进行研究。关于混合消波-俘能装置的研究很多, 这里不一一列举,但以往研究表明,当浮箱式防波堤 的宽度至少为入射波长的三分之一时,才能具备良 好的消波效果(即透射系数小于0.5)^[1]。同时通过 运动浮体俘获波浪能量需要浮体的固有频率与波浪 激励频率一致才能获得最优的能量俘获效率。由于 波浪的主导频率可能会不时发生变化,当波浪的主 导频率偏离线性 WEC 的设计频率时,线性 WEC 的 能量捕获性能可能会很差,对于低频波浪同样需要 较大的浮体尺寸才能使得其固有频率与波浪频率匹 **配**^[8],因此对于海洋低频高能量波浪的消波俘能仍 然是海洋工程界公认的技术瓶颈问题。

为了提高混合消波-俘能结构的低频性能,已有 学者通过优化浮体结构、引入主动控制系统等方法 对其进行改善,但仍然没有很好地解决混合浮式防 波堤的低频消波俘能性能差的问题。近年来,基于 减小系统等效固有频率的基础思路,一些研究人员 将负刚度机构应用于WEC以提高系统的低频波能

收稿日期: 2022-04-11; 修订日期: 2022-07-25 基金项目: 工信部高技术船舶科研项目(2019[357])。

捕获效率。Zhang等^[9-10]将两个对称斜弹簧组成的 经典双稳态机构引入到点吸收式 WEC 中,研究了 在规则和非规则海况下非线性能量吸收系统的性 能。Younesian 等^[11]提出了一种由两个斜向刚性杆 和两个斜向弹簧组成的多稳态机构用于 WEC。席 儒等^[12]提出了一种磁力双稳态机构,可通过调整磁 环参数有效改变双稳态装置的势垒高度,从而克服 传统型双稳态装置在小幅波浪激励下转换效率低的 难题。关于非线性机构研究已有很多[13],其结构多 是通过气弹簧^[14]、磁弹簧^[15]和螺旋弹簧^[16]等组成的 单稳态、双稳态和多稳态系统。研究结果表明,非线 性机制可以有效提高 WEC 在低频波浪下的能量捕 获性能,并拓宽能量俘获频带。与非线性WEC一 样,浮式防波堤的响应运动与系统的刚度有关,从动 力系统的角度来看,将非线性刚度机构引入传统的 浮式防波堤可以在不增加防波堤尺寸的情况下提高 其消波性能。然而,当前还未有学者对非线性机构 应用于混合装置后的性能进行研究,非线性机制能 否在低频区同时提高混合装置消波性能这一问题值 得研究。此外,已有的非线性机构中,多数弹簧负刚 度机构采用压簧,使用时容易出现"失稳"现象,且混 合装置结构较为复杂。混合装置引入非线性机构 后,带来了波浪与结构之间的非线性流固耦合问题, 使得解析求解困难。对于浮子的非线性运动问题, 常采用基于时频转换的 Cummins 方程求解^[17],但 是,它不能获得波面的有效信息,很难开展消波性能 分析。对于非线性的混合消波-俘能结构,通常采用 CFD 等完整的数值方法^[18-19],但这种方法费时且不 便于参数化研究。

本文开展非线性混合消波-俘能结构创新设计 和性能分析,旨在设计一种结构简单、稳定性好的非 线性刚度机构以改善混合消波-俘能结构在低频区 的性能,并提出特征值匹配法^[20]与谐波平衡法^[21]相 结合的半解析混合求解方法对混合消波-俘能结构 进行理论求解,对其进行性能分析,揭示非线性消波 俘能新机理。

1 混合消波-俘能结构动力学建模

1.1 非线性混合消波-俘能结构概念设计

图1为具有非线性刚度机构的混合消波-俘能 结构的结构图和简化几何示意图。本文考虑桩柱约 束型消波-俘能结构,即浮子受到立柱的约束仅能沿 垂荡方向运动。本文提出的非线性刚度机构由T型 连杆和拉簧,以及约束T型连杆的滑道滑块组成。 T型连杆的一端与立柱通过球铰连接,T型连杆的 横杆两端通过球铰与滑块铰接,拉簧安装于T型连 杆的圆环槽上,滑块可以通过固定于浮子上的滑道 作水平运动。当浮子沿立柱做垂荡运动时,带动T 型连杆运动,从而推动滑块在滑道运动,并通过T型 连杆带动拉簧在水平方向发生变形。为简化考虑, 本文仅研究单个非线性混合消波-俘能结构,且将其 简化为二维问题开展机理研究。在图1中,将WEC 的PTO模拟为阻尼器,水平放置的拉簧通过T型连 杆在垂直方向上提供负刚度。采用笛卡尔坐标系, 原点位于防波堤的无扰动中轴线上,*x*轴指向入射 波的传播方向,*z*轴指向上方。浮子宽度为2*a*,吃水 为*d*₁,水深为*h*₁。



?子主体;2.非线性刚度机构;3.PTO;4.中间立柱;5.滑道;
 滑块;7.燕尾槽;8.T型连杆;9.圆环槽;10.球铰;11.拉簧
 1 非线性混合消波-俘能结构和简化几何示意图

Fig. 1 Structural diagram and simplified geometric diagram of nonlinear hybrid wave attenuation and energy harvesting structure

1.2 线性波浪水动力问题建模

本文仅考虑浮子的升沉模态响应,并基于线性 波浪理论^[20]构建消波-俘能结构的水动力模型,整个 流体域中水质点的运动可以用速度势表示:

$$\phi = \operatorname{Re}\left[\Phi(x, z) e^{-i\omega t} \right] \tag{1}$$

式中 ω为波角频率;t为时间;Φ为满足拉普拉斯 方程的复速度势,在二维笛卡儿坐标系下可以写成:

$$\frac{\partial^2 \Phi(x,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi(x,z)}{\partial z^2} = 0$$
(2)

当波与结构相互作用时,速度势 ϕ 可分解为入 射势 ϕ_1 ,绕射势 ϕ_D 和辐射势 ϕ_R 。因此, ϕ 可以表 示为:

$$\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{I}} + \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{D}} + \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{R}} \tag{3}$$

给定入射波幅值A,水深h₁时,入射波可表示为:

$$\Phi_1 = -\frac{\mathrm{i}gA}{\omega} \frac{\cosh\left[k(z+h_1)\right]}{\cosh\left(kh_1\right)} \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx} \tag{4}$$

式中 g为重力加速度;k为波数,满足色散关系 $\omega^2 = gk \tanh(kh_1)_{\circ}$

辐射势与浮体的运动频率和幅值有关,浮子在 升沉模态下对应的辐射势可表示为:

$$\Phi_{\rm R} = \operatorname{Re} \left[-\mathrm{i}\omega u \varphi_{\rm R}(x,z) \right] \tag{5}$$

式中 *φ*_R为浮子运动引起的单位辐射势;*u*为浮子的复振幅。

绕射势 Φ_D和单位辐射势 φ_R满足拉普拉斯方程 和线性化的边界条件^[22]。

本文采用文献[20]中特征值匹配的解析方法求 解水动力问题,得到波速度势后,根据伯努利方程, 对浮子湿面上的压力进行积分,得到作用在浮子上 的波浪激励力,则升沉激励力为:

$$F_{\rm W} = i\rho\omega \int_{-a}^{a} \left[\Phi_{\rm I}(x, -d_{\rm I}) + \Phi_{\rm D}(x, -d_{\rm I}) \right] \mathrm{d}x \quad (6)$$

式中 ρ 表示水的密度。

对于辐射力,浮子在垂荡方向作谐波运动时,辐射力为:

$$\tilde{F}_{R} = \int_{-a}^{a} i\rho\omega\Phi_{R}(x, -d_{1})e^{-i\omega z}dx =$$

$$\int_{-a}^{a} i\rho\omega\Big[-i\omega\Phi_{R}(x, -d_{1})ue^{-i\omega t}\Big]dx =$$

$$\rho\omega^{2}ue^{-i\omega t}\int_{-a}^{a}\varphi_{R}(x, -d_{1})dx = (\omega^{2}\mu + i\omega\lambda)ue^{-i\omega t}$$
(7)

式中 μ和λ分别表示附加质量和辐射阻尼,其表达 式分别为:

$$\mu = \rho \int_{-a}^{a} \operatorname{Re} \left[\varphi_{R}(x, -d_{1}) \right] dx,$$

$$\lambda = \rho \omega \int_{-a}^{a} \operatorname{Im} \left[\varphi_{R}(x, -d_{1}) \right] dx \qquad (8)$$

当浮子作谐波运动时,浮子的复振幅位移可写 成 $\hat{z} = ue^{-i\omega t}$ 。根据速度、加速度和位移的关系,式 (7)中的辐射力可以写成:

$$\tilde{F}_{\rm R} = -\mu \ddot{\tilde{z}} - \lambda \dot{\tilde{z}} \tag{9}$$

1.3 非线性混合消波-俘能装置的运动控制方程

根据牛顿第二定律,混合消波-俘能结构在纯升 沉模式下的运动方程为:

 $M\ddot{z} = F_{W} + F_{R} + F_{H} + F_{PTO} + F_{NL}$ (10) 式中 M为浮子质量; z为升沉实位移,上圆点表示 对时间的微分; F_{H} , F_{PTO} , F_{NL} , F_{W} , F_{R} 分别为静水恢 复力、PTO阻尼力、非线性机构力、波浪激励力和辐 射力。

基于小振幅运动假设,静水恢复力可表示为:

$$F_{\rm H} = -k_{\rm S}z \tag{11}$$

式中 k_s 为静水恢复刚度, $k_s = \rho g S, S$ 为水面面积, 在本文二维模型中 $S = 2a_o$

PTO阻尼力为:

$$F_{\rm PTO} = -C_{\rm PTO} \dot{z} \tag{12}$$

式中 C_{PTO} 代表 PTO 的阻尼。

非线性机构力可以通过如图2所示的非线性刚 度机构运动简图进行计算。设每根拉簧的刚度为 $k_0/8$,初始长度为2 L_0 ,T型连杆长 L_c ,T型连杆和拉 簧的夹角为 θ_L ,单根弹簧施加于T型连杆的单侧拉 力设为 f_1 。拉簧在T型连杆处于水平时始终处于拉 伸状态,即 $L_0 < L_c$ 。当浮子运动z时,处于水平预拉 伸的拉簧往回收缩,通过T型连杆在垂直方向上提 供负刚度。



图2 非线性刚度机构运动简图

Fig. 2 Motion diagram of nonlinear stiffness mechanism

根据结构几何关系可知fi可以表示为:

$$f_1 = \frac{k_0 \left(2\sqrt{L_c^2 - z^2} - 2L_0 \right)}{8}$$
(13)

对于拉簧通过单根T型连杆施加于WEC的力可表示为:

$$f_{2} = 2f_{1} \tan \theta_{L} = \frac{2k_{0} \left(\sqrt{L_{c}^{2} - z^{2}} - L_{0}\right)}{4} \cdot \frac{z}{\sqrt{L_{c}^{2} - z^{2}}} = \frac{k_{0}z}{2} \left(1 - \frac{L_{0}}{\sqrt{L_{c}^{2} - z^{2}}}\right) \quad (14)$$

则非线性机构力 $F_{\rm NL}$ 的表达式为:

$$F_{\rm NL} = 2f_2 = k_0 z \left(1 - \frac{L_0}{\sqrt{L_c^2 - z^2}}\right) \qquad (15)$$

用总恢复力*F*s表示静水恢复力*F*_H与非线性机构力*F*_{NL}之和,有:

$$F_{\rm S} = F_{\rm H} + F_{\rm NL} = -\left[k_{\rm S}z - k_0z \left(1 - \frac{L_0}{\sqrt{L_{\rm c}^2 - z^2}}\right)\right]$$
(16)

为方便解析方法求解,简化式(16)中的非线性 项,将总恢复力Fs在静平衡位置(z=0)处进行泰 勒展开,用FsT表示其展开值,展开公式为:

$$F_{\rm st}(z) \approx \frac{F_{\rm s}(0)}{0!} + \frac{F_{\rm s}'(0)}{1!} z + \frac{F_{\rm s}''(0)}{2!} z^{2} + \dots + \frac{F_{\rm s}^{(n)}(0)}{n!} z^{n}$$
(17)

将式(17)保留三阶,得到近似公式为:

$$F_{\rm st}(z) \approx F_{\rm s}(0) + F_{\rm s}'(0)z + \frac{F_{\rm s}''(0)}{2!}z^{2} + \frac{F_{\rm s}''(0)}{3!}z^{3} = -\left[\left(k_{\rm s} + \frac{k_{\rm o}(L_{\rm o} - L_{\rm c})}{L_{\rm c}}\right)z + \frac{k_{\rm o}L_{\rm o}}{2L_{\rm c}^{3}}z^{3}\right]$$
(18)

简化公式的表达形式,引入以下中间变量:

$$k_{\rm T1} = k_{\rm s} + \frac{k_0 (L_0 - L_c)}{L_c}, \ k_{\rm T3} = \frac{k_0 L_0}{2L_c^3}$$
 (19)

式(18)可以通过式(19)简化表示为:

$$F_{\rm ST}(z) \approx F_{\rm S}(0) + F_{\rm S}'(0)z + \frac{F_{\rm S}''(0)}{2!}z^{2} + \frac{F_{\rm S}''(0)}{3!}z^{3} = -(k_{\rm T1}z + k_{\rm T3}z^{3})$$
(20)

采用非线性频域方法^[23]求解非线性动力学方程 式(10),采用多谐波平衡法^[21]将系统响应假设为有 限次谐波和:

$$z(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{N} z_j = a_0 + \sum_{j=1}^{N} a_j \cos(\omega_j t) + b_j \sin(\omega_j t)$$
(21)

式中 a_0 为双稳态系统中可能出现的常数项; $\omega_j = j\omega, \omega$ 为与激励频率一致的基频; $a_j \equiv h_j$ 为第j次谐 波的待定系数。

则可以将辐射力看作是多次谐波辐射力的总 和。根据式(9)中单次谐波的辐射力表达式,多次谐 波的辐射力可表示为:

$$F_{\mathrm{R}} = -\left\{ \sum_{j=1}^{N} \left[\mu(\omega_j) \dot{z}_j + \lambda(\omega_j) \dot{z}_j \right] \right\}$$
(22)

阻尼力和刚度力也是响应谐波的函数,将所有 的力表达式代入方程(10),可以得到一个由不同频 率的正弦和余弦组成的代数方程式。忽略代数式中 高于N阶的谐波,基于谐波平衡原理,得到了由2N 个方程和2N个未知数组成的可解非线性代数方 程组。

当确定 *a_j*和 *b_j*后,系统实响应随之确定。为了 进一步获得耦合浮子非线性运动产生的波场信息, 需要将实部响应转换为复响应来解决 1.2 节中描述 的波场问题。第 *j*次谐波的复响应表达式为:

$$u_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\theta_j + \theta_{\mathrm{FW}})} \tag{23}$$

式 中 u_j 表 示 第 j 次 谐 波 的 复 振 幅; θ_j = arctan (a_j/b_j) , θ_{FW} 表示波 浪 激 励 力 与 入 射 波 的 相 位差。

现在,可以通过匹配得到不同阶次谐波的辐射 势 u_j 和 ω_j 对应的单位辐射势 φ_{R} ,由式(5)可以表示为:

$$\Phi_{\rm R} = {\rm Re} \Big[-{\rm i}\omega_j u_j \varphi(x,z) \Big]$$
(24)

因此,根据线性波理论的叠加原理,整个辐射势

场可以写成:

$$\hat{\boldsymbol{\Phi}}_{\mathrm{R}} = \sum_{j=1}^{N} \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{R}} \left(\boldsymbol{\omega}_{j} \right) \tag{25}$$

1.4 捕获宽度比

根据线性波理论,通过波前单位长度的入射波 功率可表示为:

$$p_{\rm in} = \frac{1}{2} \rho g A^2 c_{\rm g} \tag{26}$$

$$c_{\rm g} = \frac{\omega}{2k} \left[1 + \frac{2kh_1}{\sinh\left(2kh_1\right)} \right] \tag{27}$$

在得到混合消波-俘能结构的运动响应后, WEC的平均功率为:

$$P_{ca} = \frac{1}{T_{ca}} \int_{t}^{t+T_{a}} C_{PTO} \cdot \left[\dot{z}(t) \right]^{2} dt \qquad (28)$$

式中 *T*_{ca}为持续时间,为式(21)谐波解最大周期的 整数倍。

包含多个频率分量的非线性混合消波-停能结构的运动响应如式(21)所示,PTO吸收的平均功率 计算公式为:

$$P_{\rm ca} = \frac{C_{\rm PTO}}{T_{\rm ca}} \int_{t}^{t+T_{\rm ca}} \left[\sum_{j=1}^{N} \dot{z}_j(t) \right]^2 \mathrm{d}t \qquad (29)$$

捕获宽度比 CWR 定义为 WEC 吸收的功率与 入射波功率的比值,该参数是量化 WEC 效率的重 要因素,可以写成:

$$CWR = \frac{P_{ca}}{P_{in}} \tag{30}$$

此外,由于WEC的多次谐波运动,第j次谐波 PTO吸收的功率与入射波功率之比为:

$$CWR = \frac{C_{\text{PTO}}}{T_{\text{ca}} \cdot P_{\text{in}}} \int_{t}^{t+T_{\text{ca}}} [\dot{z}_{j}(t)]^{2} dt \qquad (31)$$

1.5 透射系数和反射系数

透射系数、反射系数和捕获宽度比是用来评估 混合消波-俘能结构性能的核心指标,而透射系数是 评估消波效率的重要指标之一,它定义为透射波高 度与入射波高度的比值。在线性系统中,入射波、绕 射波和辐射波都是单色的,所以定义很清楚,而本文 由于浮子的非线性运动所产生的辐射波不是单色 波,传统的透射系数定义已经不再适用非线性系统。

由式(21)可知,非线性系统产生的辐射波可以 认为是由多频次谐波组成的,因此,定义第j阶透射 系数 T_j和反射系数 R_j为各谐波振幅与入射波振幅 的比值^[24],写为:

$$T_{j} = \frac{A_{j}^{(T)}}{A}, R_{j} = \frac{A_{j}^{(R)}}{A}$$
 (32)

式中 A代表入射波幅值;A_j^(T)代表第j次频率上的 透射波幅值;A_j^(R)代表第j次频率上的反射波幅值。

基于波浪自由表面的线性边界条件,波浪的波 高表示为:

$$\eta(x) = \frac{\mathrm{i}\omega}{g} \Phi(x,0) \tag{33}$$

所以透射系数和反射系数可以通过速度势表示,在本文的问题中,入射波和绕射波是单色的,而辐射波可能包含多次谐波,因此,基波的透射系数和 反射系数可以写成:

$$T_{1} = \left| \frac{\eta_{\mathrm{I}} + \eta_{\mathrm{D}} + \eta_{\mathrm{R}}|_{1}}{\eta_{\mathrm{I}}} \right|_{x=+\infty} = \left| \frac{\Phi_{\mathrm{I}} + \Phi_{\mathrm{D}} + \Phi_{\mathrm{R}}|_{1}}{\Phi_{\mathrm{I}}} \right|_{x=+\infty}$$
$$R_{1} = \left| \frac{\eta_{\mathrm{D}} + \eta_{\mathrm{R}}|_{1}}{\eta_{\mathrm{I}}} \right|_{x=-\infty} = \left| \frac{\Phi_{\mathrm{D}} + \Phi_{\mathrm{R}}|_{1}}{\Phi_{\mathrm{I}}} \right|_{x=-\infty}$$
(34)

式中 $\eta_1 \pi \eta_D$ 分别为入射波波高和绕射波波高; $\eta_{R|1}$ 为非线性系统基频谐波响应引起的辐射波波高; $\Phi_{R|1}$ 表示浮子在基频谐波响应引起的辐射势。

对于高阶的透射系数和反射系数可以表示为:

$$T_{j} = R_{j} = \left| \frac{\eta_{\mathrm{R}}|_{j}}{\eta_{\mathrm{I}}} \right|_{x=\pm\infty} = \left| \frac{\mathrm{i}\omega_{j} \Phi_{\mathrm{R}}|_{j}}{gA} \right|_{x=\pm\infty}, j = 2, 3, \cdots$$
(35)

式中 $\eta_{\text{R}}_{j}(j=2,3,\cdots)$ 为非线性系统第j次谐波响 应引起的辐射波波高。

2 动力学响应及消波伏能特性

2.1 数值仿真参数及无量纲化

非线性混合消波-俘能结构在流体域的简化几 何示意图如图1所示,本文进行数值仿真时,采用了 文献[25]中具有桩柱约束的线性系统的几何参数, 表1给出了非线性消波-俘能系统的主要参数值。

表1 非线性系统的主要参数 Tab.1 Main parameters of nonlinear system

浮子 宽度 2 <i>a</i> /m	吃水 深度 <i>d</i> ₁ /m	水深 <i>h</i> 1/m	T型连 杆长度 <i>L</i> _c /m	入射波 振幅 <i>A</i> /m	水密度 <i>ρ</i> /(kg・ m ⁻³)	重力加 速度g/ (m·s ⁻²)
8	2.5	10	5	1	1000	9.8

为了保证系统不失一般性,对系统的参数进行 了无量纲化处理,引入以下无量纲参数:

$$\omega^{*} = \frac{\omega}{\sqrt{g/d_{1}}}, c^{*} = \frac{C_{\text{PTO}}}{4a\rho\sqrt{gd_{1}}}, A_{z}^{*} = \frac{A_{z}}{L_{c}}, \eta^{*} = \eta/L_{c},$$

$$V_{z}^{*} = \frac{V_{z}}{\sqrt{gd_{1}}}, F_{S}^{*} = \frac{F_{S}}{k_{S}L_{c}}, F_{W}^{*} = \frac{F_{W}}{k_{S}L_{c}},$$

$$t^{*} = \frac{t}{\sqrt{q/g}}, z^{*} = \frac{z}{L_{c}}, \alpha = \frac{k_{0}}{k_{S}}, \gamma = \frac{L_{0}}{L_{c}}$$
(36)

式中 A_z 表示浮子运动幅值; V_z 表示浮子运动 速度。

则对非线性刚度机构静态分析时,式(16)无量 纲化后得到总恢复力*F*_s的表达式为:

$$F_{\rm s}^* = -\left[z^* - z^* \alpha (1 - \frac{\gamma}{\sqrt{1 - z^{*2}}})\right] \quad (37)$$

则系统等效刚度为:

$$K_{\rm E}^{*} = \frac{\mathrm{d}F_{\rm S}^{*}}{\mathrm{d}z^{*}} = -1 - \alpha \left[\left(\frac{\gamma}{\sqrt{1 - z^{*2}}} - 1 \right) + \frac{\gamma z^{*2}}{\sqrt{(1 - z^{*2})^{3}}} \right]$$
(38)

系统的弹性势能为:

$$E_{P}^{*} = \int F_{S}^{*} dz = -\frac{z^{*2}}{2} + \alpha \left[\frac{z^{*2}}{2} + \gamma \left(\sqrt{1 - z^{*2}} - 1 \right) \right]$$
(39)

2.2 非线性混合消波-俘能结构性能分析及机理 揭示

本文首先分析非线性刚度机构的静态特性,以 揭示非线性刚度机构几何参数对系统刚度的影响规 律,便于对非线性混合消波-俘能结构总体性能进行 机理分析。在此节初步解释了非线性刚度机构改善 混合消波-俘能结构性能的原因。

取非线性系统在静平衡位置(z*=0)处等效刚 度等于零,此时非线性刚度机构提供的负刚度与波 浪提供的静水恢复刚度即正刚度刚好相互抵消,系 统可称为准零刚度系统。由式(38)可得出当系统为 准零刚度时,存在以下准零刚度关系式:

$$\alpha = \frac{1}{1 - \gamma} \tag{40}$$

对于式(38)所示的非线性系统等效刚度,有三种具有不同协调参数的典型刚度类型,由式(38)和 (40)可以得到,当 $\alpha > \frac{1}{1-\gamma}$ 时,系统的等效刚度在 部分位移范围内为负,此时称为双稳态系统,通常用 于振动能量捕获^[26]。当 $\alpha = \frac{1}{1-\gamma}$ 时,称为准零刚 度系统,广泛用于非线性隔振器。当 $\alpha < \frac{1}{1-\gamma}$ 时, 系统等效刚度在浮子运动时始终为正,称为全部正 刚度系统。三种典型刚度类型的系统等效刚度图如 图 3(a)所示,同时为获得一般的结果,作出参数 α 和 γ 取不同值时非线性系统的状态图如图 3(b)所示, 深蓝色区域 I 表示非线性系统具备双稳态,深蓝色 区域 I 和绿色区域 II 表示非线性系统具备 全部正刚度。准零刚度系统具有高静低动刚度的特性,并且可以降低系统的等效固有频率^[27],这有助于 混合消波-俘能装置在低频范围内取得优异的性能。 因此,本文以准零刚度系统为例,对非线性混合消 波-俘能装置进行性能分析。





为便于分析,使用谐波平衡法时采用三阶泰勒 展开式(18),同时考虑到误差影响,本文将给出数值 方法对比的结果,验证谐波平衡法的可行性,在分析 时考虑了非线性消波-俘能结构响应的频率为ω和 3ω的谐波,则系统的运动响应可以表示为:

$$z = z_1 + z_3 = a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t) + a_3 \cos(3\omega t) + b_3 \sin(3\omega t)$$
(41)

所以非线性防波堤与WEC混合系统的多频辐射力可以写为:

$$F_{\rm R} = -\left[\mu(\omega)\ddot{z}_1 + \lambda(\omega)\dot{z}_1 + \mu(3\omega)\ddot{z}_3 + \lambda(3\omega)\dot{z}_3\right]$$
(42)

将所有的力表达式和位移表达式代入式(10), 可以得到由不同频率的正弦和余弦系数组成的方 程,在谐波平衡的基础上,可以求解未知系数的非线 性代数方程。

为验证本文研究方法的可行性,采用本文研究 的参数,将本文的研究方法与Zhao等^[25]对线性消 波-俘能结构的研究方法进行对比,其结果如图4所 示。可以看出,两种方法获得的结果完全吻合,说明 本文所提方法的可行性。

下面采用四阶龙格-库塔数值方法和本文解析 方法求解动力学方程,获得的各阶谐波的幅频曲线 如图5所示。从图5中可以看出,系统在低频区域出 现了高频响应,且随着谐波响应阶次升高,对应的谐 波响应幅值减小。对比数值方法和解析方法结果可 以看出,采用谐波平衡法在低频波区的响应幅值出 现了一小段偏差,而在其他区域计算的结果与数值 方法完全相同。这是由于解析方法采用泰勒级数近 似展开,同时假设解仅考虑了一阶和三阶谐波,但从 数值结果可以看出系统还存在五阶甚至更高阶次的



Fig. 4 Comparison and verification results of linear model

谐波成分,导致误差产生,但其对于机理解释和参数 分析的影响很小,可以忽略。从能量守恒角度来看, 混合消波-俘能结构的波能捕获宽度比*CWR、*透射 系数*T*和反射系数*R*应满足*CWR*+*T*²+*R*²=1。 对于非线性系统,能量分布在不同阶次谐波上,但从 图 5可以看出,系统高阶谐波对应的幅值很小,即高 阶谐波能量较小。仅考虑一阶谐波,对应的波能捕 获宽度比*CWR*₁、透射系数*T*₁和反射系数*R*₁如图 6 所示。从图 6可以看出,*CWR*₁+*T*²₁+*R*²₁的计算值 除了低频波一小段外都接近于1,这是由于高次谐 波未加入计算,这也说明高阶谐波仅在低频区很小 的区间内对系统有影响。由于高阶谐波对波浪传播 和能量捕获影响很小,所以以下研究中仅考虑一阶 谐波即基频谐波下系统的消波特性和俘能特性。







 图 6 一阶谐波透射系数 T₁、反射系数 R₁和捕获宽 CWR₁的 能量关系曲线图(α=10/4, γ=6/10)

Fig. 6 Energy relation curve of first-order harmonic transmission coefficient T_1 , reflection coefficient R_1 , capture width ratio CWR_1 with $\alpha = 10/4$, $\gamma = 6/10$

以*T*_L和*R*_L表示线性系统的透射系数和反射系数,*T*_N和*R*_N表示准零刚度系统的透射系数和反射系数。透射系数和反射系数及捕获宽度比的幅频特性如图7所示,可以看出,在全计算频域里,准零刚度系统相比于线性系统,透射系数降低,捕获宽度比峰值明显向低频波区移动。采取文献[28]对混合系统综合评价的方法对系统性能进行评估,对应的有





Fig. 7 Variation of transmission coefficient, reflection coefficient and capture width ratio with incident wave frequency with $\alpha = 10/4$, $\gamma = 6/10$

效带宽为: $T < 0.5 \ \pi CWR > 0.2$ 。从图 7(a)可以 看出,准零刚度系统的有效消波频带 $\omega^* > 0.2525$,明显大于线性系统的有效消波频带 $\omega^* > 0.6566$,就消波性能而言,准零刚度系统相对 于线性系统在整个频段上的透射系数降低近 50%。 在仅考虑浮子升沉运动时,理论上二维装置的最大 能量转换效率为 50%^[29],从图 7(b)可以看出,相比 于线性系统,准零刚度系统的有效能量捕获带宽为 0.1263 < $\omega^* < 0.6313$,其相比于线性系统拓宽了约 11%,且明显向低频区移动。

下面通过波的叠加原理进行机理探讨。考虑到 非线性结构仅在辐射波上与传统线性结构有差异, 且散射波(Scattering Wave,用S表示)为入射波和 绕射波的叠加波,作出图8来分析散射波和辐射波的 叠加效应。图8(a)为散射波和辐射波的波幅在频域 内的变化, A_w 表示无量纲化后的波幅, η_{RL} 表示线性 系统的辐射波, η_{RN} 表示准零刚度系统的辐射波。图 8(b)为在频域内线性系统和准零刚度系统的散射波 与辐射波的相位差变化,其中 $\Delta\theta$ 表示散射波和辐射 波的相位差, RS_L 和 RS_N 分别代表线性系统和准零 刚度系统。如图8(a)所示,在低频波区,散射波幅 值明显大于辐射波的幅值,但准零刚度系统引起的 辐射波波幅大于对应的线性系统,更接近散射波幅





图 8 散射波和辐射波的波高及相位差(α=10/4,γ=6/10)

Fig. 8 Wave elevation and phase difference of the scattering wave and radiation wave with $\alpha = 10/4$, $\gamma = 6/10$

值。同时从图 8(b)可以看出准零刚度系统散射波 和辐射波的相位差更接近于π,因此幅值接近,相位 反向的两个波叠加具有更小的叠加波幅,所以导致 准零刚度系统具有更好的消波性能。在中频波区, 准零刚度系统两者的相位差依旧更接近π,即非线 系统在消波方面仍具有优势。在高频波区,准零刚 度系统和线性系统无论是辐射波波幅还是辐射波与 散射波的相位差均相差不大,所以在高频区两者透 射系数基本相同。非线性刚度机构引入混合消 波-俘能结构可以调节辐射波与散射波的相位,即 "相位控制",从而使得准零刚度系统的消波性能优 于线性系统。 下面分别取高、中、低频段上的三个不同频率 点绘制散射波、辐射波以及透射波的波面如图9所 示。其中 η^* 表示无量纲化后的波高, η_{TL} 表示线性 系统的透射波, η_{TN} 表示准零刚度系统的透射波。 从图9(a)可知,随着波频率的增加,准零刚度系统 相对于线性系统,散射波与辐射波的相位差更接近 π ,并且辐射波的波高更接近散射波的波高,其消波 性能也随之提高。从图9(b)可知,准零刚度系统 透射波的波高明显小于散射波,即由准零刚度系统 产生的辐射波更有利于消波,而线性系统所产生的 辐射波消波效果较差,透射波的波高接近甚至大于 散射波。



从动力学的角度可知当激励力与浮子速度相位 相同时,捕获功率最大^[29]。下面取图7(b)中几个频 率点探讨非线性刚度机构增强能量捕获宽度的根本 原因,绘制出波浪激励力F**和浮子速度V**如图10 所示。准零刚度系统可能在某一给定频率下出现高 阶谐波,不方便确定相位差,为此,除了与线性系统



对比之外,作图时将基频速度响应也加入进行对比。 如图10所示,准零刚度系统的基频速度在低频区相 位更接近激励力,并在ω*=0.27时与激励力相位相 同,准零刚度系统的捕获宽度比达到峰值,而线性系 统在ω*=0.68时与激励力相位相同,捕获宽度比达 到峰值。准零刚度系统作为一种被动相位控制元 件,可以使系统的相位在低频区更接近于波浪激励 力,而在低频区线性系统的响应速度与激励力之间 存在着显著的相位差,因此非线性刚度机构在低频 区具有改善能量捕获性能的优势。随着频率的增 加,准零刚度系统的速度响应相对于线性系统与波 浪激励力的相位差更大,这也是准零刚度系统在高 频区的能量捕获性能低于线性系统的原因。

2.3 非线性混合消波-俘能结构结构参数影响研究

以上低频消波俘能机理研究过程中均是取一组 特定参数进行分析,本节对不同系统参数和波况参 数进行研究,对不同参数的准零刚度系统的运动响 应和工作性能进行综合探讨,并与线性系统对比。 图 11 给出了不同非线性机构参数下系统消波俘能 性能参数随频率的变化曲线图。从图 11(a)和图 11 (b)可以看出,随着参数γ的减小,准零刚度系统的





Fig. 11 Wave attenuation and energy harvesting performance diagrams of different quasi-zero stiffness system with γ =0. 5~0. 7

透射系数 T 降低,捕获宽度比的有效带宽(CWR> 0.2)被拓宽,并向低频波区移动。因为随着参数 y 的减小,非线性系统的低动态刚度范围增大,相应的 等效固有频率降低,其在低频波区的消波性能和俘 能性能得以改善。

由于海况多变,对于不同的入射波波幅,准零刚 度系统的工作性能并不会像线性系统一样保持不 变。对于入射波波幅参数的影响,其结果如图12所 示。如图12(a)所示,随着入射波幅值的减小,透射 系数显著降低。如图12(b)所示,随着入射波波幅 的减小,准零刚度系统捕获宽度比的有效带宽 (*CWR*>0.2)被拓宽,并向低频波区移动。可以看 出,本文采取的准零刚度系统相对于线性系统而言 具有良好的工作性能。



- 图 12 不同入射波幅下准零刚度系统的消波和俘能性能图 (α=10/4,γ=6/10,A=0.5~2)
- Fig. 12 Performance diagrams of wave attenuation and energy capture of quasi-zero stiffness system under different incident wave amplitudes with $\alpha = 10/4$, $\gamma = 6/10$, $A=0.5\sim 2$

PTO阻尼对混合消波-俘能装置的消波性能和 能量捕获性能有重要影响,对于线性系统的最佳 PTO阻尼值可能不再是非线性系统的最佳值,因此 有必要对PTO阻尼如何影响混合消波-俘能装置的 性能展开研究。 不同 PTO 阻尼对应的线性系统和非线性系 统透射系数 T和捕获宽度比 CWR 的云图如图 13 所示。如图 13(a)和(c)所示,在较小的范围内,阻 尼越大,线性和非线性系统的消波性能都有所增 加。值得注意的是,如图 13(c)所示,非线性系统 在中频范围内(0.4 < ω* < 0.6)时,在较小的阻尼 范围内,阻尼越大,消波性能越差,但总体而言,非线 性系统的消波性能优于线性系统,尤其是在低频区。 对于系统能量捕获性能分析,从图13(b)和(d)可以 看出,WEC的有效能量捕获范围明显向低频区域移 动,非线性系统可以有效捕获低频波的能量,但在捕 获高频波的能量时没有优势。





3 结 论

本文提出了一种结构简单的非线性刚度机构, 并将其应用于混合消波-俘能结构。针对非线性混 合消波-俘能结构的复杂流固耦合问题,提出了一种 半解析的混合求解方法,即特征值匹配法与谐波平 衡法相结合的非线性频域方法,求解该非线性流固 耦合动力学模型。通过数值仿真得出以下结论:

(1)在混合消波-俘能结构中引入负刚度机构可以有效改善系统在低频区的消波和能量捕获 性能。

(2)引入负刚度结构能够在低频区域内有效调 节波浪激励力与浮体运动响应间的相位差,进而调 节辐射波与散射波的相位差,提高其低频消波性能。 同理,负刚度机构同样可以在低频区域内调节波浪 激励力与浮体运动速度间的相位,使其更加接近同向,从而提高低频波能捕获性能,即负刚度机构具有 被动相位控制的作用。

(3)不同于线性波能捕获系统,非线性混合消 波-俘能结构的性能受入射波幅值的影响,在小波高 下非线性刚度结构更能有效提高系统在低频区的消 波性能和俘能性能。

参考文献:

- [1] Dai J, Wang C M, Utsunomiya T, et al. Review of recent research and developments on floating breakwaters
 [J]. Ocean Engineering, 2018, 158: 132-151.
- [2] McCartney B L. Floating breakwater design[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 1985, 111(2): 304-318.
- [3] Cornett A. A global wave energy resource assessment

[J]. Sea Technology, 2009, 50(4): 59-64.

 [4] 张恒铭, 胡俭俭, 周斌珍, 等. 波能装置与浮式防波堤 集成系统的水动力性能[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2020, 41(8): 1117-1122.
 Zhang Hengming, Hu Jianjian, Zhou Binzhen, et al.

Hydrodynamic performance of integrated system composed of wave energy converter and floating breakwater [J]. Journal of Harbin Engineering University, 2020, 41(8):1117-1122.

- [5] Michailides C, Angelides D C. Wave energy production by a flexible floating breakwater[C]. The Twenty-first International Offshore and Polar Engineering Conference. OnePetro, 2011: 614-621.
- [6] 赵玄烈.浮式防波堤-波浪能装置集成系统的水动力特 性和能量输出特性的研究[D].大连:大连理工大学, 2018.

Zhao Xuanlie. Study on the hydrodynamic performance and PTO characteristics of a floating breakwater-wave energy converter integrated system [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2018.

[7] 纪巧玲,徐成浩,刘庆凯.集成波能转换功能的方箱
 — 挡浪板式浮式防波堤水动力特性研究[J].海洋工程,2021,39(5):50-58.

Ji Qiaoling, Xu Chenghao, Liu Qingkai. A study on hydrodynamic characteristics of a box-wave board type floating breakwater-wave energy converter integrated system[J]. The Ocean Engineering, 2021, 39 (5) : 50-58.

- [8] Li B, Sui F F, Yang B S. An efficient multi-factor geometry optimization based on motion analysis and resonance response for hinged double-body floating wave energy converter [J]. Science Progress, 2020, 103(3): 1-24.
- [9] Zhang X T, Yang J M. Power capture performance of an oscillating-body WEC with nonlinear snap through PTO systems in irregular waves [J]. Applied Ocean Research, 2015, 52: 261-273.
- [10] Zhang X T, Yang J M, Xiao L F. Numerical study of an oscillating wave energy converter with nonlinear snap-through power-take-off systems in regular waves
 [C]. The Twenty-fourth International Ocean and Polar Engineering Conference. OnePetro, 2014: 522-527.
- [11] Younesian D, Alam M R. Multi-stable mechanisms for high-efficiency and broadband ocean wave energy harvesting[J]. Applied Energy, 2017, 197: 292-302.
- [12] 席儒,张海成,陆晔,等.不规则波激励下磁力双稳态 波浪能转换装置的能量捕获特性研究[J].海洋工程, 2021,39(1):142-152.

Xi Ru, Zhang Haicheng, Lu Ye, et al. Study on energy capture characteristics of magnetic bistable wave energy conversion device under irregular waves[J]. The Ocean Engineering, 2021, 39(1): 142-152.

- [13] Zhang X T, Zhang H C, Zhou X, et al. Recent advances in wave energy converters based on nonlinear stiffness mechanisms[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2022, 43(7): 1081-1108.
- [14] Wu Z J, Levi C, Estefen S F. Practical considerations on nonlinear stiffness system for wave energy converter [J]. Applied Ocean Research, 2019, 92: 101935.
- [15] 肖晓龙,肖龙飞,李扬.基于非线性能量俘获机制的 直驱浮子式波浪能发电装置研究[J].振动与冲击, 2018,37(2):156-162.
 Xiao Xiaolong, Xiao Longfei, Li Yang. A directly driven floater type wave energy converter with nonlinear power-take-off mechanism in irregular waves[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(2): 156-162.
- [16] Zhang H C, Zhang J L, Zhou X, et al. Robust performance improvement of a raft-type wave energy converter using a nonlinear stiffness mechanism[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2021, 211: 106776.
- [17] Cummins W E. The impulse response function and ship motions[J]. Schiffstechnik, 1962, 9: 101-109.
- [18] Zhang H M, Zhou B Z, Vogel C, et al. Hydrodynamic performance of a floating breakwater as an oscillatingbuoy type wave energy converter [J]. Applied Energy, 2020, 257: 113996.
- [19] Chen Q, Zang J, Birchall J, et al. On the hydrodynamic performance of a vertical pile-restrained WEC-type floating breakwater[J]. Renewable Energy, 2020, 146: 414-425.
- [20] Zheng Y H, You Y G, Shen Y M. On the radiation and diffraction of water waves by a rectangular buoy [J]. Ocean Engineering, 2004, 31(8-9): 1063-1082.
- [21] Mérigaud A, Ringwood J V. A nonlinear frequencydomain approach for numerical simulation of wave energy converters[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2017, 9(1): 86-94.
- [22] Jin H Q, Zhang H C, Xu D L, et al. Analytical investigation on wave attenuation performance of a floating breakwater with nonlinear stiffness[J]. Ocean Engineering, 2022, 243: 110160.
- [23] Guo B Y, Ringwood J V. Non-linear modeling of a vibro-impact wave energy converter [J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2021, 12(1): 492-500.
- [24] Liu C R, Huang Z H. A mixed Eulerian-Lagrangian simulation of nonlinear wave interaction with a fluidfilled membrane breakwater[J]. Ocean Engineering, 2019, 178: 423-434.
- [25] Zhao X L, Ning D Z, Zhang C W, et al. Hydrodynamic investigation of an oscillating buoy wave energy converter integrated into a pile-restrained floating breakwater[J]. Energies, 2017, 10(5): 712.

- [26] Harne R L, Wang K W. A review of the recent research on vibration energy harvesting via bistable systems [J]. Smart Materials and Structures, 2013, 22(2): 023001.
- [27] Xu D L, Zhang Y Y, Zhou J X, et al. On the analytical and experimental assessment of the performance of a quasi-zero-stiffness isolator[J]. Journal of Vibration and Control, 2014, 20(15): 2314-2325.
- [28] Ning D Z, Zhao X L, Zhao M, et al. Analytical investigation of hydrodynamic performance of a dual pontoon WEC-type breakwater [J]. Applied Ocean Research, 2017, 65: 102-111.
- [29] Falnes J, Kurniawan A. Ocean Waves and Oscillating Systems: Linear Interactions Including Wave-Energy Extraction[M]. Cambridge University Press, 2020.

Nonlinear wave energy dissipator with high efficient wave attenuation and energy harvesting at low frequencies

LI Peng-cheng¹, ZHANG Hai-cheng¹, JIN Hua-qing¹, BI Ren-gui², XU Dao-lin¹, LIU Lei-lei³, WANG Xin-yu³, CHEN Yu-chao⁴

(1.College of Mechanical and Vehicle Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;
2.College of Physics and Electromechanical Engineering, Jishou University, Jishou 416000, China;
3.Shanghai Merchant Ship Design & Research Institute, Shanghai 200120, China;
4.China Ship Scientific Research Center, Wuxi 214082, China)

Abstract: The constant erosion of ocean waves seriously affects the safe operation and service performance of ocean engineering equipment, and ocean wave energy is a green renewable energy with many advantages. How to reduce the wave load and utilize the ocean wave energy through the hybrid wave attenuation and energy harvesting structure is one of basic scientific problems in the field of ocean engineering. The traditional wave attenuation and energy harvesting structure, especially the floating structures in the deep sea, has the technical bottleneck of wave attenuation and energy harvesting at a low frequency range. In this paper, based on the idea of reducing the equivalent dynamic stiffness of the system, a nonlinear hybrid wave attenuation and energy harvesting structure is proposed, and the characteristics are studied. A new type of negative stiffness mechanism is designed and applied to hybrid wave attenuation and energy harvesting structure. In order to solve the fluid-structure interaction problem of nonlinear hybrid wave attenuation and energy harvesting structure, a semi-analytical nonlinear frequency domain method of hybrid eigenfunction expansion matching method and multi-harmonic balance method is proposed. The influence of the key parameters of the mechanism on the wave attenuation and energy harvesting performance is studied, and the "phase control" mechanism of the negative stiffness mechanism to improve the low frequency wave attenuation and energy harvesting performance is revealed.

Key words: wave energy; wave attenuation and energy capture; phase control; nonlinear stiffness

作者简介:李鹏程(2002-),男,硕士研究生。 E-mail: Pengcheng-Li@hotmail.com。 通讯作者:张海成(1987-),男,博士,副教授。 E-mail: zhanghc@hnu.edu.cn。