

考虑非概率不确定性的复合材料壁板 颤振可靠性优化方法

郑宇宁, 王一凡, 王淑玉, 刘晓华, 杨鑫鑫

(空间物理重点实验室, 北京 100076)

摘要: 不确定因素普遍存在于气动弹性系统的优化设计中, 但传统气动弹性优化设计技术并未考虑材料属性、大气环境、几何尺寸等不确定因素, 存在最优化目标对设计参数变化敏感, 也可能发生预期之外的颤振失效。基于此, 本文通过对传统优化模型中目标函数的鲁棒性处理和对约束条件的可靠性处理, 发展了计及可靠性与鲁棒性的区间优化模型, 并将该优化模型应用于气动弹性系统的优化设计中。针对超声速气流下的复合材料层合板和蜂窝夹层板结构进行了考虑不确定性的颤振优化设计, 在满足颤振约束指标的条件下, 实现了结构减重的设计目标。

关键词: 颤振; 复合材料壁板; 非概率; 鲁棒性; 优化设计

中图分类号: V215.3⁺4 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2024)02-0267-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.02.009

引言

通常可采用安全系数方法解决不确定性环境下气动弹性系统的优化问题, 该方法的优点是操作简单且具有普适性, 易于实现复杂系统的寻优, 但由于没有量化表征不确定因素对系统稳定性的影响, 可能导致设计保守或存在潜在失效风险。因此, 如何在设计之初考虑不确定因素的影响, 是当前气动弹性设计领域关注的热点问题。

近年来, 考虑不确定性的气动弹性系统优化设计引起了国内外学者的关注, 目前主要基于可靠性和鲁棒性设计思想进行不确定性优化设计。在基于可靠性的气动弹性优化设计方面, Zingales 等^[1]考虑了弹性模量的不确定性, 建立了一种混合气动弹性优化与反优化的双层级优化模型。Allen 等^[2-3]考虑设计变量、工况参数和模型参数中的不确定性, 对三维机翼结构进行了气动/结构耦合优化设计。Missoum 等^[4]建立了面向非线性气动弹性系统的可靠性优化模型, 并以极限环振荡失效可能性为约束指标进行了优化设计。Nikbay 等^[5]建立了基于可靠性的多学科优化模型, 对机翼结构进行了气动弹性优化设计。Stanford 等^[6]通过在优化过程中引入颤振失效概率, 对超声速气流下的壁板厚度进行了优化设计。Kusano 等^[7-8]考虑了来流速度的随机性, 建立

了三种计及概率颤振约束的可靠性优化模型。Suryawanshi 等^[9]考虑设计变量的随机性, 针对矩形悬臂机翼分别进行了静气弹和动气弹可靠性优化。

在基于鲁棒性的气动弹性优化设计方面, Wan 等^[10]提出了一种针对机翼结构的双层级优化方法。Mallick 等^[11]提出了多目标鲁棒优化算法, 针对后缘襟翼开展了以降低气动弹性响应为目标的鲁棒优化设计。Scarth 等^[12]提出了基于概率可靠性和鲁棒性的不确定性优化方法, 对复合材料机翼结构进行了气动弹性优化设计。Liu 等^[13]考虑了来流马赫数的不确定性, 对可变弯度襟翼结构进行了鲁棒优化。肖志鹏等^[14]基于遗传-敏度混合优化算法对复合材料机翼结构进行了鲁棒优化设计。张军红等^[15-16]对包含概率和区间约束的复合材料机翼进行了颤振优化设计。杨超等^[17]提出了一种考虑机动载荷不确定性的气动弹性优化方法。

当前研究主要集中在随机不确定性优化领域。然而, 当不确定参数样本信息有限或难以获取时, 无法获得足够的样本参数来建立随机模型。此时, 需采用非概率模型对不确定参数进行量化表征^[18-20], 但目前基于非概率模型进行气动弹性优化的研究还相对较少。此外, 对于不确定性优化模型的约束条件和目标函数通常采用可靠性方法和鲁棒性方法进行处理, 如何建立同时包含可靠性或鲁棒性的混合不确定性优化模型, 并将其应用于气动弹性系统的

优化设计中还亟待解决。

本文采用非概率区间方法对不确定因素进行量化表征,并对优化目标和约束条件进行鲁棒性和可靠性处理,在此基础上建立计及可靠性与鲁棒性的区间优化模型,并将其应用于复合材料层合板结构和蜂窝夹层板结构的颤振优化设计中,通过与传统安全系数法优化结果相比较,验证该方法的有效性和可行性。

1 颤振稳定性分析方法

一般地,多自由度气动弹性系统运动方程可以表示为:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = Q(x, t) \quad (1)$$

式中 M , C 和 K 分别表示结构的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\ddot{x}(t)$, $\dot{x}(t)$ 和 $x(t)$ 分别代表节点的加速度、速度和位移列阵, t 为时间变量; $Q(x, t)$ 为气动力矩阵。

颤振分析时通常对振幅进行线性化假设,即如果振幅足够小,则认为气动力响应与结构位移响应之间存在线性关系。根据该假设, $Q(x, t)$ 可表示为:

$$Q(x, t) = -C_{\Delta Q}\dot{x}(t) - K_{\Delta Q}x(t) \quad (2)$$

式中 $C_{\Delta Q}$ 为气动阻尼矩阵; $K_{\Delta Q}$ 为气动刚度矩阵。

将式(2)代入式(1)可得:

$$M\ddot{x}(t) + (C + C_{\Delta Q})\dot{x}(t) + (K + K_{\Delta Q})x(t) = 0 \quad (3)$$

假设 $x(t) = x_0 e^{i\lambda t}$, 代入式(3)可得:

$$[\lambda^2 M + \lambda(C + C_{\Delta Q}) + (K + K_{\Delta Q})]x_0 = 0 \quad (4)$$

式中 x_0 为初始位移向量。

式(4)可以改写为以 λ 为特征值的广义特征值方程:

$$Au = \lambda Bu \quad (5)$$

式中 $A = \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & -(K + K_{\Delta Q}) \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 0 & M \\ M & C + C_{\Delta Q} \end{bmatrix}$;

$u = \begin{bmatrix} \lambda x_0 \\ x_0 \end{bmatrix}$, u 为特征向量。

假设 M 为 $n \times n$ 维矩阵, A 为 $2n \times 2n$ 维矩阵, 则利用式(5)可以求得 $2n$ 个特征值 λ_i :

$$\lambda_i = -\zeta_i \omega_i \pm i \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}; \quad i = 1, 2, \dots, 2n \quad (6)$$

式中 ω_i 为第 i 阶振动频率; ζ_i 为阻尼比。

根据系统稳定性判定准则可知,气动弹性系统不发生颤振的条件是所有特征值实部均小于0,可表示为:

$$\text{Re}[\lambda_i(A, B)] < 0; \quad i = 1, 2, \dots, 2n \quad (7)$$

式中 Re 表示特征值 λ_i 的实部。

将所有特征值最大实部记为 μ , 即

$$\mu = \max(\text{Re}[\lambda_i(A, B)]); \quad i = 1, 2, \dots, 2n \quad (8)$$

因此,系统不发生颤振的条件可表示为:

$$\mu < 0 \quad (9)$$

2 计及可靠性与鲁棒性的区间优化方法

2.1 区间优化模型构建

一般地,优化设计问题可以表示为:

$$\begin{cases} \min & f(d) \\ \text{s.t.} & s_i(d) \leq S_i; \quad i = 1, \dots, N_s \\ & \underline{d}_k \leq d_k \leq \overline{d}_k; \quad k = 1, \dots, N_d \end{cases} \quad (10)$$

式中 f 为目标函数; d 为设计变量形成的向量; s_i 为第 i 个确定性约束条件; S_i 为约束 s_i 的容许值; \underline{d}_k 和 \overline{d}_k 分别为第 k 个设计变量 d_k 的下界和上界; N_s 为确定性约束条件的个数; N_d 为设计变量的个数。

考虑不确定性的优化模型可以表示为:

$$\begin{cases} \min & f(\alpha, d) \\ \text{s.t.} & s_i(d) \leq S_i; \quad i = 1, \dots, N_s \\ & r_j(\alpha, d) \leq R_j; \quad j = 1, \dots, N_r \\ & \underline{d}_k \leq d_k \leq \overline{d}_k; \quad k = 1, \dots, N_d \end{cases} \quad (11)$$

式中 α 为不确定参数向量; r_j 表示第 j 个考虑不确定性的约束条件; R_j 为约束 r_j 的容许值; N_r 为不确定性约束条件的个数。

对于区间不确定参数,需要在贫信息、少数据的条件下采用椭球方法、信息熵方法或灰度方法等手段对其区间边界进行确定^[21-22]。采用区间变量 α_m 对不确定参数进行定量表征,则式(11)中的不确定性优化模型可以改写为:

$$\begin{cases} \min & f(\alpha_m, d) \\ \text{s.t.} & s_i(d) \leq S_i; \quad i = 1, \dots, N_s \\ & r_j(\alpha_m, d) \leq R_j; \quad j = 1, \dots, N_r \\ & \underline{d}_k \leq d_k \leq \overline{d}_k; \quad k = 1, \dots, N_d \end{cases} \quad (12)$$

在此基础上,同时考虑设计变量的不确定性,则上式可以转化为:

$$\begin{cases} \min & f(\alpha_m, \tilde{d}) \\ \text{s.t.} & s_i(\tilde{d}) \leq S_i; \quad i = 1, \dots, N_s \\ & r_j(\alpha_m, \tilde{d}) \leq R_j; \quad j = 1, \dots, N_r \\ & \underline{d}_k \leq d_k \leq \overline{d}_k; \quad k = 1, \dots, N_d \\ & \tilde{d} = d + \epsilon d; \quad \epsilon \in [-\tilde{\epsilon}, \tilde{\epsilon}], \quad \tilde{\epsilon} > 0 \end{cases} \quad (13)$$

式中 \tilde{d} 为考虑设计偏差的设计变量; ϵ 为设计变量偏差系数,其表示由于生产、加工、制造工艺不稳定性导致的结构几何尺寸等设计变量存在的尺寸偏差。

2.2 计及可靠性与鲁棒性的区间优化方法

对式(13)中目标函数和约束条件进行鲁棒性和可靠性处理,则式(13)可以转化为计及可靠性与鲁棒性的区间优化模型:

$$\begin{cases} \min f^c(\alpha_{in}, \tilde{d}) \\ \min \Delta f(\alpha_{in}, \tilde{d}) \\ \text{s.t. } s_i(\tilde{d}) \leq S_i; i = 1, \dots, N_s \\ P\{r_j(\alpha_{in}, \tilde{d}) \leq R_j\} \geq p_j; j = 1, \dots, N_r \\ \underline{d}_k \leq d_k \leq \bar{d}_k; k = 1, \dots, N_d \\ \tilde{d} = d + \varepsilon d; \varepsilon \in [-\tilde{\varepsilon}, \tilde{\varepsilon}], \tilde{\varepsilon} > 0 \end{cases} \quad (14)$$

式中 $f^c(\alpha_{in}, \tilde{d})$ 为目标函数中心值; $\Delta f(\alpha_{in}, \tilde{d})$ 为目标函数的区间半径,通过对其优化可以在降低目标函数的同时减小其对不确定参数产生的波动; $P\{\ast\}$ 表示可靠度算子; p_j 为第 j 个区间约束应满足的区间可靠度。

如图 1 所示, A 点为传统确定性优化的最优点, B 点为鲁棒性优化的最优点,可以看出鲁棒性优化在追求性能最优的同时,尽可能地减小由不确定性导致的性能波动 ($\Delta f_B < \Delta f_A$),即充分降低目标性能对不确定参数的敏感性,实现性能稳健的设计目标。

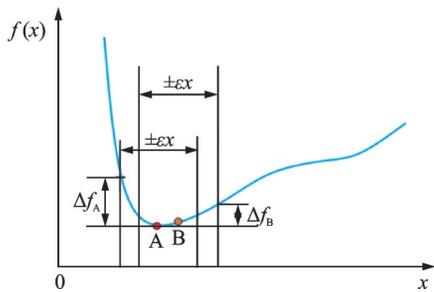


图 1 不确定性对目标函数的影响

Fig. 1 The influence of uncertainties on target function

图 2 中, $r(x)$ 表示约束条件。从图 2 中可以看出,确定性优化最优解(A点)通常位于可行域边界处,在不确定性因素影响下,约束条件会发生平移,使 A 点位于可行域之外,而采用可靠性处理后得到的最优解(B点)仍然在可行域范围内,可以满足可靠性指标要求。

采用加权因子法将式(14)中的多目标优化问题转化为:

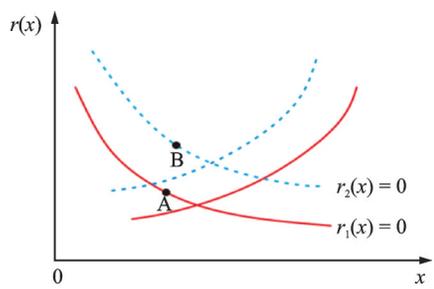


图 2 不确定性对约束条件的影响

Fig. 2 The influence of uncertainties on constrained condition

$$\begin{cases} \min f = \omega_1 \cdot f^c(\alpha_{in}, \tilde{d}) + \omega_2 \cdot \Delta f(\alpha_{in}, \tilde{d}) \\ \text{s.t. } s_i(\tilde{d}) \leq S_i; i = 1, \dots, N_s \\ P\{r_j(\alpha_{in}, \tilde{d}) \leq R_j\} \geq p_j; j = 1, \dots, N_r \\ \underline{d}_k \leq d_k \leq \bar{d}_k; k = 1, \dots, N_d \\ \tilde{d} = d + \varepsilon d; \varepsilon \in [-\tilde{\varepsilon}, \tilde{\varepsilon}], \tilde{\varepsilon} > 0 \\ \omega_1 + \omega_2 = 1 \end{cases} \quad (15)$$

式中 ω_1 和 ω_2 为加权因子。考虑到 $f^c(\alpha_{in}, \tilde{d})$ 和 $\Delta f(\alpha_{in}, \tilde{d})$ 在量纲上存在的差异,采用归一化方法对优化模型式(15)进行处理:

$$\begin{cases} \min f = \omega_1 \cdot \frac{f^c(\alpha_{in}, \tilde{d})}{\tilde{f}^c} + \omega_2 \cdot \frac{\Delta f(\alpha_{in}, \tilde{d})}{\Delta \tilde{f}} \\ \text{s.t. } s_i(\tilde{d}) \leq S_i; i = 1, \dots, N_s \\ P\{r_j(\alpha_{in}, \tilde{d}) \leq R_j\} \geq p_j; j = 1, \dots, N_r \\ \underline{d}_k \leq d_k \leq \bar{d}_k; k = 1, \dots, N_d \\ \tilde{d} = d + \varepsilon d; \varepsilon \in [-\tilde{\varepsilon}, \tilde{\varepsilon}], \tilde{\varepsilon} > 0 \\ \omega_1 + \omega_2 = 1 \end{cases} \quad (16)$$

式中 \tilde{f}^c 和 $\Delta \tilde{f}$ 均为常量。

本文采用如下的收敛准则进行优化收敛的判定^[23]:

$$\left| \frac{f^{(k)} - f^{(k-1)}}{f^{(k)}} \right| < 10^{-4} \quad (17)$$

式中 $f^{(k)}$ 表示第 k 步迭代后目标函数的取值。

3 区间可靠度计算方法

考虑区间参数时,用 $\alpha_{in} = (\alpha_{in,1}, \alpha_{in,2}, \dots, \alpha_{in,l})$ 表示区间变量,则系统功能函数 L 可以表示为:

$$L = L(\alpha_{in}) = L(\alpha_{in,1}, \alpha_{in,2}, \dots, \alpha_{in,l}) \quad (18)$$

式中 l 表示区间变量的总个数。

根据可靠性理论可知,功能函数决定了系统的安全状态,若 $L(\alpha_{in}) > 0$,则系统处于安全状态;若 $L(\alpha_{in}) < 0$,则系统处于不可靠或失效状态。因此,系统的区间可靠度表示为约束条件 $L(\alpha_{in}) > 0$ 的可能性大小 p ,即

$$p = \text{Pos}\{L(\alpha_{in}) > 0\} \quad (19)$$

对气动弹性系统颤振可靠度进行计算时,可建立功能函数:

$$L = L(\alpha_{in}) = L(\mu_{cr}, \mu(\alpha_{in})) = \mu_{cr} - \mu(\alpha_{in}) \quad (20)$$

式中 μ_{cr} 表示系统处于颤振临界状态时 μ 的取值。

根据式(9)可知, $\mu_{cr} = 0$,则式(20)可以表示为:

$$L(\alpha_{in}) = -\mu(\alpha_{in}) \quad (21)$$

考虑区间不确定性时, $\mu(\alpha_{in})$ 在一定区间内变化,可表示为:

$$\mu(\alpha_{in}) \in \mu^1 = [\underline{\mu}, \bar{\mu}] \quad (22)$$

式中 $\underline{\mu}$ 和 $\bar{\mu}$ 分别为 μ 的下界和上界,利用 Bernstein 多项式方法可得到 $\underline{\mu}$ 和 $\bar{\mu}$ ^[24]。

当不确定性存在时, $\mu(\alpha_m)$ 与 0 可能存在如图 3 所示的干涉情况, 此时系统存在颤振失效风险, 其对应的非概率颤振可靠度 R 的计算公式为:

$$R = p = \begin{cases} 1, & \bar{\mu} \leq 0 \\ \frac{-\underline{\mu}}{\bar{\mu} - \underline{\mu}}, & \underline{\mu} < 0 < \bar{\mu} \\ 0, & \underline{\mu} \geq 0 \end{cases} \quad (23)$$

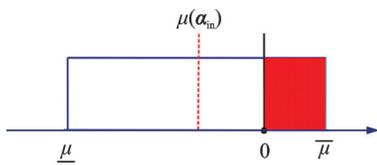


图 3 $\mu(\alpha_m)$ 的一维数轴表示

Fig. 3 One dimensional number axis representation of $\mu(\alpha_m)$

4 数值算例

4.1 复合材料层合板颤振优化

考虑如图 4 所示的超声速气流中的复合材料层合板结构, 几何尺寸为 $a = 0.12 \text{ m}$, $b = 0.12 \text{ m}$, $h = 0.0004 \text{ m}$, 边界条件为四边简支, 层合板上表面作用有平行于层合板表面的超声速气流。图 5 所示为复合材料层合板铺层材料坐标系, 其中气流沿 x 轴方向, 1 和 2 分别表示平行于和垂直于纤维方向。

忽略结构阻尼 C , 基于经典层合板理论和基于活塞理论的气动力模型, 可以建立气动弹性方程:

$$M\ddot{x} + C_{\Delta p}\dot{x} + (K + K_{\Delta p})x = 0 \quad (24)$$

式中 M 表示为^[25]:

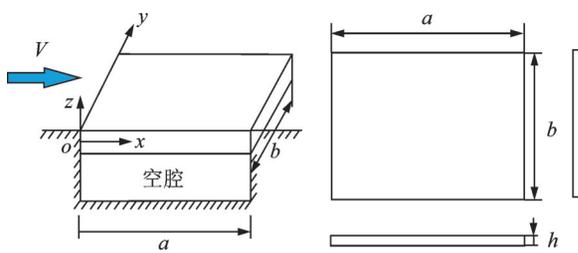


图 4 复合材料层合板颤振模型

Fig. 4 The flutter model of the composite laminated panel

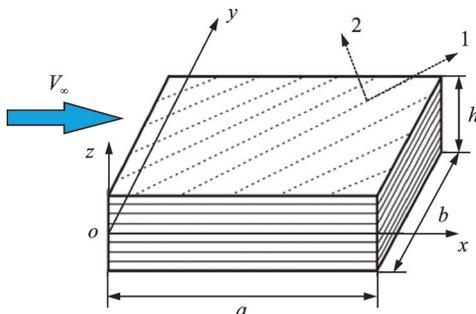


图 5 复合材料层合板铺层材料坐标系

Fig. 5 The coordinate system of ply of the composite laminated panel

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中:

$$M_{11} = \frac{1}{2} \rho_s h \int_0^a \int_0^b \xi \xi^T dx dy,$$

$$M_{22} = \frac{1}{2} \rho_s h \int_0^a \int_0^b \zeta \zeta^T dx dy,$$

$$M_{33} = \frac{1}{24} \rho_s h^3 \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \xi^T}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \xi^T}{\partial y} \right) dx dy +$$

$$\frac{1}{2} \rho_s h \int_0^a \int_0^b \zeta \zeta^T dx dy \quad (26)$$

式中 ρ_s 为层合板密度; ξ, ζ, ζ 分别为 x, y, z 三个方向位移对应的模态函数, 对于四边简支边界条件, 模态函数的分量形式 $\xi_{ij}, \zeta_{ij}, \zeta_{ij}$ 可分别表示为^[25]:

$$\xi_{ij} = \cos \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b},$$

$$\zeta_{ij} = \sin \frac{i\pi x}{a} \cos \frac{j\pi y}{b},$$

$$\zeta_{ij} = \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{j\pi y}{b} \quad (27)$$

式中 i 和 j 分别表示沿 x 和 y 方向的模态阶数。

K 表示为:

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \quad (28)$$

式中:

$$K_{11} = A_{11} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \xi^T}{\partial x} dx dy +$$

$$A_{16} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \xi^T}{\partial y} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \xi^T}{\partial x} \right) dx dy +$$

$$A_{66} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \xi^T}{\partial y} dx dy,$$

$$K_{12} = A_{16} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \zeta^T}{\partial x} dx dy + A_{12} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \zeta^T}{\partial y} dx dy +$$

$$A_{26} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \zeta^T}{\partial y} dx dy + A_{66} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial \zeta^T}{\partial x} dx dy,$$

$$K_{13} = -B_{11} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial^2 \zeta^T}{\partial x^2} dx dy -$$

$$2B_{16} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial^2 \zeta^T}{\partial x \partial y} dx dy - B_{12} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial^2 \zeta^T}{\partial y^2} dx dy -$$

$$B_{16} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial^2 \zeta^T}{\partial x^2} dx dy - 2B_{66} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial^2 \zeta^T}{\partial x \partial y} dx dy -$$

$$B_{26} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial^2 \zeta^T}{\partial y^2} dx dy,$$

$$K_{22} = A_{66} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial \zeta^T}{\partial x} dx dy +$$

$$A_{26} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{\partial \zeta^T}{\partial y} + \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial \zeta^T}{\partial x} \right) dx dy +$$

$$A_{22} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \zeta}{\partial y} \frac{\partial \zeta^T}{\partial y} dx dy,$$

$$\begin{aligned}
 K_{23} &= -B_{16} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial x^2} dx dy - \\
 &2B_{66} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial x \partial y} dx dy - B_{26} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial y^2} dx dy - \\
 &B_{12} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial x^2} dx dy - 2B_{26} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial x \partial y} dx dy - \\
 &B_{22} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial y^2} dx dy, \\
 K_{33} &= 2D_{11} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial x^2} \right) dx dy + \\
 &2D_{66} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial y^2} \right) dx dy + \\
 &D_{12} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial x^2} \right) dx dy + \\
 &4D_{66} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial x \partial y} dx dy + D_{11} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial x^2} dx dy + \\
 &D_{22} \int_0^a \int_0^b \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \xi^T}{\partial y^2} dx dy, \\
 K_{21} &= K_{12}^T, K_{31} = K_{13}^T, K_{32} = K_{23}^T \quad (29)
 \end{aligned}$$

式中 A_{ij}, B_{ij} 和 D_{ij} 分别为拉伸刚度、耦合刚度和弯

曲刚度系数^[26]。

$K_{\Delta p}$ 和 $C_{\Delta p}$ 分别表示为:

$$K_{\Delta p} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{K}_{\Delta p} \end{bmatrix}, \quad C_{\Delta p} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C}_{\Delta p} \end{bmatrix} \quad (30)$$

式中:

$$\tilde{K}_{\Delta p} = \frac{\gamma D}{a^3} \int_0^a \int_0^b \xi \frac{\partial \xi^T}{\partial x} dx dy \quad (31)$$

$$\tilde{C}_{\Delta p} = \frac{\sqrt{\gamma \varphi \rho_s h D}}{a^2} \int_0^a \int_0^b \xi \xi^T dx dy \quad (32)$$

$$D = \frac{E_1 h^3}{12(E_1 - \nu_{12}^2 E_2)},$$

$$\gamma = \frac{\rho_\infty V_\infty^2 a^3}{D \sqrt{M_\infty^2 - 1}}, \quad \varphi = \frac{\rho_\infty a}{\rho_s h M_\infty} \quad (33)$$

式中 E_1 和 E_2 分别为复合材料层合板沿纤维方向和垂直纤维方向的弹性模量; ν_{12} 为泊松比; ρ_∞ 为来流密度; V_∞ 为来流速度; M_∞ 为来流马赫数。

利用区间向量对其进行量化表征,参考文献数据给出各参数的名义值和区间边界^[24, 27],如表 1 所示。其中, G_{12} 为剪切模量, c_∞ 为声速。

表 1 不确定参数的名义值及区间边界

Tab. 1 Nominal values and interval bounds of uncertain parameters

	E_1/GPa	E_2/GPa	G_{12}/GPa	ν_{12}	$\rho_s/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$\rho_\infty/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$c_\infty/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
名义值	150.0	9.0	7.1	0.30	1600	0.413	299.0
区间边界	[149.9, 150.1]	[8.9, 9.1]	[7.0, 7.2]	[0.29, 0.31]	[1590, 1610]	[0.410, 0.416]	[298.9, 299.1]

铺层方式为 $[0^\circ/90^\circ/90^\circ/0^\circ]$, 将单层厚度作为设计变量, 记为 $d = [d_1, d_2, d_2, d_1]$, 单层厚度初始值为 0.25 mm, 设计偏差 $\epsilon = 0.01$ 。以复合材料层合板结构减重作为优化目标, 以来流速度 $V_\infty = 1160 \text{ m/s}$ 条件下的颤振可靠度作为约束条件, 建立区间优化模型:

$$\begin{cases} \min & M^c(\alpha_{in}, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \\ \min & \Delta M(\alpha_{in}, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \\ \text{s.t.} & P\{\mu(\alpha_{in}, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \leq 0\} \Big|_{V_\infty=1160 \text{ m/s}} \geq p \\ & x_1, x_2 \in [0, 0.5] \text{ mm} \\ & \tilde{x}_1 = x_1 + \epsilon x_1 \\ & \tilde{x}_2 = x_2 + \epsilon x_2, \quad \epsilon \in [-0.01, 0.01] \end{cases} \quad (34)$$

式中 M^c 为结构质量的区间中心值; ΔM 为结构质量的区间半径。

式(34)可以改写为:

$$\begin{cases} \min & f = \omega_1 \cdot \frac{M^c(\alpha_{in}, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)}{\tilde{M}^c} + \omega_2 \cdot \frac{\Delta M(\alpha_{in}, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2)}{\Delta \tilde{M}} \\ \text{s.t.} & P\{\mu(\alpha_{in}, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2) \leq 0\} \Big|_{V_\infty=1160 \text{ m/s}} \geq p \\ & x_1, x_2 \in [0, 0.5] \text{ mm} \\ & \tilde{x}_1 = x_1 + \epsilon x_1 \\ & \tilde{x}_2 = x_2 + \epsilon x_2, \quad \epsilon \in [-0.01, 0.01] \end{cases} \quad (35)$$

式中 $\omega_1 = \omega_2 = 0.5, p = 1$ 。

同时, 利用安全系数法建立的优化模型可表示为:

$$\begin{cases} \min & M^c(\alpha_{in}^c, x_1, x_2) \\ \text{s.t.} & \mu(\alpha_{in}^c, x_1, x_2) \leq 0 \Big|_{V_\infty=n \cdot 1160 \text{ m/s}} \\ & x_1, x_2 \in [0, 0.5] \text{ mm} \end{cases} \quad (36)$$

式中 α_{in}^c 表示区间变量的中心值; 安全系数 $n = 1.15$ 。

优化结果如图 6~9 及表 2 所示。

以上优化结果表明, 在满足可靠度约束的条件下, 采用区间优化法能够降低层合板结构总质量的区间中心值, 同时降低总质量的区间半径。区间半

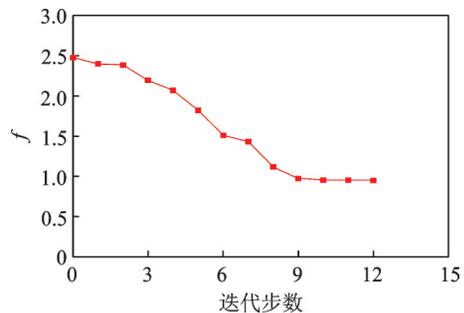


图 6 区间不确定性优化目标函数迭代曲线

Fig. 6 The iterative curve of objective function for interval uncertainty optimization

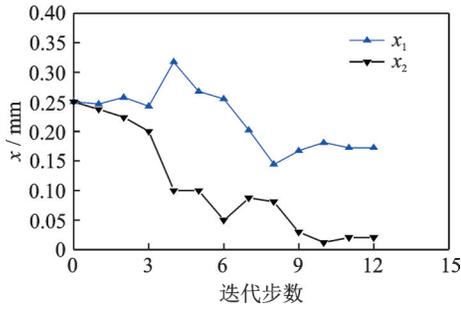


图 7 区间不确定性优化设计变量迭代曲线

Fig. 7 The iterative curves of interval uncertainty optimization design variables

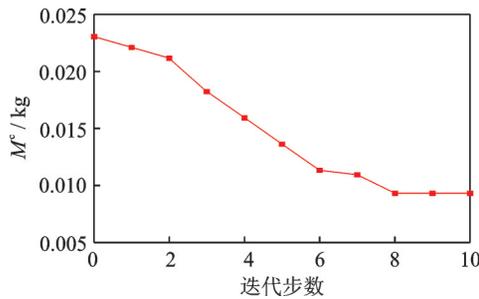


图 8 安全系数法优化目标函数迭代曲线

Fig. 8 The iterative curve of objective function optimized by safety factor method

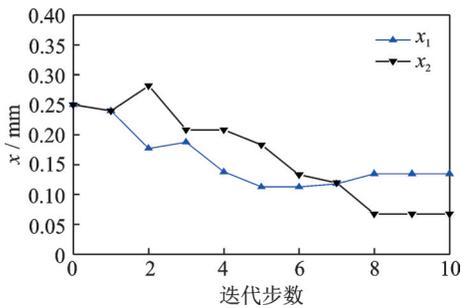


图 9 安全系数法优化设计变量迭代曲线

Fig. 9 The iterative curves of optimized design variables by safety factor method

表 2 优化结果对比

Tab. 2 Comparison of optimization results

	x_1/mm	x_2/mm	M^c/kg	$\Delta M/kg$
初始值	0.2500	0.2500	0.02304	1.44×10^{-6}
安全系数法	0.1347	0.0674	0.00931	5.82×10^{-7}
区间优化法	0.1722	0.0201	0.00886	5.54×10^{-7}

径的减小代表了结构重量波动范围更小,即说明采用区间优化法得到的结构设计鲁棒性优于安全系数法得到的结构设计。

4.2 蜂窝夹层板颤振优化

考虑如图 10 和 11 所示的蜂窝夹层板模型,结构主体由蜂窝夹层复合材料面板结构组成,气流方向为沿前缘到后缘,且不考虑气流偏角,约束条件为左

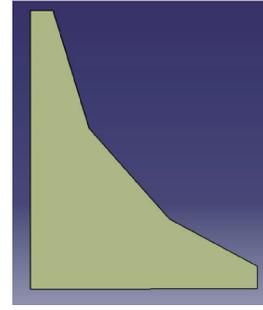


图 10 蜂窝夹层板模型

Fig. 10 The honeycomb sandwich panel model

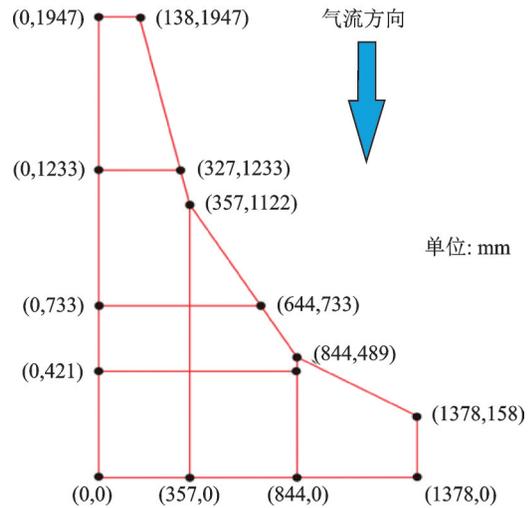


图 11 蜂窝夹层板平面坐标

Fig. 11 The plane coordinate of the honeycomb sandwich panel

端面固支。复合材料蜂窝夹层结构铺层顺序为 $[45^\circ/45^\circ/0^\circ/45^\circ/0^\circ/45^\circ/0^\circ/45^\circ/0^\circ/45^\circ/45^\circ]$, 其中中心层为蜂窝,其余层材料为织物,材料属性如表 3 所示,其中 δ_1 和 δ_2 分别表示沿纤维方向和垂直纤维方向的热膨胀系数。

表 3 蜂窝夹层板材料属性

Tab. 3 The material properties of the honeycomb sandwich panel

	E_1/GPa	E_2/GPa	G_{12}/GPa	ν_{12}	$\rho/(kg \cdot m^{-3})$	$\delta_1/^\circ C$	$\delta_2/^\circ C$
织物	59.05	61.90	3.12	0.08	1650	-3×10^{-7}	2.81×10^{-5}
蜂窝	0.64	0.67	0.06	0.30	72.8	0	0

本算例主要采用商业软件 Patran 建立结构有限元模型,如图 12 所示,采用基于活塞理论的气动力模型,利用 Flightloads/Nastran 进行颤振稳定性分析。在材料参数方面,主要考虑织物性能参数的分散性,同时设计偏差 $\epsilon = 0.01$,参数的名义值和区间边界如表 4 所示。

将织物层及蜂窝层厚度作为设计变量,记为 $d = [d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7, d_8, d_9, d_{10}, d_{11}, d_{12}]$,其中

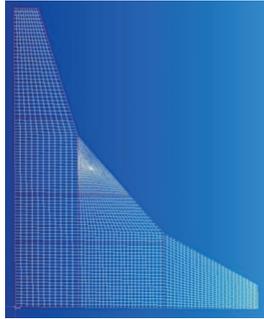


图 12 蜂窝夹层板有限元网格划分

Fig.12 The finite element mesh generation of the honeycomb sandwich panel

织物层初始单层厚度为 0.22 mm,蜂窝层初始厚度为 93.7 mm,来流密度 $\rho_\infty = 1.226 \text{ kg/m}^3$ 。

以蜂窝夹层结构减重作为优化目标,将来流速度 $V_\infty = 1800 \text{ m/s}$ 、温度增量 $\Delta T = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ 条件下结构不发生颤振失效作为约束条件,建立区间优化模型:

$$\begin{cases} f = \omega_1 \cdot \frac{M^c(\alpha_{in}, \tilde{x})}{\tilde{M}^c} + \omega_2 \cdot \frac{\Delta M(\alpha_{in}, \tilde{x})}{\Delta \tilde{M}} \\ \text{s.t. } P\{\mu(\alpha_{in}, \tilde{x}) \leq 0\} \Big|_{V_\infty=1800 \text{ m/s}} \geq p \\ x_1 \sim x_6 \in [0.15, 0.30] \text{ mm} \\ x_7 \in [80, 100] \text{ mm} \\ \tilde{x} = x + \epsilon x, \quad \epsilon \in [-0.01, 0.01] \end{cases} \quad (37)$$

表 4 不确定参数的名义值及区间边界

Tab.4 Nominal values and interval bounds of uncertain parameters

	E_1/GPa	E_2/GPa	G_{12}/GPa	ν_{12}	$\delta_1/^\circ\text{C}$	$\delta_2/^\circ\text{C}$
名义值	59.05	61.90	3.12	0.08	-3×10^{-7}	2.81×10^{-5}
区间边界	[58.05, 60.05]	[60.9, 62.9]	[3.02, 3.22]	[0.079, 0.081]	$[-3.01 \times 10^{-7}, -2.99 \times 10^{-7}]$	$[2.80 \times 10^{-5}, 2.82 \times 10^{-5}]$

式中 $\omega_1 = \omega_2 = 0.5, p = 1$ 。

同时,基于安全系数法的优化模型可表示为:

$$\begin{cases} \min M^c(\alpha_{in}^c, x) \\ \text{s.t. } \mu(\alpha_{in}^c, x) \leq 0 \Big|_{V_\infty=n \cdot 1800 \text{ m/s}} \\ x_1 \sim x_6 \in [0.15, 0.30] \text{ mm} \\ x_7 \in [80, 100] \text{ mm} \end{cases} \quad (38)$$

式中 安全系数 $n = 1.15$ 。

利用以上两种方法进行优化设计,优化结果如图 13~16 和表 5 所示。

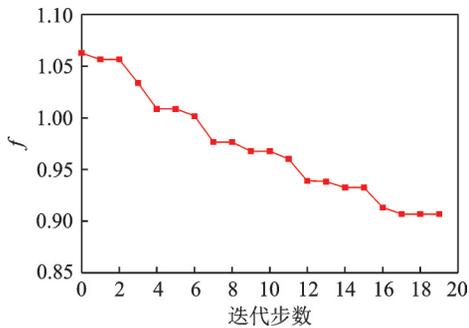
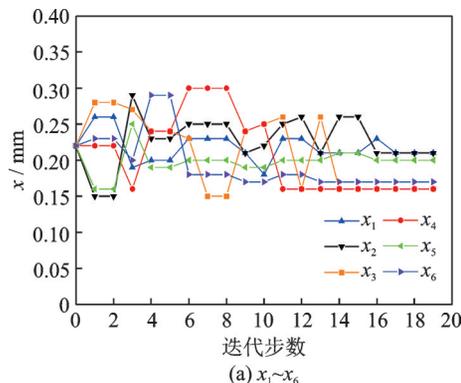
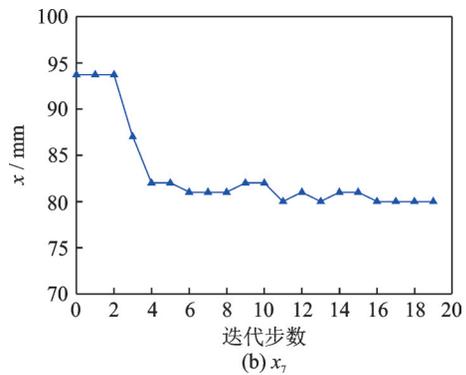


图 13 区间不确定性优化目标函数迭代曲线

Fig.13 The iterative curve of objective function for interval uncertainty optimization



(a) $x_1 \sim x_6$



(b) x_7

图 14 区间不确定性优化设计变量迭代曲线

Fig.14 The iterative curves of interval uncertainty optimization design variables

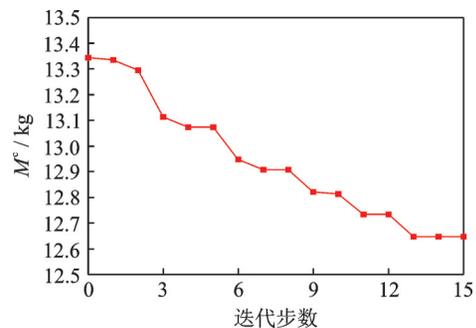


图 15 安全系数法优化目标函数迭代曲线

Fig.15 The iterative curve of objective function optimized by safety factor method

对比优化结果可以看出,采用安全系数法和区间优化法均可在满足颤振可靠度约束的条件下降低蜂窝夹层板结构重量。当采用安全系数法时,结构重量区间中心值降低幅度约为 5.17%;采用区间优化法时,结构重量区间中心值降低幅度约为 14.62%。同时,对比结构重量区间半径可以看出,采用区间优化法获得的结构重量波动范围比安全系

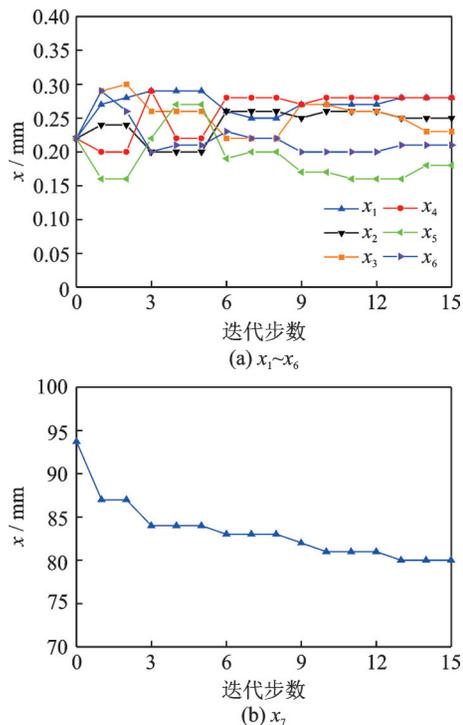


图16 安全系数法优化设计变量迭代曲线

Fig. 16 The iterative curves of optimized design variables by safety factor method

表5 优化结果对比

Tab. 5 Comparison of optimization results

	$x_1/$ mm	$x_2/$ mm	$x_3/$ mm	$x_4/$ mm	$x_5/$ mm	$x_6/$ mm	$x_7/$ mm	$M^f/$ kg	$\Delta M/$ kg
初始值	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22	93.70	13.34	0.1338
安全系数法	0.28	0.25	0.23	0.28	0.18	0.21	80.00	12.65	0.1273
区间优化法	0.21	0.21	0.16	0.16	0.20	0.17	80.00	11.39	0.1145

数法得到的结构重量波动范围更小,即表明通过优化降低了结构重量对不确定参数的敏感度,验证了本文所建立的区间优化方法的有效性。

5 结论

充分考虑设计变量及外输入参数的不确定性,通过对约束条件和目标函数进行可靠性和鲁棒性处理,构建了包含可靠性和鲁棒性的非概率区间优化模型。在此基础上,将非概率区间优化法与气动弹性系统相结合,开展了面向复合材料层合板和蜂窝夹层板结构的颤振优化设计,在满足颤振可靠度约束条件的前提下,有效降低了结构重量及其波动范围。通过与传统安全系数设计方法的对比,验证了上述优化方法的优越性,为解决不确定性环境下复合材料层合板结构颤振优化问题提供了新途径。

参考文献:

- [1] Zingales M, Elishakoff I. Hybrid aeroelastic optimization and antioptimization[J]. AIAA Journal, 2001, 39(1): 161-175.
- [2] Allen M, Maute K. Reliability-based design optimization of aeroelastic structures[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2004, 27(4): 228-242.
- [3] Allen M, Maute K. Reliability-based shape optimization of structures undergoing fluid-structure interaction phenomena[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(30-33): 3472-3495.
- [4] Missoum S, Dribusch C, Beran P. Reliability-based design optimization of nonlinear aeroelasticity problems[J]. Journal of Aircraft, 2010, 47(3):992-998.
- [5] Nikbay M, Kuru M N. Reliability based multidisciplinary optimization of aeroelastic systems with structural and aerodynamic uncertainties[J]. Journal of Aircraft, 2013, 50(3): 708-715.
- [6] Stanford B, Beran P. Minimum-mass panels under probabilistic aeroelastic flutter constraints[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2013, 70-71: 15-26.
- [7] Kusano I, Baldomir A, Jurado J Á, et al. Reliability based design optimization of long-span bridges considering flutter[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2014, 135: 149-162.
- [8] Kusano I, Baldomir A, Jurado J Á, et al. Probabilistic optimization of the main cable and bridge deck of long-span suspension bridges under flutter constraint[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2015, 146: 59-70.
- [9] Suryawanshi A, Ghosh D. Reliability based optimization in aeroelastic stability problems using polynomial chaos based metamodels[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2016, 53(5): 1069-1080.
- [10] Wan Z Q, Zhang B C, Du Z L, et al. Aeroelastic two-level optimization for preliminary design of wing structures considering robust constraints[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(2): 259-265.
- [11] Mallick R, Ganguli R, Bhat M S. Robust design of multiple trailing edge flaps for helicopter vibration reduction: a multi-objective bat algorithm approach[J]. Engineering Optimization, 2015, 47(9): 1243-1263.
- [12] Scarth C, Sartor P N. Robust and reliability-based aeroelastic design of composite plate wings[J]. AIAA Journal, 2017, 55(10): 3539-3552.
- [13] Liu Y, Bai J Q, Livne E. Robust optimization of variable-camber continuous trailing-edge flap static aeroelastic action[J]. AIAA Journal, 2017, 55(3): 1031-1043.
- [14] 肖志鹏, 万志强, 杨超, 等. 复合材料机翼鲁棒气动弹性优化设计[J]. 复合材料学报, 2010, 27(2): 127-132. Xiao Zhipeng, Wan Zhiqiang, Yang Chao, et al. Ro-

- bust aeroelastic optimization design of a composite wing [J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2010, 27(2): 127-132.
- [15] 张军红, 韩景龙, 王晓庆. 具有随机不确定性的机翼颤振优化[J]. *航空学报*, 2011, 32(9): 1629-1636.
Zhang Junhong, Han Jinglong, Wang Xiaoqing. Flutter optimization of wing structure with random uncertainty [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, 32(9): 1629-1636.
- [16] 张军红, 韩景龙. 含区间不确定性参数的机翼气动弹性优化[J]. *振动工程学报*, 2011, 24(5): 461-467.
Zhang Junhong, Han Jinglong. Aeroelasticity optimization of wing including interval uncertainty parameters [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2011, 24(5): 461-467.
- [17] 杨超, 肖志鹏, 万志强, 等. 考虑机动载荷不确定性的机翼气动弹性优化设计[J]. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41(4): 500-506.
Yang Chao, Xiao Zhipeng, Wan Zhiqiang, et al. Aeroelastic optimization design for wing with maneuver load uncertainties [J]. *Scientia Sinica (Technologica)*, 2011, 41(4): 500-506.
- [18] Xia H J, Qiu Z P, Wang L. Reliability-based topology optimization for freely vibrating continuum structures with unknown-but-bounded uncertainties [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2021, 63: 2751-2770.
- [19] Wang L, Liu D L, Yang Y W, et al. Novel methodology of non-probabilistic reliability-based topology optimization (NRBTO) for multi-material layout design via interval and convex mixed uncertainties [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2019, 346: 550-573.
- [20] Zhu B, Qiu Z P. A sequential radial basis function method for interval uncertainty analysis of multidisciplinary systems based on trust region updating scheme [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2021, 64: 4079-4096.
- [21] Wang X J, Wang L. Uncertainty quantification and propagation analysis of structures based on measurement data [J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2011, 54: 2725-2735.
- [22] Chen X, Wang X J, Wang L, et al. Uncertainty quantification of multi-dimensional parameters for composite laminates based on grey mathematical theory [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 55: 299-313.
- [23] 郑严. 基于智能算法的结构可靠性分析及优化设计研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2012.
Zheng Yan. Research on structural reliability analysis and optimization based on intelligence algorithm [D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2012.
- [24] Zheng Y N, Qiu Z P. An efficient method for flutter stability analysis of aeroelastic systems considering uncertainties in aerodynamic and structural parameters [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 126: 407-426.
- [25] Song Z G, Li F M. Aerothermoelastic analysis of nonlinear composite laminated panel with aerodynamic heating in hypersonic flow [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2014, 56: 830-839.
- [26] Yuan K H, Qiu Z P. Nonlinear flutter analysis of stiffened composite panels in supersonic flow [J]. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2010, 53: 336-344.
- [27] 邱志平. 非概率集合理论凸方法及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.
Qiu Zhiping. Convex Method Based on Non-Probabilistic Set-Theory and Its Application [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005.

Flutter reliability optimization method of composite panels considering non-probabilistic uncertainties

ZHENG Yu-ning, WANG Yi-fan, WANG Shu-yu, LIU Xiao-hua, YANG Xin-xin

(Science and Technology on Space Physics Laboratory, Beijing 100076, China)

Abstract: Recursive Least Squares algorithm is widely adopted in the field of micro-vibration adaptive control because of its simplicity and speed. Due to the particularity and complexity of the disturbance environment in the micro-vibration active control application, the robustness of the parameter adaptive algorithm used in the micro-vibration control needs to be considered. For the Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) active vibration control system, this paper presents a MIMO robust parameter adaptive algorithm based on an Infinite Impulse Response (IIR) filter. This robust parameter adaptive algorithm takes advantage of the dead zone and normalization. The deducing process and convergence analysis of the robust parameter adaptive algorithm are illustrated in detail. A 3-DOF real time micro-vibration control experimental platform has been constructed. Comparison are provided with sine disturbance, double sine disturbance and broadband disturbance. Experimental results confirm the feasibility and robust of the proposed algorithm.

Key words: flutter; composite panel; non-probabilistic; robustness; optimization design

作者简介: 郑宇宁(1990—),男,博士,工程师。E-mail: ynzheng_tech@163.com。