

声学黑洞约束阻尼板半解析耦合建模与 振动特性研究

李军军¹, 李剑辉¹, 郑玲¹, 邓杰²

(1. 重庆大学机械与运载工程学院, 重庆 400044; 2. 西北工业大学航海学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 声学黑洞 (ABH) 以其优异的性能在结构减振降噪、声波调控、能量回收等领域展示了极其广阔的应用前景。但声学黑洞边缘截断会导致非零反射系数的存在, 从而弱化声学黑洞效应。为此, 本文在声学黑洞结构中引入约束阻尼材料, 在 Rayleigh-Ritz 法框架下, 选择高斯函数作为基函数, 根据声学黑洞板的形状确定高斯基函数的分布, 避免质量矩阵和刚度矩阵的奇异化, 建立了声学黑洞约束阻尼板的半解析分析模型。通过与有限元分析结果对比, 验证了半解析建模方法的正确性。研究了约束阻尼结构参数对声学黑洞板弯曲振动特性的影响规律, 揭示了约束阻尼的减振机理和能量耗散作用。实验进一步验证了声学黑洞约束阻尼板的减振效果。

关键词: 振动控制; 声学黑洞; 约束阻尼; 高斯展开法; 半解析模型

中图分类号: TB535; O328 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2024)05-0847-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2024.05.013

引言

声学黑洞是利用薄壁结构几何参数或材料参数的梯度变化, 使波在结构中的传播速度逐渐减小, 理想情况下波速减小至零而不发生反射的现象。由于结构简单、易于加工以及具有独特的能量聚集效应, 声学黑洞在振动噪声控制^[1-3]、能量回收^[4-6]、声辐射控制^[7-9]、信号处理^[10]等方面均展示了广阔的应用前景。

针对声学黑洞存在的非均匀波长分布和波数快速变化问题, 国内外学者提出了不同的建模方法, 包括几何声学法^[11-12]、传递矩阵法^[13-14]、有限元法^[15-16]和半解析法^[17-18]等。其中半解析法吸收了解析法的准确性和数值方法处理边界问题的灵活性, 具有较高的计算精度和效率。Deng 等^[19-20]采用基于克罗内克积表示的二维高斯基函数对周期声学黑洞板的位移场进行了拟合, 但采用克罗内克积表示的二维基函数容易导致质量矩阵和刚度矩阵的奇异化。

为了克服边缘截断带来的非零反射系数和声学黑洞效应弱化问题, 阻尼材料一直被广泛研究。Krylov^[21]的研究表明声学黑洞和自由阻尼的耦合效应可以使反射系数明显减小。Zeng 等^[22]研究了圆

锥形声学黑洞梁的能量聚集效应以及阻尼层作用。Ji 等^[23]通过在声学黑洞梁的能量聚集区域引入阻尼层, 进一步减小了声学黑洞梁的振动。Liu 等^[24]将超构表面与声学黑洞相结合, 设计了圆形声学黑洞超构表面, 少量阻尼材料强化了超构表面的能量吸收。Deng 等^[25]研究了约束阻尼在补偿声学黑洞梁边缘截断方面的明显作用。

本文基于高斯展开法, 建立声学黑洞与约束阻尼耦合系统的半解析分析模型。分析约束阻尼结构参数对声学黑洞板弯曲振动特性的影响规律, 探索约束阻尼在声学黑洞结构中的减振机理和能量耗散作用, 为约束阻尼在声学黑洞减振结构中的应用提供设计参考。

1 声学黑洞约束阻尼板半解析模型

1.1 问题描述

将一个圆形的二维声学黑洞嵌入到一个矩形薄板中, 在声学黑洞中心位置处粘贴约束阻尼材料, 构建声学黑洞约束阻尼板, 如图 1 所示。声学黑洞板的厚度为 h_{uni} , 长度和宽度分别为 $2a$ 和 $2b$ 。A 点为谐波激励作用点, 其坐标为 (x_A, y_A, z_A) 。声学黑洞位于矩形板的中心, 其厚度变化服从幂指数规律

$h(r) = \xi r^m + h_{\text{center}}$, 其中 $r = [(x-a)^2 + (x-b)^2]^{1/2}$ 为坐标点到声学黑洞中心的距离, $\xi = (h_{\text{uni}} - h_{\text{center}}) / r_{\text{abh}}^m$ 为声学黑洞剖面变化的斜率, h_{center} 为声学黑洞中心截断厚度, r_{abh} 为声学黑洞半径, m 为厚度变化幂指数。约束阻尼处于声学黑洞的中心位置, 其中阻尼层半径 r_v 和约束层半径 r_c 保持一致, 阻尼层的厚度为 h_v , 约束层的厚度为 h_c 。边界为自由边界。

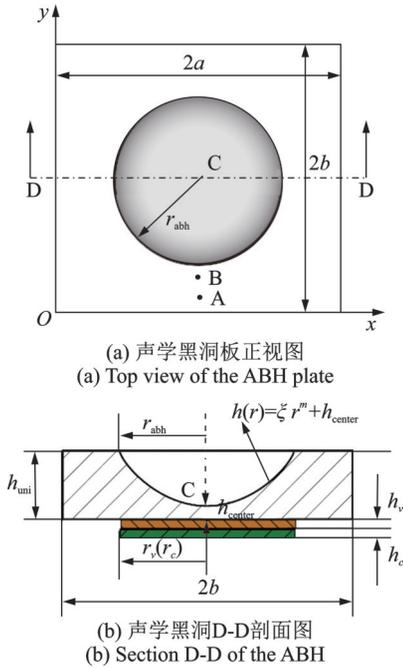


图 1 ABH plate with constrained damping layer

1.2 高斯基函数的选取

为了建立声学黑洞与约束阻尼耦合系统运动方程, 遵循参考文献[25]中的约束假设。基板及各层的位移关系如图 2 所示。其中, w 为横向挠度; u_p, u_v 和 u_c 分别为 ABH 板、阻尼层和约束层在 x 方向的位移; v_p, v_v 和 v_c 分别为 ABH 板、阻尼层和约束层在 y 方向的位移。

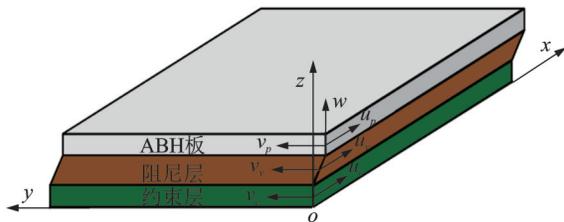


图 2 声学黑洞板与约束阻尼各层的位移关系

Fig. 2 The displacement relationship between ABH plate, damping layer and constrained layers

基于约束假设条件, 声学黑洞板与约束阻尼各层的位移关系可表示为:

$$\begin{cases} u_p + \frac{h_p}{2} \frac{\partial w}{\partial x} = u_v + \frac{h_v}{2} \left(\gamma_{zrv} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ u_c - \frac{h_c}{2} \frac{\partial w}{\partial x} = u_v - \frac{h_v}{2} \left(\gamma_{zrv} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ v_p + \frac{h_p}{2} \frac{\partial w}{\partial y} = v_v + \frac{h_v}{2} \left(\gamma_{yrv} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ v_c - \frac{h_c}{2} \frac{\partial w}{\partial y} = v_v + \frac{h_v}{2} \left(\gamma_{yrv} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (1)$$

式中 h_p, h_v 和 h_c 分别为 ABH 板、阻尼层和约束层的厚度; $\gamma_{yrv}, \gamma_{zrv}$ 分别为阻尼层在 yOx 和 zOx 平面内的夹角变化。

通过式 (1) 可以得到阻尼层中面的位移和应变:

$$\begin{cases} u_v = \frac{1}{2}(u_p + u_c) + \frac{1}{4}(h_p - h_c) \frac{\partial w}{\partial x} \\ v_v = \frac{1}{2}(v_p + v_c) + \frac{1}{4}(h_p - h_c) \frac{\partial w}{\partial y} \\ \gamma_{zrv} = \frac{1}{h_v} \left(u_p - u_c + d \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \gamma_{yrv} = \frac{1}{h_v} \left(v_p - v_c + d \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (2)$$

式中 $d = (h_p + h_c) / 2 + h_v$ 表示约束层和基板的中面距离。

在 Rayleigh-Ritz 法框架下, 将 w, u_p, u_c, v_p, v_c 进行分解, 表示为基函数和权重系数的组合形式:

$$\begin{cases} w = \sum_i W_i(t) \phi_i(x, y) = \mathbf{W}^T \boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{\psi}^T \mathbf{W} \\ u_p = \sum_i U_{pi}(t) \xi_{ui}(x, y) = \mathbf{U}_p^T \boldsymbol{\xi}_u = \boldsymbol{\xi}_u^T \mathbf{U}_p \\ v_p = \sum_i V_{pi}(t) \xi_{vi}(x, y) = \mathbf{V}_p^T \boldsymbol{\xi}_v = \boldsymbol{\xi}_v^T \mathbf{V}_p \\ u_c = \sum_i U_{ci}(t) \varphi_{ui}(x, y) = \mathbf{U}_c^T \boldsymbol{\varphi}_u = \boldsymbol{\varphi}_u^T \mathbf{U}_c \\ v_c = \sum_i V_{ci}(t) \varphi_{vi}(x, y) = \mathbf{V}_c^T \boldsymbol{\varphi}_v = \boldsymbol{\varphi}_v^T \mathbf{V}_c \end{cases} \quad (3)$$

式中 $\boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\xi}_u, \boldsymbol{\xi}_v, \boldsymbol{\varphi}_u, \boldsymbol{\varphi}_v$ 为基函数的集合; $\mathbf{W}, \mathbf{U}_p, \mathbf{U}_c, \mathbf{V}_c$ 为权重系数集合。定义系统权重系数向量 \mathbf{q} 为:

$$\mathbf{q} = [\mathbf{W}^T \mathbf{U}_p^T \mathbf{V}_p^T \mathbf{U}_c^T \mathbf{V}_c^T]^T \quad (4)$$

由于基函数集合 $\boldsymbol{\psi}$ 是二维的, 可以进一步用克罗内克积进行分解:

$$\boldsymbol{\psi}_i = \boldsymbol{\alpha}_{\phi_{\psi_{ixi}}}^{p_{\psi_{ixi}}} \otimes \boldsymbol{\beta}_{\phi_{\psi_{iyi}}}^{p_{\psi_{iyi}}} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha}_{\phi_{\psi_{ixi}}}^{p_{\psi_{ixi}}} = 2^{\frac{p_{\psi_{ixi}}}{2}} \exp \left[-\frac{(2^{p_{\psi_{ixi}}} x - q_{\psi_{ixi}})^2}{2} \right] \\ \boldsymbol{\beta}_{\phi_{\psi_{iyi}}}^{p_{\psi_{iyi}}} = 2^{\frac{p_{\psi_{iyi}}}{2}} \exp \left[-\frac{(2^{p_{\psi_{iyi}}} y - q_{\psi_{iyi}})^2}{2} \right] \end{cases} \quad (6)$$

式中 $p_{\psi_{ixi}}$ 和 $p_{\psi_{iyi}}$ 分别为 x 方向和 y 方向的尺度因子; $q_{\psi_{ixi}}$ 和 $q_{\psi_{iyi}}$ 分别为 x 方向和 y 方向的平移因子。

尺度因子 $p_{\psi_{xi}}$ 和 $p_{\psi_{yi}}$ 的下限为:

$$\begin{cases} p_{\psi_{xi}} \geq \delta_x, \delta_x = \text{ceil}\left(\log_2\left(\frac{8}{2a}\right)\right) \\ p_{\psi_{yi}} \geq \delta_y, \delta_y = \text{ceil}\left(\log_2\left(\frac{8}{2b}\right)\right) \end{cases} \quad (7)$$

式中 $\text{ceil}(x)$ 表示大于或等于 x 的最小整数。

平移因子 $q_{\psi_{xi}}$ 和 $q_{\psi_{yi}}$ 的取值范围为:

$$\begin{cases} q_{\psi_{xi}} = [-4 + \text{floor}(-2^{p_{\psi_{xi}}} a), \text{ceil}(2^{p_{\psi_{xi}}} a) + 4] \\ q_{\psi_{yi}} = [-4 + \text{floor}(-2^{p_{\psi_{yi}}} a), \text{ceil}(2^{p_{\psi_{yi}}} a) + 4] \end{cases} \quad (8)$$

同理, ξ_u, ξ_v, φ_u 和 φ_v 也可以用克罗内克积表示。

直接采用克罗内克积表示 φ_u 和 φ_v , 其基函数为矩形分布, 但文中约束层为圆形, 这将导致质量矩阵和刚度矩阵奇异化。为此, 首先对约束层基函数进行筛选, 筛选后的形函数 $\tilde{\varphi}_u$ 和 $\tilde{\varphi}_v$ 各自的中心坐标 $(q_{\varphi_{uxi}}, q_{\varphi_{uyi}}), (q_{\varphi_{vxi}}, q_{\varphi_{vyi}})$ 应满足:

$$\begin{cases} d_{\varphi_u} = r_{\varphi_u} - r_v \leq 3.5 \sqrt{\frac{1}{2^{2p_{\varphi_{uxi}}+1}} + \frac{1}{2^{2p_{\varphi_{uyi}}+1}}} \\ d_{\varphi_v} = r_{\varphi_v} - r_v \leq 3.5 \sqrt{\frac{1}{2^{2p_{\varphi_{vxi}}+1}} + \frac{1}{2^{2p_{\varphi_{vyi}}+1}}} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} r_{\varphi_u} = \sqrt{\left(\frac{q_{\varphi_{uxi}}}{2^{p_{\varphi_{uxi}}}} - a\right)^2 + \left(\frac{q_{\varphi_{uyi}}}{2^{p_{\varphi_{uyi}}}} - b\right)^2} \\ r_{\varphi_v} = \sqrt{\left(\frac{q_{\varphi_{vxi}}}{2^{p_{\varphi_{vxi}}}} - a\right)^2 + \left(\frac{q_{\varphi_{vyi}}}{2^{p_{\varphi_{vyi}}}} - b\right)^2} \end{cases} \quad (10)$$

式中 $q_{\varphi_{uxi}}, q_{\varphi_{uyi}}$ 和 $q_{\varphi_{vxi}}, q_{\varphi_{vyi}}$ 分别为约束层基础数 φ_u 和 φ_v 在 x 方向和 y 方向的尺度因子; $d_{\varphi_u}, d_{\varphi_v}$ 为形函数中心到约束层边界的距离。由此可记录 $\tilde{\varphi}_u, \tilde{\varphi}_v$ 中的元素在 φ_u 和 φ_v 中的位置, 用于剔除质量矩阵、刚度矩阵和外力的幅值向量中多余元素对应的行和列。

1.3 运动方程

声学黑洞与约束阻尼耦合系统的动能 K 由声学黑洞板的动能 K_p 、阻尼层的动能 K_v 、约束层的动能 K_c 组成:

$$K = K_p + K_v + K_c \quad (11)$$

其中:

$$K_p = \frac{1}{2} \int_0^{2b} \int_0^{2a} \rho_p h_p (\dot{w}^2 + \dot{u}_p^2 + \dot{v}_p^2) dx dy \quad (12)$$

$$K_v = \frac{1}{2} \int_{b-r_v}^{b+r_v} \int_{a-r_v}^{a+r_v} \rho_v h_v (\dot{w}^2 + \dot{u}_v^2 + \dot{v}_v^2) dx dy \quad (13)$$

$$K_c = \frac{1}{2} \int_{b-r_c}^{b+r_c} \int_{a-r_c}^{a+r_c} \rho_c h_c (\dot{w}^2 + \dot{u}_c^2 + \dot{v}_c^2) dx dy \quad (14)$$

式中 ρ_p, ρ_v, ρ_c 分别为声学黑洞板、阻尼层和约束层的密度。

耦合系统的势能 U 为:

$$U = U_p + U_v + U_c \quad (15)$$

式中 U_p 为声学黑洞板的势能, U_v 为阻尼层的势能, U_c 为约束层的势能。

$$U_p = \iiint \sigma_p^T \varepsilon_p dV = \frac{1}{2} \int_0^{2b} \int_0^{2a} \Delta_i dx dy, \quad i = p \quad (16)$$

$$U_v = \iiint \sigma_v^T \varepsilon_v dV = \frac{1}{2} \int_{b-r_v}^{b+r_v} \int_{a-r_v}^{a+r_v} G_v^* h_v (\gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2) dx dy \quad (17)$$

$$U_c = \iiint \sigma_c^T \varepsilon_c dV = \frac{1}{2} \int_{b-r_c}^{b+r_c} \int_{a-r_c}^{a+r_c} \Delta_i dx dy, \quad i = c \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Delta_i = & \frac{E_i^* h_i}{1 - v_i^2} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_i}{\partial y} \right)^2 + v_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial v_i}{\partial y} + \right. \\ & \left. v_i \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial u_i}{\partial x} + \frac{1 - v_i}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} \right)^2 \right] + \\ & \frac{E_i^* h_i^3}{12(1 - v_i^2)} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + \right. \\ & \left. v_i \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v_i \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2(1 - v_i) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right], \\ & i = p, c \end{aligned} \quad (19)$$

式中 σ_i 和 ε_i ($i = p, v, c$) 为每层的应力和应变; γ_{xz} 和 γ_{yz} 分别为在 xOz 平面和 yOz 平面的切应变; $E_p^* = E_p(1 + i\eta_p)$ 和 $E_c^* = E_c(1 + i\eta_c)$ 分别为声学黑洞板和约束层的复弹性模量, 其中 E_p 和 E_c 分别为声学黑洞板和约束层的杨氏模量, η_p 和 η_c 分别为声学黑洞板和约束层的阻尼损耗因子; G_v^* 为阻尼层的复剪切模量。

激励点 A 处的外力功可表示为:

$$W = f(t) w(x_A, y_A, t) \quad (20)$$

式中 $f(t)$ 为作用在 A 点的简谐外力。

由此, 耦合系统的拉格朗日函数为:

$$L = K - U + W = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} - \frac{1}{2} q^T K q + q^T f \quad (21)$$

式中 M 和 K 为系统的质量矩阵和刚度矩阵; f 为外力向量。

在计算得到 M, K 和 f 后, 根据 $\tilde{\varphi}_u$ 和 $\tilde{\varphi}_v$ 中的元素在 φ_u 和 φ_v 中的位置剔除多余元素对应的行和列, 便可得到系统的质量矩阵 \tilde{M} , 刚度矩阵 \tilde{K} 和外力向量 \tilde{f} 。

根据欧拉-拉格朗日方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q} \right) = 0 \quad (22)$$

声学黑洞与约束阻尼耦合系统的运动方程为:

$$\tilde{M} \ddot{q} + \tilde{K} q = \tilde{f} \quad (23)$$

将 $\tilde{f} = \hat{F} \exp(i\omega t)$ 和 $q = \hat{A} \exp(i\omega t)$ 代入式

(23),可以获得耦合系统运动方程的频域表达式:

$$(\hat{K} - \omega^2 \hat{M})\hat{A} = \hat{F} \quad (24)$$

2 模型验证

基于Comsol多场耦合有限元分析软件,建立声学黑洞与约束阻尼耦合系统的有限元模型,验证半解析建模方法的正确性。表1和表2分别是其几何和材料参数。

表1 几何参数
Tab.1 Geometric parameters

参数	数值
矩形板长度 a/m	0.195
矩形板宽度 b/m	0.145
矩形板厚度 h_{uni}/m	0.005
声学黑洞半径 r_{abh}/m	0.1015
声学黑洞中心截断厚度 h_{center}/m	0.001
声学黑洞剖面变化幂指数 m	2.5
声学黑洞剖面的斜率 ξ	1.22
阻尼层半径 r_c/m	0.1015
阻尼层厚度 h_c/m	0.0021
约束层半径 r_c/m	0.1015
约束层厚度 h_c/m	0.001
$A(x_A, y_A, z_A)/m$	(0.195, 0.0075, 0.005)
$B(x_B, y_B, z_B)/m$	(0.195, 0.015, 0.005)
$C(x_C, y_C, z_C)/m$	(0.195, 0.015, 0.005)

表2 材料参数

Tab.2 Material parameters

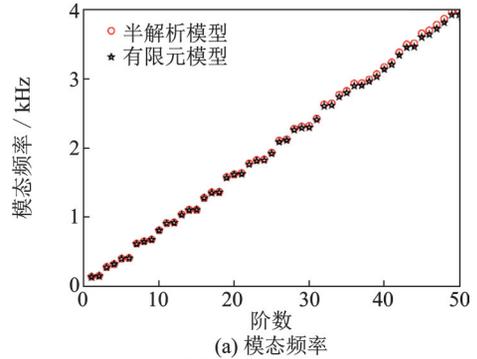
组件	密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	弹性模量 E/GPa	泊松比 ν	损失因子 η
声学黑洞板	7890	206	0.26	0.013
阻尼层	1000	0.06	0.3	0.3
约束层	7890	206	0.26	0.013

图3为声学黑洞约束阻尼板的模态分析结果。从图3(a)可以看出,半解析分析模型计算结果与有限元模型计算结果吻合。图3(b)为半解析与有限元模态频率计算结果的相对误差,可知,其模态频率有很好的收敛性,除了极少数模态频率的误差为2%~3%,其余误差都在1.5%以内。

图4为第1,8,12和18阶模态振型对比。第一行为半解析模型结果,第二行为有限元模型结果。可以看出两种方法得到的模态振型完全一致。

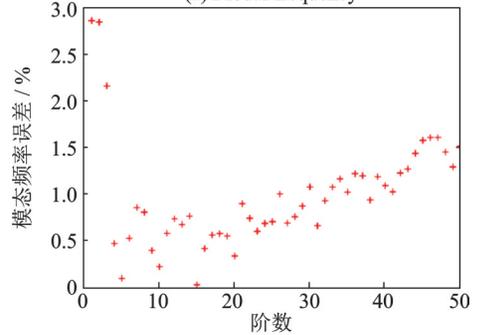
3 约束阻尼参数对弯曲振动特性的影响

图5为声学黑洞板和均匀板的平均平方速度,其表达式为:



(a) 模态频率

(a) Modal frequency



(b) 模态频率误差

(b) The error of modal frequency

图3 模态频率与误差

Fig.3 The modal frequency and error

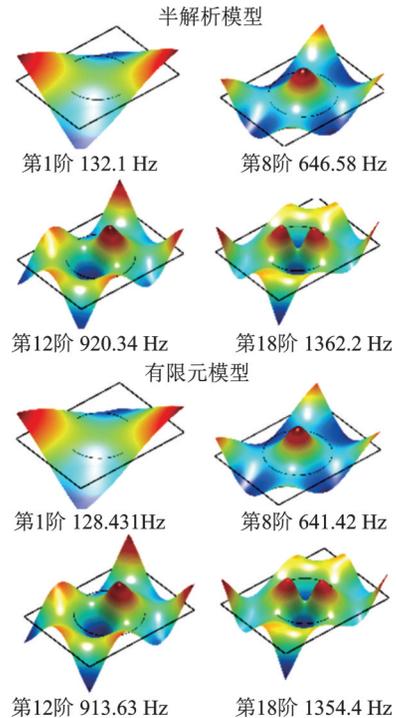


图4 模态振型

Fig.4 Modal shapes

$$\text{MSV} = 10 \lg \frac{\iint_S \omega^2 \omega^2 dx dy}{S} \quad (25)$$

式中 S 为板的面积,均匀板粘贴了与声学黑洞板相同的约束阻尼材料。可以看到,声学黑洞板在声学黑洞起始频率 1190 Hz 以上时,其减振效果更加明显。对 300~1190 Hz 范围内的振动也有所抑制,这主要得益于约束阻尼层的作用。

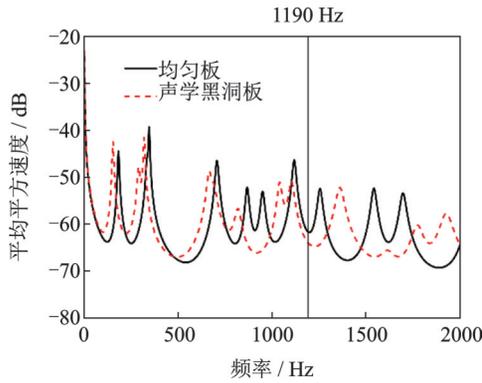


图 5 平均平方速度

Fig. 5 Mean square velocity

3.1 阻尼层损耗因子的影响

图 6 为阻尼层损耗因子对黑洞中心减振特性的影响。可以看出,随着损耗因子的增加,声学黑洞板的减振作用更加明显,这是因为约束阻尼层的阻尼效应是由约束层和基板位移差导致的黏弹性层剪切形变引起的,这意味着系统的能量耗散与振动衰减速度由阻尼层损耗因子主导。但减振作用与损耗因子之间并不呈现线性关系,没有必要过分增加阻尼损耗因子。

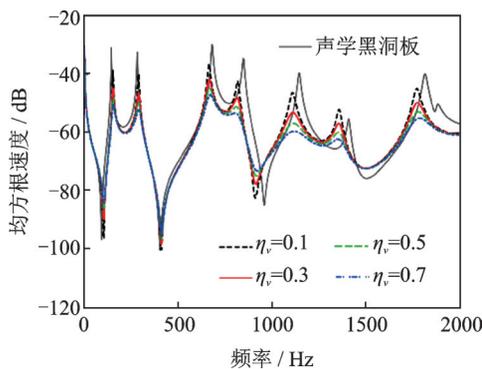


图 6 阻尼层损耗因子的影响

Fig. 6 Effect of the damping layer loss factor

3.2 阻尼层厚度的影响

图 7 为阻尼层厚度对声学黑洞板减振特性的影响。可以看出,随着阻尼层厚度的增加,声学黑洞板

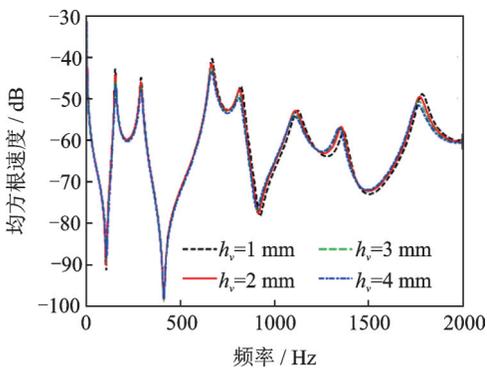


图 7 阻尼层厚度的影响

Fig. 7 Effect of damping layer thickness

的减振抑制作用会增强。这是因为阻尼层厚度增大,发生相同弯曲变形时,阻尼层上下表面的位移差会增大,从而导致应变能和能量耗散增大。但剪切应变将会减小,阻尼层厚度过大,其减振效果会变差。

3.3 约束层刚度和厚度的影响

约束层是影响黏弹性层发生剪切变形的主要因素之一,因此约束层的刚度和厚度也会影响约束阻尼对系统的减振效果。图 8 为约束层杨氏模量对减振特性的影响。随着约束层刚度的增加,在 1700 Hz 以下的振动减小,1700 Hz 以上的振动增大。一般而言,随着约束层刚度增大,阻尼层的剪切变形会增大,减振效果会增强,这显然与上述现象不符。为此,对比粘贴相同约束阻尼材料的声学黑洞板和均匀板的平均平方速度,如图 9 所示。随着约束层刚度增大,均匀板的振动在高频和低频均会减小,说明约束层刚度的增大的确有助于提升约束阻尼的减振效果。但声学黑洞板(见图 9(a))的减振规律与图 8 相同,这可能是因为约束阻尼材料粘贴在声学黑洞中心,增加约束层刚度改变了弯曲波的波长与波速,削弱了声学黑洞的能量集中效应。声学黑洞现象在低频的影响相对较小,随着频率升高其能量集中效应将越来越明显,因此形成了随约束层刚度增大,低频减振效果增强,高频减振效果减弱的现象。

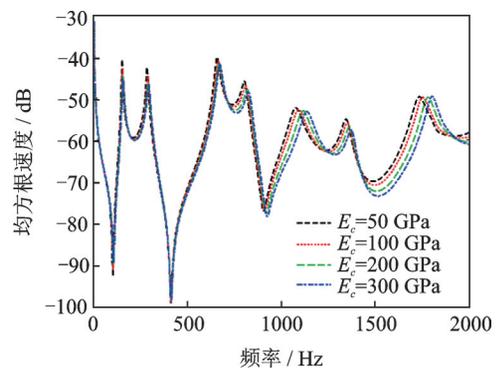


图 8 杨氏模量的影响

Fig. 8 Effect of Young modulus

图 10 为约束层厚度对声学黑洞板和均匀板减振特性的影响。与图 9 对比可以看出,改变约束层厚度对声学黑洞板减振效果的影响规律与改变刚度的规律一致,这是因为增大约束层刚度和厚度都会削弱声学黑洞的能量集中效应。而在 3.2 节中,随着阻尼层厚度的增加,不会出现低频与高频在减振效果上的差异,这是因为阻尼层杨氏模量(60 MPa)远远小于 ABH 板的杨氏模量(206 GPa),所以对声学黑洞效应的影响很小。

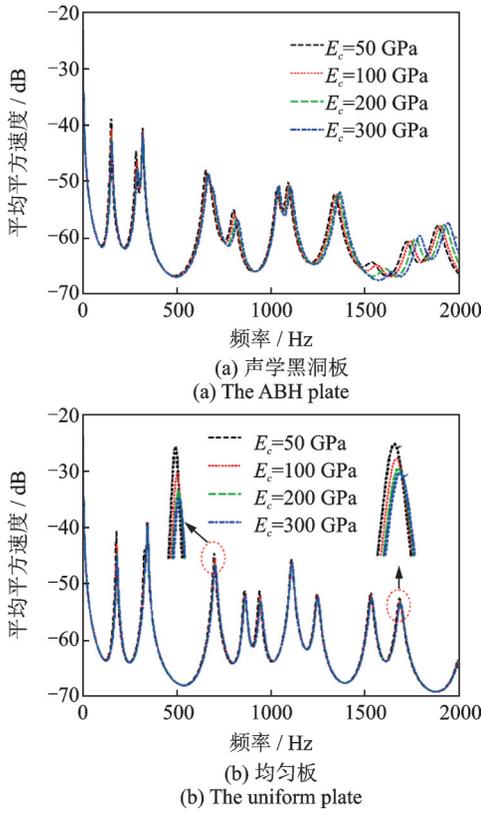


图 9 杨氏模量的影响

Fig. 9 Effect of Young modulus

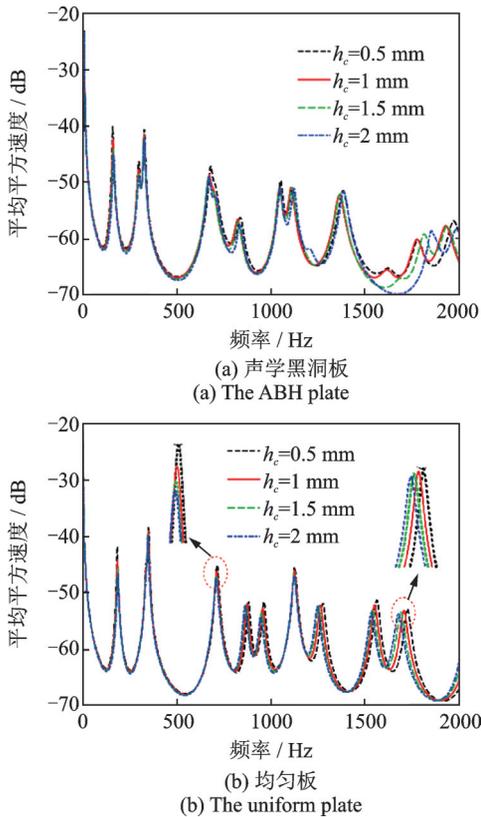


图 10 约束层厚度的影响

Fig. 10 Effect of constrained layer thickness

3.4 阻尼层与约束层比例的影响

在工程应用中,阻尼材料的厚度和质量是受到限制的,因此探究阻尼层与约束层的比例($r_{vc} = h_v/h_c$)

有着十分重要的意义。图 11(a)为约束阻尼层总厚度为 3 mm 时不同 r_{vc} 的对比结果,随着 r_{vc} 的减小,声学黑洞板在低频的减振效果增强,而在高频的减振效果变差,这与单独改变约束层厚度的规律一致。这是因为约束层的密度和刚度都远大于阻尼层的密度和刚度,故约束层厚度改变产生的影响要大于阻尼层厚度。

此外,由于约束层的密度比较大,减小 r_{vc} 会导致约束阻尼层总质量的增加。图 11(b)为约束阻尼层总质量为 431.6 g 不同 r_{vc} 的对比结果。可以看出,随着 r_{vc} 的减小,ABH 板的减振效果会变差,这是因为阻尼层厚度改变产生的影响要大于约束层厚度,其规律也与单独改变阻尼层厚度一致。

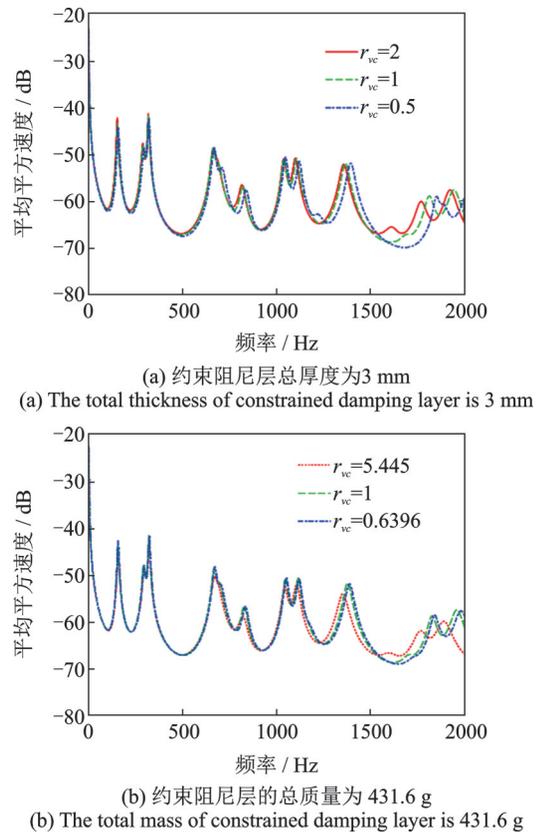


图 11 阻尼层和约束层比例的影响

Fig. 11 Effect of the ratio of damping layer to constrained layer

4 实验验证

声学黑洞板的实验平台如图 12 所示。平台由约束阻尼声学黑洞板实验样件、信号发生器(SINOC-ERA PIEZOTRONIC JZK-5)、激振器、信号功率放大器(SINOCERA PIEZOTRONICS, YE5871-A)、加速度传感器与 LMS 数据采集器组成。实验中,利用弹性绳将实验样件悬挂起来,以模拟自由边界条件。通过激振器对样件上 A 点施加

激励,在声学黑洞板 B 点和 C 点处获取响应信号,计算 B 点到 C 点的速度平方传递率(VST)。

$$VST = 10\lg(v_B^2/v_C^2) \quad (26)$$

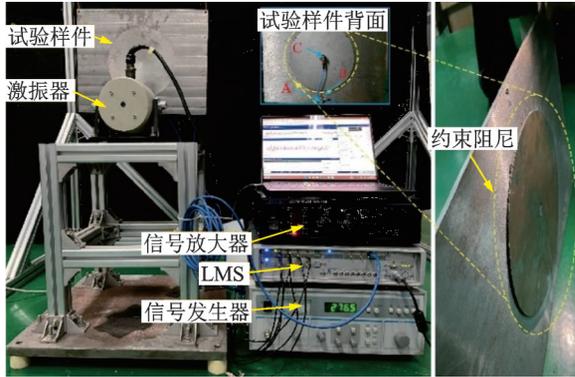
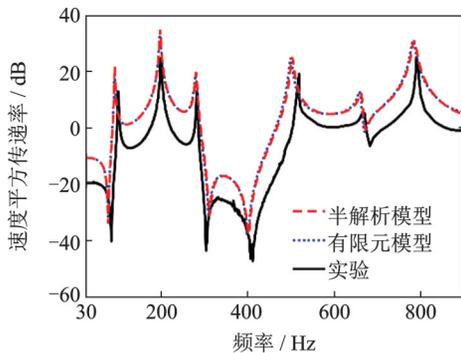


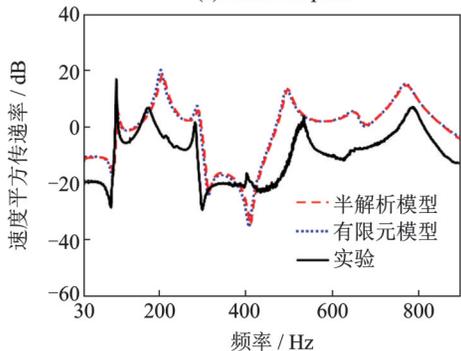
图 12 振动实验平台

Fig. 12 The vibration test platform

实验结果如图 13 所示。图 13(a)为声学黑洞板的速度平方传递率,可以看出,实验结果和理论计算结果的变化趋势具有良好的一致性。但实验结果比理论计算结果的速度平方传递率稍小一些,这是因为实验样品通过弹性绳悬挂于铝合金架子上,激振器产生的振动能量通过弹性绳传递到架子上会产生能量损失。图 13(b)为声学黑洞约束阻尼板的速度平方传递率,实验结果比理论



(a) 声学黑洞板
(a) The ABH plate



(b) 声学黑洞约束阻尼板
(b) The ABH plate with constrained damping layer

图 13 理论模型和实验结果比较

Fig. 13 Comparison of theoretical models and experimental results

结果的速度平方传递率也要小一些,在 200 Hz 和 500 Hz 处峰值偏差较大,主要原因可能有两个:(1)声学黑洞板的声学黑洞加工存在误差;(2)实验中存在结构阻尼的作用,而理论计算并没有考虑结构阻尼的影响。总体上,理论结果和实验结果的主要趋势符合较好,表明所建立的半解析模型能较准确地预测声学黑洞约束阻尼板的振动响应。

另外,从图 14 可以看出,在粘贴约束阻尼材料后,声学黑洞板的传递率明显减小,说明约束阻尼能明显减弱声学黑洞板的振动。

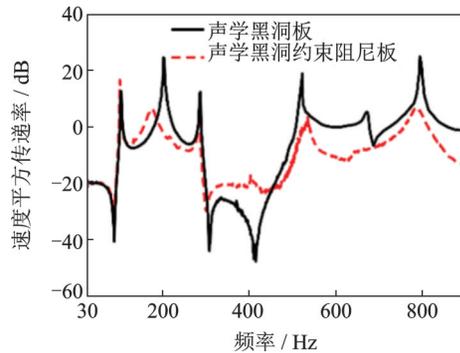


图 14 实验结果的比较

Fig. 14 Comparison of experimental results

5 结 论

本文在 Rayleigh-Ritz 法框架下,选择高斯函数作为基函数,考虑高斯基函数的分布和质量矩阵、刚度矩阵的奇异化问题,建立了声学黑洞约束阻尼板的半解析模型。分析了约束阻尼结构参数对声学黑洞板弯曲振动特性的影响规律。本文的主要结论如下:

(1) 基于高斯展开法的半解析理论分析模型能准确预测声学黑洞约束阻尼板的振动特性,避免了质量矩阵和刚度矩阵的奇异化,为研究约束阻尼参数对声学黑洞板弯曲振动特性的影响规律奠定了基础。

(2) 约束层阻尼结构参数的研究表明,阻尼层的阻尼损耗因子对声学黑洞板的减振效果影响显著,损耗因子越大,减振效果越好;此外,增加阻尼层的厚度,由于强化了剪切变形和能量耗散,会进一步提升声学黑洞板的减振作用。

(3) 由于约束层刚度和厚度的增大会削弱声学黑洞的能量聚集效应,从而导致低频减振作用增强和低频减振作用减弱。阻尼层与约束层的厚度比决定了其各自的贡献和占比,也反映出阻尼层和约束层类似的规律。

在后续的研究中,将进一步探索约束阻尼结构参数之间的最佳匹配关系,并研究以目标频率为导向的约束阻尼拓扑优化方法,实现约束阻尼结构的轻量化设计。

参考文献:

- [1] Ji H, Han B, Cheng L, et al. Frequency attenuation band with low vibration transmission in a finite-size plate strip embedded with 2D acoustic black holes [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 163: 108149.
- [2] Deng J, Guasch O, Maxit L, et al. Vibration of cylindrical shells with embedded annular acoustic black holes using the Rayleigh-Ritz method with Gaussian basis functions[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 150:107225.
- [3] Deng J, Gao N S, Tang L L, et al. Vibroacoustic mitigation for a cylindrical shell coupling with an acoustic black hole plate using Gaussian expansion component mode synthesis [J]. *Composite Structures*, 2022, 298: 116002.
- [4] 宋婷婷, 郑玲, 邓杰. 基于高斯展开法的周期声学黑洞宽频能量回收特性研究 [J]. *振动与冲击*, 2022, 41(10): 186-195.
Song Tingting, Zheng Ling, Deng Jie. Gaussian expansion method used in analysing the broadband energy harvesting characteristics of periodic acoustic black holes [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2022, 41(10): 186-195.
- [5] Zhang L L, Kerschen G, Cheng L. Nonlinear features and energy transfer in an acoustic black hole beam through intentional electromechanical coupling[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 177: 109244.
- [6] Deng J, Guasch O, Zheng L, et al. Semi-analytical model of an acoustic black hole piezoelectric bimorph cantilever for energy harvesting [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2021, 494:115790.
- [7] Deng J, Zheng L. Noise reduction via three types of acoustic black holes[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 165:108323.
- [8] Deng J, Guasch O, Maxit L, et al. Sound radiation and non-negative intensity of a metaplate consisting of an acoustic black hole plus local resonators[J]. *Composite Structures*, 2023, 304: 116423.
- [9] Deng J, Guasch O, Maxit L, et al. Annular acoustic black holes to reduce sound radiation from cylindrical shells[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 158:107722.
- [10] Wang X R, Liu X D, He T, et al. Structural damage acoustic emission information enhancement through acoustic black hole mechanism[J]. *Measurement*, 2022, 190:110673.
- [11] Krylov V. Geometrical-acoustics approach to the description of localized vibrational modes of an elastic solid wedge[J]. *Soviet Physics-Technical Physics*, 1990, 25(2), 137-140.
- [12] Huang W, Ji H L, Qiu J H, et al. Wave energy focalization in a plate with imperfect two-dimensional acoustic black hole indentation [J]. *Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of the ASME*, 2016, 138(6): 061004.
- [13] Guasch O, Arnela M, Sanchez-Martin P. Transfer matrices to characterize linear and quadratic acoustic black holes in duct terminations[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 395: 65-79.
- [14] McCormick C A, Shepherd M R. Optimization of an acoustic black hole vibration absorber at the end of a cantilever beam[J]. *Journal of Acoustical Society of America*, 2019, 145(6): EL593-EL597.
- [15] Park S, Lee J Y, Jeon W. Vibration damping of plates using waveguide absorbers based on spiral acoustic black holes[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 521:116685.
- [16] Ji H L, Zhao X N, Wang N, et al. A circular eccentric vibration absorber with circumferentially graded acoustic black hole features[J]. *Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of the ASME*, 2022, 144(2): 021014.
- [17] Tang L L, Cheng L, Ji H L, et al. Characterization of acoustic black hole effect using a one-dimensional fully-coupled and wavelet-decomposed semi-analytical model [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 374: 172-184.
- [18] Bailey C D. Direct analytical solutions to non-uniform beam problems [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1978, 56(4): 501-507.
- [19] Deng J, Zheng L, Guasch O, et al. Gaussian expansion for the vibration analysis of plates with multiple acoustic black holes indentations [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 131: 317-34.
- [20] Deng J, Zheng L, Gao N. Broad band gaps for flexural wave manipulation in plates with embedded periodic strip acoustic black holes [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2021, 224:111043.
- [21] Krylov V V. New type of vibration dampers utilising the effect of acoustic 'black holes' [J]. *Acta Acustica United with Acustica*, 2004, 90(5): 830-837.
- [22] Zeng P, Zheng L, Deng J, et al. Flexural wave concen-

- tration in tapered cylindrical beams and wedge-like rectangular beams with power-law thickness[J]. *Journal of Sound Vibration*, 2019, 452: 82-96.
- [23] Ji H L, Luo J, Qiu J H, et al. Investigations on flexural wave propagation and attenuation in a modified one-dimensional acoustic black hole using a laser excitation technique[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 104: 19-35.
- [24] Liu F, Yang Z C, Shi P T, et al. Enhanced vibration absorption of plates with circular metasurface composed of lossy acoustic black hole subunits [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2022, 536:117047.
- [25] Deng J, Zheng L, Zeng P Y, et al. Passive constrained viscoelastic layers to improve the efficiency of truncated acoustic black holes in beams[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 118: 461-476.

Semi analytical coupling modeling and vibration characteristics of ABH plate with constrained damping layer

LI Jun-jun¹, LI Jian-hui¹, ZHENG Ling¹, DENG Jie²

(1.College of Mechanical and Vehicle Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China;
2.School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: In recent years, acoustic black hole (ABH) has shown an extremely broad application prospect in the fields of structural vibration and noise suppression, acoustic wave control, energy recovery, etc, due to its excellent performance. However, the truncation of ABH edge will lead to the existence of non-zero reflection coefficient, thus weakening the acoustic black hole effect. In this paper, the constrained layer damping is introduced into ABH plates. Under the framework of Rayleigh Ritz method, Gaussian function is selected as the basis function, and the distribution of basis function is determined according to the shape of ABH plate to avoid the singularity of mass matrix and stiffness matrix. A semi analytical model of ABH plate with constrained layer damping is established. By comparing with the results of finite element analysis, the correctness of the semi analytical modeling method is verified. The influence of structural parameters of constrained layer damping on the bending vibration characteristics of ABH plate is studied, and the damping mechanism and energy dissipation of constrained layer damping are revealed. The experiment further verifies the damping effect of ABH plate with constrained layer damping. The research provides a design reference for the application of constrained layer damping in ABH structures.

Key words: vibration control; acoustical black hole (ABH); constrained damping layer; Gaussian expansion method; semi-analytical model

作者简介: 李军军(1997—),男,硕士。E-mail: LJJ@cqu.edu.cn。

通讯作者: 郑玲(1963—),女,博士,教授。E-mail: zling@cqu.edu.cn。