

改进 VMD 及其在时变结构地震响应 瞬时频率识别中的应用

王焱楠, 尚旭强, 黄天立

(中南大学土木工程学院, 湖南长沙 410075)

摘要: 强地震动作用下, 结构动力特性因损伤将随时间变化, 变分模态分解 (Variational Mode Decomposition, VMD) 可用于分析结构地震响应的瞬时频率变化规律, 揭示地震过程中结构的损伤状态。针对人为预设分解模态数 K 和二次惩罚因子 α 参数不准确导致 VMD 非平稳响应出现模态混叠的问题, 提出了一种改进的 VMD (Improved VMD, IVMD) 算法, 结合 Hilbert 变换 (HT) 可准确识别非平稳地震激励下时变结构的瞬时频率。采用多重信号分类 (Multiple Signal Classification, MUSIC) 算法确定分解模态数 K , 基于整体正交系数和能量比系数构建综合目标函数, 并采用樽海鞘算法 (Slap Swarm Algorithm, SSA) 优化确定二次惩罚因子。在优化确定 K 和 α 参数的基础上, 结合 IVMD 和 HT 识别时变结构地震响应瞬时频率。典型模拟信号和地震激励下 4 层时变框架结构数值模拟响应表明, 相比 VMD 算法, IVMD 算法识别得到的瞬时频率精度更高; 12 层钢筋混凝土框架结构模型地震模拟振动台试验数据验证了所提方法的实用性。

关键词: 地震激励; 时变框架结构; 振动台试验; 瞬时频率识别; 变分模态分解

中图分类号: TU311.3; TU323.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2024)03-0402-12

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.03.005

引言

地震是一种难以预测且破坏性极强的自然灾害, 常造成土木工程结构不同程度的破坏。结构一旦发生破坏, 其自振频率、阻尼比等动力特性随之变化。利用先进的非平稳信号分析方法, 分析非平稳地震激励下结构的地震动响应, 准确提取结构的瞬时频率等时变动力特性, 对于结构的损伤诊断和安全状态评估具有重要的价值^[1]。

Loh 等^[2]采用子空间识别算法, 分析了一栋 7 层钢筋混凝土框架结构、一栋 9 层层间隔震建筑和一座隔震桥梁的输入-输出地震响应数据, 识别了结构的自振频率和阻尼比等动力特性, 并将其应用于结构地震安全评估。Ni 等^[3]提出了一种基于结构地震输入-输出响应数据的快速贝叶斯频域模态参数识别方法, 基于某 12 层框架结构模型振动台模拟地震试验数据和 7 层 Van Nuys 酒店建筑地震响应数据识别得到的结构模态参数, 验证了方法的有效性和适用性。Ghahari 等^[4]指出, 地震动输入数据常常难以获得, 且考虑土-结构相互作用时, 记录的自由场

地震动响应或基础响应数据都不能作为输入用于基于输入-输出数据的模态参数识别方法, 因此, 盲源分离^[5]、递归随机子空间识别^[6]和频域分解^[7]等仅基于输出响应的模态参数识别方法更适用于识别地震激励下时变结构的模态参数。

时频分析方法作为处理非平稳信号的有力工具, 通过分析结构地震响应数据的时频谱图, 提取结构瞬时频率等特征参数, 可用于揭示结构在地震过程中的损伤状态^[8]。樊海涛等^[9]采用经验模态分解 (EMD) 从结构地震响应信号中提取结构模态响应, 利用 Hilbert 变换识别了结构瞬时频率等时变特征, 掌握了地震过程中结构损伤的发展规律。石春香等^[10]采用 EMD+HT 方法, 分析了深圳罗湖商务大厦模型模拟地震振动台响应数据, 利用 Hilbert 阻尼谱研究了结构在地震过程中的破坏规律。陈隽等^[11]采用 EMD+HT 方法识别了线性时变系统的瞬时频率和瞬时阻尼比特征, 并将其应用于地震激励下 12 层短肢剪力墙结构振动台模拟地震试验数据, 识别了模型结构在试验过程中动力性能的时变特性。

应该指出, 由于 EMD 为经验算法, 没有严格的数学理论基础, 分解过程中常存在模态混叠等问

收稿日期: 2022-10-31; **修订日期:** 2022-12-09

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (52078486, U1734208); 中南大学中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (2023ZZTS0410)。

题^[12]。为更好地识别多分量非平稳信号的时变频率,提出了一种变分模态分解(VMD)方法^[13],该方法将信号同时分解为不同中心频率的窄带信号,具有较高的时频分辨率和噪声鲁棒性,已广泛应用于机械故障诊断^[14]、模态参数识别^[15-16]和风速预测^[17]等非平稳信号分析领域,但VMD应用于非平稳地震激励下结构响应分析和损伤诊断方面的研究工作还较少。

VMD需人为预设分解模态数 K 和二次惩罚因子 α 等参数,常采用多次试算方法确定参数取值,由此导致VMD在分解非平稳响应时常出现模态混叠问题。为此,许多学者提出了一些改进措施,以实现VMD参数优化选取。Huang等^[18]和Ma等^[19]应用尺度空间表示和尺度空间谱分割来估计分解模态数 K 。Lian等^[20]采用能量损失、置换熵等指标反复搜索分解模态数 K 。唐贵基等^[21]以包络熵为优化目标,采用粒子群算法同时搜寻 K 和 α 的全局最优解。何勇等^[22]以峭度和包络熵作为遗传算法的目标函数,对 K 和 α 同步联合优化,并应用于轴承故障诊断。应该指出,同时对 K 和 α 两个参数进行优化,计算效率低,且参数间相互影响导致分解模态数 K 出现偏差,即使参数 α 取得最优值,也可能造成分解存在分量丢失或分量混叠等问题。因此,本文提出分别优化参数 K 和 α 的思路,保证二者取值均为最优。此外,参数 α 优化取值时常采用单一的局部目标函数^[23],这对于机械故障诊断是适用的,但不适用于非平稳地震激励下时变结构瞬时频率的识别问题。

针对上述VMD算法存在的不足,本文提出一种改进VMD(IVMD)算法,并应用于非平稳地震激励下时变结构响应瞬时频率识别。首先,考虑到分解模态数 K 对VMD结果的决定性作用,基于MUSIC功率谱确定 K ;然后,考虑到仅对二次惩罚因子 α 进行优化可提高计算效率,采用整体正交系数和能量比系数构造综合目标函数,并基于樽海鞘算法(SSA)优化确定 α ;最后,基于优化确定的参数 K 和 α ,采用IVMD算法分解地震响应得到固有模式函数(IMF),并结合Hilbert变换识别结构瞬时频率。采用模拟信号、地震激励下4层时变框架结构的数值模拟响应和12层框架结构模型振动台模拟地震试验数据验证了所提方法的有效性和实用性。

1 VMD算法

VMD算法采用一种非递归的变分模型,预设分解模态数 K ,将多分量信号 $s(t)$ 同时分解为 K 个中心频率为 ω_k 的单分量调幅-调频信号 $u_k(t)$,即固

有模式函数(IMF)分量。基于每个IMF分量围绕其中心频率有最紧密带宽的基本假定,构造 $u_k(t)$ 的带宽方程:

$$\min_{(u_k, \omega_k)} \left\{ \sum_{k=1}^K \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\},$$

$$\text{s.t. } \sum_{k=1}^K u_k(t) = s(t) \quad (1)$$

式中 j 为虚数单位; $*$ 表示卷积计算; $u_k(t)$ 为分解得到的第 k 个IMF分量; ω_k 为 $u_k(t)$ 的中心频率; $\partial_t(\cdot)$ 为对时间 t 求偏导数; $\delta(t)$ 为脉冲函数。将 u_k 的解析信号与 $e^{-j\omega_k t}$ 相乘并将其频谱移至基带,计算解调信号梯度L2范数的平方,构成约束变分模型。引入拉格朗日乘子 $\lambda(t)$ 对约束进行控制,二次惩罚因子 α 提高变分问题的收敛性,从而转化为无约束变分问题:

$$L(u_k, \omega_k, \lambda) = \alpha \sum_{k=1}^K \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \left\| s(t) - \sum_{k=1}^K u_k(t) \right\|_2^2 + \left\langle \lambda(t), s(t) - \sum_{k=1}^K u_k(t) \right\rangle \quad (2)$$

式中 L 表示增广拉格朗日量; $\langle \cdot \rangle$ 表示求内积。

通过乘法器交替方向法(ADMM)交替求解 \hat{u}_k^{n+1} , ω_k^{n+1} 和 $\hat{\lambda}^{n+1}$, 寻找增广Lagrange函数的鞍点, 得到最优解:

$$\hat{u}_k^{n+1}(\omega) = \frac{\hat{s}(\omega) - \sum_{i < k} \hat{u}_i^{n+1}(\omega) - \sum_{i > k} \hat{u}_i^n(\omega) + \frac{\hat{\lambda}^n(\omega)}{2}}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k^n)^2} \quad (3)$$

$$\omega_k^{n+1} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_k^{n+1}|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_k^{n+1}|^2 d\omega} \quad (4)$$

式中 $\hat{s}(\omega)$, $\hat{u}_i(\omega)$ 和 $\hat{\lambda}(\omega)$ 分别为 $s(t)$, $u_i(t)$ 和 $\lambda(t)$ 的傅里叶变换; n 为迭代次数。

方程(4)计算模态分量 $\hat{u}_k(\omega)$ 的过程,相当于对残余信号分量 $\hat{s}(\omega) - \sum \hat{u}_i(\omega)$ 进行维纳滤波。VMD在频域对每个IMF分量进行更新,对 $\text{Re}[u_k(t)]$ 进行傅里叶逆变换得到IMF分量的时域表示。对于所有 $\omega \geq 0$,拉格朗日乘子 $\hat{\lambda}^{n+1}(\omega)$ 由下式更新:

$$\hat{\lambda}^{n+1}(\omega) = \hat{\lambda}^n(\omega) + \tau \left[\hat{s}(\omega) - \sum_{k=1}^K \hat{u}_k^{n+1}(\omega) \right] \quad (5)$$

式中 τ 为递归步长,当无需精确重构原始信号时, $\tau = 0$ 。

不断按式(3),(4)和(5)迭代更新,直到满足以下收敛准则:

$$\sum_k^K \|\hat{u}_k^{n+1} - \hat{u}_k^n\|_2^2 / \|\hat{u}_k^{n+1}\|_2^2 < \epsilon \quad (6)$$

式中 ϵ 为设定的判别精度。

2 基于改进 VMD 算法识别时变结构瞬时频率

VMD 算法分解信号时,采用的分解模态数 K 和二次惩罚因子 α 对分解结果影响较大,其中 K 直接决定分解结果的准确性, K 取值过小或过大将分别导致模态混叠或冗余噪声模态;二次惩罚因子 α 控制每个 IMF 的频带宽度和噪声含量。目前,VMD 算法分解信号时采用的参数 K 和 α 具有随机性,且缺乏选择标准,从而影响了 IMF 分量用于识别瞬时频率的准确性。因此,确定优化的参数 K 和 α 对基于 VMD 识别时变结构地震响应的瞬时频率至关重要。

2.1 确定及验证分解模态数 K

傅里叶频谱常用来确定 VMD 的分解模态数 K ^[15],然而,傅里叶变换处理非平稳信号时,其频谱中存在大量虚假峰值,此外噪声干扰引起频谱中出现较多波动^[24],因此,傅里叶频谱常无法准确确定分解模态数 K 。相比傅里叶频谱,MUSIC 功率谱更平滑,分辨率更高^[25],能很好地处理非平稳信号并减小噪声干扰,基于 MUSIC 功率谱能更准确地确定分解信号的分解模态数 K 。

MUSIC 功率谱的基本思想是对信号的 $(p+1)$ 阶相关矩阵作特征分解,并把特征向量张成信号空间 $\{V_1, \dots, V_{p+1}\}$ 和噪声空间 $\{V_{M+1}, \dots, V_{p+1}\}$,然后根据信号和噪声空间的正交性进行功率谱估计:

$$P_{\text{MUSIC}}(\omega) = \frac{1}{A^H(\omega) \left(\sum_{l=M+1}^{p+1} V_l V_l^H \right) A(\omega)} \quad (7)$$

式中 $A(\omega) = [1 \ e^{j\omega} \ \dots \ e^{j\omega M}]$; V_l^H 为 V_l 的共轭转置向量; M 为信号个数。 $P_{\text{MUSIC}}(\omega)$ 在 $\omega = \omega_i$ 处呈现一个尖峰,因此,可根据 MUSIC 功率谱的峰值数确定分解模态数 K 。

为验证 MUSIC 功率谱确定分解模态数 K 的准确性,构造一个具有时变频率的非平稳信号 $x(t)$,该信号由 3 个频率按正弦变化的单分量信号组成:

$$\begin{cases} x(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) + \eta(t) \\ x_1(t) = 2\sin(0.4\cos(2\pi t) + 4\pi t) \\ x_2(t) = 5\sin(0.3\cos(\pi t) + 8\pi t) \\ x_3(t) = \sin(0.2\cos(2\pi t) + 14\pi t) \end{cases} \quad (8)$$

式中 $\eta(t)$ 为白噪声,其功率为信号功率的 10%,

信号 $x(t)$ 的信噪比为 14 dB,信号时长为 10 s,采样频率为 200 Hz。

图 1 所示为信号 $x(t)$ 的 MUSIC 功率谱、傅里叶频谱和短时傅里叶谱。由图 1(a) 可见,MUSIC 功率谱有 3 个明显的峰值,不存在虚假峰值且几乎无波动,由此确定分解模态数 $K=3$,真实反映了信号 $x(t)$ 的分量组成。由图 1(b) 可见,傅里叶频谱中有 7 个明显的峰值(其中峰值 ①,③,④和⑥为虚假峰值)且波动较大,由此确定分解模态数 $K=7$,这与信号 $x(t)$ 的分量组成不符。由图 1(c) 可见,短时傅里叶谱模糊不清,无法得出分解模态数 K 。由此可知,

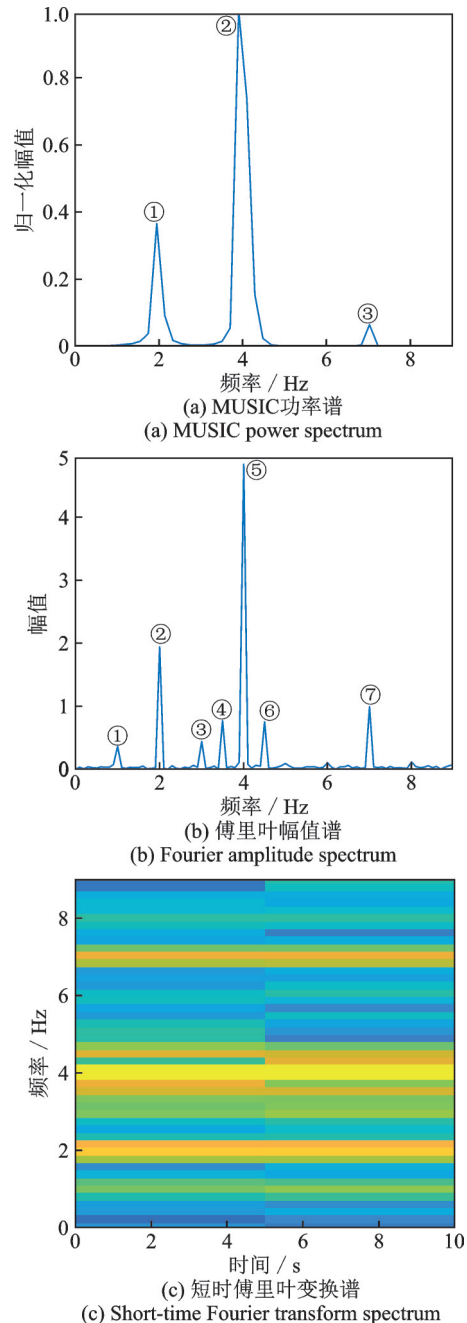


图 1 信号 $x(t)$ 的 MUSIC 功率谱、傅里叶幅值谱、短时傅里叶变换谱

Fig. 1 MUSIC power spectrum, Fourier amplitude spectrum and short-time Fourier transform spectrum of $x(t)$

MUSIC功率谱有抑制噪声、分解非平稳信号的能力,可用于准确确定非平稳信号分解模态数 K 。

2.2 优化确定二次惩罚因子 α

确定 K 值后,VMD算法分解结果的准确性主要取决于二次惩罚因子 α 。 α 取值偏小,则各阶IMF受噪声干扰大; α 取值偏大,则信号过度分解。为得到仅包含单一频率成分且受噪声干扰小的IMF,本节基于VMD算法分解的后验信息构建目标函数,采用优化算法实现 α 的确定。

2.2.1 构造目标函数

包络熵、峭度、相关性等目标函数常用于机械故障诊断领域,然而,这些目标函数仅针对单一IMF。基于分解得到的全部IMF,构造综合目标函数评估所有IMF的性能,可提高识别时变结构各阶瞬时频率的准确性。

(1) 整体正交系数 P

整体正交系数 P 表示IMF之间的正交性,其表达式如下:

$$P = \frac{\sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^K \sum_{m=1}^N f_j(m) f_i(m)}{\sum_{m=1}^N f^2(m)} \quad (9)$$

式中 $f_i(m)$ 、 $f_j(m)$ 和 $f(m)$ 分别为第 i 、 j 个IMF和信号 $x(t)$ 的频域序列; m 表示离散变量; N 为信号长度。

信号分解完全时,各阶IMF分量正交,整体正交系数 P 值最小。应该指出,由于实际信号中不可避免地存在噪声,极易出现整体正交系数 P 最小时,相应的 α 取值过小,由此导致各阶频率的能量聚集性差。

(2) 能量比系数 E

为解决单一整体正交系数 P 易受噪声干扰的问题,引入能量比系数 E ,其定义为各阶IMF能量与原始信号能量之比,表达式如下:

$$E = \frac{\sum_{k=1}^K \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{u_k^2(i)}{N}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{x^2(i)}{N}}} = \frac{\sum_{k=1}^K \sqrt{\sum_{m=1}^N \frac{f_k^2(m)}{2\pi N}}}{\sqrt{\sum_{m=1}^N \frac{f^2(m)}{2\pi N}}} \quad (10)$$

根据帕塞瓦等式,式(10)有频域和时域两种表达式。当信号分解不完全时,能量比系数 E 值偏小。反之,信号过度分解时,能量比系数 E 值偏大。

(3) 综合目标函数 F

当整体正交系数与能量比系数的取值合适时,既可保证模态正交性,也可避免能量损失。因此构造综合目标函数 F ,表达式如下:

$$F = P_{\text{norm}} + \left(\frac{1}{E}\right)_{\text{norm}} = P_{\text{norm}} + R_{\text{norm}} \quad (11)$$

式中 P_{norm} 和 R_{norm} 分别为归一化整体正交系数和能量比系数的倒数。 F 表示各IMF之间正交系数和分解过程中能量损失之和,当 F 取最小值时,减轻了噪声影响且各阶IMF分量正交,从而避免了模态混叠和过度分解。通过寻找综合目标函数最小值 F_{\min} ,即可确定 α , F_{\min} 对应的 α 即为最优值,表达式如下:

$$F_{\min} = \arg \min_{\alpha} (P_{\text{norm}} + R_{\text{norm}}) = \arg \min_{\alpha} (F) \quad (12)$$

2.2.2 验证目标函数

为验证构造的综合目标函数 F 的有效性,图2给出了信号 $x(t)$ 的整体正交系数 P 、能量比系数倒数 R 和综合目标函数 F 与 α 取值的关系曲线, α 取值范围为 $[500, 2.5 \times 10^5]$ 。由图2可知,整体正交系数 P 在B点取最小值,但此时 α 取值偏小,VMD算法分解得到的模态分量受噪声干扰大,单一 P 值无法确定 α 的最优值。能量比系数倒数 R 在C点取最小值,但此时 α 取值偏大,模态混叠严重,单一 R 也无法确定 α 的最优值。本文构造的综合目标函数 F ,在介于B和C两点之间的A点取最小值,相应的 $\alpha = 34000$ 为最优值,此时,VMD算法分解结果噪声干扰小且模态混叠程度轻。

由图2可知,当综合目标函数 F 在突变区间取最大值时,对应的 α 值用于VMD时会造成过度分解,由此表明 α 的取值偏大。尽管图2中D点处综合目标函数 F 取值较小且变化平稳,但对应的 α 值过大导致VMD严重过度分解,从此处选取的 α 值不合适。因此,本文进一步将 α 的搜寻取值范围限定在 $[500, 40000]$ 范围内,以保证 α 取值为局部最优而非全局最优,并提高了搜索效率。

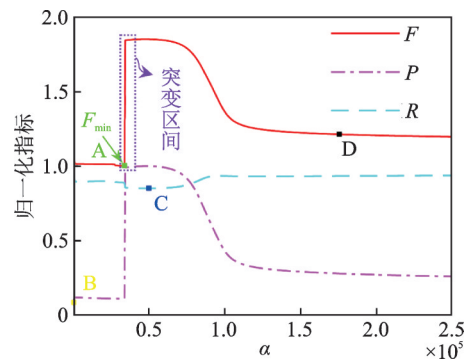


图2 目标函数与 α 取值的关系曲线

Fig. 2 The relationship curves between objective functions and α value

2.2.3 SSA优化搜索二次惩罚因子 α

樽海鞘算法(SSA)^[26]是一种群体智能优化算法,具有搜索速度快、有效避免前期搜索不充分而陷入局部最优的特点。该算法将种群个体分为领导者

和追随者,前面的个体领导后面的个体相继排列成“链”状,迭代更新个体位置以搜寻最优解。本文采用SSA算法优化搜索二次惩罚因子 α 的最优值。

针对信号 $x(t)$,2.1节中已确定分解模态数 $K=3$,本节采用综合目标函数 F 和SSA算法优化搜索二次惩罚因子 α 的最优值, α 的搜寻范围为 $[500,40000]$ 。图3所示为综合目标函数 F 的迭代曲线。由图3可知,SSA算法迭代18次后收敛,此时 F_{\min} 为0.9952,对应的 α 最优值为34000,与网格优化结果一致。SSA算法迭代收敛用时112.6 s,网格优化(搜寻步长为1)算法迭代收敛用时3424.9 s,SSA算法节约计算时间约96%,搜寻效率高。

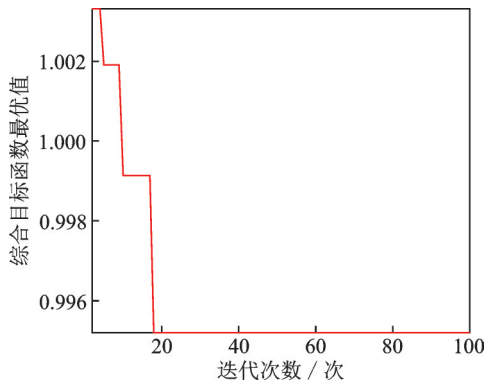


图3 综合目标函数 F 迭代收敛曲线(地震激励下时变框架结构)

Fig. 3 The iterative convergence curve of composite objective function F (a time varying frame structure under seismic excitation)

综上所述,采用MUSIC算法确定分解模态数 K ,构造综合目标函数 F ,采用SSA算法优化搜索二次惩罚因子 α ,实现了VMD参数的优化确定,本文称其为改进变分模态分解(IVMD)算法。

2.3 Hilbert变换识别时变结构瞬时频率

基于IVMD算法分解结构响应得到IMF,基于Hilbert变换即可计算得到结构的各阶瞬时频率,计算公式如下:

$$\omega_i^k(t) = \frac{u_k(t) \frac{\partial \hat{u}_k(t)}{\partial t} - \hat{u}_k(t) \frac{\partial u_k(t)}{\partial t}}{u_k^2(t) + \hat{u}_k^2(t)} \quad (13)$$

式中 $\omega_i^k(t)$ 为第 k 个模态分量的瞬时频率; $\hat{u}_k(t)$ 为 $u_k(t)$ 的Hilbert变换。

针对信号 $x(t)$,基于2.1节和2.2节中确定的VMD算法分解最优参数,即 $K=3, \alpha=34000$,利用IVMD对其分解,并将分解后的IMF进行HT识别得到各阶瞬时频率,如图4所示。由图4可知,识别的信号 $x(t)$ 前2阶瞬时频率与理论值完全吻合;由于噪声干扰,识别的第3阶瞬时频率存在一定的波动,但

其均值与理论值基本一致。此外,由于HT的端点效应,信号端部识别得到的各阶瞬时频率误差较大。

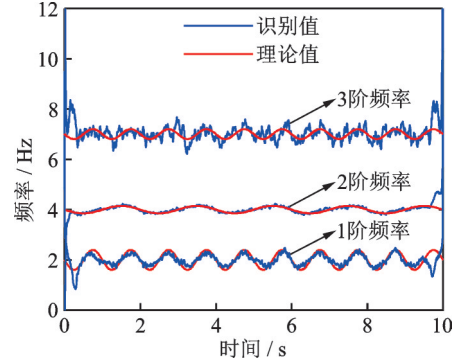


图4 IVMD算法结合HT识别的瞬时频率与理论瞬时频率($K=3, \alpha=34000$)

Fig. 4 Instantaneous frequencies identified by IVMD algorithm combined with HT and theoretical instantaneous frequencies ($K=3, \alpha=34000$)

2.4 IVMD-HT算法识别时变结构瞬时频率流程

图5给出了基于IVMD-HT算法识别非平稳信号瞬时频率的流程图,其基本步骤包括:(a)根据

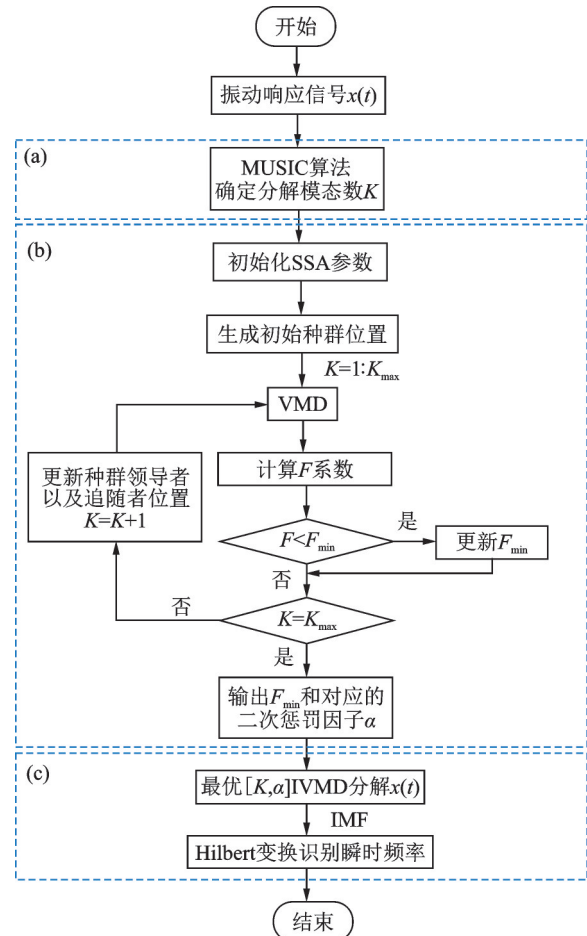


图5 基于IVMD-HT算法识别瞬时频率流程图

Fig. 5 Flowchart of instantaneous frequency identification based on IVMD-HT algorithm

式(7)的MUSIC功率谱估计,得到光滑、分辨率高的MUSIC功率谱,根据谱峰确定信号的分解模态数 K ; (b) 设置二次惩罚因子 α 的搜寻范围,基于综合目标函数 F 并采用SSA算法搜寻 α 的最优值, F_{\min} 对应的 α 值即为最优; (c) 利用最优 K 和 α ,对信号进行IVMD得到一系列IMF,并采用HT识别信号各阶IMF的瞬时频率。其中,步骤(a)和(b)两部分即为IVMD算法。

2.5 分析与讨论

为验证本文算法获取优化的参数 K 和 α 后识别瞬时频率的准确性,人为选取了不同的参数 K 和 α ,图6给出了VMD算法识别的信号 $x(t)$ 的瞬时频率。由图6可知,当 K 随机取值, $\alpha=34000$ 时,尽管 α 取最优值,但 K 取值偏小或偏大分别出现缺少高阶频率或存在冗余噪声频率的问题, K 值不准确直接导致结果偏差。当 $K=3$, α 随机取值, α 偏小时,各阶瞬时频率的识别结果受噪声干扰大; α 偏大时,尽管识别了第2阶频率,但由于模态混叠,第3阶和第2阶频率完全重叠,第3阶频率无法被识别。由此表明,人为随机对 K 和 α 取值对瞬时频率的识别结

果影响很大,会导致不能获取清晰准确的频率信息;采用优化取值的参数 K 和 α ,可更准确地识别信号的瞬时频率。

为定量评价信号瞬时频率的识别精度,定义均方根误差RMSE:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\hat{f}_q - f_q)^2}{N}} \quad (14)$$

式中 \hat{f}_q 为瞬时频率识别值; f_q 为瞬时频率理论值; N 为响应信号的长度。

当 K 取值准确(即 $K=3$)时,表1对比了不同 α 取值下VMD识别得到的信号 $x(t)$ 各阶瞬时频率的RMSE值。由表1可知,当采用优化确定的参数 α (即 $\alpha=34000$)时,识别得到的各阶瞬时频率的RMSE值最小,结果最准确。由此表明,采用优化取值参数的IVMD算法,可解决VMD算法参数随机取值导致瞬时频率识别不准、精度不高的问题。

3 数值模拟

为验证IVMD-HT算法识别地震激励下时变结

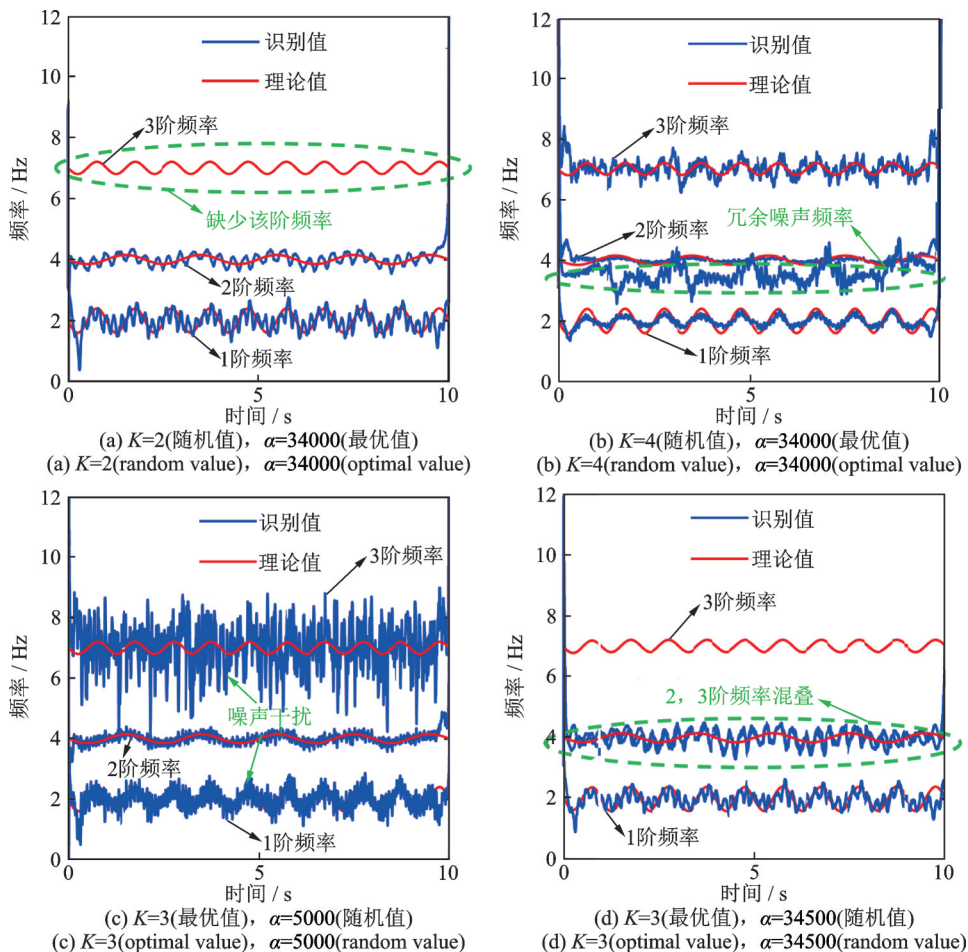


图6 参数 K 和 α 取不同值时,VMD算法识别的瞬时频率与理论瞬时频率

Fig. 6 Instantaneous identified frequencies by VMD algorithm with different $[K, \alpha]$ and theoretical instantaneous frequencies

表1 不同 α 取值下瞬时频率识别值的RMSE($K=3$)

Tab.1 RMSE of identified instantaneous frequencies with different α value ($K=3$)

	RMSE		
	$\alpha = 5000$	$\alpha = 34000$	$\alpha = 34500$
1阶	0.35	0.30	0.33
2阶	0.85	0.57	0.47
3阶	1.21	0.92	—
总和	2.41	1.79	—

注：“—”表示该方法未能识别相应瞬时频率。

构瞬时频率的有效性和准确性,构建了一个具有时变刚度的4层剪切型框架结构,如图7所示。结构参数取值为:各层质量 $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 4\text{ kg}$;各层阻尼系数 $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 0.5\text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$;第3,4层刚度系数为常值, $k_3 = 1.8 \times 10^4\text{ N}/\text{m}$, $k_4 = 1.5 \times 10^4\text{ N}/\text{m}$,第1,2层刚度系数随时间变化, $k_1(t) = k_2(t) = [1 - 0.1\sin(2\pi t)] \times 10^4\text{ N}/\text{m}$ 。

地震激励 Q 采用图8所示的El Centro地震波,激励时长为100 s,采样频率为250 Hz。采用四阶龙格-库塔(Runge-Kutta)进行结构地震响应分析,并添加10%的白噪声。

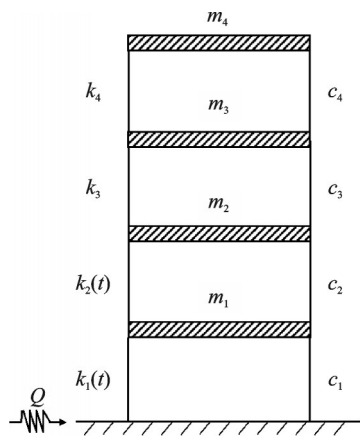


图7 4层剪切型时变刚度框架结构

Fig.7 A four-story shear frame structure with time-varying stiffness

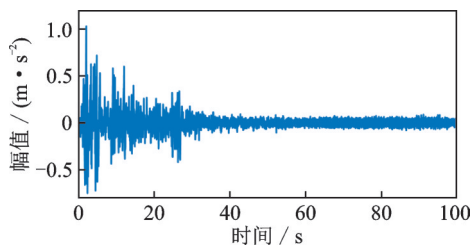
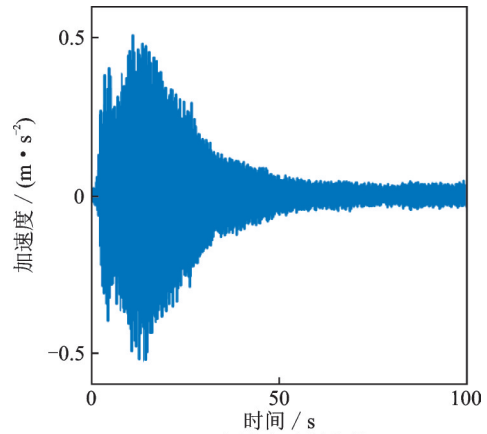


图8 El Centro地震波

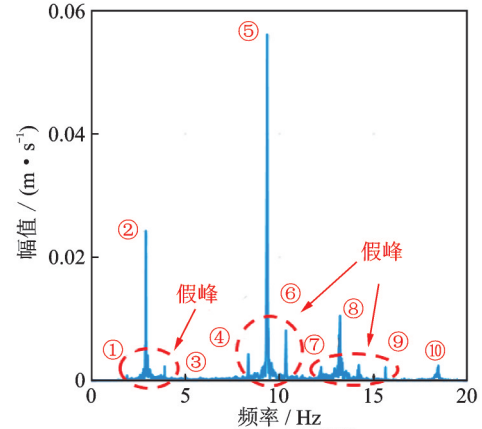
Fig.8 El Centro seismic waves

图9所示为El Centro地震激励下时变框架结构顶层的加速度响应及其傅里叶频谱和MUSIC功率



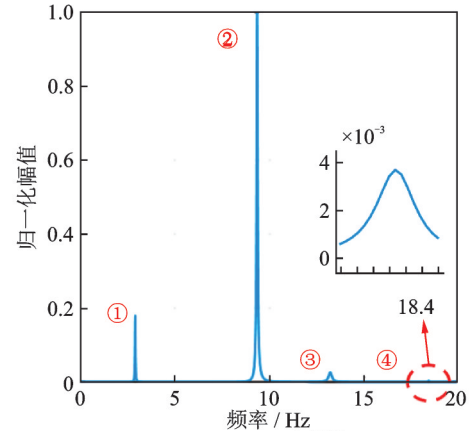
(a) 加速度时程曲线

(a) Acceleration time-history curve



(b) 傅里叶幅值谱

(b) Fourier amplitude spectrum



(c) MUSIC功率谱

(c) MUSIC power spectrum

图9 地震激励下结构顶层加速度响应及其傅里叶频谱和MUSIC功率谱

Fig.9 Acceleration time-history, Fourier amplitude spectrum and MUSIC power spectrum of top layer of structure under seismic excitation

谱。响应时长为100 s,其中5~20 s信号能量最大。图9(b)所示的傅里叶频谱中存在虚假峰值和波动干扰,峰值多而杂乱,难以准确确定分解层数 K ;图9(c)所示的MUSIC功率谱中可清楚地观察到4个峰值,由此确定分解模态数 $K=4$ 。

确定分解模态数 K 后,设置SSA算法的种群数为10,最大迭代次数为100, α 搜索范围为

[500, 40000]。基于综合目标函数 F 搜寻 α 最优值,其迭代收敛曲线如图 10 所示。由图 10 可知,迭代 23 次时收敛,最优值 $F_{\min} = 1.7506$,对应的 α 值为 10142.9。

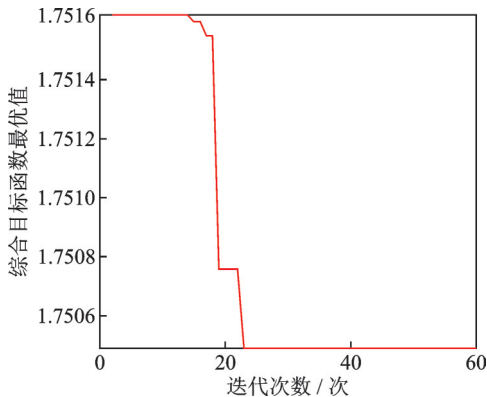


图 10 综合目标函数 F 迭代收敛曲线(地震激励下时变框架结构)

Fig. 10 The iterative convergence curve of composite objective function F (a time varying frame structure under seismic excitation)

采用确定的优化参数 $K=4, \alpha=10142.9$, 基于 IVMD-HT 算法识别得到地震激励下时变框架结构的瞬时频率,如图 11 所示。此外,图 11 中还给出了根据“冻结法”确定的瞬时频率理论值,即假设结构物理参数在每个时间间隔内保持不变,得到每个时间间隔内的瞬时频率。由图 11 可见,识别得到的框架结构瞬时频率与理论瞬时频率基本吻合,无模态混叠。其中,第 2 阶瞬时频率识别值与理论值吻合最好;第 3,4 阶瞬时频率在部分时刻存在突变,这是由于 HT 计算瞬时频率的公式误差造成的^[11]。采用移动平均(Moving Average)法,即选定窗口长度为 80,将窗口内的瞬时频率数据进行算数平均处理后,第 3,4 阶瞬时频率的移动均值与理论值基本一致。

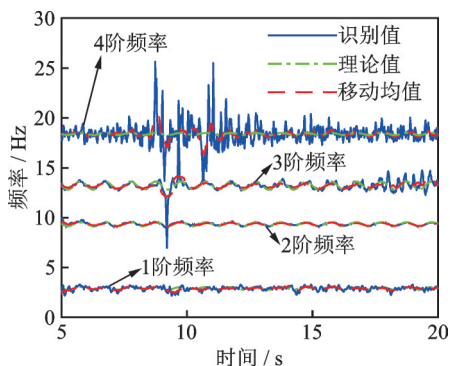


图 11 IVMD-HT 算法识别的地震激励下时变框架结构瞬时频率

Fig. 11 Instantaneous identified frequencies of a time-varying frame structure identified by IVMD-HT algorithm under seismic excitation

当 $K=4$ 时,表 2 给出了不同 α 取值,VMD 算法识别得到的地震激励下时变框架结构瞬时频率的 RMSE 值。由表 2 可知,当采用优化确定的参数 α (即 $\alpha=10142.9$) 时,识别得到的结构瞬时频率的 RMSE 值最小,结果最准确;当 α 随机取值偏小(即 $\alpha=2000$) 时,识别的瞬时频率精度较低;当 α 随机取值偏大(即 $\alpha=25000$) 时,模态混叠导致第 4 阶瞬时频率无法被识别。由此表明,采用优化取值参数的 IVMD-HT 算法,可用于识别地震激励下时变框架结构的瞬时频率,且结果最准确,精度最高。

表 2 不同 α 取值下框架结构瞬时频率识别值的 RMSE ($K=4$)

Tab. 2 RMSE of identified instantaneous frequencies of a frame structure with different α ($K=4$)

	RMSE		
	$\alpha = 2000$	$\alpha = 10142.9$	$\alpha = 25000$
1 阶	0.11	0.10	0.11
2 阶	0.06	0.06	0.07
3 阶	0.22	0.22	0.50
4 阶	0.41	0.37	—
总和	1.09	0.75	—

注:“—”表示该方法未能识别相应瞬时频率。

4 试验验证

为试验验证 IVMD 算法识别地震激励下时变结构瞬时频率的有效性和准确性,采用同济大学提供的 12 层钢筋混凝土框架模型模拟地震振动台试验数据^[27]。模型缩尺比例为 1/10,总高度 3.6 m,每层高 0.3 m,平面结构尺寸为 0.6 m×0.6 m,如图 12 所示。模型试验采用了 4 种地震波,测试了 61 个工况,分别在模型底层、2 层、4 层、6 层、8 层、10 层和 12 层的 X, Y, Z 方向布置了 23 个加速度传感器。模型的详细几何尺寸、物理参数和模拟地震振动台试验情况参见文献[27]。本研究仅分析 Q1 和 Q2 两种工况下模型在 X 向 El Centro 地震激励下结构顶层的加速度响应,Q1 和 Q2 工况地震激励加速度峰值(PGA)分别为 0.646g 和 0.775g,信号采样频率为 255.102 Hz。

为更精确地识别地震激励下模型的瞬时频率,研究仅考虑模型的前 3 阶模态,采用截止频率为 15 Hz 的 6 阶切比雪夫 I 型低通滤波器对模型地震响应信号进行重采样,重采样频率为 100 Hz。图 13 所示为 Q1 和 Q2 两种工况下的模型顶层加速度响应及其傅里叶频谱和 MUSIC 功率谱。图 13(b),



图12 框架结构振动台模型

Fig. 12 Shaking table model of frame structure

(e)所示的傅里叶频谱中存在虚假峰值和波动干扰,峰值多而杂乱,难以准确确定分解模态数 K ;图13(c),(f)所示的MUSIC功率谱中可清楚地观察到3个峰值,由此确定分解模态数 $K=3$ 。

确定分解模态数 K 后,设置SSA算法的种群个数为10,最大迭代次数为100, α 搜索范围为

[500, 40000]。基于综合目标函数 F 搜寻 α 最优值,其迭代收敛曲线如图14所示。由图14可知,Q1和Q2工况下分别迭代57次和58次后收敛, α 最优值分别为4246.7和6125.7。

Q1和Q2工况下,分别采用确定的优化参数组合 $[K=3, \alpha=4246.7]$ 和 $[K=3, \alpha=6125.7]$,基于IVMD-HT算法识别得到12层框架模型的前3阶瞬时频率,如图15所示。由图15可见,Q1和Q2工况下框架模型前3阶瞬时频率成分被准确地识别。

由文献[27]可知,模型结构在模拟地震振动台试验的过程中出现了损伤,其频率具有时变特性。采用移动平均法(窗口长度为100)处理瞬时频率曲线,消除HT计算瞬时频率时出现的负频率问题,得到的瞬时频率移动均值(见图16)真实地反映了地震激励下模型结构频率的时变规律。由图16可见,Q2工况下识别得到的模型瞬时频率值低于Q1工况,且波动幅度较大。原因在于,相比Q1工况,Q2工况下模型损伤更严重,结构刚度下降更多,这与试验现象基本一致。由此表明,采用优化参数的IVMD算法,可识别地震激励下框架结构损伤引起的频率时变特征,对比不同损伤工况下结构瞬时频率的变化趋势即可得到结构的损伤程度。

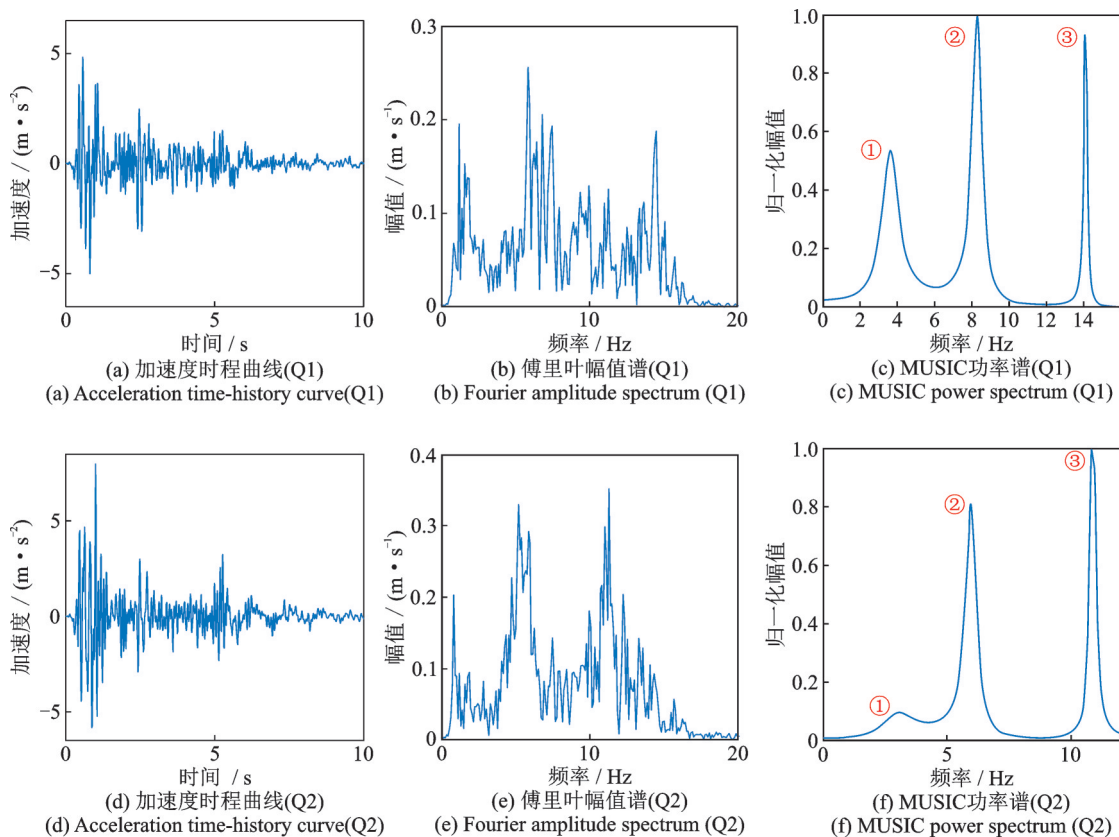


图13 Q1和Q2工况下模型顶层加速度响应及其傅里叶幅值谱和MUSIC功率谱

Fig. 13 Acceleration time-history, Fourier amplitude spectrum and MUSIC power spectrum of top layer of model under Q1 and Q2 cases

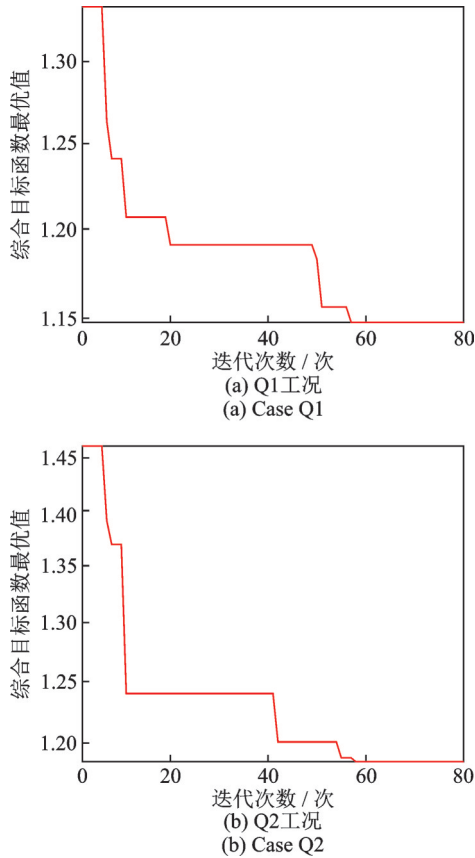


图 14 综合目标函数 F 迭代收敛曲线
Fig. 14 The iterative convergence curves of composite objective function F

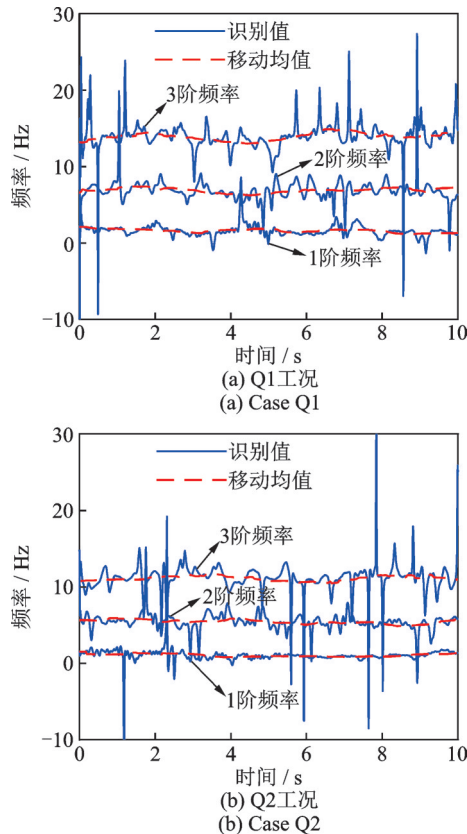


图 15 IVMD-HT 算法识别的 12 层框架模型前 3 阶瞬时频率
Fig. 15 The first three order instantaneous frequencies of a 12-story frame model identified by IVMD-HT algorithm

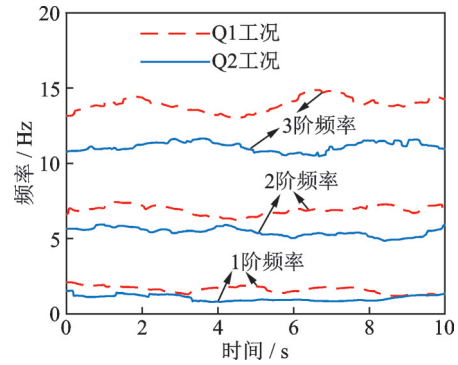


图 16 Q1 和 Q2 工况下前 3 阶瞬时频率移动均值
Fig. 16 Moving mean of the first three order instantaneous frequencies under Q1 and Q2 cases

5 结 论

提出了一种基于 IVMD-HT 算法识别时变结构地震响应瞬时频率的方法。采用模拟信号、地震激励下 4 层时变框架结构数值模拟响应和 12 层框架结构模型地震模拟振动台的试验数据验证了所提方法的有效性和实用性。主要结论如下:

- (1) 相比傅里叶频谱和短时傅里叶谱,基于 MUSIC 功率谱确定的 VMD 模态数 K 更准确;基于整体正交系数和能量比系数构建的综合目标函数,结合 SSA 算法可更有效地优化确定二次惩罚因子 α 。
- (2) 基于优化确定 K 和 α 参数的 IVMD 算法,解决了人为预设参数时 VMD 存在的模态混叠和噪声干扰等问题,提高了计算效率;提高了结合 HT 识别时变结构地震响应瞬时频率的精度。
- (3) 应该指出,二次惩罚因子 α 的优化搜索范围仍需通过试算人为确定。

参考文献:

[1] Xin Y, Li J, Hao H. Enhanced vibration decomposition method based on multisynchrosqueezing transform and analytical mode decomposition[J]. Structural Control and Health Monitoring, 2021, 28(6): e2730.

[2] Loh C H, Chao S H, Weng J H, et al. Application of subspace identification technique to long-term seismic response monitoring of structures[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2015, 44(3): 385-402.

[3] Ni Y C, Zhang F L. Fast Bayesian frequency domain modal identification from seismic response data[J]. Computers & Structures, 2019, 212: 225-235.

[4] Ghahari S F, Abazarsa F, Ghannad M A, et al. Response-only modal identification of structures using

- strong motion data[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2013, 42(8): 1221-1242.
- [5] Guo Y L, Kareem A. System identification through nonstationary data using time-frequency blind source separation[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 371: 110-131.
- [6] Loh C H, Chen J D. Tracking modal parameters from building seismic response data using recursive subspace identification algorithm[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2017, 46(13): 2163-2183.
- [7] Pioldi F, Rizzi E. Earthquake-induced structural response output-only identification by two different Operational Modal Analysis techniques[J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2018, 47(1): 257-264.
- [8] Chen W H, Hseuh W, Loh K J, et al. Damage evaluation of seismic response of structure through time-frequency analysis technique[J]. *Structural Monitoring and Maintenance*, 2022, 9(2): 107-127.
- [9] 樊海涛,何益斌,周绪红. 基于Hilbert-Huang变换的结构损伤诊断方法研究[J]. *建筑结构学报*, 2006, 27(6): 114-122.
Fan Haitao, He Yibin, Zhou Xuhong. Structural damage detection study based on Hilbert-Huang transform[J]. *Journal of Building Structure*, 2006, 27(6):114-122.
- [10] 石春香,罗奇峰,施卫星. 基于Hilbert-Huang变换方法的结构损伤诊断[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2005,33(1): 16-20.
Shi Chunxiang, Luo Qifeng, Shi Weixing. Hilbert-Huang transform based approach for structural damage detection [J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2005,33(1): 16-20.
- [11] 陈隽,赵冠宇,陈鑫. 线性时变动力系统参数识别方法与试验分析[J]. *振动、测试与诊断*, 2013, 33(5): 831-838.
Chen Jun, Zhao Guanyu, Chen Xin. Parameter identification of linear time-varying dynamical system and experimental investigation[J]. *Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis*, 2013, 33(5): 831-838.
- [12] Huang T L, Lou M L, Chen H P, et al. An orthogonal Hilbert-Huang transform and its application in the spectral representation of earthquake accelerograms[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018, 104: 378-389.
- [13] Dragomiretskiy K, Zosso D. Variational mode decomposition[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(3): 531-544.
- [14] 万书亭,豆龙江,李聪,等. 基于振动信号的高压断路器合闸特性参数在线检测方法研究[J]. *振动工程学报*, 2019, 32(2): 359-367.
- Wan Shuting, Dou Longjiang, Li Cong, et al. Study on on-line detection of high voltage circuit breaker closing characteristic parameters based on vibration signal[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2019, 32(2):359-367.
- [15] 唐蕾,黄天立,万熹. 基于变分模态分解和同步提取变换识别时变结构瞬时频率[J]. *振动与冲击*, 2022, 41(6): 197-205.
TANG Lei, HUANG Tianli, WAN Xi. Instantaneous frequency identification of time-varying structures using variational mode decomposition and synchroextracting transform[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2022, 41(6): 197-205.
- [16] Yao X J, Yi T H, Qu C X. Autoregressive spectrum-guided variational mode decomposition for time-varying modal identification under nonstationary conditions[J]. *Engineering Structures*, 2022, 251: 113543.
- [17] Zhang Y G, Pan G F, Chen B, et al. Short-term wind speed prediction model based on GA-ANN improved by VMD[J]. *Renewable Energy*, 2020, 156: 1373-1388.
- [18] Huang Y, Lin J H, Liu Z C, et al. A modified scale-space guiding variational mode decomposition for high-speed railway bearing fault diagnosis[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 444: 216-234.
- [19] Ma J, Wu J D, Wang X D. Incipient fault feature extraction of rolling bearings based on the MVMD and Teager energy operator[J]. *ISA Transactions*, 2018, 80: 297-311.
- [20] Lian J J, Liu Z J, Wang H, et al. Adaptive variational mode decomposition method for signal processing based on mode characteristic[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 107: 53-77.
- [21] 唐贵基,王晓龙. 参数优化变分模态分解方法在滚动轴承早期故障诊断中的应用[J]. *西安交通大学学报*, 2015, 49(5): 73-81.
Tang Guiji, Wang Xiaolong. Parameter optimized Variational Mode Decomposition method with application to incipient fault diagnosis of rolling bearing[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2015, 49(5): 73-81.
- [22] 何勇,王红,谷穗. 一种基于遗传算法的VMD参数优化轴承故障诊断新方法[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(6): 184-189.
He Yong, Wang Hong, Gu Sui. New fault diagnosis approach for bearings based on parameter optimized VMD and genetic algorithm[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(6): 184-189.
- [23] 王朝阁,李宏坤,曹顺心,等. 改进VMD和非凸重叠组收缩降噪的行星齿轮箱早期故障特征提取[J]. *振动*

- 工程学报, 2021, 34(6): 1293-1304.
- Wang Chaoge, Li Hongkun, Cao Shunxin, et al. Incipient fault feature extraction of planetary gearbox based on modified VMD and non-convex overlap group shrinkage denoising[J]. Journal of Vibration Engineering, 2021, 34(6):1293-1304.
- [24] Luo Z J, Liu T Z, Yan S, et al. Revised empirical wavelet transform based on auto-regressive power spectrum and its application to the mode decomposition of deployable structure[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 431: 70-87.
- [25] Amezquita-Sanchez J P, Adeli H. A new music-empirical wavelet transform methodology for time-frequency analysis of noisy nonlinear and non-stationary signals [J]. Digital Signal Processing, 2015, 45: 55-68.
- [26] Mirjalili S, Gandomi A H, Mirjalili S Z, et al. Slap Swarm Algorithm: a bio-inspired optimizer for engineering design problems[J]. Advances in Engineering Software, 2017, 114: 163-191.
- [27] 吕西林,李培振,陈跃庆. 12层钢筋混凝土标准框架振动台模型试验的完整数据[R].上海:同济大学, 2004.
- Lü X L, Li P Z, Chen Y Q. Benchmark test of a 12-story reinforced concrete frame model on shaking table[R]. Shanghai: Tongji University, 2004.

Improved VMD and its application in instantaneous frequency identification of seismic responses of time-varying structures

WANG Yan-nan, SHANG Xu-qiang, HUANG Tian-li

(School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: Under the action of strong seismic excitations, structures exhibit time-varying dynamic characteristics due to damage. Variational mode decomposition (VMD) can be used to analyze the instantaneous frequency variation of structural seismic responses and reveal the damage condition of structures during earthquake. When VMD is adopted for decomposing the non-stationary responses, there exists the problem of mode aliasing due to the artificially presetting the number of decomposed modes K and the quadratic penalty factor α . Aiming at solving this problem, an improved variational mode decomposition (IVMD) algorithm is proposed in this study, which, combined with Hilbert transform (HT), can more accurately identify the instantaneous frequencies of time-varying structures under non-stationary seismic excitations. The multiple signal classification (MUSIC) algorithm is used to determine the number of decomposition modes K . The comprehensive objective function is constructed based on the overall orthogonal coefficient and energy ratio coefficient, and the slap swarm algorithm (SSA) is used to optimize and determine the optimal quadratic penalty factor α . Based on the optimized parameters K and α , IVMD-HT is used to identify the instantaneous frequency of time-varying structures from the seismic responses. A simulated signal and the seismic responses of a 4-layer time-varying frame structure show that the accuracy of identified instantaneous frequencies by using the IVMD algorithm is higher than the identified ones by using the VMD algorithm. The feasibility of the proposed method is verified by using shaking table test data of a 12-story reinforced concrete frame structure model.

Key words: seismic excitation; time-varying frame structures; shaking table test; instantaneous frequency identification; VMD

作者简介: 王焱楠(1999—),女,硕士研究生。E-mail: 214812186@csu.edu.cn。

通讯作者: 尚旭强(1996—),男,博士研究生。E-mail: shangxq@csu.edu.cn。