

鲁棒参数自适应微振动控制算法

方昱斌¹, 朱晓锦², 高志远², 杨龙飞¹, 张小兵³

(1. 南京理工大学智能制造学院, 江苏 南京 210094; 2. 上海大学机电工程与自动化学院, 上海 200444;
3. 南京理工大学能源与动力工程学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 递推最小二乘(Recursive Least Squares, RLS)算法因其简单、快速的特点,在微振动自适应控制领域被广泛应用。由于微振动主动控制系统中扰动环境的特殊性及其复杂性,需要重点考虑微振动控制中所采用的参数自适应算法在参数估计过程中的鲁棒性。针对多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)微振动主动控制系统,基于无限冲激响应(Infinite Impulse Response, IIR)滤波器,提出一种结合死区和归一化的MIMO鲁棒参数自适应算法,并给出其详细的算法推导与收敛性分析。在此基础上,通过构建三自由度微振动主动振动控制实验系统,针对单频窄带扰动、双频窄带扰动展开了对比实验分析,相关的实验结果验证了所提出鲁棒参数自适应算法的可行性和鲁棒性。

关键词: 微振动主动控制; 参数自适应算法; 多输入多输出; RLS; 鲁棒自适应

中图分类号: TB535 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2024)02-0237-10

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.02.006

引言

结构微振动在航天、精密制造等领域中会产生不可忽视的负面影响,尤其是当各种性能优异的轻质航天复合材料被大量地引入到航天工业中之后,会更加加剧空间装置和构件的微振动扰动。空间望远镜、高分辨率相机等航天精密设备对工作环境有着极高的稳定性要求。因此,针对航天器的高精密载荷结构微振动主动控制的研究一直在持续^[1-2]。目前针对结构微振动所采用的主动控制方法中,自适应控制方法是最为常用且有效的一类^[3]。

自适应控制方法的抑振效果与其所采用的参数自适应算法息息相关。目前常用方法可以分为基于信号处理领域的方法和基于现代控制理论的方法^[4-5],前者的典型算法是最小均方(Least Mean Square, LMS)算法,后者的典型算法是递推最小二乘(Recursive Least Squares, RLS)算法。基于自适应滤波器设计的参数自适应算法理论与应用研究,一直是近年来相关技术领域的研究热点。

LMS算法是在维纳滤波的基础上,采用最速下降的思想发展而来的,因其算法结构简单、运算量小、鲁棒性较好,被广泛应用在各种场合。但同时,LMS算法本质上是一种高度非线性的算法,应用该

算法进行瞬态分析十分困难,且其收敛速度相对较慢,对高斯过程过分依赖^[6-7]。

相比于LMS算法,RLS算法是一种基于最小二乘的快速参数自适应算法,具有更快的收敛速度,其收敛性能与输入信号的频谱无关,鲁棒性强,但其存在数值不稳定以及计算复杂度较高的问题^[8-9]。随着数字处理器技术的发展,RLS算法的计算复杂度问题也逐步得到了解决,扩大了RLS算法及其各种改进型算法的应用范围。

针对RLS算法的不足,学者们也开展了相关研究。高鹰^[10]基于最小二乘准则,设计实现了一种改进RLS参数自适应算法,规避了原有算法需要递推估计来更新自相关矩阵的逆,提升了收敛速度;Amiri等^[11]提出一种量化输入RLS算法,提升了算法的跟踪性能;Mohammed等^[12]提出一种改进RLS算法,有效提升算法收敛速度,并将其应用于噪声控制中,取得较好效果;Eksioğlu等^[13]提出一种凸正则化RLS算法,在稀疏系统中取得比常规RLS算法更好的抑振效果;Zhang等^[14]基于最大相关熵准则提出一种鲁棒RLS参数自适应算法,在稀疏系统的识别中取得良好效果,并在冲击噪声下有较强鲁棒性。

而具体到结构振动主动控制应用中,当前应用于结构振动自适应控制领域的RLS参数自适应算法大都未能考虑到其本身的鲁棒性,尤其是面向多输入多

输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)结构振动主动控制系统的RLS算法鲁棒性改进并未见到。

事实上,通常在参数自适应算法的实施过程中,一般都作了一些假设:假设参数自适应算法所调节的自适应滤波器的阶数能够完全描述真实系统;假设外界的扰动都是具有零均值的随机信号;假设对象参数都是常数;假设参数的值域都是不受限制的等等。在实际系统的辨识或者是自适应控制应用中的参数自适应过程,上述的假设并不一定全部满足。尤其在结构微振动主动控制中,由于所面临扰动环境的复杂性,需要考虑振动控制中所采用的参数自适应算法在参数估计过程中的鲁棒性,具体地讲,需要保证参数自适应算法在自适应过程中回归向量的有界性。

为了进一步改善MIMO结构振动自适应控制系统中参数自适应算法自身的鲁棒性能,继而提升相关自适应控制方法的抑振性能,本文首先给出了多输入多输出递推最小二乘(Multiple Input Multiple Output-Recursive Least Squares, MIMO-RLS)算法的详细推导过程及算法分析;在此基础上,基于死区和归一化手段,提出一种鲁棒改进的递推最小二乘算法,暂命名为多输入多输出死区归一化递推最小二乘(Multiple Input Multiple Output-Deadzone and Normalization Recursive Least Squares, MIMO-DNRLS)算法,并给出其收敛性分析。构建一套三自由度微振动主动控制原理性实验系统,基于该三自由度微振动主动控制实验系统,进行典型扰动下的实验验证,对比验证本文改进算法的抑振效果。

1 MIMO-RLS 算法

1.1 算法推导

考虑如下式所示具有 M 个输入 N 个输出的MIMO系统:

$$\mathbf{y}(t+1) = -\mathbf{A}^*(z^{-1})\mathbf{y}(t) + z^{-d}\mathbf{B}^*(z^{-1})\mathbf{u}(t) = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\varphi}(t) \quad (1)$$

式中 t 为时间; z 为离散系统中的延迟因子; 系统输入向量 $\mathbf{u}(t)$ 和输出向量 $\mathbf{y}(t)$ 分别如下式所示:

$$\mathbf{u}(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ \cdots \ u_M(t)]^T \in \mathbb{R}^M \quad (2)$$

$$\mathbf{y}(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \cdots \ y_N(t)]^T \in \mathbb{R}^N \quad (3)$$

$\mathbf{A}^*(z^{-1})$ 和 $\mathbf{B}^*(z^{-1})$ 为矩阵多项式:

$$\mathbf{A}(z^{-1}) = \mathbf{A}_1 z^{-1} + \mathbf{A}_2 z^{-2} + \cdots + \mathbf{A}_{n_A} z^{-n_A} = z^{-1} \mathbf{A}^*(z^{-1}), \mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{N \times M} \quad (4)$$

$$\mathbf{B}(z^{-1}) = \mathbf{B}_1 z^{-1} + \mathbf{B}_2 z^{-2} + \cdots + \mathbf{B}_{n_B} z^{-n_B} = z^{-1} \mathbf{B}^*(z^{-1}), \mathbf{B}_i \in \mathbb{R}^{N \times M} \quad (5)$$

$\boldsymbol{\theta}$ 表示系统参数矩阵, $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 表示系统回归向量, 具体如下式所示:

$$\boldsymbol{\theta} = [\mathbf{A}_1 \ \cdots \ \mathbf{A}_{n_A} \ \mathbf{B}_1 \ \cdots \ \mathbf{B}_{n_B}]^T \in \mathbb{R}^{(Nn_A + Mn_B) \times N} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\varphi}(t) = [-\mathbf{y}^T(t) \ \cdots \ -\mathbf{y}^T(t - n_A + 1) \ \mathbf{u}^T(t - d) \ \cdots \ \mathbf{u}^T(t - d - n_B + 1)]^T \in \mathbb{R}^{Nn_A + Mn_B} \quad (7)$$

式中 n_A 和 n_B 表示矩阵多项式的阶数; d 表示系统的整数延迟。

采用RLS算法对式(1)所示的MIMO系统进行参数估计,即可推导得到MIMO-RLS算法。对于MIMO系统,定义极小化损失函数:

$$J(t) = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \left\| \mathbf{y}(i) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(t) \boldsymbol{\varphi}(i) \right\|^2 \quad (8)$$

式中 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$ 为参数估计矩阵,具体如下式所示:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = [\hat{\mathbf{A}}_1(t) \ \cdots \ \hat{\mathbf{A}}_{n_A}(t) \ \hat{\mathbf{B}}_1(t) \ \cdots \ \hat{\mathbf{B}}_{n_B}(t)]^T \in \mathbb{R}^{(Nn_A + Mn_B) \times N} \quad (9)$$

系统先验可调预测输出向量如下式所示:

$$\hat{\mathbf{y}}^0(t+1) = \hat{\mathbf{y}}^0(t+1 | \hat{\boldsymbol{\theta}}(t)) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(t) \boldsymbol{\varphi}(t) \quad (10)$$

系统先验预测误差向量如下式所示:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^0(t+1) = \mathbf{y}(t+1) - \hat{\mathbf{y}}^0(t+1) \quad (11)$$

系统后验可调预测输出向量如下式所示:

$$\hat{\mathbf{y}}(t+1) = \hat{\mathbf{y}}(t+1 | \hat{\boldsymbol{\theta}}(t+1)) = \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(t+1) \boldsymbol{\varphi}(t) \quad (12)$$

系统后验预测误差向量如下式所示:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t+1) = \mathbf{y}(t+1) - \hat{\mathbf{y}}(t+1) \quad (13)$$

参数自适应算法具有如下式所示结构:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) + f(\hat{\boldsymbol{\theta}}(t), \boldsymbol{\varphi}(t), \boldsymbol{\varepsilon}^0(t+1)) \quad (14)$$

参数估计矩阵的修正项 $f(\hat{\boldsymbol{\theta}}(t), \boldsymbol{\varphi}(t), \boldsymbol{\varepsilon}^0(t+1))$ 按照式(8)所示的最小化准则去调节参数估计矩阵。

$$\text{由 } \frac{\partial J(t)}{\partial \hat{\boldsymbol{\theta}}(t)} = -\frac{2}{t} \sum_{i=1}^t [\mathbf{y}(i) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(t) \boldsymbol{\varphi}(i-1)] \boldsymbol{\varphi}(i-1) = 0 \text{ 可以得到最小化准则条件下的参数估计矩阵 } \hat{\boldsymbol{\theta}}(t)。$$

根据

$$[\hat{\boldsymbol{\theta}}^T(t) \boldsymbol{\varphi}(i-1)] \boldsymbol{\varphi}(i-1) = \boldsymbol{\varphi}(i-1) \boldsymbol{\varphi}^T(i-1) \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) \quad (15)$$

可得:

$$\sum_{i=1}^t [\boldsymbol{\varphi}(i-1) \boldsymbol{\varphi}^T(i-1)] \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = \sum_{i=1}^t \mathbf{y}(i) \boldsymbol{\varphi}(i-1) \quad (16)$$

则:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) = \left[\sum_{i=1}^t \boldsymbol{\varphi}(i-1) \boldsymbol{\varphi}^T(i-1) \right]^{-1} \sum_{i=1}^t \mathbf{y}(i) \boldsymbol{\varphi}(i-1) \quad (17)$$

$$\text{令 } \mathbf{F}(t) = \left[\sum_{i=1}^t \boldsymbol{\varphi}(i-1) \boldsymbol{\varphi}^T(i-1) \right]^{-1}, \text{ 则有:}$$

$$\hat{\theta}(t) = F(t) \sum_{i=1}^t y(i) \varphi(i-1) \quad (18)$$

将式(17)进一步演化为递推形式,可得如下所示的形式:

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t+1) \varphi(t) \epsilon^T(t+1) \quad (19)$$

其中:

$$F^{-1}(t+1) = F^{-1}(t) + \varphi(t) \varphi^T(t) \quad (20)$$

$$\epsilon(t+1) = \frac{\epsilon^0(t+1)}{1 + \varphi^T(t) F(t) \varphi(t)} \quad (21)$$

$$\epsilon^0(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}^T(t) \varphi(t) \quad (22)$$

为了提升算法收敛的适应性,式(20)所示的 $F^{-1}(t+1)$ 可以通过两个加权系数 $0 < \lambda_1 \leq 1$ 和 $0 \leq \lambda_2 < 2$ 扩展为:

$$F^{-1}(t+1) = \lambda_1(t) F^{-1}(t) + \lambda_2(t) \varphi(t) \varphi^T(t) \quad (23)$$

进一步地,为了避免求逆运算,可将式(23)表示为如下式所示的等价形式:

$$F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \cdot \left[F(t) - \frac{F(t) \varphi(t) \varphi^T(t) F(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \varphi^T(t) F(t) \varphi(t)} \right] \quad (24)$$

为了确保算法的稳定性,实际使用中会对 MIMO-RLS 算法中的 $\varphi(t)$ 经过渐进稳定预置滤波器 $L(z^{-1})$ 滤波处理。通过对加权系数 $\lambda_1(t)$ 和 $\lambda_2(t)$ 取值的多种选择组合,得到不同的自适应功能增益演化过程及误差指标的参数自适应调节最小化过程,具体取值方式如表 1 所示。

表 1 自适应增益选择

Tab. 1 The choice of adaptive gain

名称	取值	适用情况
固定遗忘因子	$\lambda_1(t) = \lambda_1; 0 < \lambda_1 < 1$ $\lambda_2(t) = \lambda_2 = 1$	慢时变系统
可变遗忘因子	$\lambda_1(t) = \lambda_0 \lambda_1(t-1) + 1 - \lambda_0; 0 < \lambda_0 < 1$ $\lambda_2(t) = \lambda_2 = 1$	稳态系统
恒定迹	$\text{tr} F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \text{tr} \left[F(t+1) - \frac{F(t) \varphi(t) \varphi^T(t) F(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \varphi^T(t) F(t) \varphi(t)} \right] = \text{tr} F(t)$	时变系统
恒定迹与标准 MIMO-RLS 切换	当 $\text{tr} F(t) \leq n F_{S1}; F_{S1} = 0.1, \dots, 4$ 时,标准 MIMO-RLS 切换为恒定迹	无参数初始信息的时变系统
恒定迹与可变遗忘因子切换	当 $\text{tr} F(t) \leq n F_{S1}; F_{S1} = 0.1, \dots, 4$ 时,可变遗忘因子切换为恒定迹	无参数初始信息的时变系统

注: λ_0 为 λ_1 迭代的调节因子; F_{S1} 为初始增益。

1.2 算法分析

作一个简单的定性分析,假设一个系统如下式所示:

$$y(t+1) = \theta^T \varphi(t) + \omega(t+1) \quad (25)$$

式中 $\omega(t+1)$ 为扰动信号向量或者是未建模部分对系统输出的影响。

考虑式(19)~(22)所示的参数自适应算法,并定义:

$$\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta \quad (26)$$

可以得到:

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta} + F(t) \varphi(t) [-\varphi^T(t) \tilde{\theta}(t+1) + \omega(t+1)] \quad (27)$$

在式(27)两边同时减去 θ , 得到:

$$[I_n + F(t) \varphi(t) \varphi^T(t) - I_n z^{-1}] \tilde{\theta}(t+1) = F(t) \varphi(t) \omega(t+1) \quad (28)$$

其中, $I_n + F(t) \varphi(t) \varphi^T(t)$ 的特征值满足:

$$\lambda_i [I_n + F(t) \varphi(t) \varphi^T(t)]^{-1} \leq 1; i = 1, \dots, n \quad (29)$$

式中 $n = \dim \theta, I_n$ 为单位矩阵。

式(28)的等效反馈系统如图 1 所示。图 1 中, $F(t) \varphi(t) \omega(t+1)$ 为式(28)所示系统的外源输入,因此, $F(t) \varphi(t) \omega(t+1)$ 的有界性是保证 $\tilde{\theta}(t+1)$ 的有界性的一个必要的条件。然而,即使当 $\varphi(t)$ 和

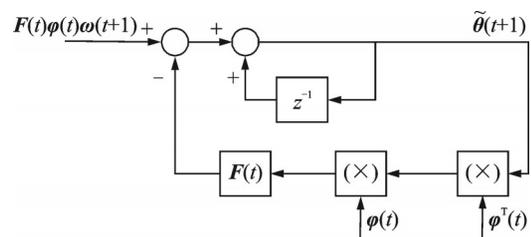


图 1 具有扰动情况下参数自适应算法的等效反馈系统
Fig. 1 Equivalent feedback system of the parameter adaptive algorithm under disturbance

$\omega(t+1)$ 都是有界的,也不能够保证 $\tilde{\theta}(t+1)$ 的有界性。因为,当序列 $\varphi(t)\varphi^T(t)$ 并非为持续激励时,图1所示系统相当于一个积分器。此时,如果序列 $F(t)\varphi(t)\omega(t+1)$ 的均值不为零,系统参数将会发生偏移。因此,自适应算法需要保证下面两个条件成立: $\varphi(t)$ 和 $\omega(t+1)$ 都是有界的; $\hat{\theta}(t+1)$ 在非持续激励的情况下也是有界的。下面通过引入定理1进一步对上述分析作定量分析。

定理1 假设系统可以用式(25)所示的模型描述,系统可调参数模型具有式(10)和(12)所示的形式。

假设参数自适应算法具有如下式形式:

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(t+1) &= \hat{\theta}(t) + F(t+1)\varphi(t)\varepsilon^T(t+1); \\ F^{-1}(t+1) &= \lambda_1(t)F^{-1}(t) + \lambda_2(t)\varphi(t)\varphi^T(t); \\ \lambda_1(t) &\equiv 1, 0 \leq \lambda_2(t) < 2; \\ \varepsilon(t+1) &= \frac{y(t+1) - \hat{y}^0(t+1)}{1 + \varphi^T(t)F(t)\varphi(t)}.\end{aligned}$$

那么,可得到如下结论:

$$\begin{aligned}& \tilde{\theta}^T(N+1)F^{-1}(t+1)\tilde{\theta}(N+1) + \\ & \sum_{t=0}^N [1 + \varphi^T(t)F(t)\varphi(t)]\varepsilon(t+1)\varepsilon^T(t+1) \leq \\ & \tilde{\theta}^T(0)F^{-1}(0)\tilde{\theta}(0) + \sum_{t=0}^N \omega(t+1)\omega^T(t+1) \quad (30) \\ & \sum_{t=0}^N \varepsilon(t+1)\varepsilon^T(t+1) \leq \\ & \sum_{t=0}^N [1 + \varphi^T(t)F(t)\varphi(t)]\varepsilon(t+1)\varepsilon^T(t+1) \leq \\ & c_1 + c_2 \sum_{t=0}^N \omega(t+1)\omega^T(t+1), 0 \leq c_1 < \infty, 0 \leq c_2 < \infty\end{aligned} \quad (31)$$

如果, $\|\omega(t+1)\| < \Omega, \forall t \geq 0, 0 \leq \Omega < \infty$,则:

$$\begin{aligned}\frac{1}{N} \sum_{t=0}^N \|\varepsilon(t+1)\|^2 &\leq \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N [1 + \varphi^T(t)F(t)\varphi(t)] \cdot \\ \|\varepsilon(t+1)\|^2 &\leq c_2\Omega^2 + c_1/N; 0 \leq c_1 < \infty, 0 \leq c_2 < \infty\end{aligned} \quad (32)$$

证明:首先讨论当 $\lambda_2(t)=0$ 的情况,此时,参数自适应算法的增益矩阵 $F(t)=F(0)=F$ 。

$$\begin{aligned}& \sum_{t=0}^N \tilde{\theta}^T(t+1)\varphi(t)\varepsilon^T(t+1) = \\ & \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T(N+1)F^{-1}\tilde{\theta}(N+1) - \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T(0)F^{-1}\tilde{\theta}(0) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{t=0}^N \varphi^T(t)F\varphi(t)\varepsilon(t+1)\varepsilon^T(t+1) \quad (33)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon(t+1) &= y(t+1) - \hat{y}(t+1) = -\tilde{\theta}^T(t+1) \cdot \\ & \varphi(t) + \omega(t+1) \quad (34)\end{aligned}$$

因此:

$$\begin{aligned}& \sum_{t=0}^N [\tilde{\theta}^T(t+1)\varphi(t)]\varepsilon^T(t+1) = \\ & \sum_{t=0}^N [\omega(t+1) - \varepsilon(t+1)]\varepsilon^T(t+1) = \\ & \sum_{t=0}^N \omega(t+1)\varepsilon^T(t+1) - \sum_{t=0}^N \varepsilon(t+1)\varepsilon^T(t+1) \quad (35)\end{aligned}$$

对于任意一个 $\beta > 0$ (β 为常量因子),由式(35)可以得到:

$$\begin{aligned}\omega(t+1)\varepsilon^T(t+1) &\leq \frac{\beta}{2}\varepsilon(t+1)\varepsilon^T(t+1) + \\ & \frac{1}{2\beta}\omega(t+1)\omega^T(t+1) \quad (36)\end{aligned}$$

继而有:

$$\begin{aligned}& \sum_{t=0}^N [\tilde{\theta}^T(t+1)\varphi(t)]\varepsilon^T(t+1) \leq \\ & \left(\frac{\beta}{2} - 1\right) \sum_{t=0}^N \varepsilon(t+1)\varepsilon^T(t+1) + \\ & \frac{1}{2\beta} \sum_{t=0}^N \omega(t+1)\omega^T(t+1) \quad (37)\end{aligned}$$

结合式(33)和(37),可以得到:

$$\begin{aligned}& \left(\frac{\beta}{2} - 1\right) \sum_{t=0}^N \varepsilon(t+1)\varepsilon^T(t+1) + \frac{1}{2\beta} \sum_{t=0}^N \omega(t+1) \cdot \\ & \omega^T(t+1) \geq \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T(t+1)F^{-1}\tilde{\theta}(t+1) - \\ & \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T(0)F^{-1}\tilde{\theta}(0) \quad (38)\end{aligned}$$

从而:

$$\begin{aligned}& \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T(t+1)F^{-1}\tilde{\theta}(t+1) + \\ & \sum_{t=0}^N \left\{ \left[1 - \frac{\beta}{2} + \frac{1}{2}\varphi^T(t)F\varphi(t) \right] \varepsilon(t+1)\varepsilon^T(t+1) - \right. \\ & \left. \frac{1}{2\beta}\omega(t+1)\omega^T(t+1) \right\} \leq \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T(0)F^{-1}\tilde{\theta}(0) \quad (39)\end{aligned}$$

令 $\beta=1$,可以得到:

$$\begin{aligned}& \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T(t+1)F^{-1}\tilde{\theta}(t+1) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{t=0}^N \{ [1 + \varphi^T(t)F\varphi(t)]\varepsilon(t+1)\varepsilon^T(t+1) - \\ & \omega(t+1)\omega^T(t+1) \} \leq \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T(0)F^{-1}\tilde{\theta}(0) \quad (40)\end{aligned}$$

将式(40)整理后可以得到式(30),式(31)是式(30)在 $\hat{\theta}^T(t)F^{-1}\hat{\theta}(t) \geq 0$ 条件下的结果。

下面讨论当 $\lambda_2(t) \neq 0$ 的情况,此时,式(33)有如下形式:

$$\begin{aligned}& \sum_{t=0}^N [\tilde{\theta}^T(t+1)\varphi(t)]\varepsilon^T(t+1) = \\ & \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T(N+1)F^{-1}(N+1)\tilde{\theta}(N+1) - \\ & \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T(0)F^{-1}(0)\tilde{\theta}(0) +\end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \sum_{t=0}^N \boldsymbol{\varphi}^T(t) F(t) \boldsymbol{\varphi}(t) \boldsymbol{\varepsilon}(t+1) \boldsymbol{\varepsilon}^T(t+1) - \frac{1}{2} \sum_{t=0}^N \lambda_2(t) [\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t+1) \boldsymbol{\varphi}(t)] [\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t+1) \boldsymbol{\varphi}(t)]^T \quad (41)$$

通过式(34),(35)及式(41),可以得到:

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^N \boldsymbol{\omega}(t+1) \boldsymbol{\varepsilon}^T(t+1) - \sum_{t=0}^N \boldsymbol{\varepsilon}(t+1) \boldsymbol{\varepsilon}^T(t+1) = \\ & \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(N+1) F^{-1}(N+1) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(N+1) - \\ & \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(0) F^{-1}(0) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{t=0}^N \boldsymbol{\varphi}^T(t) F(t) \boldsymbol{\varphi}(t) \boldsymbol{\varepsilon}(t+1) \boldsymbol{\varepsilon}^T(t+1) - \\ & \frac{1}{2} \sum_{t=0}^N \lambda_2(t) [\boldsymbol{\omega}(t+1) - \boldsymbol{\varepsilon}(t+1)] [\boldsymbol{\omega}(t+1) - \boldsymbol{\varepsilon}(t+1)]^T \end{aligned} \quad (42)$$

整理后得到:

$$\begin{aligned} & \sum_{t=0}^N \left[1 - \lambda_2(t) \right] \boldsymbol{\omega}(t+1) \boldsymbol{\varepsilon}^T(t+1) - \sum_{t=0}^N \left[1 - \frac{\lambda_2(t)}{2} \right] \cdot \\ & \boldsymbol{\varepsilon}(t+1) \boldsymbol{\varepsilon}^T(t+1) + \sum_{t=0}^N \frac{\lambda_2(t)}{2} \boldsymbol{\omega}(t+1) \boldsymbol{\omega}^T(t+1) = \\ & \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(N+1) F^{-1}(N+1) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(N+1) - \\ & \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(0) F^{-1}(0) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^N \boldsymbol{\varphi}^T(t) F(t) \boldsymbol{\varphi}(t) \cdot \\ & \boldsymbol{\varepsilon}(t+1) \boldsymbol{\varepsilon}^T(t+1) \end{aligned} \quad (43)$$

通过式(36)可以得到:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(N+1) F^{-1}(N+1) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(N+1) + \sum_{t=0}^N \left\{ \left[1 - \frac{\lambda_2(t)}{2} \right] - \right. \\ & \left. \left[(1 - \lambda_2(t)) \frac{\beta}{2} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\varphi}^T(t) F(t) \boldsymbol{\varphi}(t) \right] \right\} \boldsymbol{\varepsilon}(t+1) \boldsymbol{\varepsilon}^T(t+1) \leq \\ & \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(0) F^{-1}(0) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) + \\ & \sum_{t=0}^N \left\{ \left[(1 - \lambda_2(t)) \frac{1}{2\beta} + \frac{\lambda_2(t)}{2} \right] \right\} \boldsymbol{\omega}(t+1) \boldsymbol{\omega}^T(t+1) \end{aligned} \quad (44)$$

当 $\beta = 1$ 时,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(N+1) F^{-1}(N+1) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(N+1) + \\ & \frac{1}{2} \sum_{t=0}^N \left[(1 + \boldsymbol{\varphi}^T(t) F(t) \boldsymbol{\varphi}(t)) \boldsymbol{\varepsilon}(t+1) \boldsymbol{\varepsilon}^T(t+1) \right] \leq \\ & \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(0) F^{-1}(0) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) + \frac{1}{2} \sum_{t=0}^N \boldsymbol{\omega}(t+1) \boldsymbol{\omega}^T(t+1) \end{aligned} \quad (45)$$

定理 1 得证。

2 MIMO-DNRLS 算法

2.1 算法推导

通过参数自适应过程中的死区和归一化处理,

提升算法的参数鲁棒性,MIMO-DNRLS算法的参数自适应过程如图 2 所示。

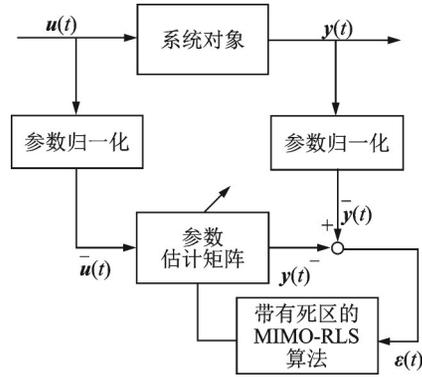


图 2 MIMO-DNRLS算法的参数自适应过程

Fig. 2 The parameter adaptive process of MIMO-DNRLS algorithm

假设系统对象可以表示为如下式所示的 MIMO 系统:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{y}(t+1) &= -\boldsymbol{A}(z^{-1}) \boldsymbol{y}(t) + \\ & z^{-d} \boldsymbol{B}(z^{-1}) \boldsymbol{u}(t) + \boldsymbol{\omega}(t+1) = \\ & \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\varphi}(t) + \boldsymbol{\omega}(t+1) \end{aligned} \quad (46)$$

定义系统归一化输入输出变量为:

$$\begin{aligned} \bar{\boldsymbol{y}}(t+1) &= \frac{\boldsymbol{y}(t+1)}{m(t)}, \quad \bar{\boldsymbol{u}}(t) = \frac{\boldsymbol{u}(t)}{m(t)}, \\ \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) &= \frac{\boldsymbol{\varphi}(t)}{m(t)}, \quad \bar{\boldsymbol{\omega}}(t) = \frac{\boldsymbol{\omega}(t)}{m(t)} \end{aligned} \quad (47)$$

其中:

$$m(t) = 1 + \|\boldsymbol{\varphi}(t)\| \quad (48)$$

基于归一化后的输入输出变量来更新参数估计矩阵的过程中,通过参数自适应过程中的死区处理,得到 MIMO-DNRLS 算法,具体如下式所示:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}(t+1) = \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) + \alpha(t) F(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}^T(t+1) \quad (49)$$

$$F^{-1}(t+1) = F^{-1}(t) + \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}^T(t) \quad (50)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t+1) = \frac{\bar{\boldsymbol{y}}(t+1) - \hat{\boldsymbol{y}}^0(t+1)}{1 + \bar{\boldsymbol{\varphi}}^T(t) F(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t)} \quad (51)$$

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1, & \|\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t+1)\| \gg \bar{\Delta}(t+1) \\ 0, & \|\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t+1)\| \leq \bar{\Delta}(t+1) \end{cases} \quad (52)$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}^2(t+1) &= \Delta^2(t+1) + \sigma \Delta(t+1), \\ \Delta(t) &> 0, \sigma > 0 \end{aligned} \quad (53)$$

$$\Delta(t+1) = d_2 + \frac{d_1}{m(t)} \geq \|\bar{\boldsymbol{\omega}}(t+1)\| \quad (54)$$

式中 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t), F(t), \hat{\boldsymbol{y}}^0(t)$ 与前述 MIMO-RLS 算法中的含义相同; $\bar{\boldsymbol{y}}(t), \bar{\boldsymbol{u}}(t), \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t), \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t)$ 和 $\bar{\boldsymbol{\omega}}(t)$ 分别为归一化处理后的输出向量、输入向量、误差向量、回

归向量和扰动向量; $\alpha(t)$ 为参数自适应算法进入死区的判别因子。

2.2 算法分析

引入定理 2 对 MIMO-DNRLS 算法进行收敛性分析。

定理 2 假设系统对象可以表示为式(25)所示的 MIMO 系统, 假设:

$$\|\boldsymbol{\omega}(t+1)\|^2 \leq d_1 + d_2 \eta^2(t), \quad 0 < d_1, \quad d_2 < \infty \quad (55)$$

其中:

$$\eta^2(t) = \mu^2 \eta^2(t-1) + \|\boldsymbol{\varphi}(t)\|^2 \quad (56)$$

式中 μ 为取值范围为(0,1)的调节因子。

考虑式(49)~(54)所示的 MIMO-DNRLS 算法, 则有:

$$(i) \quad \sum_{t=0}^{\infty} \alpha(t) [\|\bar{\boldsymbol{\epsilon}}(t+1)\|^2 - \bar{\Delta}^2(t+1)] < \infty \quad (57)$$

$$(ii) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \alpha(t) [\|\bar{\boldsymbol{\epsilon}}(t+1)\|^2 - \bar{\Delta}^2(t+1)] = 0 \quad (58)$$

$$(iii) \quad \limsup_{t \rightarrow \infty} \|\bar{\boldsymbol{\epsilon}}(t+1)\| \leq \bar{\Delta}(t+1) \quad (59)$$

$$(iv) \quad \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t) \mathbf{F}^{-1}(t) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) \leq \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(0) \mathbf{F}^{-1}(0) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) < \infty \quad (60)$$

$$(v) \quad \limsup_{t \rightarrow \infty} \|\boldsymbol{\epsilon}(t+1)\| \leq \bar{\Delta}(t+1) m(t) \quad (61)$$

$$(vi) \quad \mathbf{F}(t), \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) \text{收敛} \quad (62)$$

证明:

与定理 1 的证明思路相同, 可以得到下式:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(N+1) \mathbf{F}^{-1}(N+1) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(N+1) + \frac{1}{2} \alpha(t) \\ & \left\{ [1 + \alpha(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}^T(t) \mathbf{F}(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t)] \right. \\ & \left. \|\bar{\boldsymbol{\epsilon}}(t+1)\|^2 - \|\boldsymbol{\omega}(t+1)\|^2 \right\} \leq \\ & \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(0) \mathbf{F}^{-1}(0) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) \quad (63) \end{aligned}$$

忽略多项式 $\alpha(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}^T(t) \mathbf{F}(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t)$ 的影响, 要保证 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(N+1) \mathbf{F}^{-1}(N+1) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(N+1)$ 的有界性, 则需要避免:

$$\|\bar{\boldsymbol{\epsilon}}(t+1)\|^2 - \|\boldsymbol{\omega}(t+1)\|^2 < 0 \quad (64)$$

而根据 $\alpha(t)$ 的定义, 可以排除这种情况, 则由式(63)可以得到式(57), 继而也能得到式(58)。

又因为:

$$\alpha(t) [\|\bar{\boldsymbol{\epsilon}}(t+1)\|^2 - \bar{\Delta}^2(t+1)] \geq 0 \quad (65)$$

要得到式(59), 需要 $\alpha(t) \rightarrow 0$ 。采用反证法, 假设 $\alpha(t)$ 不趋于 0, 这就意味着存在一个时刻 t_i 令 $\alpha(t_i) = 1$ 。此时, 式(57)和(58)都不满足, 这与式(63)相矛盾, 所以有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \alpha(t) = 0$, 故而得到式(59)和(60)。此时, 根据归一化参数的定义可以得到式(61)。

由式(50)可知, 对于任意常向量 \boldsymbol{v} 有:

$$\boldsymbol{v}^T \mathbf{F}(t+1) \boldsymbol{v} \leq \boldsymbol{v}^T \mathbf{F}(t) \boldsymbol{v} \quad (66)$$

因为:

$$\mathbf{F}(t+1) = \mathbf{F}(t) - \frac{\alpha(t) \lambda_2(t) \mathbf{F}(t) \boldsymbol{\varphi}(t) \boldsymbol{\varphi}^T(t) \mathbf{F}(t)}{1 + \alpha(t) \lambda_2(t) \boldsymbol{\varphi}^T(t) \mathbf{F}(t) \boldsymbol{\varphi}(t)} \quad (67)$$

$\mathbf{F}(t)$ 和 $\mathbf{F}^{-1}(t)$ 都是正定矩阵, 则 $\boldsymbol{v}^T \mathbf{F}(t) \boldsymbol{v} \geq 0$ 是非递增的, 对于任意常向量 \boldsymbol{v} 收敛。

矩阵 $\mathbf{F}(t)$ 的元素 $f_{i,j}(t)$ 可以用 $\boldsymbol{e}_i^T \mathbf{F}(t) \boldsymbol{e}_j$ 表示, 其中, \boldsymbol{e}_i 是一个除去第 i 个元素为 1 其余皆为 0 的列向量。将 $\boldsymbol{e}_i^T \mathbf{F}(t) \boldsymbol{e}_j$ 表示成为二次型:

$$\begin{aligned} & \boldsymbol{e}_i^T \mathbf{F}(t) \boldsymbol{e}_j = \\ & \frac{(\boldsymbol{e}_i + \boldsymbol{e}_j)^T \mathbf{F}(t) (\boldsymbol{e}_i + \boldsymbol{e}_j) - \boldsymbol{e}_i^T \mathbf{F}(t) \boldsymbol{e}_i - \boldsymbol{e}_j^T \mathbf{F}(t) \boldsymbol{e}_j}{2} \quad (68) \end{aligned}$$

式(68)中都是 $\boldsymbol{v}^T \mathbf{F}(t) \boldsymbol{v}$ 的二次型项, 所以 $f_{i,j}(t)$ 对于任何 i 和 j 都是收敛的。

由式(63)可得:

$$\begin{aligned} & \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(N+1) \mathbf{F}^{-1}(N+1) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(N+1) \leq \\ & \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(0) \mathbf{F}^{-1}(0) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) + \\ & \sum_{t=0}^N \alpha(t) [\|\bar{\boldsymbol{\omega}}(t+1)\|^2 - \|\bar{\boldsymbol{\epsilon}}(t+1)\|^2] \quad (69) \end{aligned}$$

由式(52)和(53)可以得到:

$$\begin{aligned} & \alpha(t) [\|\bar{\boldsymbol{\omega}}(t+1)\|^2 - \|\bar{\boldsymbol{\epsilon}}(t+1)\|^2] \leq \\ & \alpha(t) [\bar{\Delta}^2(t+1) - \sigma \Delta(t+1) - \bar{\boldsymbol{\epsilon}}^2(t+1)] \leq \\ & -\alpha(t) \sigma \Delta(t+1) \quad (70) \end{aligned}$$

将式(70)代入式(69), 可以得到:

$$\begin{aligned} & 0 \leq \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(N+1) \mathbf{F}^{-1}(N+1) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(N+1) \leq \\ & \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(0) \mathbf{F}^{-1}(0) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) - \sigma \sum_{t=0}^N \alpha(t) \Delta(t+1) \quad (71) \end{aligned}$$

因此:

$$\frac{1}{\sigma} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(0) \mathbf{F}^{-1}(0) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) \geq \sum_{t=0}^N \alpha(t) \Delta(t+1) \quad (72)$$

式(72)是 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$ 收敛为一个常向量的一个必要条件。

考虑:

$$\begin{aligned} & \mathbf{F}^{-1}(t+1) \hat{\boldsymbol{\theta}}(t+1) = [\mathbf{F}^{-1}(t) + \alpha(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}^T(t)] \cdot \\ & [\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) + \alpha(t) \mathbf{F}(t+1) \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) \bar{\boldsymbol{\epsilon}}^0(t+1)] \quad (73) \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} & \bar{\boldsymbol{\epsilon}}^0(t+1) = \bar{\boldsymbol{y}}(t+1) - \hat{\boldsymbol{\theta}}^T(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) = \\ & -\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t) \boldsymbol{\varphi}(t) + \bar{\boldsymbol{\omega}}(t+1) \quad (74) \end{aligned}$$

结合式(73)和(74)可以得到:

$$\begin{aligned} & \mathbf{F}^{-1}(t+1) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t+1) = \mathbf{F}^{-1}(t) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) + \\ & \alpha(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) \bar{\boldsymbol{\omega}}(t+1) = \\ & \mathbf{F}^{-1}(0) \tilde{\boldsymbol{\theta}}(0) + \sum_{t=0}^N \alpha(t) \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t) \bar{\boldsymbol{\omega}}(t+1) \quad (75) \end{aligned}$$

由于 $F(t)$ 是收敛的,那么要使 $\tilde{\theta}(t)$ 收敛,式(75)等号右边的第二项需要收敛。根据文献[4]中的结果:如果 $\left\| \sum_{i=0}^{\infty} a(i) \right\|$ 对于任何序列 $a(i)$ 都是有界的,那么 $\sum_{i=0}^{\infty} a(i)$ 存在上界。具体到式(75)中为:

$$\begin{aligned} & \left\| \sum_{t=0}^N \alpha(t) \bar{\varphi}(t) \bar{\omega}(t+1) \right\| \leq \\ & \sum_{t=0}^N \alpha(t) \left\| \bar{\varphi}(t) \right\| \left\| \bar{\omega}(t+1) \right\| \leq \\ & \sum_{t=0}^N \alpha(t) \left\| \bar{\omega}(t+1) \right\| \leq \sum_{t=0}^N \alpha(t) \Delta(t+1) \end{aligned} \quad (76)$$

因为 $\left\| \bar{\varphi}(t) \right\| \leq 1$,结合式(72),有:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=0}^N \alpha(t) \Delta(t+1) \leq \frac{1}{\sigma} \tilde{\theta}(0) F^{-1}(0) \tilde{\theta}^T(0) \quad (77)$$

因此,极限 $\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=0}^N \alpha(t) \bar{\varphi}(t+1) \bar{\omega}(t+1)$ 存在,故

$\tilde{\theta}(t)$ (或 $\hat{\theta}(t)$) 收敛。

定理2得证。

3 微振动主动控制实验

为了验证本文所提 MIMO-DNRLS 算法在微振动主动控制中的抑振效果,本文基于文献[15]中的三自由度微振动主动隔振实验系统进行了相关的实验对比验证。实验系统如图3所示。其中,微振动实验结构采用压电堆叠为作动器,通过多个压电堆叠及柔性铰链的装配,实现在两两垂直的 x, y, z 三个方向上的微振动扰动环境模拟及微振动主动抑制。其中, x, y 方向上的扰动及抑振最大位移为 $27 \mu\text{m}$, z 方向上的扰动及抑振最大位移为 $14 \mu\text{m}$ 。在该实验结构中,由于其作动方向两两垂直,不同方向之间的作动耦合可以忽略。

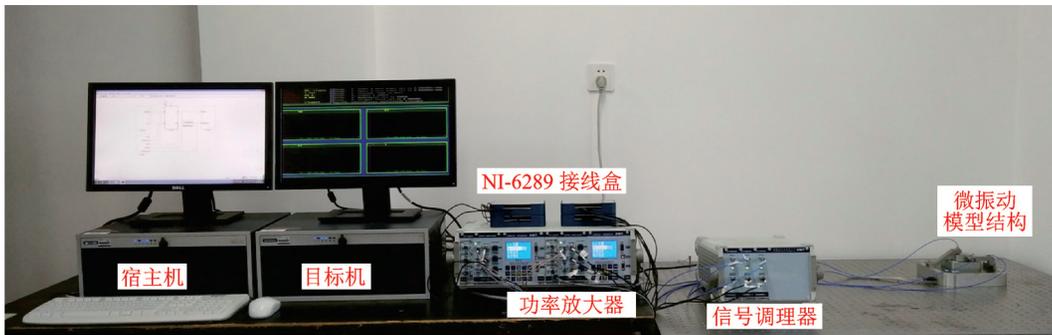


图3 三自由度微振动主动隔振实验系统

Fig. 3 Experimental setup of 3-DOF active micro-vibration control system

由于功率放大器和压电堆叠作动能力的限制,该结构目前仅能实现最高 40 Hz 的振动激励与抑制。采用最高 40 Hz 的正弦扫频信号激励该实验结构,图4分别给出了 x, y, z 三个方向的主通道频谱特性。采用电容位移传感器采集载物台的振动响应,同时,基于高性能计算机、D/A 和 A/D 板卡、信号调

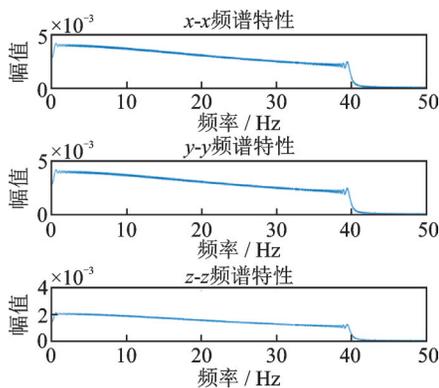


图4 实验结构主通道频谱特性

Fig. 4 Spectral characteristics of primary path of the experimental structure

理器和功率放大器等构建实验系统的测控系统。

实验中,分别采用幅值为 3 V、频率为 10 Hz 的单频正弦信号和幅值为 3 V 的 10 Hz 正弦信号与幅值为 3 V 的 25 Hz 正弦信号叠加构成的双频窄带信号作为扰动激励。实验中,自适应滤波器采用目标机能够负载的最高滤波器阶数(16阶),选取可变遗忘因子 $\lambda_1(0) = 0.99, \lambda_0 = 0.99$ 。实验中,采样频率为 200 Hz,从实验时间 5 s 之后开始施加抑振算法构成闭环控制。

通过实验,单频正弦扰动激励下 MIMO-RLS 算法和 MIMO-DNRLS 算法的抑振时域效果分别如图5和图6所示,对应的功率谱密度图分别如图7和图8所示。双频窄带扰动激励下 MIMO-RLS 算法和 MIMO-DNRLS 算法的抑振时域效果分别如图9和图10所示,对应的功率谱密度图分别如图11和图12所示。

基于本节微振动主动控制实验结果可得出以下结论:1)对于单频窄带扰动激励,MIMO-RLS 算法

与 MIMO-DNRLS 算法都可以快速取得较好的抑振效果,两者对于扰动的抑制效果可达 -50 dB。相比

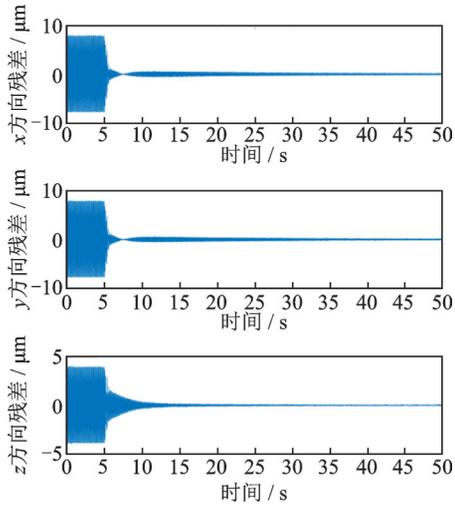


图 5 单频正弦扰动激励下 MIMO-RLS 算法控制时域图
Fig. 5 Control time domain diagram of MIMO-RLS algorithm under a single sine disturbance signal excitation

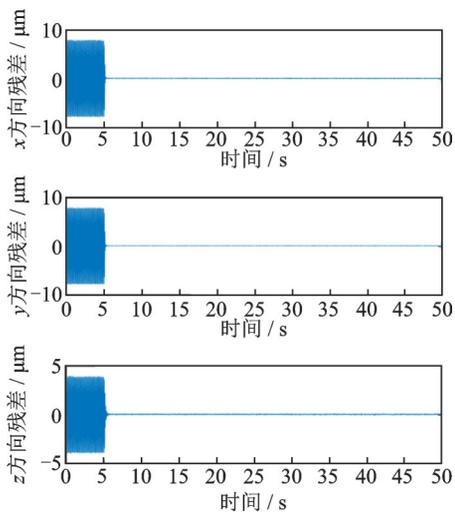


图 6 单频正弦激励下 MIMO-DNRLS 算法控制时域图
Fig. 6 Control time domain diagram of MIMO-DNRLS algorithm under a single sine disturbance signal excitation

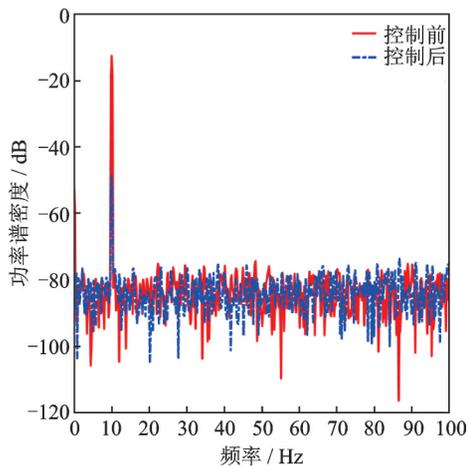


图 7 单频正弦扰动激励下 MIMO-RLS 算法控制功率谱密度
Fig. 7 Power spectral density of MIMO-RLS algorithm under a single sine disturbance signal excitation

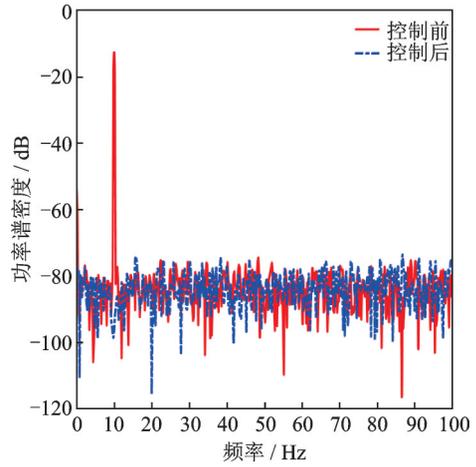


图 8 单频正弦激励下 MIMO-DNRLS 算法控制功率谱密度
Fig. 8 Power spectral density of MIMO-DNRLS algorithm under a single sine disturbance signal excitation

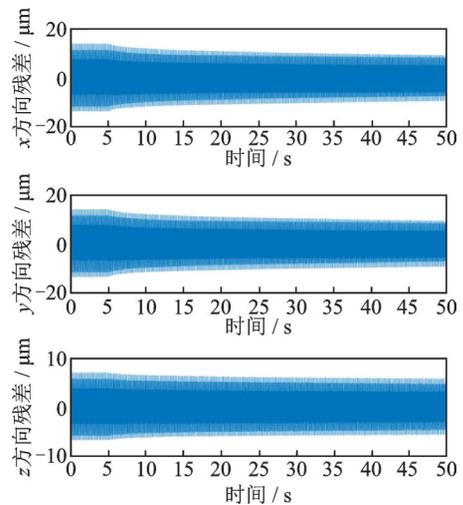


图 9 双频正弦激励下 MIMO-RLS 算法控制时域图
Fig. 9 Control time domain diagram of MIMO-RLS algorithm under a double sine disturbance signal excitation

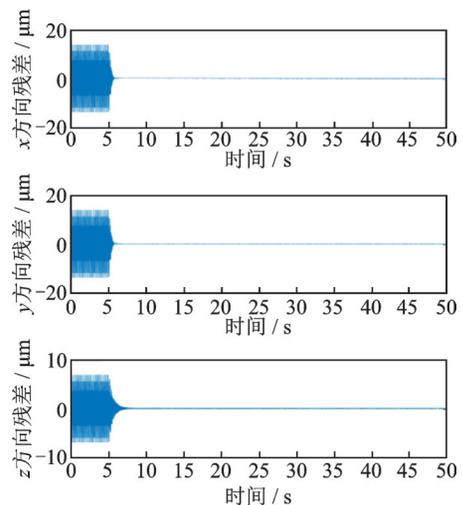


图 10 双频正弦激励下 MIMO-DNRLS 算法控制时域图
Fig. 10 Control time domain diagram of MIMO-DNRLS algorithm under a double sine disturbance signal excitation

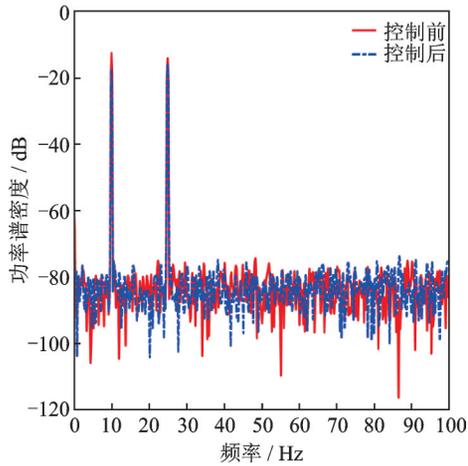


图11 双频正弦激励下MIMO-RLS算法控制功率谱密度

Fig. 11 Power spectral density of MIMO-RLS algorithm under a double sine disturbance signal excitation

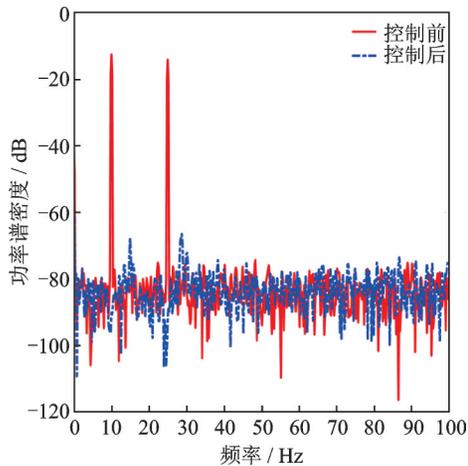


图12 双频正弦激励下MIMO-DNRLS算法控制功率谱密度

Fig. 12 Power spectral density of MIMO-DNRLS algorithm under a double sine disturbance signal excitation

而言,MIMO-DNRLS算法收敛速度更快,在不到0.5 s的时间内即可达到稳态,在功率谱图中针对目标频率取得接近-100 dB的抑振效果。2)对于双频窄带扰动激励,MIMO-RLS算法与MIMO-DNRLS算法的抑振效果差别较大。MIMO-DNRLS算法仍能够快速达到稳态,而MIMO-RLS算法的抑振效果差了很多。从功率谱密度图来看,MIMO-RLS算法在控制前后针对10 Hz频率的扰动仅有-6 dB左右的抑制效果,针对25 Hz频率的扰动几乎无抑制效果;而MIMO-DNRLS算法针对双频扰动仍能够取得接近-100 dB的抑制效果。

为了具体量化相关算法的抑振效果,方便进行对比,在本文中定义抑振效率如下式所示:

$$S_A = 20 \lg \left(\frac{\text{var} \| \mathbf{e}(i) \|^2}{\text{var} \| \mathbf{d}(i) \|^2} \right) \quad (78)$$

式中 $\mathbf{d}(i)$ 为结构微振动主动控制算法施加前的开环微振动残差向量; $\mathbf{e}(i)$ 为结构微振动主动控制算法施加后的闭环微振动残差向量; S_A 的单位为

dB。 S_A 为负值,意味着微振动得到抑制,反之则为微振动增强; S_A 越小,说明抑振效果越好。控制算法的具体抑振效率如表2所示。

表2 振动主动控制算法抑振效率对比

Tab. 2 The vibration suppression efficiency comparison of the active vibration control algorithms

算法	单频扰动/dB	双频扰动/dB
MIMO-RLS	-70.55	-6.17
MIMO-DNRLS	-90.83	-88.15

4 结论

本文以MIMO微振动主动控制系统为研究对象,基于IIR形式滤波器,给出了MIMO-RLS算法与MIMO-DNRLS算法的详细推导与收敛性分析。并通过所构建的三自由度微振动主动控制实验系统验证了所提出的MIMO-DNRLS控制算法在实时微振动控制系统中的可行性与有效性。通过两种典型扰动环境的对比实验,证明了死区和归一化的改进手段能够使得MIMO-RLS算法的收敛速度和抑振效果都得到显著提升,这对于基于RLS算法的自适应振动控制算法有着普遍意义。

参考文献:

- [1] 孟光,周徐斌. 卫星微振动及控制技术进展[J]. 航空学报, 2015, 36(8): 2609-2619.
Meng Guang, Zhou Xubin. Progress review of satellite micro-vibration and control[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(8): 2609-2619.
- [2] 曹登庆,白坤朝,丁虎,等. 大型柔性航天器动力学与振动控制研究进展[J]. 力学学报, 2019, 51(1): 1-13.
Cao Dengqing, Bai Kunchao, Ding Hu, et al. Advances in dynamics and vibration control of large-scale flexible spacecraft[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2019, 51(1): 1-13.
- [3] Landau I D. On the use of Youla-Kucera parametrisation in adaptive active noise and vibration control—a review [J]. International Journal of Control, 2020, 93(2): 204-216.
- [4] Landau I D, Lozano R, M' Saad M, et al. Adaptive Control: Algorithms, Analysis and Applications [M]. 2nd ed. London: Springer, 2011.
- [5] Morgan D R. History, applications, and subsequent development of the FxLMS algorithm[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30(3): 172-176.
- [6] Haykin S, Widrow B. Least-Mean-Square Adaptive Filters [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2003.
- [7] Kuo S M, Lee B H, Tian W S. Real-Time Digital Signal Processing: Fundamentals, Implementations and Applications [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2008.

- [8] Diniz P S R. Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation[M]. New York: Springer, 2008.
- [9] Lee K A, Kuo S M, Gan W S. Subband Adaptive Filtering: Theory and Implementation[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2009.
- [10] 高鹰. 一种基于最小二乘准则的自适应滤波算法[J]. 广州大学学报(社会科学版), 2001, 15(2): 32-34.
Gao Ying. An adaptive filtering algorithm based on least square criterion[J]. Journal of Guangzhou University(Social Science Edition), 2001, 15(2): 32-34.
- [11] Amiri A, Fathy M, Amintoosi M, et al. A new quantized input RLS, QI-RLS, algorithm[C]//Proceedings of the 2007 International Conference on Computational Science and Its Applications. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007:495-506.
- [12] Mohammed J R, Singh G. An efficient RLS algorithm for output-error adaptive IIR filtering and its application to acoustic echo cancellation[C]//Proceedings of 2007 IEEE, Symposium on Computational Intelligence in Image and Signal Processing. Honolulu, HI, USA: IEEE, 2007: 139-145.
- [13] Eksioglu E M, Tanc A K. RLS algorithm with convex regularization[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(8): 470-473.
- [14] Zhang X, Li K X, Wu Z Z, et al. Convex regularized recursive maximum correntropy algorithm[J]. Signal Processing, 2016, 129: 12-16.
- [15] 方昱斌, 朱晓锦, 胡佳明, 等. 一种 VSSFxLMS 算法及其在多自由度微振动控制中的应用[J]. 振动工程学报, 2020, 33(3): 467-476.
Fang Yubin, Zhu Xiaojin, Hu Jiaming, et al. A VSS-FxLMS algorithm and its application in multiple DOF micro-vibration control[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(3): 467-476.

Micro-vibration control algorithm with robust adaptive parameter

FANG Yu-bin¹, ZHU Xiao-jin², GAO Zhi-yuan², YANG Long-fei¹, ZHANG Xiao-bing³

(1.School of Intelligent Manufacturing, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2.School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200444, China;

3.School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: Recursive Least Squares algorithm is widely adopted in the field of micro-vibration adaptive control because of its simplicity and speed. Due to the particularity and complexity of the disturbance environment in the micro-vibration active control application, the robustness of the parameter adaptive algorithm used in the micro-vibration control needs to be considered. For the Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) active vibration control system, this paper presents a MIMO robust parameter adaptive algorithm based on an Infinite Impulse Response (IIR) filter. This robust parameter adaptive algorithm takes advantage of the dead zone and normalization. The deducing process and convergence analysis of the robust parameter adaptive algorithm are illustrated in detail. A 3-DOF real time micro-vibration control experimental platform has been constructed. Comparison are provided with sine disturbance, double sine disturbance and broadband disturbance. Experimental results confirm the feasibility and robust of the proposed algorithm.

Key words: micro-vibration active control; parameter adaptive algorithm; multiple input multiple output; RLS; robust adaptive

作者简介: 方昱斌(1990—),男,博士。E-mail: fangyubin91@163.com。

通讯作者: 张小兵(1968—),男,博士,教授,博士生导师。E-mail: zhangxb680504@163.com。